

시간-주파수 신호처리를 이용한 구조용 부재에서의 충격하중에 의한 분산 파동의 해석

Time-Frequency Analysis of Dispersive Waves in Structural Members Under Impact Loads

정현조*, 권일범**, 최만용**
 H. Jeong*, I. -B. Kwon** and M. -Y. Choi**

초 록 구조용 부재에서 충격하중에 의해 발생하는 탄성파의 분산특성을 해석하기 위하여 시간-주파수 신호처리를 이용하였다. 강재 보와 알루미늄 판에서 충격하중을 모사하기 위하여 강구 낙하와 연필심 파단을 사용하였으며, 이로 인해 발생한 탄성파를 초음파 탐촉자와 음향방출(AE) 센서를 사용하여 수신하였다. 실험에서 수신한 시간 영역의 신호해석을 위하여 분산성 파의 시간-주파수 해석이 가능한 웨이블릿 변환(WT)을 적용하였다. WT 변환의 크기의 최대값은 군속도의 도달시간을 나타냄을 보였다. 실험에서 측정된 보의 굽힘파의 군속도를 전단변형과 회전관성을 고려한 Timoshenko 보 이론과 비교하였으며, 판의 신장파와 굽힘파의 군속도를 Rayleigh-Lamb 분산관계식의 최저차 대칭(S_0) 및 비대칭 모드(A_0)의 속도값과 비교하였는데 모두 잘 일치하였다.

주요용어: 구조용 부재, 시간-주파수 해석, 충격하중, 분산파, Wavelet 변환, 군속도

Abstract A time-frequency analysis method was developed to analyze the dispersive waves caused by impact loads in structural members such as beams and plates. Stress waves generated by ball drop and pencil lead break were recorded by ultrasonic transducers and acoustic emission (AE) sensors. Wavelet transform (WT) using Gabor function was employed to analyze the dispersive waves in the time-frequency domain, and then to find the arrival time of the waves as a function of frequency. The measured group velocities in the beam and the plate were compared with the predictions based on the Timoshenko beam theory and Rayleigh-Lamb frequency equations, respectively. The agreements were found to be very good.

Keywords: Structural members, Time-frequency analysis, Impact load, Dispersive wave, Wavelet transform, Group velocity

1. 서 론

보, 판과 같은 구조용 부재에서 전파하는 탄성파는 일반적으로 그 전파속도가 주파수에 의존하는 분산성을 가진다. 분산성 파동의 정확한 해석은 탄성파를 이용하는 비파괴평가 기술에서 중요하며, 그 대표적인 적용 예로서

재료 성질의 측정과 결함의 위치 식별을 들 수 있다 [1-8].

판상 구조물의 경우에 음원으로부터 멀리 떨어진 위치에서 전파되는 파는 Lamb 방정식에 의해 지배되며 그 해를 Lamb 파라고 부른다. Lamb 파는 판면에 수직인 변위 성분에 의해 대칭 모드 (symmetric mode)와 비대

칭 모드(antisymmetric mode)로 크게 나누어지며, 각 모드에는 주파수와 두께의 조합에 따라 여러 가지 모드가 존재할 수 있고 모두 전파속도가 주파수에 의존하는 분산성을 가진다. 박판의 경우에 Lamb 파의 최저차 대칭 모드(S_0)와 비대칭모드(A_0) 속도들은 저주파수 범위에서 고전판 이론으로부터 구한 해와 비교될 수 있다. 이 경우에 Lamb 파의 두 모드를 각각 신장파(extensional wave)와 굽힘파(flexural wave)라 부르며, 이들은 서로 다른 속도로 전파하며 모두 분산 특성을 가진다[9].

보에서 길이 방향으로 전파하는 파의 거동은 판에서 보다 더 복잡하다. 원형단면 보의 경우에 선형탄성이론에 기초한 엄밀해에 따르면 입자 운동의 방향에 따라 비틀림파(torsional wave), 종파(longitudinal wave), 굽힘파(flexural wave)가 전파 가능하다. 각 파는 판에서와 같이 최저차부터 고차까지 여러 가지 모드가 존재하며, 최저차 비틀림파를 제외하고 모두 분산적이다. 원형 또는 타원형 단면 이외의 보에서 파동 전파 해석을 위해 엄밀해를 적용하는 것은 일반적으로 불가능하다. 임의의 단면을 가진 보에서 파동 운동을 묘사하기 위해 여러 가지 근사 이론이 제안되었는데 모두 보의 단면의 변형에 대한 가정, 파동운동의 1차원 묘사, 분산 특성을 포함하고 있다. 이 이론들은 변형 전, 후에 보의 단면이 평면으로 유지된다는 가정에 기초하며, 파동운동의 지배적인 변위 성분에 따라 비틀림파, 신장파, 굽힘파로 불린다. 이들 파의 속도는 저주파수 (또는 장파장)에서 탄성론에 기초한 엄밀해와 각각 비교될 수 있다[9].

구조물에서 분산파의 해석을 위한 연구가 폭넓게 수행되었다. Doyle[10]은 스펙트럼 해석으로부터 얻은 위상 정보를 이용하여 보에서 분산 펄스의 위치 결정법을 발표하였다. Choi와 Chang[11]은 압전 센서를 이용하여 충격하중의 식별 기술을 제안하였다. Tracy와 Chang[12]은 Choi와 Chang의 결과를 복합재 판으로 확장시켰으며, 충격력과 충격위치를 자동적으로 식별할 수 있는 프로그램을 제시하였다. 최근에 구조용 부재에서 분산파동을 다루기 위하여 시간-주파수 해석법을 이용한 연구가 활발하게 진행되고 있다. Newland[13]는 진동문제의 해석을 위하여 세 가지의 서로 다른 시간-주파수 해석법, 즉, 단시간 Fourier 변환(STFT), Wigner-Ville 분포(WVD), 웨이브렛 변환(WT)을 사용하였다. Kishimoto 등[14]은 WT를 사용하여 보에서의 충격위치 결정법을 개발하였다. Inoue 등[15]은 단순지지보에서 구의 낙하에 의해 발생한 굽힘파의 변형률을 측정하여 Kishimoto 등이 제안한 방법의 타당성을 실험적으로 입증하였다. 몇몇 연구자들은

보에 대하여 개발된 방법을 판으로 확장시켰다. Gaul과 Hurlebaus[16]는 웨이브렛 변환을 사용하여 판에서 굽힘파를 이용한 충격원의 위치 결정 방법을 제안하였다. Jeong과 Jang[17-20]은 등방성 및 이방성 판에서 신장파와 굽힘파를 이용한 음원 위치 표정법을 제시하였다. Latif 등[21]은 Wigner-Ville 방법을 사용하여 얇은 두께의 판에서 원주파의 속도 분산을 관찰하였다.

본 논문에서는 보와 판에서 분산 파동의 실험적 해석을 위하여 시간-주파수 방법을 사용하였으며, 실험에서 얻은 군속도 측정 결과를 이론 예측값과 비교하였다. 먼저 세 가지의 서로 다른 시간-주파수 해석법을 비교 소개하였으며, 웨이브렛 변환에 대해 보다 상세히 설명하였다. 다음으로 분산 파동의 전파 문제에 대하여 WT를 적용하였다. 보와 판에서 응력파를 수신하기 위한 실험 장치를 소개하고, WT 방법에 의한 시간-주파수 분석 결과를 제시하였다. 마지막으로 실험적으로 구한 군속도 측정 결과를 이론 예측값과 비교하였다.

2. 시간-주파수 신호처리

본 절에서는 세 가지의 시간-주파수 해석법, 즉 STFT, WVD, WT의 특징을 간단히 소개하고 각 방법의 장, 단점을 논하였다.

2.1. 단시간 Fourier 변환 (Short-time Fourier transform, STFT)

단시간 Fourier 변환에서는 일정한 시간 창이 사용되며, 원신호의 이 짧은 시간 창이 주파수 영역으로 변환된다. 창은 새로운 위치로 이동되고 신호의 다른 부분에 반복해서 변환이 이루어진다. 수학적으로 STFT는 원신호 $f(t)$ 에 창 함수 $g(t-b)$ 를 곱한 것의 Fourier 변환으로 식 (1)과 같이 표현할 수 있으며, 주파수 ω 와 위치 b 의 함수이다.

$$F(\omega, b) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) g(t-b) e^{-i\omega t} dt \quad (1)$$

STFT의 단점은 선택된 시간 창이 모든 주파수에서 일정한 크기를 가지므로 시간과 주파수 영역에서 높은 분해능을 얻을 수 없다는 것이다. 많은 신호 해석에서 창의 크기를 변화시켜 시간이나 주파수를 보다 더 정확하게 결정하는 일이 요구된다.

2.2. Wigner-Ville 분포(Wigner-Ville distribution, WVD)

시간-주파수 해석의 다른 한 방법인 Wigner-Ville 분포는 상관함수의 개념에 기초하고 있다. 자기상관은 신호의 자신과의 상관으로서 신호의 성질을 결정할 수 있는 에너지 밀도를 제공한다. 함수 $f(t)$ 의 WVD는 식 (2)와 같이 정의되며, 자기상관함수와 Fourier 변환의 결합이다.

$$W(\omega, t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t + \frac{\tau}{2}) \overline{f(t - \frac{\tau}{2})} e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (2)$$

여기서 W 는 f 의 2차 함수이다. 공액복소수 \overline{f} 는 복소수 신호도 해석이 가능하도록 하기 위하여 도입되었다. WVD의 장점으로 시간 및 주파수 영역 모두에서 높은 분해능을 얻을 수 있으나, 다음과 같은 세 가지의 기본적인 결점을 가지고 있다: (1) 해석과정에 많은 계산 시간이 필요하다; (2) $W(\omega, t)$ 는 항상 양이 아니므로 비현실적이다; (3) $W(\omega, t)$ 는 다중 주파수 성분을 가진 신호의 해석시에 교차항(cross-terms)을 유발한다. 이러한 결점들은 웨이블릿 변환을 사용하는 시간-주파수 해석에서는 나타나지 않는다.

2.3. 웨이블릿 변환 (Wavelet transform, WT)

함수 $f(t)$ 에 대한 연속 웨이블릿 변환은 다음과 같이 정의된다[22].

$$F_{\psi}(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \overline{\psi(\frac{t-b}{a})} dt \quad (3)$$

여기서 웨이블릿 함수는 다음 식으로 정의된다.

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (4)$$

위치 변수 b 는 STFT에서와 같다. STFT에서의 주파수 대신에 WT에서는 스케일 변수 a 를 사용한다. 본 논문에서 a 와 주파수 ω 사이의 관계는 $\omega = \omega_0/a$ 이며, 여기서 ω_0 는 양의 상수이다. $\psi(t)$ 는 기본 웨이블릿 함수이며, 시간과 주파수 영역 모두에서 창 함수로 생각할 수 있다. 시간 창의 크기는 이동(translation)에 의해 지배되고 주파수 대역의 길이는 확장(dilation)에 의해 지배된다. 따라서 이동과 확장을 조절하므로써 시간 또는 주파수 영역에서 창의 크기를 변화시킬 수 있다. WT의 이러한 성질을 다중분해능이라 부른다.

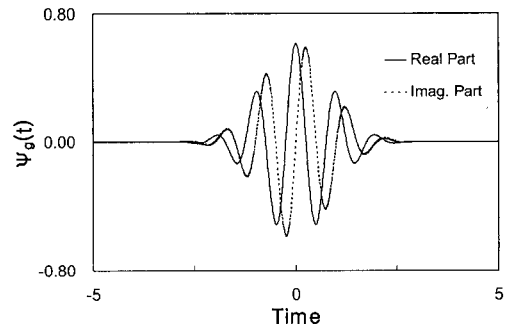
기본 웨이블릿 함수로서 연구된 여러 가지 함수들이 있지만 여기서는 Gabor 함수를 사용하였다. Gabor 함수는 불확정성의 원리에 의해 가장 뛰어난 시간, 주파수 분해능을 가지며, 다음 식으로 정의된다.

$$\psi_g(t) = \frac{1}{\sqrt[4]{\pi}} \sqrt{\frac{\omega_0}{\gamma}} \exp\left[-\frac{(\omega_0/\gamma)^2}{2} t^2\right] e^{i\omega_0 t} \quad (5)$$

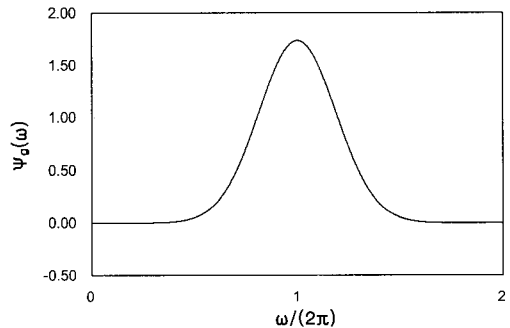
여기서 ω_0 와 γ 는 양의 상수이다. 웨이블릿 함수는 발산하지 않고 일정 영역의 값을 가져야 하므로 다음의 허용 조건을 만족해야 한다.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\widehat{\psi}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty \quad (6)$$

Gabor 함수는 이 조건을 엄밀히 만족하지 않지만 $\gamma = \pi\sqrt{2/\ln 2} = 5.336$ 로 두면 근사적으로 만족한다 [23].



(a) Gabor function



(b) Fourier transform of Gabor function

Fig. 1 Gabor function and its Fourier transform

Fig. 1(a)와 같이 Gabor 함수는 복소수 sine 함수에 Gaussian 창함수를 씌운 형태이다. Gabor 함수의 Fourier 변환은 다음 식으로 주어지며

$$\widehat{\Psi}_g(\omega) = \frac{2\pi}{4\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{\gamma}{\omega_0}} \exp\left[-\frac{(\gamma/\omega_0)^2}{2}(\omega - \omega_0)^2\right] \quad (7)$$

중심주파수가 $\omega = \omega_0$ 가 되고 본 연구에서는 $\omega_0 = 2\pi$ 로 두어 a 값을 파동의 주기와 같게 설정하였다. 그러므로 a 의 역수는 주파수 f 가 된다. Fig. 1(b)는 Gabor 함수의 FT 결과를 보여주는데 $\omega_0 = 2\pi$ 로 두었을 때 2π 로 정규화된 중심주파수가 1이 됨을 알 수 있다.

3. 분산파동의 웨이브렛 해석

수학적으로 WT 변환을 파동전파에 적용하기 위해서 단위 크기와 주파수 ω_1 과 ω_2 를 가지고 x 방향으로 전파하는 두 개의 조화진행파를 고려한다[9].

$$u(x, t) = e^{-i(k_1x - \omega_1t)} + e^{-i(k_2x - \omega_2t)} \quad (8)$$

여기서 k_1 과 k_2 는 파수이고 식 (8)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$u(x, t) = 2\cos(\Delta kx - \Delta\omega t)e^{-i(k_c x - \omega_c t)} \quad (9)$$

여기서 $k_c = (k_1 + k_2)/2$, $\omega_c = (\omega_1 + \omega_2)/2$,

$$\Delta k = (k_1 - k_2)/2, \quad \Delta\omega = (\omega_1 - \omega_2)/2.$$

$\Delta\omega$ 가 충분히 작다면 주파수 ω_c 에서 위상속도 c_p 와 군속도 c_g 는 다음과 같이 정의된다.

$$c_p = \omega_c/k_c, \quad c_g = \Delta\omega/\Delta k \quad (10)$$

$u(x, t)$ 의 WT는

$$WT_u(x, a, b) = \sqrt{a} \left[e^{-i(k_1x - \omega_1b)} \overline{\widehat{\Psi}_g(a\omega_1)} + e^{-i(k_2x - \omega_2b)} \overline{\widehat{\Psi}_g(a\omega_2)} \right] \quad (11)$$

이고, 식 (11)의 크기는 다음과 같다.

$$|WT_u(x, a, b)| = \sqrt{a} \left[(\widehat{\Psi}_g(a\omega_1))^2 + (\widehat{\Psi}_g(a\omega_2))^2 + 2\widehat{\Psi}_g(a\omega_1)\widehat{\Psi}_g(a\omega_2)\cos(2\Delta kx - 2\Delta\omega b) \right]^{1/2} \quad (12)$$

$\Delta\omega$ 가 충분히 작고 $\widehat{\Psi}_g(a\omega_1) \approx \widehat{\Psi}_g(a\omega_2) \approx \widehat{\Psi}_g(a\omega_c)$ 이라면 식 (12)는 다음과 같다.

$$|WT_u(x, a, b)| \approx \sqrt{2a} |\widehat{\Psi}_g(a\omega_c)| [1 + \cos(2\Delta kx - 2\Delta\omega b)]^{1/2} \quad (13)$$

식 (13)은 WT의 절대값의 최대값이 $a = \omega_0/\omega_c$, $b = (\Delta k/\Delta\omega)x = x/c_g$ 에서 발생함을 가리킨다. 따라서 (a, b) 평면에서 WT의 절대값이 최대가 되는 시간을 구하면 주파수 $\omega_c = \omega_0/a$ (즉, $f = 1/a$)에서 파의 군속도 c_g 를 구할 수 있다[14].

4. 실험

4.1. 강재 보

Fig. 2와 같이 양단이 단순지지되고 직사각형 단면을 가진 강재 보 (1000×50×6 mm)의 중앙에 강구를 낙하시켜 굽힘파를 발생시키고 충격지점으로부터 각각 150 mm, 300 mm 떨어진 S1, S2 위치에 센서를 부착하였다. 각각의 센서로부터 동시에 신호를 수신하여 속도계산에 필요한 시간차를 구할 수 있게 하였다. 사용된 센서는 Panametrics사의 지름 12.7 mm, 중심주파수 5 MHz의 광대역 초음파 탐촉자 (모델 V109)이다. 탐촉자로부터 수신된 신호는 예비증폭기를 거친 다음 디지털 오실로스코프를 통하여 가시화하고, 컴퓨터에서 최종적으로 신호 처리하여 시간-주파수 해석과 속도 계산을 수행하였다. 실험에 사용된 강재 보의 제원과 주요 물성치는 Table 1에 나와 있다.

Table 1 Dimensions and material properties of the steel beam

Width	B = 50 mm
Height	H = 6 mm
Span length	L = 1 m
Cross-sectional area	A = 3 × 10 ⁻⁴ m ²
Moment of inertia	I = 9 × 10 ⁻¹⁰ m ⁴
Young's modulus	E = 206 GPa
Mass density	ρ = 7.86 × 10 ³ kg/m ³

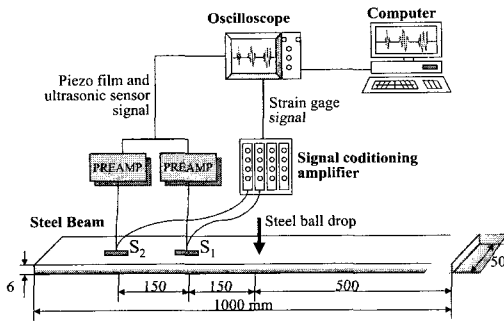


Fig. 2 Experimental setup for group velocity measurements in the steel beam

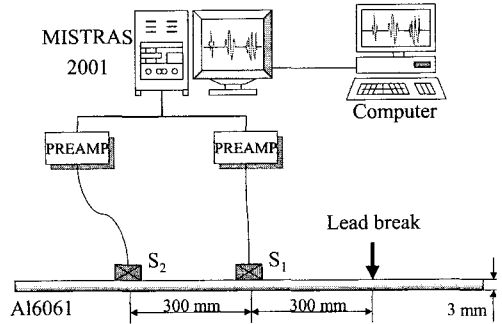


Fig. 3 Experimental setup for group velocity measurements in the aluminum plate

4.2. 알루미늄 판

알루미늄 판에서 발생된 판파의 군속도를 측정하기 위해서 Fig. 3과 같이 실험장치를 구성하였다. 사용된 시편은 크기가 1200 mm×1200 mm×3 mm인 알루미늄 6061-T6이고, 가장자리에서 반사되는 파의 영향을 배제하기 위해 가능한 한 큰 판을 사용하였다. 속도 측정을 위해서 Fig. 3과 같이 충격지점과 일치선상에 2개의 센서를 배치하였다. 센서 S1에서 300 mm 떨어진 위치에서 음원을 발생하였으며, 두 센서 사이의 거리는 300 mm이다. 경계조건은 단순지지로 하고 연필심 (HB 0.5 mm) 파단을 이용하여 탄성파를 발생시켰다. 직경 12.7 mm의 음향방출 센서(R15, PAC)로부터 판파를 수신하고 예비증폭기로 40 dB, 본체 (MISTRAS 2001)에서 40 dB 증폭시켜 PC에서 신호분석을 하였다. 실험에 사용된 알루미늄 판의 주요 물성치는 Table 2에 나와 있다.

Table 2 Material properties of the aluminum plate

Material	Density (kg/m ³)	Longitudinal wave velocity (m/s)	Transverse wave velocity (m/s)	E (GPa)	ν
Al 6061-T6	2.73×10 ³	6560	3120	71.4	0.353

간격은 샘플링 속도와 같게 하였다.

S1, S2에서 수신한 신호의 WT 변환을 이용하여 전파된 파의 군속도를 다음과 같이 실험적으로 구할 수 있다. 앞에서 언급한 바와 같이 WT 절대값의 최대가 발생하는 (a, b)는 주파수 f=1/a일 때 파의 도달 시간 b=x/c_g인 관계가 있다. 그러므로 각각의 주파수에서 군속도는 다음 식과 같이 두 센서 사이의 거리를 도달 시간차로 나누어줌으로써 구해진다.

$$c_g(f) = \frac{l_2 - l_1}{b_2(f) - b_1(f)} \tag{15}$$

보에서 l₁=150 mm, l₂=300 mm를 사용하여 계산한 결과를 Fig. 6에 나타내었으며, 이론식에 의한 예측값과 비교하였다. 여기서 사용한 이론식은 Bernoulli-Euler 보 이론에 전단변형과 회전관성을 고려한 Timoshenko 보 이론으로부터 유도하였으며 이 경우에 굽힘파의 파수 k는 다음 식으로 주어진다[24].

5. 실험 결과 및 고찰

5.1. 강제 보

Fig. 4, 5는 강제 보에서 강구를 낙하했을 때 S1, S2 위치에서 수신한 굽힘파의 시간영역 신호와 그것의 WT, 그리고 contour plot을 보여주고 있다. 식 (3)의 웨이브렛 변환을 위하여 이산화된 a와 b의 값들은 다음과 같이 증분시켰다.

$$a = 2^{m/4}, \quad b = n\Delta t \tag{14}$$

여기서 m과 n은 정수이고, Δt는 시간 이동 간격이다. 수치 적분을 위하여 사다리꼴 공식을 사용하였으며, 시간

$$k = \left\{ \frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{C_s} \right)^2 + \left(\frac{Q}{C_0 q} \right)^2 \right] \omega^2 + \sqrt{\left(\frac{\omega}{C_0 q} \right)^2 + \frac{1}{4} \left[\left(\frac{1}{C_s} \right)^2 - \left(\frac{Q}{C_0 q} \right)^2 \right]^2 \omega^4} \right\}^{1/2} \tag{16}$$

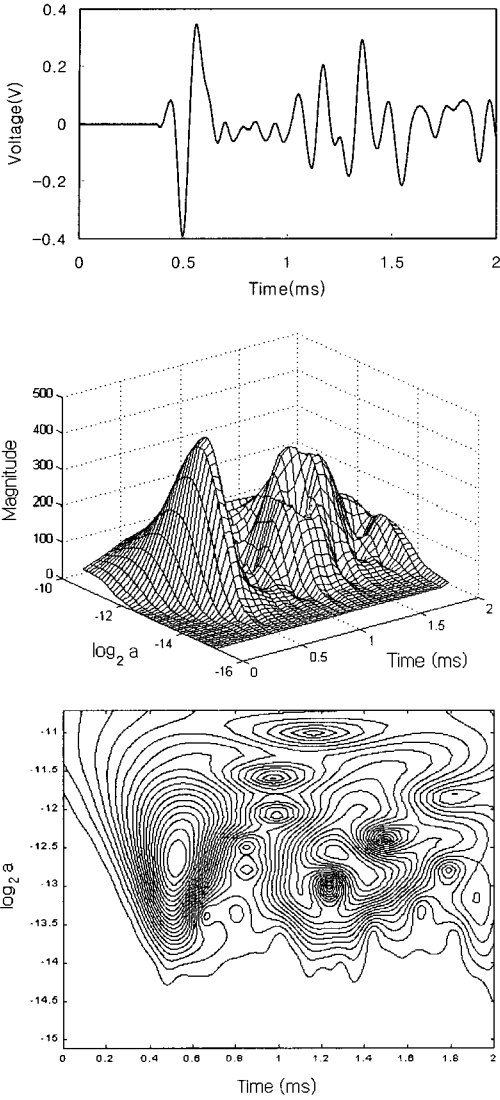


Fig. 4 Experimental results for the beam: waveform received at transducer S1 and its WT results (magnitude and contour plot)

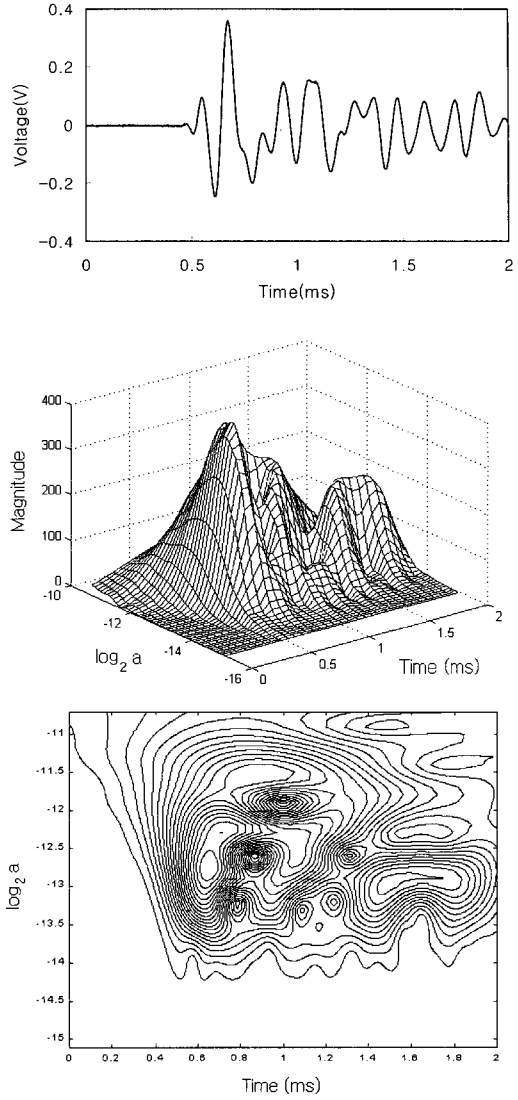


Fig. 5 Experimental results for the beam: waveform received at transducer S2 and its WT results (magnitude and contour plot)

여기서 $C_0 a = \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}$, $C_s = \sqrt{\frac{GK}{\rho}}$, $Q = \sqrt{\frac{I}{A}}$ 이며, 보정계수 $K=0.85$ 를 사용하였다. ω 의 함수로 k 가 구해지면 위상속도 $c_p = \omega/k$ 를 구할 수 있고 이로부터 군속도 $c_g = c_p + k \frac{d\omega}{dk}$ 를 구할 수 있다.

실험과 이론에 의해 주파수의 함수로 계산한 군속도 값을 비교해 보면 5~35 kHz 주파수 범위에서 서로 잘 일치함을 알 수 있다. 따라서 보에서 강구 낙하에 의해

발생한 파는 최저차 굽힘파에 해당함을 알 수 있다.

5.2. 알루미늄 판

Fig. 7, 8은 연필심을 알루미늄 판에 파단했을 때 발생된 판파의 원신호와 그것의 WT, 그리고 contour plot을 나타내며 센서 S1, S2에서 수신된 신호이다. 원신호에서 판파의 최저차 대칭 모드(S_0)인 신장파(extensional wave)

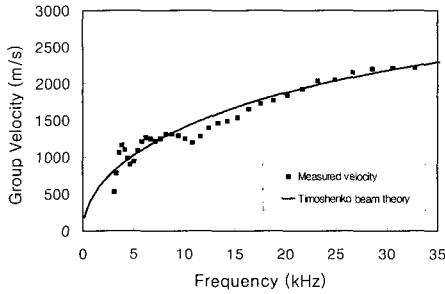


Fig. 6 Comparison of measured and predicted group velocities for the beam

가 먼저 나타나고 그 뒤에 최저차비대칭모드(A_0)인 굽힘파(flexural wave)가 나타난다. 이는 S_0 와 A_0 모드가 동시에 나타나도록 연필심을 판의 표면에 대하여 45° 방향으로 파단하였기 때문이다. 판의 표면 또는 측면에서 임의의 각도로 연필심을 파단시킴으로써 S_0 또는 A_0 가 지배적으로 나타나게 하거나 S_0 와 A_0 모두 지배적으로 나타나게 할 수 있다[17].

앞에서 언급한 바와 같이 각 주파수에서 WT의 최대값 발생 시간은 군속도의 전파시간이 되므로, 식 (15)에 $l_1=300$ mm, $l_2=600$ mm를 사용하고 두 센서에서 신

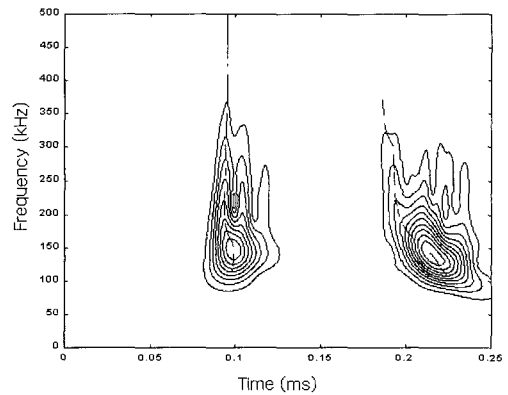
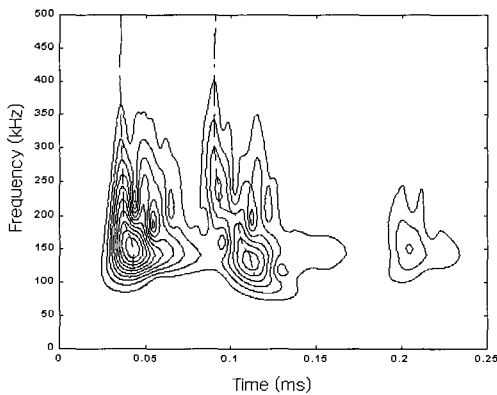
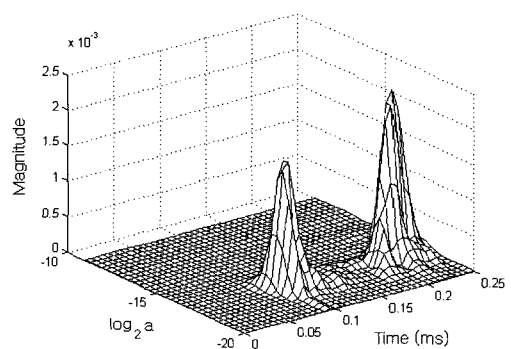
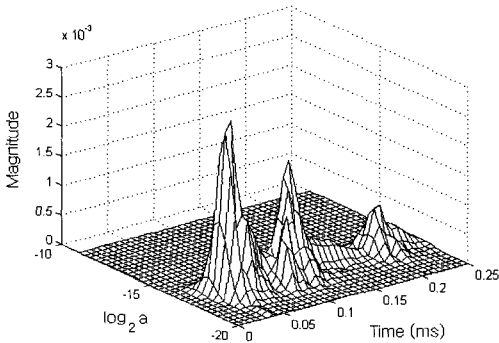
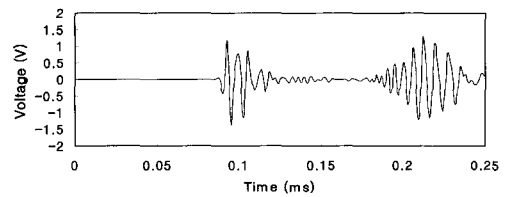
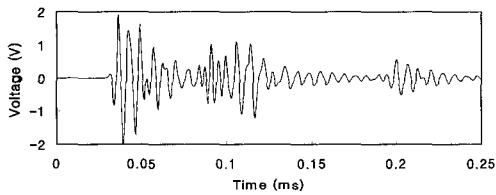


Fig. 7 Experimental results for the plate: waveform received at sensor S1 and its WT results (magnitude and contour plot)

Fig. 8 Experimental results for the plate: waveform received at sensor S2 and its WT results (magnitude and contour plot)

호의 도달시간 차이를 나누어줌으로써 군속도를 구할 수 있다. Contour plot에서 연결된 실선은 최대값을 이은 선이며 주파수에 따른 분산성이 나타남을 알 수 있다.

Fig. 9는 A_0 모드와 S_0 모드에 대한 군속도의 측정 결과를 나타내며, 이론식에 의한 예측값과 비교하였다. ‘●’, ‘◆’은 각각 실험에 의해 측정된 A_0 모드와 S_0 모드의 군속도 값이고, 점선과 실선은 이론적으로 계산한 값이다. 연필심 파단일 경우에는 50~400 kHz 범위까지 군속도를 측정할 수 있었다. 그 외 범위에서는 주파수 성분이 발생되지 않았거나 아주 미약해서 분석할 수 없었다. 평행한 두 면을 갖는 두께 $2h$ 인 등방성 판에서 전파하는 Lamb 파의 파수를 k , 각주파수를 ω , 종파 및 횡파속도를 각각 c_L , c_T 라고 하면 3차원 탄성론에 기초한 Rayleigh-Lamb 분산 관계식은 대칭 및 비대칭 모드에 대하여 각각 다음 식으로 주어진다[9].

$$\frac{\tanh(qh)}{\tanh(ph)} = -\frac{4k^2 pq}{(q^2 - k^2)^2} \quad \text{for symmetric mode} \quad (17)$$

$$\frac{\tanh(qh)}{\tanh(ph)} = -\frac{(q^2 - k^2)^2}{4k^2 pq} \quad \text{for antisymmetric mode} \quad (18)$$

여기서

$$p^2 = \frac{\omega^2}{c_L^2} - k^2, \quad q^2 = \frac{\omega^2}{c_T^2} - k^2 \quad (19)$$

WT 변환에 의해 측정된 군속도 값은 50~400 kHz 주파수 범위에서 이론 예측값과 아주 잘 일치한다. 따라서 판에서 연필심 파단에 의해 전파되는 파는 최저차 대칭모드(S_0)인 신장파와 최저차 비대칭 모드(A_0)인 굽힘파임을 확인할 수 있으며, 이 파들은 모두 속도가 주파수에 의존하는 분산성을 보인다.

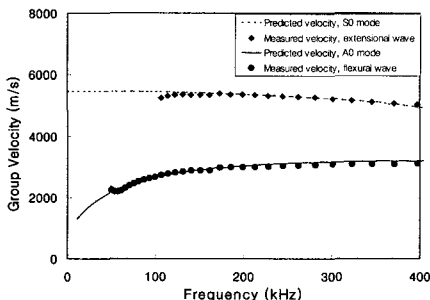


Fig. 9 Comparison of measured and predicted group velocities for the plate

6. 결 론

보와 판에서 충격하중으로 인하여 전파하는 파의 분산 해석을 위하여 웨이브렛 변환을 이용하였다. Gabor 웨이브렛을 이용한 WT는 분산성 파동의 시간-주파수 분석에 효과적인 도구였으며, 파의 군속도 결정에 필요한 시간차를 시간-주파수 분포의 최대값으로부터 구할 수 있었다. 보에서 강구 낙하에 의해 발생된 파는 5~35 kHz 주파수 범위가 지배적이었고, Timoshenko 보이론에 기초한 이론 군속도 값과 비교할 때 서로 잘 일치하였다. 따라서 보에서 강구 낙하에 의해 발생한 파는 최저차 굽힘파에 해당함을 확인할 수 있었다. 판에서 연필심 파단에 의해 발생된 파는 50~400 kHz 주파수 범위가 지배적이었고 군속도를 Rayleigh-Lamb 이론에 기초한 최저차 대칭모드(S_0)와 비대칭모드(A_0)와 비교할 때 아주 잘 일치하였다. 따라서 연필심 파단에 의해 판에서 전파된 파는 신장파와 굽힘파가 지배적으로 발생함을 확인하였다.

참고문헌

- [1] D. Noiret and J. Roget, "Calculation of wave propagation in composite materials using the Lamb wave concept", *Journal of Composite Materials*, Vol. 23, pp. 195-206, (1989)
- [2] G. D. Dean, "Use of plate bending waves for elastic property determination of polymers", *Composites*, Vol. 20, pp. 575-583, (1989)
- [3] M. Veidt and M. Sayir, "Experimental evaluation of global composite laminate stiffnesses by structural wave propagation", Vol. 24, pp. 688-706, (1990)
- [4] A. K. Mal, M. R. Gorman and W. H. Prosser, "Material characterization of composite laminates using low-frequency plate wave dispersion data", *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation*, D. O. Thompson and D. E. Chimenti eds., Plenum Press, New York, Vol. 11, pp. 1451-1458, (1992)
- [5] W. H. Prosser, J. Dorigi and M. R. Gorman, "Extensional and flexural waves in a thin-walled graphite/epoxy tube", *Journal of Composite Materials*, Vol. 26, pp. 2016-2027, (1992)
- [6] W. H. Prosser and M. R. Gorman, "Plate mode

- velocities in graphite/epoxy plates", *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 96, Part I, pp. 902-907, (1994)
- [7] S. M. Ziola and M. R. Gorman, "Source location in thin plates using cross-correlation", *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 90, pp. 2551-2556, (1991)
- [8] Y. Hayashi, S. Ogawa, H. Cho and M. Takemoto, "Non-contact estimation of thickness and elastic properties of metallic foils by the wavelet transform of laser-generated Lamb waves", *NDT&E International*, Vol. 32, pp. 21-27, (1999).
- [9] J. D. Achenbach, *Wave Propagation in elastic Solids*, North-Holland Publishing Company, Amsterdam, Netherlands, (1975)
- [10] J. F. Doyle, "An experimental method for determining the location and time of initiation of an unknown dispersive pulse", *Experimental Mechanics*, Vol. 27, pp. 229-233, (1987)
- [11] K. Choi and F.-K. Chang, "Identification of impact force and location using distributed sensors", *Journal of AIAA*, Vol. 34, pp. 136-142, (1996)
- [12] M. Tracy and F.-K. Chang, "Identifying impact load in composite plates based on distributed piezoelectric sensor measurements", *SPIE*, Vol. 2717, pp. 231-236, (1996)
- [13] D. E. Newland, "Wavelet analysis of vibration: part I: theory", *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 116, pp. 409-416, (1994)
- [14] K. Kishimoto, H. Inoue, M. Hamada and T. Shibuya, "Time-frequency analysis of dispersive waves by means of wavelet transform," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 62, pp. 841-846, (1995)
- [15] H. Inoue, K. Kishimoto and T. Shibuya, "Experimental wavelet analysis of flexural waves in beams", *Experimental Mechanics*, Vol. 36, pp. 212-217, (1996)
- [16] L. Gaul and S. Hurlebaus, "Identification of the impact location on a plate using wavelets", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 12, pp. 783-795, (1997)
- [17] H. Jeong and Y.-S. Jang, "Fracture source location in thin plates using the wavelet transform of dispersive waves", *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, Vol. 47, pp. 612-619, (2000)
- [18] H. Jeong and Y.-S. Jang, "Wavelet analysis of plate wave propagation in composite laminates", *Composite Structures*, Vol. 49, pp. 443-450, (2000)
- [19] 장영수, 정현조, "Wavelet 변환을 이용한 분산성 판파의 군속도와 음원 위치 결정", *대한기계학회논문집 A권*, 제24권 제4호, pp. 1024-1031, (2000)
- [20] 장영수, 정현조, "Wavelet 변환을 이용한 이방성 적층판의 판파 해석과 음원 위치 결정", *한국복합재료학회지*, 제13권 제1호, pp. 61-68, (2000)
- [21] R. Latif, E. H. Aassif, G. Maze, A. Moudden and B. Faiz, "Determination of the group and phase velocities from time-frequency representation of Wigner-Ville", *NDT&E International*, Vol. 32, pp. 415-422, (1999)
- [22] C. K. Chui, *An introduction to wavelets*, Academic Press, San Diego, USA, (1992)
- [23] M. Vetterli and J. Kovacevic, *Wavelets and subband coding*, Prentice Hall PTR, Upper Saddle River, USA, (1995)
- [24] J. F. Doyle, *Wave propagation in structures*, Springer-Verlag, New York, USA, (1989)