

단일 매체에서의 평면 초음파 탐촉자의 방사 음장 모델링 기법 Modeling of Radiation Beams from Ultrasonic Transducers in a Single Medium

송성진*, 김학준**

Sung-Jin Song* and Hak-Joon Kim**

초 록 초음파 탐촉자로부터 방사된 음장을 모델링하는 것은 초음파 측정 모델을 구성하는 첫 번째 단계이며, 그 정확도를 결정짓는 핵심 요소이기 때문에 지금까지 다양한 연구가 진행되었다. 본 논문에서는 지금까지 제안된 다양한 기법 중에서 현재 널리 사용되고 있는 Rayleigh-Sommerfeld 적분 모델, 경계회절파모델(boundary diffraction wave model), 가장자리요소모델(edge element model)에 대해 간략하게 논의하고, 이 세가지 모델을 적용하여 평면 원형 및 사각형 초음파 탐촉자의 방사 음장을 계산하고, 각 기법의 정확성과 계산 효율을 비교하였다.

주요용어 : 초음파탐촉자, 방사 음장, 모델링, Rayleigh-Sommerfeld 적분, 경계회절파, 가장자리요소

Abstract Modeling of radiation beam from ultrasonic transducers has been investigated extensively, since it is one of the most important, fundamental issues that have great influence on the accuracy of an ultrasonic measurement model. Here, three popular radiation models, namely the Rayleigh-Sommerfeld integral model, the boundary diffraction wave model and the edge element model, are discussed briefly, and the radiation beam fields from ultrasonic transducers with planar, circular and rectangular cross-sections are calculated using these three models. Then, the accuracy and the time-efficiency of these methods are compared based on the calculation results.

Keywords: ultrasonic transducers, radiation beam, modeling, Rayleigh-Sommerfeld integral, boundary diffraction wave, edge element

1. 서 론

최근 기계 구조물 등의 피검체에 내재하는 여러 가지 결함의 검출 확률(probability of detection: POD) 향상과 결함의 정량적 평가를 위해 초음파 측정 모델(ultrasonic measurement model) 개발에 관한 연구가 활발히 진행되고 있다. 초음파 측정 모델[1]은 탐촉자로부터 초음파 빔의 방사, 시험체 내부로의 전파, 결함으로부터의 산란, 그리고 산란된 초음파의 수신 등 물리적 현상에 대한 수식적 표현인데, 보다 실제적인 초

음파 탐상 시험 환경을 표현하기 위해서 탐촉자와 시험체 경계면에서 굴절 및 반사, 감쇠와 회절에 의한 손실, 전기적 노이즈 등도 포함되어야 한다. 초음파 측정 모델은 초음파 탐상 시험을 수행하지 않고도 검사 대상체의 형상 및 재질에 관한 정보를 가지고 임의의 위치에 존재하는 결함으로부터 반사되는 초음파 결함 신호를 미리 예측할 수 있을 뿐만 아니라, 더 나아가서는 이를 토대로 주어진 피검체 검사를 위한 초음파 탐상 시험의 최적 조건을 설정할 수 있기 때문에 국내·외적으로 다양한 연구가 부단히 수행되고 있다[2-4].

초음파 탐촉자로부터 방사된 음장을 모델링 하는 것은, 초음파 측정 모델을 구성하는 첫 번째 단계이며, 동시에 초음파 측정 모델의 정확도를 결정하는 핵심 요소이기 때문에 초음파 탐촉자 빔 방사 음장 모델에 관한 여러 가지 연구가 수행되어, 탐촉자의 종류와 형상에 따라 다양한 기법들이 제안되었다. 이러한 여러 가지 기법 중 다양한 형태의 탐촉자로부터 방사된 음장을 계산하기 위하여 가장 널리 사용되는 기법은 Rayleigh-Sommerfeld 적분 모델(5)이다. 이 기법은 표면을 미세하게 분할하여, 각 미소 분할 요소에서 구면파가 방사된다고 가정하고 각 요소 구면파의 중첩을 통해 초음파 탐촉자의 방사 음장을 계산하는 기법인데, O'Neil(6)은 이 적분 모델을 이용하여 물속에서 구형 집속 탐촉자의 중심축상(on-axis) 음압의 엄밀해를 구한 바 있다. 또한, Harris(7)는 초음파 방사 음장 계산에 유용한 기법들을 체계적으로 고찰·정리하였다. 그리고, 초음파 탐촉자의 방사 음장이 Gaussian 분포를 한다고 가정한 Gaussian 빔 모델(8)이 제안된 바 있는데, 이 기법은 경계를 갖는 재질로의 입사 음장을 쉽게 구할 수 있는 장점이 있어, Thompson과 Lopes(9)는 이러한 장점을 살려 Gaussian 초음파 빔의 집속 및 굴절에 대한 연구를 수행한 바 있다. 그리고, Cook과 Arnoult(10)는 Gaussian-Laguerre와 Gaussian-Hermite 함수를 이용하여 초음파 탐촉자의 근거리 음장을 계산하였으며, Newberry 등(11)은 Gaussian-Hermite 식을 이용하여 경계면이 있는 시험체의 집속형 탐촉자의 음장을 계산하였다. 그리고, Schmerr 등(12)은 O'Neil의 이론을 바탕으로 초음파 탐촉자의 방사 음장을 직접파와 가장자리파를 이용하여 계산할 수 있는 경계회절파모델(boundary diffraction wave model)을 제안하였다. 이 모델은 좌표계와 무관하게 직접파와 1차원 적분을 통해 가장자리파를 계산함으로써 다양한 형태의 초음파 탐촉자의 방사 음장을 효과적으로 구할 수 있는 기법이다. 또한, Lerch와 Schmerr(13)는 탐촉자면을 분할하여, 각 분할면의 가장자리(edge)의 음압을 계산하고 각 분할면의 음압을 합산함으로써 다양한 형태를 갖는 탐촉자의 음압을 계산할 수 있는 가장자리요소모델(edge element model)을 제안하였다.

본 논문에서는 초음파 측정 모델의 기반이 되는 초음파 탐촉자 방사 음장의 해석을 위해 제안된 여러 가지 기법 중에서 널리 사용되는 Rayleigh-Sommerfeld 적분 모델, 경계회절파 모델, 가장자리요소모델을 간략

히 소개하고, 위 모델들을 적용하여 단일 매질에서의 원형 및 사각형 초음파 탐촉자의 방사 음장을 계산함으로써, 각 기법들의 정확성과 계산 효율성을 비교·분석하고자 한다.

2. Rayleigh-Sommerfeld 적분 모델(5)

2.1. Rayleigh-Sommerfeld 적분

Fig. 1에 나타낸 바와 같이 임의의 형상을 갖는 탐촉자면(S)상의 점 x_0 에서 속도 $v_z(x_0, \omega)$ 로 발진된 초음파가 매질내의 한 점 x 에 형성하는 음압 $p(x, \omega)$ 는 Rayleigh-Sommerfeld 적분인 식 (1)과 같이 주어진다.

$$p(x, \omega) = \frac{-i\omega\rho}{2\pi} \int_S \left[v_z(x_0, \omega) \frac{\exp(ikr)}{r} \right] dS(x_0) \dots (1)$$

여기서, ω 는 각속도, ρ 는 매질의 밀도, k 는 파수(wave number), r 은 x_0 에서 x 까지의 거리이다.

식 (1)은 속도 $v_z(x_0, \omega)$ 가 어떠한 분포를 하더라도 적용할 수 있는 식이며, 만약 초음파 탐촉자 면상의 속도 분포가 $v_0(\omega)$ 로 일정한 피스톤 소스(source)인 경우, 식 (1)은 식 (2)로 쓸 수 있다.

$$p(x, \omega) = \frac{-i\omega\rho v_0}{2\pi} \int_S \left[\frac{\exp(ikr)}{r} \right] dS \dots \dots \dots (2)$$

그리고, 피스톤 탐촉자가 반경 a 인 원형일 경우, 그

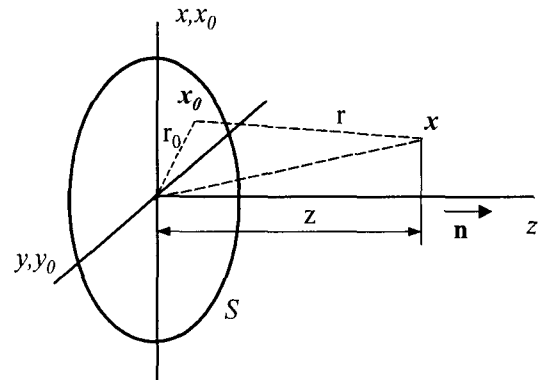


Fig. 1 Geometry for calculating the pressure of an ultrasonic transducer

중심축 상(on-axis)의 한 점(z)에서의 음장은 원형 탐촉자의 중심축 상 임밀해로 알려진 식 (3)으로 주어진다.

$$p(x, \omega) = \rho c v_0 \left[\exp(ikz) - \exp(ik\sqrt{a^2 + z^2}) \right] \dots\dots (3)$$

여기서, c 는 매질내에서 초음파의 속도이다.

2.2. 음장 계산 결과

여기서는 Rayleigh-Sommerfeld 적분 모델을 이용하여 원형 탐촉자의 초음파 빔 방사 음장을 계산하였다. Rayleigh-Sommerfeld 적분 모델을 적용하기 위해서는 Fig. 2와 같이 탐촉자면 S 를 dS 로 분할하여야 한다. 이때 분할면 dS 의 면적은 충분히 작아야 한다. 그렇지 않으면 근거리 음장의 음압 계산 결과의 정확성을 보장 할 수 없다. 따라서, 탐촉자면을 반경방향으로 25 등분하고, 각도 방향으로 25 등분하여 미소 분할 요소를 생성하여 중심축 상과 중심축 밖(off-axis)의 빔 방사 음장을 계산하였다. 초음파 방사 음장을 계산하기 위하여 사용한 탐촉자는 반지름이 6mm이고, 중심 주파수가 5MHz인 원형 탐촉자로서, 적용한 매질은 철(중파 속도: 5920m/s)이며, 탐촉자 면상의 속도 v_0 는 1mm/s로 설정하였다. 이러한 조건하에서 계산한 음장을 이후에 논의할 다른 두 가지 모델의 계산 결과와 함께 Fig. 3과 4에 나타내었다. 그리고, 중심축밖 음장의 경우 계산 결과의 정확성을 검증하기 위하여 중심 주파수 5MHz인 원형 피스톤 탐촉자에 대하여 근거리 음장($N = a^2/\lambda$, 여기에서 λ 는 파장)의 3배인 거리에서 Rayleigh-Sommerfeld 적분 모델을 이용하여 계산

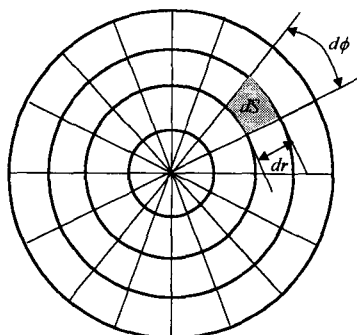


Fig. 2 Segmentation of the plane of a planar transducer for calculation of the Rayleigh-Sommerfeld integral

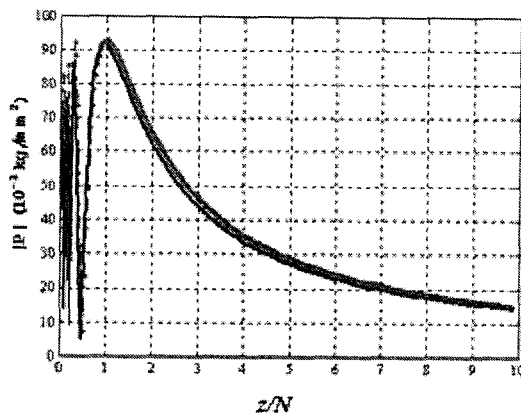


Fig. 3 Comparison of on-axis pressure profiles of a 12mm diameter, 5MHz planar transducer; z/N is the normalized distance from the transducer, where N is the near-field length of the transducer (solid line: edge element model(EEM), dot line: boundary diffraction wave model(BDW), *: Rayleigh-Sommerfeld integral(RSI))

한 결과와 원거리 음장 근사해인 식 (4)를 이용하여 계산한 결과를 Fig. 5에 비교하였다.

$$p(x, \omega) = (-i \omega \rho a^2 v_0) \frac{e^{ikR}}{R_0} \frac{J_1(ka \sin\theta)}{ka \sin\theta} \dots\dots (4)$$

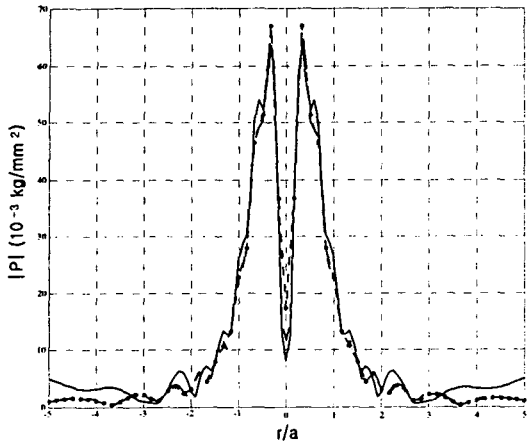
여기에서, R_0 는 탐촉자 중심점에서 점 x 까지의 거리이며, θ 는 z 축과 R_0 가 이루는 각이다.

3. 경계회절파모델(Boundary Diffraction Wave Model)[12]

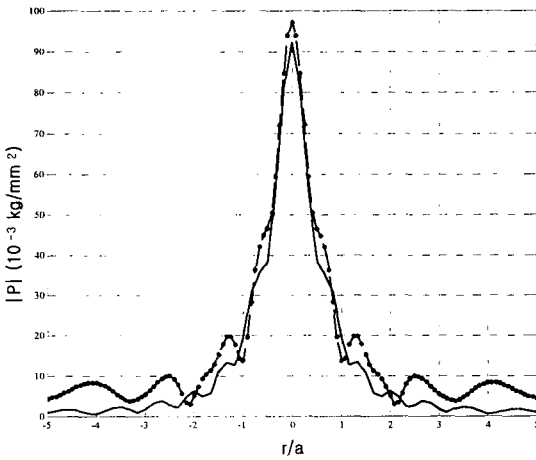
3. 1. 경계회절파모델

경계회절파모델은 2차원 면적분인 Rayleigh-Sommerfeld 적분을 Stokes의 정리를 이용하여 1차원 선적분으로 변환한 모델이다. 이 기법은 Fig. 6과 같이 음압을 계산하고자 하는 점의 위치가 메인 빔(main beam) 안쪽에 있는 경우, 바깥쪽에 있는 경우, 그리고 메인 빔 가장자리에 있는 경우를 각각 고려하여 계산한다.

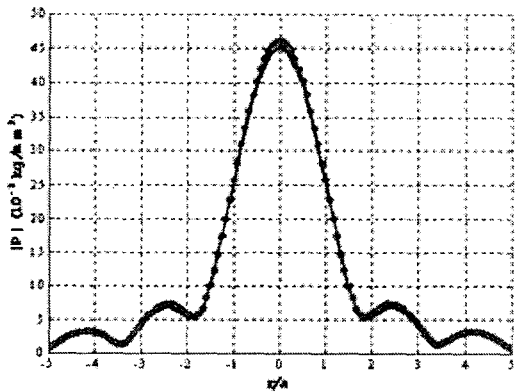
탐촉자의 면을 S , 점 x 를 탐촉자면을 포함하는 평면 상에 투영한 점을 y_0 , y_0 점에서 탐촉자 가장자리의 미세



(a) $zN = 0.5$



(b) $zN = 1.0$



(c) $zN = 3.0$

Fig. 4 Comparison of pressure profiles at three different distances ($zN = 0.5, 1.0, 3.0$) of a 12mm diameter, 5MHz planar transducer (solid line: EEM, dot line: BDW, *: RSI)

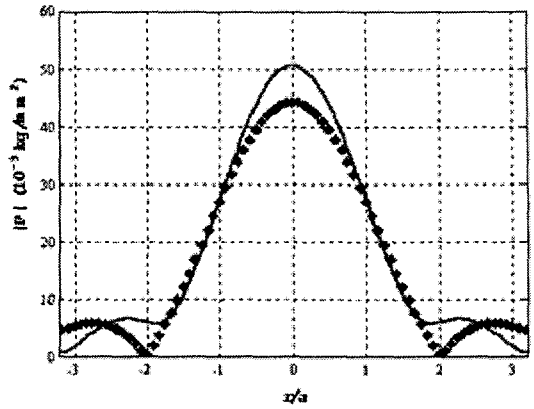


Fig. 5 Comparison of far-field pressure profiles at $z = 3.0N$ (solid line: Rayleigh-Sommerfeld integral, *: Far-Field Approximation)

분할 요소의 중점까지의 거리를 ρ_e , x 축과 ρ_e 가 이루는 각을 ϕ , 탐촉자 가장자리의 점에서 x 까지의 거리를 r_e , z 방향의 수직 벡터 n 과 r_e 가 이루는 각을 θ 라 하면, x 점에 서의 음압 $p(x, \omega)$ 는 식 (5)로 표현 할 수 있다[12].

$$p(x, \omega) = \rho c v_0 \left[\Theta e^{ikx} - \frac{1}{2\pi} \int_C e^{ikr_e} d\phi \right] \dots\dots\dots (5)$$

여기서, Θ 는 y_0 가 탐촉자 면 상에 있으면 1, 탐촉자 경계에 있으면 1/2, 그리고 탐촉자 면 밖에 있으면 0이며, C 는 탐촉자 경계선을 따라 반시계방향으로 그린 닫힌 선이다.

그러나, 식 (5)는 극좌표(ρ, ϕ)로 표현되었기 때문에 외형적으로 간단해 보이지만, 실제 음장 계산식에 적용

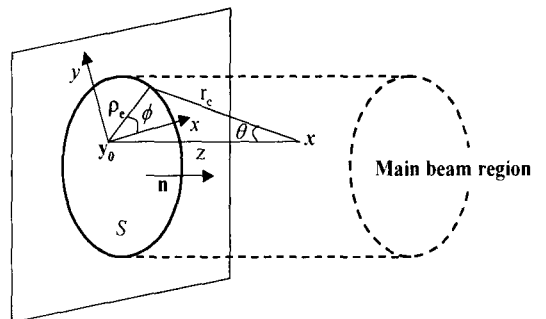


Fig. 6 Geometrical terms when pressure is evaluated at a point x

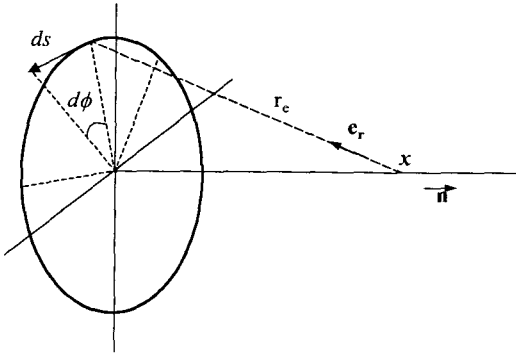


Fig. 7 Geometrical terms for defining the differential angle $d\phi$ in the coordinate-invariant form

할 경우 좌표축의 원점이 음압을 계산하는 점에 따라 변화하기 때문에 계산상의 번거로움이 있다. 따라서, 이를 불변 좌표계로 표시하는 것이 바람직하는데, 이를 위해서 Fig. 7에 나타낸 $d\phi$ 를 사용하여 식 (5)를 경계 회절파모델로 알려진 식 (6)으로 바꾸어 표현할 수 있다[12].

$$P(x, \omega) = \rho c v_0 \left[\Theta e^{ikz} - \frac{1}{2\pi c} \int \frac{e^{ikr_e} (\mathbf{n} \times \mathbf{e}_r) \cdot d\mathbf{s}}{r_e 1 - (\mathbf{n} \cdot \mathbf{e}_r)} \right] \dots \dots \dots (6)$$

여기서, ds 는 탐촉자 가장자리 점에서의 접선을 따라 각 $d\phi$ 가 되도록 이동한 거리이다.

3.2. 음장 계산 결과

경계회절파모델은 탐촉자 가장자리를 따라 충분히 작게 (반파장 이하로) 분할한 선분 ds 를 정의하고, 각 ds 별 음장을 계산하여 합산하는 방식으로 임의의 점 x 에서의 음압을 계산할 수 있다. 본 논문에서는 식 (5)를 사용하여 원형 탐촉자와 사각형 탐촉자의 중심축 상과 중심축 밖의 음장을 계산하였다.

3.2.1. 원형 탐촉자

원형 탐촉자의 경우, Fig. 8과 같이 25개의 요소로 분할하여 중심축 상의 음장을 계산하고 식 (3)의 엄밀해와 계산결과를 비교하였다. 또한, 중심축 밖의 경우,

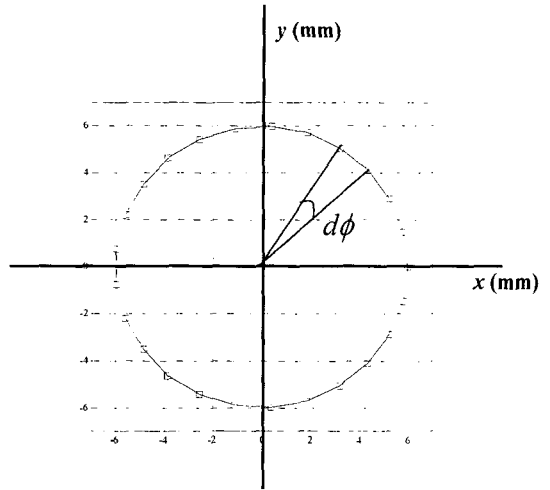


Fig. 8 Geometry of division along a circular transducer edge for adopting the boundary diffraction wave model

근거리 음장(N)의 0.5배, 1배, 3배에 해당하는 위치에서 음장을 계산하고, Rayleigh-Sommerfeld 적분값과 비교하였다. 본 논문에서 초음파 방사 음장을 계산하기 위하여 고려한 탐촉자는 반지름이 6mm이고, 중심 주파수가 5MHz인 탐촉자이며, 매질은 철, 그리고 탐촉자 면상의 속도는 $v_0 = 1\text{mm/s}$ 로 설정하였다. 방사 음장의 계산결과는 Fig. 3과 4에 나타내었다.

3.2.2. 사각형 탐촉자

장축 길이 18mm, 단축 길이 6mm, 중심 주파수가 5MHz인 사각형 탐촉자를 가장자리를 따라 Fig. 9에 나타낸 바와 같이 장축을 25 등분, 단축을 25 등분하여 중심축 상의 음장과 중심축 밖의 음장을 구하였다. 방사 음장 계산결과는 Fig. 10과 11에 나타내었다.

4. 가장자리요소모델(Edge Element Model)[13]

4.1. 가장자리요소모델

가장자리요소모델은 평판형 또는 곡률이 있는 탐촉자의 음장을 계산 할 수 있는 모델로서, 탐촉자면을 충분히 작게 나누어 각 요소의 음장을 계산하고, 계산 결과를 중첩함으로써 탐촉자의 방사 음장을 계산한다. 이 모델은 각 요소의 면적을 통해 음장을 계산하는 Rayleigh-

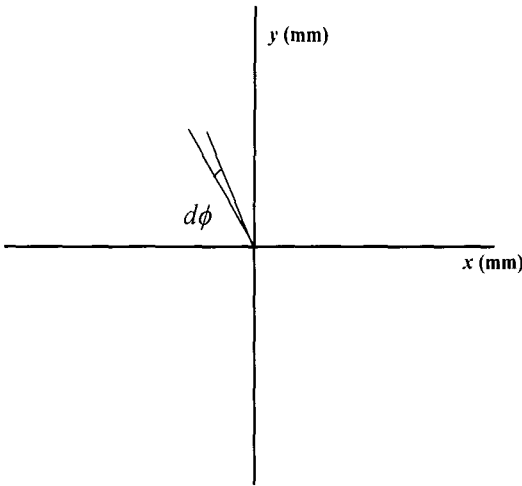


Fig. 9 Geometry of division along a rectangular transducer edge for adopting boundary diffraction wave model

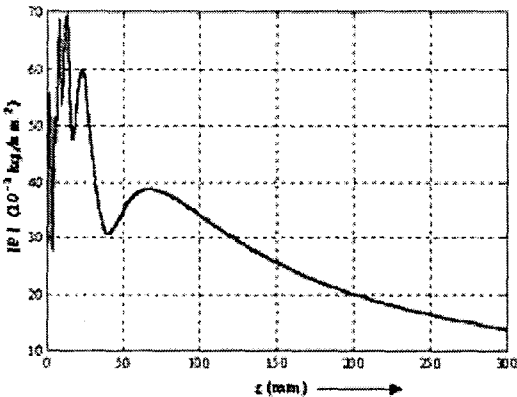
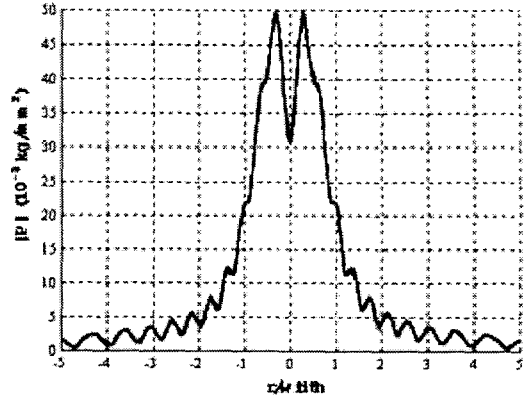


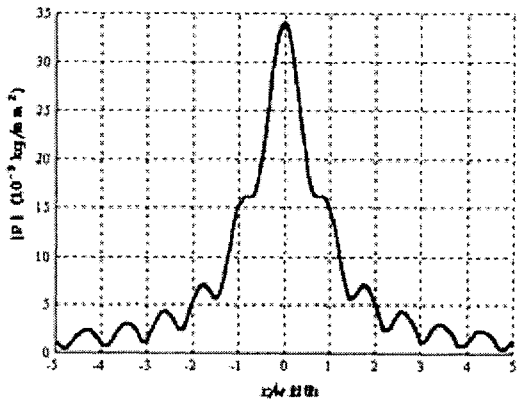
Fig. 10 Comparison of pressure profiles of 5MHz, planar rectangular transducer with 18mm in width and 6mm in height (solid line: EEM, dot line: BDW)

Sommerfeld 적분식에 Stokes의 정리를 적용하여 각 요소 가장자리의 선 적분으로 변환한 모델이다.

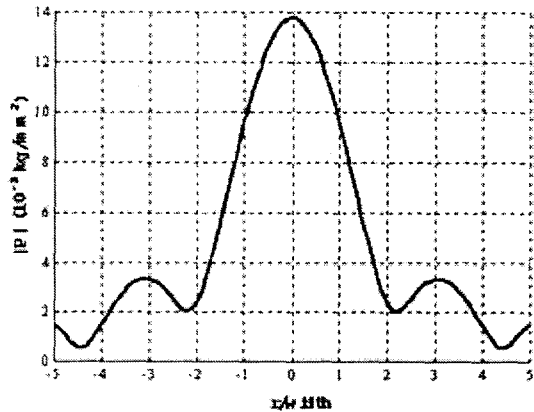
Fig. 12 (a)에 나타난 바와 같이 임의의 점 x 에서 m 번째 분할요소 ΔS_m 상의점 ξ 까지 거리를 r , 분할 요소의 중심점 ξ_0^m 에서 ξ 까지의 벡터를 ξ' , ξ_0^m 에서 점 x 까지 거리를 r_0^m , ξ_0^m 에서 점 x 방향으로의 단위벡터 e_0^m , e_0^m 과 ΔS_m 면의 수직 벡터 n^m 이 이루는 각을 θ_m , ξ_0^m 점에서 점 y_0 (x 점을 분할 요소 ΔS_m 가 포함된 평면에 투영한 점)으로의 단위 벡터를 $e_{||}$, e_{\perp} 와 n^m 에 모두 수직인 단



(a) $z = 40\text{mm}$



(b) $z = 100\text{mm}$



(c) $z = 300\text{mm}$

Fig. 11 Comparison of off-axis pressure profiles at three different distances ($z = 40\text{mm}$, 100mm , 300mm) of 5MHz, planar rectangular transducer with 18mm in width and 6mm in height (solid line: EEM, dot line: BDW)

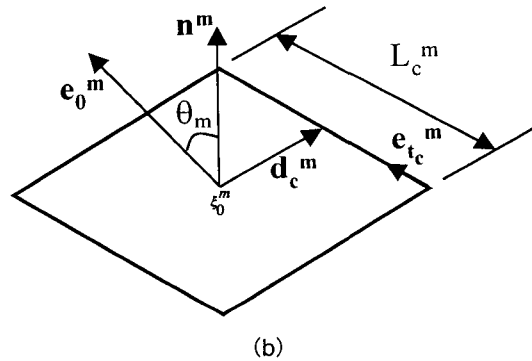
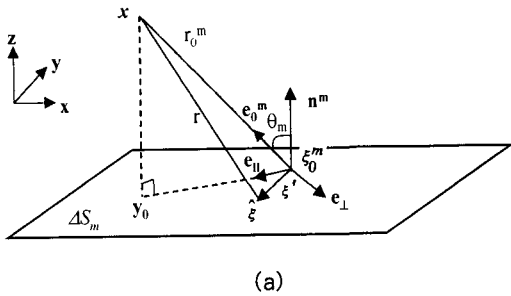


Fig. 12 (a) Geometry of small, planar area element, and (b) geometry associated with an edge of a planar area element

위벡터를 e_{\perp} 로 정의하면, 매질내의 한 점 x 에서의 음압 $p(x, \omega)$ 는 가장자리요소모델로 알려진 식 (7)로 구할 수 있다[13].

$$p(x, \omega) = \frac{\rho c v_0}{2\pi} \sum_{m=1}^M \sum_{c=1}^C \frac{\exp[ik r_0^m]}{r_0^m} I_{mc} \dots\dots\dots (7)$$

여기에서, $m(m=1,2,\dots,M)$ 은 각 분할 요소에 대한 합을 위한 지수, $c(c=1,2,\dots,C)$ 는 각 분할 요소 변에 대한 합을 위한 지수이며, I_{mc} 는 식 (8)과 같이 정의된다.

$$I_{mc} = \frac{(n^m \times e_0^m) \cdot L_c^m}{\sin\theta_m} \exp[-ik \sin\theta_m (e_{\eta}^m \cdot d_c^m)] \times \frac{\sin[k \sin\theta_m (e_{\eta}^m \cdot L_c^m)/2]}{[k \sin\theta_m (e_{\eta}^m \cdot L_c^m)/2]} \dots\dots\dots (8)$$

여기에서, d_c^m 은 ξ_0^m 에서 c 번째 선분의 중점으로 향하

는 벡터, e_{tc}^m 은 c 번째 선분의 단위벡터, L_c^m 은 그 선분의 총 길이인데, 이들 변수에 대한 정의를 Fig. 12 (b)에 나타내었다. 그리고, 식 (8)은 θ_m 이 0일 때 특이해를 갖게 되는데, 특이점에서의 I_{mc} 값은 근사적으로 식 (9)와 같이 주어진다[13].

$$\lim_{\theta_m \rightarrow 0} \sum_{c=1}^C I_{mc} = -ik \Delta S_m \dots\dots\dots (9)$$

특히, 분할 요소가 직사각형인 경우에는, 식 (8)의 I_{m1} ($c=1$ 인 경우)와 I_{m3} ($c=3$ 인 경우)는 식 (10)과 같이 간략히 쓸 수 있다.

$$I_{m1} + I_{m3} = -ika_m b_m \cos^2\phi_m \frac{\sin[A]}{[A]} \frac{\sin[B]}{[B]} \dots\dots\dots (10)$$

여기서, a_m 는 분할 요소의 높이 방향 길이, b_m 는 분할 요소의 폭 방향 길이, ϕ_m 는 사각분할 요소의 중점에서 e_{η}^m 과 d_c^m 이 이루는 각이며, $A = k(a_m/2)\sin\theta_m \sin\phi_m$, 그리고 $B = k(b_m/2)\sin\theta_m \cos\phi_m$ 이다. 그리고, I_{m2} ($c=2$ 인 경우)와 I_{m4} ($c=4$ 인 경우)는 식 (11)과 같이 나타낼 수 있다.

$$I_{m2} + I_{m4} = -ika_m b_m \sin^2\phi_m \frac{\sin[A]}{[A]} \frac{\sin[B]}{[B]} \dots\dots\dots (11)$$

따라서, 식 (10)과 (11)을 이용하면 가장자리요소모델인 식 (7)은 분할 요소가 직사각형인 경우에는 식 (12)로 표현된다[13].

$$p(x, \omega) = -\frac{i \omega \rho v_0}{2\pi} \sum_{m=1}^M a_m b_m \frac{\exp(ik r_0)}{r_0} \frac{\sin[A]}{[A]} \frac{\sin[B]}{[B]} \dots\dots\dots (12)$$

4. 2. 계산결과

4. 2. 1. 원형 탐촉자

3절의 경계회절파모델에 적용하였던 동일한 조건으로 원형 탐촉자의 중심축 상과 중심축 밖의 방사 음장을 계산하였다. 우선, 가장자리요소모델에 적용하기 위해서는 탐촉자 면을 분할하여야 하는데, 본 논문에서는

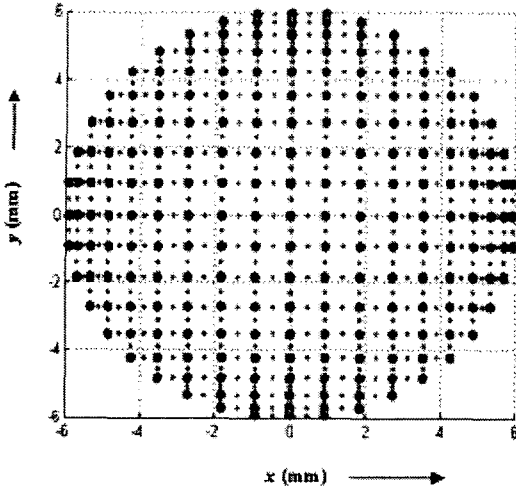


Fig. 13 Discretization of the circular transducer surface by rectangles for adopting the edge element model

계산의 편의를 위하여 원형 탐촉자의 경우에는 Fig. 13에 보인 바와 같이 100개의 미세 사각형 요소로 분할하였으며, 각 요소의 중심점 및 각 요소 모서리의 중점을 구하여 중심축 상과 중심축 밖의 음장을 계산하였다. 방사 음장 계산결과는 Fig. 3과 4에 나타내었다.

4. 2. 2. 사각형 탐촉자

사각형 탐촉자의 경우도 원형 탐촉자의 경우와 마찬가지로 3절의 경계회절파모델에 적용하였던 동일한 조

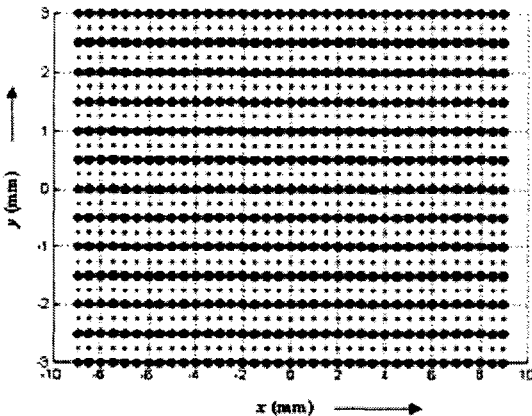


Fig. 14 Discretization of the rectangular transducer surface by rectangles for the edge element model

건으로 사각형 탐촉자의 중심축 상과 중심축 밖의 방사 음장을 계산하였다. 본 논문에서는 사각형 탐촉자를 Fig. 14와 같이 432개의 미세 사각형 요소로 분할하였고, 각 요소의 중심점 및 각 요소 모서리의 중점을 구하여 중심축 상과 중심축 밖의 음장을 계산하였다. 방사 음장 계산결과는 Fig. 10과 11에 나타내었다.

5. 각 기법별 방사 음장 계산 결과 비교

본 절에서는 2절, 3절, 4절에서 언급하였던 Rayleigh-Sommerfeld 적분 모델, 경계회절파모델, 그리고 가장자리요소모델을 원형과 사각형 탐촉자의 중심축 상과 중심축 밖의 방사 음장 계산에 적용하여 각 기법별 음장 계산값의 정확성을 비교하고, 각 기법별 음장 계산 효율성을 구함으로써, 효과적인 초음파 방사 음장 모델 기법을 제시하고자 한다.

5. 1. 각 기법별 초음파 방사 음장 계산의 정확성

5. 1. 1. 원형 탐촉자

Fig. 3은 앞 절(2.2절, 3.2절, 4.2절)에서 언급한 바와 같이 지름 12mm, 중심 주파수 5MHz, 탐촉자면상의 속도 $v_0 = 1\text{mm/s}$ 인 초음파 탐촉자가 철속에서 만드는 중심축상의 방사 음장을 세가지 모델(Rayleigh-Sommerfeld 적분 모델, 경계회절파모델, 가장자리요소모델)을 이용하여 탐촉자면에서부터 근거리 음장의 10배에 해당하는 거리까지 계산한 결과이며, Fig. 4는 중심축 상의 음압이 최저인 근거리 음장의 절반이 되는 점, 중심축 상의 음압이 최대가 되는 점, 그리고, 근거리 음장의 3배에 해당하는 거리에서 중심축 밖의 음장을 세가지 모델을 이용하여 계산한 결과이다. Fig. 3과 4에 나타낸 바와 같이 Rayleigh-Sommerfeld 적분 모델과 경계회절파모델의 경우 근거리 음장에서 약간의 오차가 있을 뿐 거의 동일한 결과를 보여주고 있다. 특히, 원거리 음장에서는 두 기법의 값이 완전히 일치함을 알 수 있다. 이에 반해 가장자리요소모델의 경우에는 전반적으로 약간의 오차가 있음을 알 수 있다. 그러나, 이 오차는 계산결과의 정확성 뿐만 아니라 초음파 방사 음장 계산시간을 통해 계산 효율성을 검증할 목적으로 분할 요소의 수를 제한하였기 때문에 분할 요소의 크기를 충분히 작게 취하지 않음으로 인해 발생한 오차로 판단된다.

5. 1. 2. 사각형 탐촉자

각 사각형 탐촉자의 계산 정확성을 비교하기 위하여 3절과 4절에서 언급한 경계회절파모델과 가장자리요소 모델을 사용하여 폭 18mm, 높이 6mm, 중심 주파수 5MHz, 탐촉자 면상의 속도 $v_0 = 1\text{mm/s}$ 인 탐촉자가 철속에서 만드는 음장을 Fig. 9와 Fig. 14에 나타낸 요소 분할을 이용하여 계산하였다. Fig. 10은 중심축 상의 음장을 z축을 따라 탐촉자면에서부터 300mm 까지 계산한 결과이고, Fig. 11은 탐촉자 면에서 z축 방향으로 40mm, 100mm, 300mm 떨어진 지점의 중심축 밖 음장을 계산한 결과이다. Fig. 10에 보인 바와 같이 경계회절파모델과 가장자리요소모델을 이용하여 중심축상 방사 음장을 계산한 결과가 완전히 일치함을 볼 수 있다. 이렇듯, Fig. 3과 Fig. 4에 나타낸 원형 탐촉자에 대한 결과에 비해 가장자리요소모델의 계산 정확성이 크게 향상된 이유는 가장자리요소모델에 적용할 분할 요소를 432개로 충분히 많이 취했기 때문이다.

5. 2. 각 기법별 초음파 방사 음장 계산 효율성

초음파 측정 모델의 개발을 위해서는 초음파 방사 음장의 계산을 정확하면서도 빠르게 수행할 수 있는 기법이 바람직하다. 따라서, 본 논문에서는 원형 탐촉자의 중심축상과 중심축 밖의 음장 계산에 소요되는 시간을 비교함으로써 각 기법별 계산 효율성을 평가하였다. 음장 계산에 소요되는 시간을 정확하게 측정하기 위하여 Rayleigh-Sommerfeld 적분 모델과 가장자리요소모델의 경우 탐촉자면을 100 등분하였으며, 경계회절파모델도 다른 두 모델의 경우와 마찬가지로 탐촉자 경계선을 따라 100 등분하였다. 그리고, 음장 계산 거리는 중심축 상의 경우 탐촉자면($z=0$)에서 부터 300mm 까지 1mm 간격으로 300 지점의 음장을 계산하였으며, 중심축 밖의 경우에는 탐촉자의 중점을 기준으로 x축을 따라 -30mm부터 30mm까지 0.5mm 간격으로 120 지점의 음장을 계산하였다. 초음파 방사 음장 계산을 위하여 사용된 컴퓨터의 CPU는 Pentium II(400MHz)이며, 메모리의 크기는 128MByte인 일반적인 사양의 컴퓨터를 사용하였으며, 소요된 계산 시간의 정확한 측정을 위하여 Matlab에서 제공하는 시간 측정 함수를 사용하여 10^{-3} 초의 정밀도로 측정하였다. 각 기법별 중심축 상과 중심축 밖의 음장 계산에 소요된 시간을 Fig. 15에 나타내었다. Rayleigh-Sommerfeld 적분 모델의 경우 중심축 상 음장 계산에

56.68초, 중심축 밖 음장 계산에 29.39초가 소요되었으며, 경계회절파모델의 경우 중심축 상 음장 계산에 2.60초, 중심축 밖 음장 계산에 3.103초가 소요되었다. 그리고, 가장자리요소모델의 경우 중심축 상 음장 계산에 24.58초, 중심축 밖 음장 계산에 22.89초가 소요되었다. 결과적으로, Rayleigh-Sommerfeld 적분 모델이 중심축 상과 중심축 밖의 두 가지 모두 가장 긴 계산시간이 소요되었으며, 경계회절파모델의 계산시간이 가장 짧게 걸렸다. 그 이유는 Rayleigh-Sommerfeld 적분 모델은 분할 요소의 면적 적분을 통해 방사 음장을 계산하는 반면, 다른 두 기법은 면적 적분을 수행하지 않고, 경계회절파모델의 경우는 탐촉자 모서리를 따라 선적분을 통해 음장을 계산하고, 가장자리요소모델의 경우 적분 항이 없이 각 요소에서의 음장의 합으로만 구하기 때문이다. 그리고, 가장자리요소모델의 경우 단순한 합에 의해 계산하지만, 각 분할 요소의 각 변의 계산 결과를 합하여 각 요소의 음장을 구하고, 각 요소의 계산 결과를 다시 합해야 하기 때문에 경계회절파모델의 경우 보다 계산 시간이 더 많이 소요되었다. 본 논문에서 비교한 세가지 초음파 방사 음장 계산 모델 중 정확도 및 계산 효율성 측면을 고려해 볼 때 경계회절파 모델이 가장 효과적인 모델인 것으로 판단된다.

위 내용을 토대로, 초음파 방사 음장 계산에 가장 효과적인 경계회절파모델을 적용하여 원형 및 사각형 탐촉자의 2차원 방사 음장을 Fig. 16 및 Fig. 17과 같이 구하였다. Fig. 16은 직경이 12mm, 중심 주파수가 5MHz, 탐촉자면상의 속도가 $v_0 = 1\text{mm/s}$ 인 탐촉자가 철속에서 만드는 방사 음장을 x축으로 0mm에서 120mm까지, z축으로 0mm에서 250mm까지 1mm 단위로 등분하여 구한 결과이다. 그리고, Fig. 17은

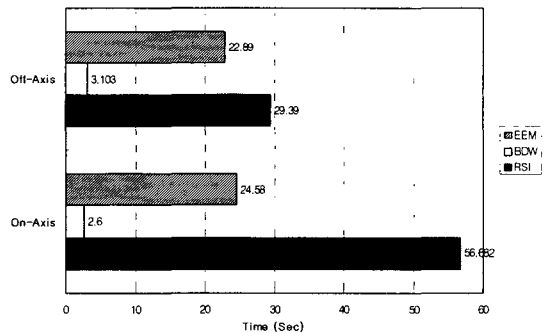


Fig. 15 Comparison of calculation time of three different models

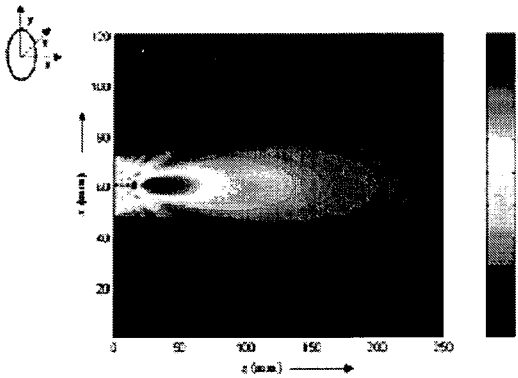


Fig. 16 A two-dimensional cross-sectional plot showing the magnitude of the normalized pressure wave field of a 5MHz ultrasonic transducer with a diameter of 12mm

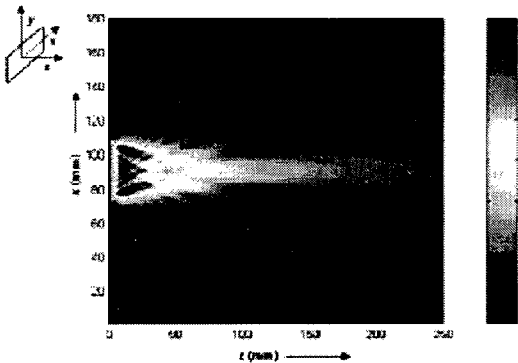


Fig. 17 A two-dimensional cross-sectional (in the $x-z$ plane) plot showing the magnitude of the normalized pressure wave field of a 5MHz, 18mm \times 6mm rectangular transducer

폭 18mm, 높이 6mm이고, 중심 주파수 5MHz, 탐촉자면상의 속도 $v_0 = 1\text{mm/s}$ 인 사각형 탐촉자가 철속에서 만드는 방사 음장을 x 축으로 0mm에서 180mm까지, z 축으로 0mm에서 250mm까지 1mm 단위로 등분하여 구한 결과이다.

6. 결론

본 논문에서는 초음파 측정 모델 개발을 위한 첫 번째 단계이고, 동시에 개발 모델의 정확성을 결정짓는

중요한 인자 중의 하나인 초음파 방사 음장을 계산하는 모델들 중에서 Rayleigh-Sommerfeld 적분 모델, 경계회절파모델, 가장자리요소모델을 적용하여 원형 및 사각형 탐촉자의 중심축 상과 중심축 밖의 방사 음장을 계산하였으며, 계산 결과를 토대로 각 기법의 정확도와 계산 효율성을 비교하여 보았다.

각 기법의 수치적 계산에 필요한 분할 요소의 수를 같게 한 상태에서 초음파 방사 음장 계산의 정확성을 비교해 보면, Rayleigh-Sommerfeld 적분 모델과 경계회절파모델이 우수하였다. 그리고, 계산 효율성 평가를 위해 각 기법별 초음파 음장 계산 시간을 Matlab을 이용하여 측정하였는데, Rayleigh-Sommerfeld 적분 모델의 경우 중심축 상 음장 계산 시간이 다른 두 기법에 비해 더 많이 소요(경계회절파모델 보다 약 21.8배, 가장자리요소모델 보다 2.3배)되었으며, 중심축 밖 음장의 경우도 다른 두 기법보다 더 많은 계산 시간(경계회절파모델 보다 약 7배, 가장자리요소모델 보다 1.3배)이 소요되었다. 여기에서, 중심축 상 음장 계산시간 비율이 중심축 밖 음장 계산 시간 비율보다 더 높게 나타난 것은 중심축 상 음장 계산 지점수(300지점)가 중심축 밖 음장 계산 지점수(120지점) 보다 많기 때문에 계산에 소요되는 컴퓨터 메모리 사용량의 증가에 따른 계산 시간의 지연에 기인한 것이다. 반면, 경계회절파모델은 다른 두 모델에 비해 중심축 상과 중심축 밖의 경우 모두 계산 시간이 가장 작게 소요되었다.

이상의 논의를 종합해 볼 때, Rayleigh-Sommerfeld 적분 모델의 경우 계산 정확도 면에서는 아주 훌륭하지만 계산 시간 면에서는 매우 비효율적임을 알 수 있었다. 그리고, 가장자리요소모델은 계산 시간 관점에서는 Rayleigh-Sommerfeld 적분 모델 보다는 빠르지만 초음파 방사 음장 계산결과 정확도를 높이기 위해서는 분할 요소를 아주 작게 하여야 할 뿐만 아니라, 실제 계산 과정도 다른 두 기법에 비해 번거로운 단점을 지니고 있음을 확인 할 수 있었다. 반면, 경계회절파모델의 경우 초음파 방사 음장 계산 결과 정확도 및 계산효율성 측면에서 모두 다른 두 기법 보다 우수한 함을 알 수 있었다. 따라서, 초음파 측정 모델 개발을 위해 초음파 방사 음장을 구하고자 할 때 경계회절파모델을 사용하는 것이 효과적이라 판단된다.

후 기

본 논문은 한국과학재단 산하 산업설비 안전성평가 연구센터의 연구비 지원으로 이루어진 것으로서, 이에

관계자 여러분들께 감사 드립니다.

참고문헌

- [1] R. B. Thompson and T. A. Gray, "A model relation ultrasonic scattering measurements through liquid-solid interfaces to medium scattering amplitudes," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 74, pp. 1279-1290, (1983)
- [2] J. D. Achenbach, "Mathematical Modeling for Quantitative Ultrasonics," *Nondestr. Test. Eval.*, Vol. 8-9, pp. 363-377, (1992)
- [3] D. A. Hutchins and G. Hayward, "Radiated fields of ultrasonic transducers," *Physical Acoustics: Ultrasonic measurement methods*, eds. R. N. Thurston and A. D. Pierce, Academic press, New York, Vol. 19, pp. 1-80, (1990)
- [4] L. W. Schmerr, *Fundamentals of ultrasonic nondestructive evaluation: A modeling approach*, Pleum, New York, USA, (1998)
- [5] J. W. S. Rayleigh, *The Theory of Sound*, Vol. 2, Dover, New York, (1945)
- [6] H. T. O'Neil, "Theory of Focusing Radiators," *J. Acoust. Soc. Am.*, pp. 516-526, (1949)
- [7] G. R. Harris, "Review of Transient Field Theory for a Baffled Planar Piston," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 70, No. 1, pp. 10-19, (1981)
- [8] R. T. Beyer and S. V. Letcher, *Physical Ultrasonics*, Chap. 1, Academic Press, New York, (1969)
- [9] R. B. Thompson, E. F. Lopes, "The Effect of Focusing and Refractoin on Gaussian Ultrasonic Beam," *J. Nondestr. Eval.*, Vol. 4, No. 2, pp. 107-123, (1984)
- [10] B. D Cook, W. J. Arnoult, "Gaussian-Laguerre/Hermite Formulation for the nearfield of an Ultrasonic Transducer," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 59, No. 1, pp. 9-11, (1976)
- [11] B. P. Newberry, T. A. Gray, E. F. Lopes, and R. B. Thompson, "Evaluation of Ultrasonic Beam Models for the Case of a Pistion Transducer Radiation Through a Liquid-Solid Interfeace," in *Review of Progress in Quantitative NDE*, Vol. 5A, eds. D. O. Thompson and D. E. Chimenti, Plenum, New York, pp. 127-138, (1986)
- [12] L. W. Schmerr, A. Sedov, T. P. Lerch, "A boundary diffraction wave model for spherically focused ultrasonic transducer," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 101, No. 3, pp. 1269-1277, (1997)
- [13] T. P. Lerch, L. W. Schmerr, "Ultrasonic Beam Models: An Edge Element Approach," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 104, No. 3, pp. 1-10, (1998)