

차량 성능 및 안정성 향상을 위한 H_∞ 요 모멘트 강인제어

안 우 성* · 박 종 현**
(1999년 8월 28일 접수)

H_∞ Robust Yaw-Moment Control Based on Brake Switching for the Enhancement of Vehicle Performance and Stability

Woo Sung Ahn and Jong Hyeon Park

Key Words : H_∞ control(H_∞ 제어), Yaw Moment Control(요 모멘트 제어), Yaw Rate(요 속도), Side Slip Angle(횡 미끄럼 각), μ -Analysis(μ -해석), Switching Control Scheme(전환 제어 방법), Vehicle Stability(차량 안정성)

Abstract

This paper proposes a new H_∞ yaw moment control scheme using brake torque switching for improving vehicle performance and stability especially in high speed driving. In the scheme, one wheel is selected, depending on the vehicle states, at which a brake torque for control is applied. Steering angles are modeled as a disturbance to the system and the H_∞ controller is designed to minimize the difference between the performance of the vehicle and that of the desired model. Its performance robustness as well as stability robustness to system parameter variations is assured through μ -analysis. Various simulations with a nonlinear 8-DOF vehicle model show that proposed controller enhances the vehicle performance and stability under disturbances and parameter variations as well as under the normal driving condition.

1. 서 론

최근에 시장성이 취약해진 4WS 시스템에 대한 대안으로서 요 모멘트 제어 시스템이 활발히 연구, 개발되고 있다. 요 모멘트 제어는 차량이 우수한 주행 성능과 안정성을 얻을 수 있도록 적절한 양의 요 모멘트를 발생시킨다. 필요한 요 모멘트는 능동적으로 차량의 한 쪽 방향에만 구동력을 증가시키거나 혹은 제동력을 가함에 의해 생성될 수 있다.

1990년대 초반부터 요 모멘트 제어를 위한 많은 연구가 있어 왔는데 몇몇 연구들은 요 모멘트 발생에 필요한 요인은 무시한 채 4WS 과 함께 작동하는 요 모멘트 제어의 제어 로직 개발에만 국한되었다.^(1,2) 몇몇 연구들은 요 모멘트 생성을 위

해 제동력을 사용하면서 실제 차량 상태와 기준 모델의 상태와의 사이의 오차를 보상하기 위해 PID 제어 또는 LQ 최적 제어를 제안하였다.⁽³⁻⁵⁾ 그리고 많은 연구들이 마찬가지로 요 모멘트 생성을 위해 제동력을 사용하면서 충분한 횡 방향 힘과 종 방향 힘을 얻기 위한 슬립률을 제어하기 위해 이루어졌다.^(3,6) 그러나, 그러한 연구들 중 대부분이 차량이 주행 중에 필연적으로 발생하는 차량의 파라미터와 외란의 불확실성에 대해 강인성을 보장하지 못하고 있다. 실제 주행 상황에서 차량과 노면의 조건은 연속적으로 변화하므로 능동 제어 시스템이 실제 주행 상황에서 안전하게 사용되기 위해서는 충분한 성능 강인성과 안정도 강인성을 확보해야만 한다.

본 논문에서는 요 모멘트 생성을 위한 제동 토크를 제어하기 위해 기존의 방식⁽³⁾과는 다른 전환 제어 방법과 이를 이용한 H_∞ 최적 요 모멘트 제어를 제안한다. 전환 제어 방법은 차량의 주행 상태에 따라 요 모멘트를 발생시키는데 있어서 가장 효과적인 하나의 차륜에 제동 토크를 가하는 것이고 H_∞ 제어는 시스템 파라미터의 변화와 외란에

* 한양대학교 대학원 정밀기계공학과

** 회원, 한양대학교 기계공학부

E-mail : jongpark@email.hanyang.ac.kr
TEL : (02)2290-0435 FAX : (02)2290-4634

대해서도 강인한 안정성과 강인한 성능을 보장한다. H_∞ 제어기는 2 자유도 선형 차량 모델을 기반으로 얻어지고 기준 모델의 거동을 따르도록 설계된다. 설계된 제어기를 적용한 전륜 구동, 전륜 조향 차량의 주행에 대한 시뮬레이션들이 수행되었다.

2 장에서는 사용된 차량 모델의 횡 방향과 요 방향의 동역학 및 타이어 모델을 설명하였다. 3 장에서는 기준 모델과 차륜의 선정 방법인 전환 제어 방법을 설명하였고, H_∞ 제어기를 설계하였으며 안정도 강인성 및 성능 강인성에 대해 μ -해석을 수행하였다. 4 장에서는 시뮬레이션을 통해 제안된 제어기의 성능을 검증하였으며, 마지막으로 5 장에서 결론을 제시하였다.

2. 차량 동역학

본 논문에서 시뮬레이션에 사용된 차량 모델은 차량의 종 방향, 횡 방향 운동, 롤링 운동, 그리고 차륜의 회전운동을 포함한 8 자유도 모델이다. Fig. 1 에서 보여지는 좌표 축을 바탕으로 하여 차량의 종 방향, 횡 방향, 요 축에 대한 회전 운동에 대한 운동 방정식을 표현하면 다음과 같다.

$$M a_x = \sum_{i=1}^4 F_{xi} \cos \delta_i - \sum_{i=1}^4 F_{yi} \sin \delta_i \quad (1)$$

$$M a_y = \sum_{i=1}^4 F_{xi} \sin \delta_i + \sum_{i=1}^4 F_{yi} \cos \delta_i \quad (2)$$

$$I_z \dot{r} = \sum_{i=1}^4 (-1)^i (F_{xi} \cos \delta_i - F_{yi} \sin \delta_i) l_i / 2 + \sum_{i=1}^4 (F_{xi} \sin \delta_i + F_{yi} \cos \delta_i) l_i \quad (3)$$

여기서 F_x, F_y 은 각각 종 방향 힘, 횡 방향 힘을 나타낸다. 또한 V_x, V_y, r 은 종 방향 속도, 횡 방향 속도, 요 속도를 각각 나타내며, M 은 차량 질량, I_z 는 요 축에 대한 질량 관성 모멘트를 의미한다. 그리고 δ_i 는 각 차륜 i 에서의 조향각을 나타낸다. l_f, l_r 는 각각 무게 중심에서 앞 차축과 뒤 차축까지의 거리를 말하며, t_f, t_r 은 각각 차량의 전륜 사이 거리 및, 후륜 사이 거리이다. 식 (3)에서 $i=1,2$ 에 대해서는 $l_i=l_f$ 이고 $t_i=t_f$,

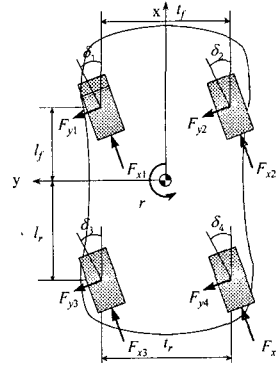


Fig. 1 A vehicle model and its related forces

$i=3,4$ 에 대해서는 $l_i=l_r$ 이고 $t_i=t_r$ 이다. 종 방향 가속도인 a_x , 횡 방향 가속도인 a_y 는 다음과 같이 정의되어진다.

$$a_x = \dot{V}_x - V_y r \quad (4)$$

$$a_y = \dot{V}_y + V_x r \quad (5)$$

차륜의 슬립각은 다음의 식으로 정의된다.

$$\alpha_i = \delta_i - \tan^{-1} \left(\frac{V_y + l_i r}{V_x + (-1)^i t_i r / 2} \right), \quad i=1, \dots, 4. \quad (6)$$

횡 미끄럼 각인 β 는 차량의 무게 중심에서 x 축과 차량의 실제 진행 방향 사이의 차이로 인해 생기는 각으로서 다음의 식으로 정의된다.

$$\beta = \tan^{-1} (V_y / V_x) \quad (7)$$

차륜 i 에서의 슬립률, λ_i 는 다음과 같이 정의되어진다.

$$\lambda_i = \frac{\omega_i R_e - V_i}{w_i R_e} \text{ (가속시)}, \quad \frac{V_i - \omega_i R_e}{V_i} \text{ (제동시)} \quad (8)$$

여기서 ω_i 는 차륜의 회전 속도, V_i 는 차륜이 향하는 방향으로의 진행 속도, R_e 는 타이어의 유효 반경이다.

각 차륜에 작용하는 종 방향 힘, F_x 와 횡 방향 힘, F_y 는 슬립률, 슬립각, 수직 하중의 함수로 다음과 같이 정의된다.

$$F_{ji} = F_{ji}(\alpha_i, \lambda_i, F_{zi}), j = x, y \quad (9)$$

가속 시 뿐만 아니라 선회 시에 크게 변화하는 수직 하중은 종 하중의 천이와 횡 하중의 천이를 고려하여 다음과 같이 유도된다.

$$F_{zi} = \frac{Mg}{2} \left[\frac{l_r}{l} - \frac{a_x h}{gl} - (-1)^j K_{RSF} \left(\frac{ha_y}{t_f g} - \frac{m_s e}{Mt_f} \sin \phi \right) \right]$$

$$F_{zj} = \frac{Mg}{2} \left[\frac{l_f}{l} + \frac{a_x h}{gl} - (-1)^j (1 - K_{RSF}) \left(\frac{ha_y}{t_r g} - \frac{m_s e}{Mt_r} \sin \phi \right) \right] \quad (10)$$

여기서 $i=1,2$ 이고 $j=3,4$ 이며, h 는 지면에서 무게중심까지의 높이, K_{RSF} 는 전체 물 강성에 대한 앞 차축의 물 강성비, m_s 는 현가질량, e 는 물 축에서 현가질량의 무게중심 사이의 거리, ϕ 는 롤 각이다.

차륜의 동역학은 다음의 식으로 표현된다.

$$I_i \dot{\omega} = T_{ei} - T_{bi} - F_{xi} / R_e \quad (11)$$

여기서, I_i 는 타이어의 관성모멘트, T_{ei} 는 차륜 i 에 전달된 구동 토크를 나타내며 T_{bi} 는 차륜 i 에서의 제동 토크를 나타낸다.

타이어 거동을 나타내기 위하여 Dugoff 모델⁽⁷⁾ 이 사용되었다. Dugoff 타이어 모델에서 종 방향과 횡 방향의 힘은 다음과 같이 표현되는 미끄럼을 의미하는 무차원 변수 S 의 함수로 표현된다.

$$S_i = \frac{\mu_p F_{zi} \left(1 - \varepsilon_r V_x \sqrt{\lambda_i^2 + \tan^2 \alpha_i} \right) (1 - \lambda_i)}{2 \sqrt{C_{\lambda i}^2 \lambda_i^2 + C_{\alpha i}^2 \tan^2 \alpha_i}} \quad (12)$$

여기서 μ_p 는 도로의 마찰계수, ε_r 은 도로 점착 감소 계수를 나타내고, $C_{\lambda i}, C_{\alpha i}$ 는 각각 타이어 i 에서의 직진 방향의 강성과 선회 강성이다. 종 방향과 횡 방향 힘은 다음과 같다.

$$F_{xi} = C_{\lambda i} \frac{\lambda_i}{1 - \lambda_i} f(S_i) \quad (13)$$

$$F_{yi} = C_{\alpha i} \frac{\tan \alpha_i}{1 - \lambda_i} f(S_i) \quad (14)$$

$$f(S_i) = \begin{cases} S_i(2 - S_i) & \text{when } S_i < 1. \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (15)$$

3. 제어기 설계

3.1 2 자유도 선형 모델

H_∞ 제어기 설계를 위해 주어진 차량 시스템을 단순화 한다. 여기서는 차량의 고속 선회 시 중요한 역할을 하는 횡 방향과 요 방향의 운동이 간주되어진다. 제어기 설계에 사용되어질 단순화 된 차량 모델을 유도하기 위하여 좌, 우측 조향각은 같고 크기는 작으며 전륜만이 조향된다고 가정한다. 즉, $\delta_f := \delta_1 = \delta_2 \ll 1$, $\delta_r := \delta_3 = \delta_4 = 0$. 또한 $|V_x| \gg |t_f| r_f, |V_x| \gg |t_r| r_r$, $\alpha_f = \alpha_1 = \alpha_2$, $\alpha_r = \alpha_3 = \alpha_4$ 라고 가정하면 식 (6)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\alpha_f := \alpha_{1,2} = \delta_f - \frac{V_y + l_f r}{V_x}$$

$$\alpha_r := \alpha_{3,4} = -\frac{V_y - l_r r}{V_x} \quad (16)$$

위의 가정들과 $|V_x| \gg |V_y|$ 의 가정을 통해 $\beta \approx$

V_y / V_x 또는 $V_y \approx \beta V_x$ 로 나타낼 수 있고 종 방향 속도의 변화율은 횡 미끄럼 각의 변화율보다 매우 작다고 가정하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{V}_y = \dot{\beta} V_x \quad (17)$$

엔진으로부터의 차륜 i 에서의 구동 토크, T_{ei} 는 발생하지 않고 (brake torque 가 가해질 때 운전자가 가속 페달을 밟더라도 구동 토크 τ_{ei} 가 발생되지 않는다고 가정함) 타이어는 준 정적 평형 상태, 즉, $\dot{\omega} = 0$ 이라고 가정하면 식 (11)로부터 다음과 같이 표현된다. 즉,

$$F_{xi} = -R_e T_{bi} \quad (18)$$

각 차륜에서의 횡 방향 힘은 슬립각과 선형 비례 관계라고 가정한다. 즉,

$$F_{yi} = C_{\alpha i} \alpha_i \quad (19)$$

여기서 $C_{\alpha i}$ 는 차륜 i 에서의 선회 강성이다.

위의 가정들과 $C_{\alpha f} = C_{\alpha 1} = C_{\alpha 2}, C_{\alpha r} = C_{\alpha 3} = C_{\alpha 4}$ 라고 가정하면 식 (2), (5), (17) 및 (19)로부터 다음과 같이 유도된다.

$$M(\dot{V}_x \dot{\beta} + V_x r) = (F_{x1} + F_{x2}) \delta_f + 2C_{\alpha f} \delta_f - (2C_{\alpha f} + 2C_{\alpha r}) \frac{V_y}{V_x} + \left(-2C_{\alpha f} \frac{l_f}{V_x} + 2C_{\alpha r} \frac{l_r}{V_x} \right) r \quad (20)$$

여기서 첫 항의 크기가 작아 무시하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{\beta} = a_{11} \beta + a_{12} r + c_1 \delta_f \quad (21)$$

여기서,

$$a_{11} = -\frac{2C_{\alpha f} + 2C_{\alpha r}}{MV_x}, \quad a_{12} = -1 + \frac{-2C_{\alpha f} l_f + 2C_{\alpha r} l_r}{MV_x^2},$$

$$c_1 = \frac{2C_{\alpha f}}{MV_x}.$$

또한, 식 (3)으로부터 비슷한 과정을 통해 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\dot{r} = b_{21} T_{b1} + b_{22} T_{b2} + b_{23} T_{b3} + b_{24} T_{b4} + a_{21} \beta + a_{22} r + c_2 \delta_f \quad (22)$$

여기서

$$a_{21} = \frac{-2C_{\alpha f} l_f + 2C_{\alpha r} l_r}{I_z}, \quad a_{22} = -\frac{2C_{\alpha f} l_f^2 + 2C_{\alpha r} l_r^2}{I_z V_x},$$

$$c_2 = \frac{2C_{\alpha f} l_f}{I_z}, \quad b_{21} = -b_{22} = \frac{l_f / 2}{I_z R_e},$$

$$b_{23} = -b_{24} = \frac{l_r / 2}{I_z R_e}.$$

식 (21)과 식 (22)로부터 횡 방향과 요 방향을 나타내는 단순화 된 차량 모델의 상태 공간 모델은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{b1} \\ T_{b2} \\ T_{b3} \\ T_{b4} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} \delta_f \quad (23)$$

3.2 전환 제어 방법

차량의 성능 및 안정성 증가를 위해 필요한 요 모멘트는 제동 토크를 차륜에 가함에 의해 생성될 수 있다. 그러나, 요 모멘트를 생성시키는데 있어서 모든 차륜이 동일하게 효과적이지는 않다. 특정한 차륜에 가해진 제동 토크는 요 모멘트를 생성시키는데 있어서 다른 차륜에 가해질 때보다 더욱 효과적일 수 있다. 또한, 요 모멘트를 발생시키는데 있어서의 효과는 작용 조건에 따라 변한다.

요 모멘트 생성에 있어서 효과적인 차륜을 결정하기 위하여 차량이 일정한 선회를 하는 경우에 대하여 일련의 시뮬레이션들이 수행되었다. 즉, 한번에 하나의 차륜에 대해 제동 토크를 가하여 그때 발생하는 요 모멘트를 비교하였고 동일한 시뮬레이션들이 다른 노면 조건들에 대해 수행되었다. 즉, 다른 변수들을 상수값으로 고정시킨 뒤 λ 를 점차 증가시키면서 하나의 차륜에만 제동력이 가해지는 상황에서 식 (12) 및 (13)을 이용해서 차륜에 가해지는 힘을 구한 뒤에, 이를 식 (3)을 이용하여 모멘트를 구하였는데, 여기에서 사용된 변수의 상수값들로서, 속도 V 는 15m/s, 조향각 $\delta = 3^\circ$ 등을 사용하였다. 그 결과의 한 경우를 Fig. 2(a)와 (b)에 도시하였는데, 노면 조건과 슬립률에 관계없이 외측 전륜에 제동을 가함에 의해 오버스티어(oversteer) 특성을 명확하게 수정할 수 있다. 마찬가지로 내측 후륜에 제동을 가해 언더스티어(understeer) 특성을 수정할 수 있다.

이러한 결과에 기초하여 제동 토크가 가해지는 차륜을 전환하는 새로운 방법인 전환 제어 방법이 제안되었다. 전환 제어 방법은 차량의 주행 상태에 따라 요 모멘트를 발생시키는데 있어서 가장 효과적인 하나의 차륜에 제동 토크를 가한다. 그러므로 제동 토크는 상황에 따라 외측 전륜 혹은 내측 후륜에 가해진다. 언더스티어 특성을 수정할 필요가 있을 때는 어떤 조건에서도 조향하는 방향과 같은 방향의 요 모멘트를 발생시킬 수 있는 내측 후륜에 제동 토크를 가한다. 반대로 오버스티어 특성을 수정할 필요가 있을 때는 어떤 조건에

서도 조향하는 방향과 반대 방향의 요 모멘트를 발생시킬 수 있는 외측 전륜에 제동 토크를 가한다. 한 번에 하나의 차륜에 제동 토크를 가함에 의해 얻을 수 있는 또 다른 장점은 동시에 둘 혹은 그 이상의 차륜에 제동 토크를 가할 때보다 차량의 속도를 덜 감속시킬 수 있다는 점이다. 이는 특히 고속 주행 시 더욱 효과적이라 할 수 있겠다.

제동 토크가 하나의 차륜에 가해질 때 식 (23)은 다음과 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b_{2i} \end{bmatrix} T_{bi} + \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} \delta_f \quad (24)$$

여기서 $i=1,2,3$, 또는 4 인데 기준 요 속도가 측정 요 속도보다 작을 때, 우회전 시에는 1, 좌회전 시에는 2가 되며, 기준 요 속도가 측정 요 속도보다 클 때, 좌회전 시에는 3, 우회전 시에는 4가 된다.

식 (24)을 Laplace 변환하면 요 속도에 대해 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$r(s) = G_\delta(s)\delta_f + G_{Ti}(s)T_{bi} \quad (25)$$

여기서

$$G_\delta(s) = \frac{c_2s + c_1a_{21} - c_2a_{11}}{s^2 - (a_{22} + a_{11})s + a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}$$

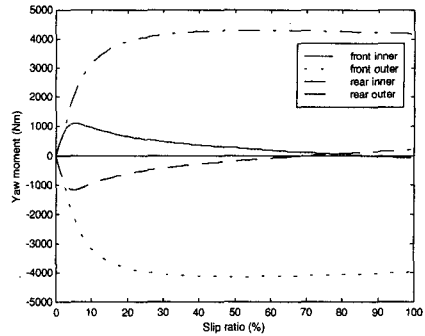
$$G_{Ti}(s) = \frac{b_{2i}(s - a_{11})}{s^2 - (a_{22} + a_{11})s + a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}$$

이다.

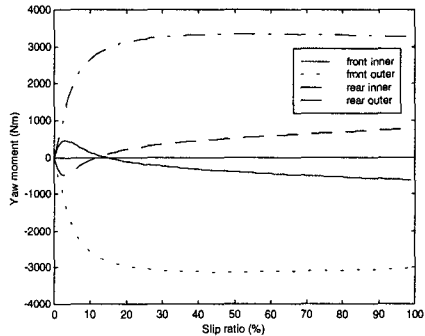
이상적인 거동 특성을 나타내는 기준 모델은 다음과 같이 정해진다. 첫 번째로, 기준 횡 미끄럼 각은 항상 0 이다. 두 번째로, 조향각에 대해 기준 요 속도 반응은 1 차 함수로 표현된다. 요 속도의 이득은 제어기가 없을 때의 선형화 된 차량 모델의 DC 이득과 같도록 선정되어지며, 이것은 제어기의 유무에 관계 없이 일정 선회 시 운전자에게 이상적인 느낌을 줄 것이다. 그러므로 기준 모델은 다음과 같이 나타내어진다.

$$x_d(s) = \begin{bmatrix} \beta_d(s) \\ r_d(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ K/(1+s) \end{bmatrix} \delta_f \quad (26)$$

여기서



(a)



(b)

Fig. 2 Yaw moment vs. slip ratio depending on where brake torque is applied during steady cornering on a dry road (a) and a slippery road (b)

$$K = G_\delta(0) = \frac{c_1a_{21} - c_2a_{11}}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}, \tau = 0.038.$$

3.3 H_∞ 제어기 설계

식 (24)은 다음의 상태 공간 모델로 표현되며,

$$\dot{x} = A_p x + B_p u + C_p \delta_f \quad (27)$$

여기서 $x = [\beta \ r]^T$ 이고 $u = T_{bi}$ 이다.

또한, 식 (26)의 상태 공간 모델은 다음과 같다.

$$\dot{x}_d = A_d x_d + C_d \delta_f \quad (28)$$

식 (27)과 식 (28)로부터 오차 동역학은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\dot{e} = \tilde{A}e - B_p u + \tilde{C} \delta_f \quad (29)$$

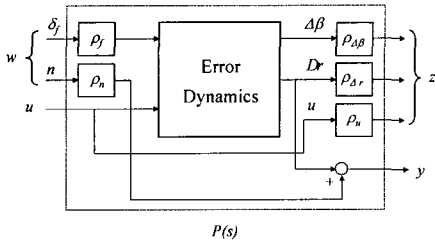


Fig. 3 Block diagram of augmented error dynamics

여기서,

$$e := [-\beta \quad r_d - r]^T, \tilde{A} = A_d - A_p, \tilde{C} = C_d - C_p.$$

H_∞ 제어기에 사용되는 2 블록 구조를 형성하기 위하여 오차 동역학 모델이 Fig. 3 에 보여지는 것처럼 변환되었다.

여기서 w 는 조향각과 센서 잡음을 나타내며 u 는 제어 입력을, 출력 y 는 기준 요 속도와 측정 요 속도와의 차이를 표시하며, 차량의 성능 변수 z 는 횡 미끄럼 각 오차, $\Delta\beta$, 요 속도 오차, Δr , 그리고 제어 입력 u 로 구성된다. 제어기 설계에 사용된 가중 인자 들은 다음과 같다. $\rho_{\Delta\beta}$, $\rho_{\Delta r}$, ρ_f , ρ_n , 및 ρ_u 은 각각 0.6667, 0.7143, 0.0525, 0.005 및 0.00011 이다.

Fig. 3 의 확장된 시스템은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_a &= Ax_a + B_1 w + B_2 u \\ z &= C_1 x_a + D_{11} w + D_{12} u \\ y &= C_2 x_a + D_{21} w + D_{22} u \end{aligned} \quad (30)$$

여기서 $x_a = e \in R^2$ 는 확장된 상태 변수이고 $w \in R^2, z \in R^3$, 그리고 $u, y \in R^1$ 이다.

위의 시스템은 단지 측정된 요 속도만을 피드백 받기 때문에 식 (30)에서 $D_{11} = 0, D_{22} = 0$ 가 되며, (A, B_2, C_2) 가 안정 가능하고 관측 가능하게 된다. 또한 시스템 (A, B_2, C_1, D_{12}) 와 (A, B_1, C_2, D_{21}) 가 허수 축 상에 영점을 가지고 있지 않으므로, 이 시스템을 안정시킬 수 있고 w 에서 z 로의 전달 함수 행렬 T_{zw} 의 조건 식 (31)을 만족시킬 수 있는 제어기를 DGKF 기준방식에 의해 두개의 ARE 를 풀어 발견할 수 있다.⁽⁸⁾

$$\|T_{zw}\|_\infty < \gamma \quad (31)$$

본 논문에서 구한 γ_{\min} 값은 0.052 이지만 안정 강인성을 위해서 γ 값이 0.07 에 해당하는 준 최적 제어기가 설계되었다. 설계된 제어기는 다음과 같은 전달 함수로 표현되어진다.

$$K(s) = \frac{10^9 \times (0.0743s + 1.2185)}{s^2 + 1236s + 19973} \quad (32)$$

3.4 μ -해석

실제의 차량은 비선형 시스템이고 시스템 파라미터는 자주 변화하기 때문에 여러 모델 불확실성에 대해 강인 하게 시스템을 안정화 시키는 제어가 요구된다.

성능 강인성이 만족되어지면 공칭 성능과 안정도 강인성도 동시에 만족되어진다. 파라미터 불확실성에 대한 예로써 차량 질량 $\pm 30\%$ 의 변화와 타이어 선회 강성 $\pm 50\%$ 의 변화가 고려되어진다. 또한 다음과 같은 동역학을 갖는 액추에이터를 고려하여 상태 공간 모델에 포함시킨다.

$$u_a = \frac{100}{s+100} u \quad (33)$$

다음과 같이 불확실성이 포함된 상태 공간 모델을 고려한다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{s} \\ z \\ y \end{bmatrix} &= \left(\begin{bmatrix} A_s & B_s \\ C_s & D_s \end{bmatrix} + \delta_m \begin{bmatrix} A_{sm} & B_{sm} \\ C_{sm} & D_{sm} \end{bmatrix} + \delta_c \begin{bmatrix} A_{sc} & B_{sc} \\ C_{sc} & D_{sc} \end{bmatrix} \right) \\ &\cdot \begin{bmatrix} s \\ w \\ u \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (34)$$

여기서,

$$\begin{aligned} s &= [-\beta \quad r_d - r \quad u_a]^T, A_s = \begin{bmatrix} (A_1)_{11} & (A_1)_{12} & (B_2)_{11} \\ (A_1)_{21} & (A_1)_{22} & (B_2)_{21} \\ 0 & 0 & -100 \end{bmatrix}, \\ B_s &= \begin{bmatrix} (B_1)_{11} & (B_1)_{12} & 0 \\ (B_1)_{21} & (B_1)_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 100 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$C_s = \begin{bmatrix} (C_1)_{11} & (C_1)_{12} & 0 \\ (C_1)_{21} & (C_1)_{22} & 0 \\ (C_1)_{31} & (C_1)_{32} & 0 \\ (C_2)_{11} & (C_2)_{12} & 0 \end{bmatrix}, D_s = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix}$$

δ_m 과 δ_c 는 각각 차량의 질량과 타이어 선회 강성의 불확실성에 해당하며 크기는 1 보다 작다. 즉, $|\delta_m| < 1, |\delta_c| < 1$ 이다. 불확실성과 관계된 행렬은 다음과 같은 QR-분해법을 사용하여 분해한다.

$$\begin{bmatrix} A_{si} & B_{si} \\ C_{si} & D_{si} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_i \\ F_i \end{bmatrix} [G_i \ H_i] \in R^{7 \times 6}, \quad (35)$$

여기서, 아래첨자 i 는 m 또는 c 이며,

$$\begin{bmatrix} E_i \\ F_i \end{bmatrix} \in R^{7 \times r_i}, [G_i \ H_i] \in R^{r_i \times 6},$$

$$r_i = \text{rank} \begin{bmatrix} A_{si} & B_{si} \\ C_{si} & D_{si} \end{bmatrix}, i = m \text{ 또는 } c.$$

$r_m = 1$ 이므로 차량 질량의 불확실성과 관계된 행렬은 다음과 같이 분해되어진다.

$$\begin{bmatrix} A_{sm} & B_{sm} \\ C_{sm} & D_{sm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_m \\ F_m \end{bmatrix} [G_m \ H_m] \quad (36)$$

여기서,

$$E_m \in R^{3 \times 1}, F_m \in R^{4 \times 1}, G_m \in R^{1 \times 3}, H_m \in R^{1 \times 3}.$$

마찬가지로, $r_c = 2$ 이므로 타이어의 선회 강성의 불확실성과 관계된 행렬은 다음과 같이 분해되어진다.

$$\begin{bmatrix} A_{sc} & B_{sc} \\ C_{sc} & D_{sc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_c \\ F_c \end{bmatrix} [G_c \ H_c] \quad (37)$$

여기서,

$$E_c \in R^{3 \times 2}, F_c \in R^{4 \times 2}, G_c \in R^{2 \times 3}, H_c \in R^{2 \times 3}.$$

불확실성을 포함한 전체 시스템은 다음과 같이 표현되어진다.

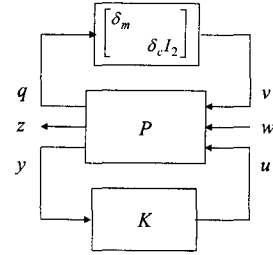


Fig. 4 Block diagram for stability robustness

$$\begin{bmatrix} \dot{s} \\ z \\ y \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_s & B_s & E \\ C_s & D_s & F \\ G & H & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s \\ w \\ u \\ v \end{bmatrix} \quad (38)$$

여기서,

$$E := [E_m \ E_c] \in R^{3 \times 3}, F := [F_m \ F_c] \in R^{4 \times 3},$$

$$G := \begin{bmatrix} G_m \\ G_c \end{bmatrix} \in R^{3 \times 3}, H := \begin{bmatrix} H_m \\ H_c \end{bmatrix} \in R^{3 \times 3}.$$

식 (39)와 같이 정의되어지는 불확실성 블록, Δ 을 포함한 전체 시스템의 블록 선도는 Fig. 4 에 나타내어진다.

$$\Delta := \text{diag}\{\delta_m, \delta_c I_2\} \quad (39)$$

여기서, 페루프 시스템의 성능 강인성을 평가하기 위해서 다음과 같이 확장된 불확실성 $\tilde{\Delta}$ 을 정의한다.

$$\tilde{\Delta} := \begin{bmatrix} \Delta & 0 \\ 0 & \Delta_p \end{bmatrix} \quad (40)$$

여기서 $\Delta_p \in C^{2 \times 3}$ 는 가상의 성능 불확실성 블록이며 Δ 와 Δ_p 는 모두 크기가 1 보다 작다.

μ -해석 이론^(9,10) 으로부터 모든 $\tilde{\Delta}$ 에 대해, 제어를 포함한 전달 함수 행렬인 M 이 안정하고 다음의 조건을 만족한다면 Fig. 5 의 시스템은 안정하고 $\|T_{zw}\|_\infty < 1$ 가 된다.

$$\max_{\omega} \mu_{\tilde{\Delta}}\{M(j\omega)\} < 1 \quad (41)$$

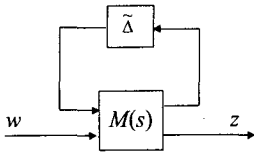


Fig. 5 Transfer function matrix seen by the uncertainty block

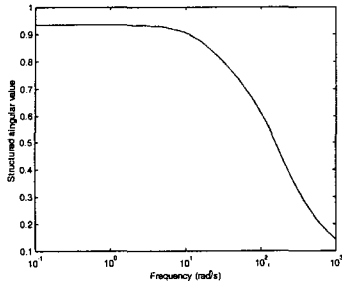
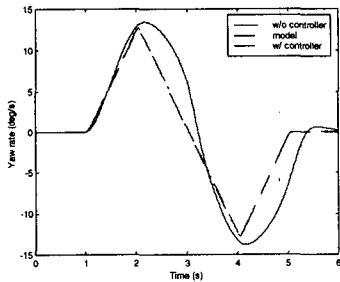
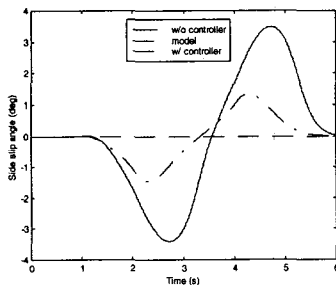


Fig. 6 μ -plot



(a)



(b)

Fig. 7 Yaw rate (a) and side slip angle (b) during a lane change on a slippery road

안정도와 성능을 확인하기 위해서 M 의 μ -선도를 Fig. 6에 나타내었다. μ -선도의 최대치가 1보다 작으므로, 제안된 H_∞ 제어가 적용된 플랜트는 불확실성 $\tilde{\Delta}$ 가 존재할 때 안정도 강인성과 성능 강인성을 보장 받게 된다.

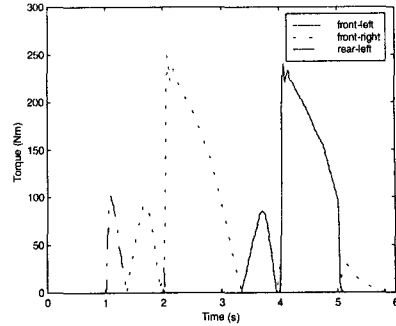
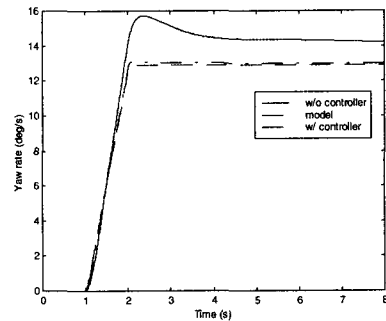
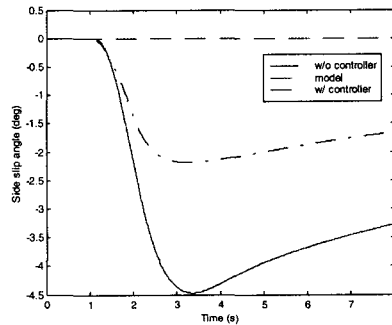


Fig. 8 Brake torque during a lane change on a slippery road



(a)

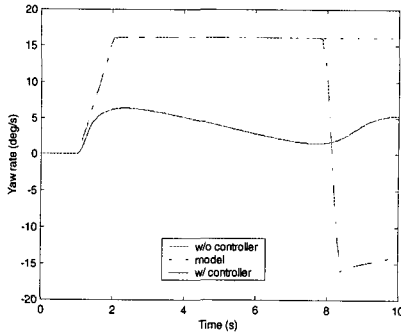


(b)

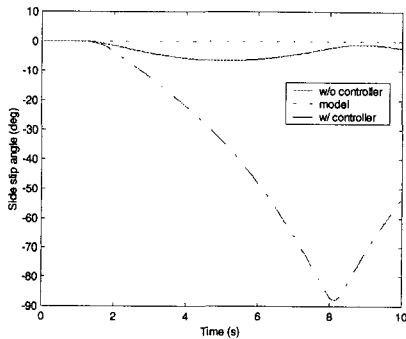
Fig. 9 Yaw rate (a) and side slip angle (b) in a J-turn motion with 30% increased mass of vehicle

4. 시뮬레이션

제안된 강인한 제어 시스템의 성능을 확인하기 위하여, 1차 시스템으로 모델링 되어진 제동 장치 동역학이 포함된 비선형 8 자유도 차량 모델에 대하여 다양한 시뮬레이션들이 수행되었다. 첫 번째에서 세 번째 시뮬레이션 상황까지는 차량은 72km/h로 주행한다.

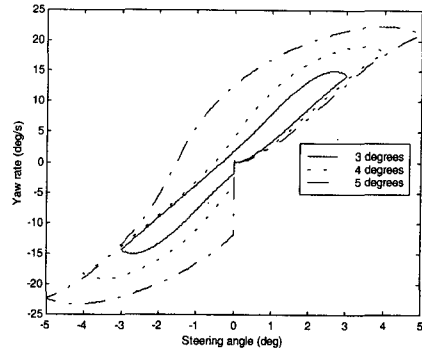


(a)

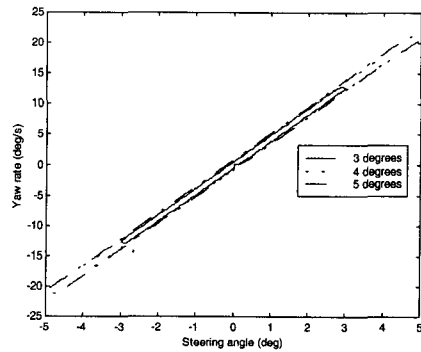


(b)

Fig. 10 Yaw rate responses (a) and side-slip angle on the very slippery road ($\mu_p = 0.15$)



(a)



(b)

Fig. 12 Yaw rate responses in the uncontrolled vehicle (a) and the H_∞ controlled vehicle (b)

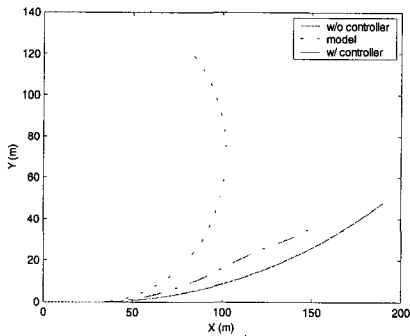


Fig. 11 Vehicle response with and without the controller on the very slippery road ($\mu_p = 0.15$)

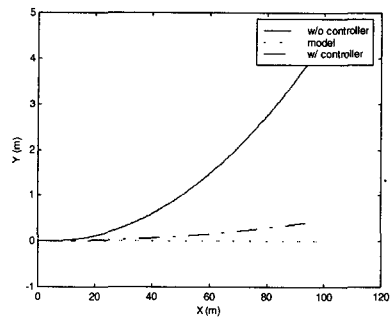


Fig. 13 Trajectory of the vehicle on a μ_p -split surface

첫 번째 시뮬레이션은 차량이 미끄러운 노면 ($\mu_p=0.5$)에서 전륜의 최대 조향각 3° 로 차선 변경을 할 때의 상황으로서, 요 속도, 횡 미끄럼 각이 Fig. 7(a), (b)에 각각 나타나 있다. Fig. 7(a), (b)을 통해 H_∞ 제어 차량은 비제어 차량에 비해 매우 우수한 성능을 나타냄을 알 수 있다. Fig. 8에서 보여지듯이 차량의 주행 상태에 따라 제동 토크가 가해지는 차륜이 전환됨을 알 수 있다. 이 시뮬레이션에서는 각 차륜토크가 0인 상황에서 수행한 것이다. 운전자가 차량의 속도를 유지하기 위해 가속페달을 밟아 전륜에 48 Nm의 토크를 가하려는 상황에서도 운전자가 가하려는 이 토크와 제안된 제어기로부터 생성되는 제동토크 값의 차이만큼의 토크가 각 차륜에 작용되는 조건하에서 거의 동일한 결과를 보여주었다.

두 번째 시뮬레이션 상황으로서, 차량이 전륜의 최대 조향각 3° 로 J-선회 하고 있고 그 때의 차량 질량이 30% 증가했을 때의 요 속도와 횡 미끄럼 각을 Fig. 9(a), (b)에 각각 나타내었다. 파라미터 변화에도 불구하고 H_∞ 제어 차량은 우수한 성능 및 안정성 향상을 보임을 알 수 있다. 그러나, 노면이 더욱 미끄러워질수록 제어기의 효력은 감소되었으며 $\mu_p=0.15$ 에서의 J-선회를 하였을 경우에는 Fig. 10에 나타내었듯이 요율은 잘 추정하였으나 오히려 슬립각이 커져 성능이 제한되었다. 이때 차량의 거동은 Fig. 11에서 볼 수 있듯이 제어기가 없는 차량에 비해 개선되었다고 판단하기가 어렵다. 이렇게 매우 미끄러운 노면 주행시의 제어기 기능 저하는 요율 추정을 위한 제동장치의 작동으로 차륜이 정지하여 미끄러지게 된 것에 크게 기인한다. 이러한 경우의 성능을 더욱 향상시키기 위해서는 TCS를 병행하여 적용하는 것이 바람직하다.

세 번째 시뮬레이션 상황으로서, 차선 변경 시 운전자에 의한 다양한 조향 입력에 대한 요 속도 반응을 Fig. 12에 각각 나타내었다. 비제어 차량과는 달리 H_∞ 제어 차량은 조향각이 커져도 요 속도의 위상 지연이 거의 없음을 알 수 있다.

네 번째 시뮬레이션 상황으로서, 이면 도로에서 100km/h로 직진 주행 시 (좌측 $\mu_p: 0.3$, 우측 $\mu_p: 0.8$) 차량의 주행 궤적을 Fig. 13에 나타내었다. H_∞ 제어 차량에 비해 비제어 차량은 심한 차선 이탈 현상이 발생함을 알 수 있다.

5. 결론

차량의 제동 토크를 이용하여 요 모멘트를 제어하기 위하여 H_∞ 제어기를 차량의 오차 동역학에 대하여 설계하였고, 파라미터 변화가 일어났을 때도 안정도 강인성과 성능 강인성이 보장됨을 μ -해석을 통해 확인하였다. 제동 토크는 전환 제어 방법에 의해 차량의 주행 상태에 따라 가장 효과적인 하나의 차륜에만 적용되었다. 제안된 H_∞ 제어기의 성능을 평가하기 위하여 액추에이터 동역학이 포함된 비선형 8 자유도 차량 모델에 대하여 시뮬레이션이 수행되었다. 제안된 전환 제어 방법과 H_∞ 제어기는 일반 상태 뿐만 아니라 여러 가지 불확실성과 외란이 있는 극한 상황에서도 효과적으로 요 모멘트를 발생시킴으로써 기준 모델을 강인하게 추종하여, 차량의 주행 성능 및 안정성을 향상시킬 수 있음을 확인하였다.

후기

이 논문은 1999년 한양대학교 교내연구비에 의하여 연구되었습니다.

참고문헌

- (1) Nagai M., Hirano Y. and Yamanaka S., 1996, "Integrated Control Law of Active Rear Wheel Steering and Direct Yaw Moment Control," *Proceedings of AVEC*, Vol. 1, pp. 451~469.
- (2) Abe M., Ohkubo N., and Kano Y., 1996, "A Direct Yaw Moment Control for Improving Limit Performance of Vehicle Handling -Comparison and Cooperation with 4WS-," *Vehicle System Dynamics*, Vol. 25, pp. 3~23.
- (3) Koibuchi K., Yamamoto M., Fukuda Y., and Inagaki S., 1996, "Vehicle Stability Control in Limit Cornering by Active Brake," *SAE* 960487.
- (4) Matsumoto S., Yamaguchi H., Inoue H., and Yasuno Y., 1992, "Improvement of Vehicle Dynamics through Braking Force Distribution Control," *SAE* 920645.
- (5) Alleyne A., 1996, "A Comparison of Alternative Intervention Strategies for Unintended Roadway Departure (URD) Control," *Proceedings of AVEC*, Vol. 1, pp. 485~506.
- (6) Van Zanten A., Erhardt R., and Pfaff G., 1995, "VDC, the Vehicle Dynamics Control System of Bosch," *SAE* 950759.
- (7) Dugoff H., Francher P. S., and Segel L., 1970, "An Analysis of Tire Properties and Their Influence on the Vehicle Dynamic Performance," *SAE* 700377.
- (8) Doyle J. C., Glover K., Kargonekar P. P., and

- Francis B. A., 1989, "State-Space Solutions to H_2 and H_∞ Control Problems," *IEEE Trans. Automatic Control*, Vol. 34, No. 8, pp. 831~847.
- (9) Balas G. and Packard A., 1996, "The Structured Singular Value (μ) Framework," in *Control Handbook* (W. S. Levine, ed.), CRC Press.
- (10) Zhou K., Doyle J. C., and Glover K., 1996, *Robust and Optimal Control*, Prentice Hall.
- (11) Jang J. H. and Han C. S., 1997, "The Sensitivity Analysis of Yaw Rate for a Front Wheel Steering Vehicle: In the Frequency Domain," *KSME Int. J.*, Vol. 11, No. 1, pp. 56~66.