

레이저 회절을 이용한 입경 측정 시스템

Laser Diffraction Particle Analyzer

이 충 훈*

1. LDPA 개요

입자에 단색의 평행광을 주사하여 발생되는 프라운호퍼 회절(Fraunhofer Diffraction)에 의한 산란광의 에너지 분포를 광 감지기(Photo Detector)로 측정하여 이 신호로부터 입자들의 크기 분포를 측정하는 장치를 일반적으로 LDPA 라고 부른다. 이러한 LDPA 장치 중 대표적인 것이 Swithenbank⁽¹⁾ 등이 상용화한 맬번 시스템(Malvern System)이다. 이 측정 장치는 일정 직경의 평행광 안에 크기가 서로 다른 입자들이 존재할 때 이들 입자에 의해 산란된 빛을 푸리에 렌즈(Fourier Lens)를 통과시켜 31 개의 동심 링으로 구성된 광 감지기로 그 강도를 측정하여 입경 분포를 측정하는 장치이다.

인터페로미터(IPA: Interferometer Particle Analyzer)를 이용한 입자 크기 측정 및 PDPA(Phase Doppler Particle Analyzer)는 두개의 광파(light wave)가 입자를 통과할 때 발생하는 상대적인 위상차(phase shift)의 값을 분석함으로써 가능하다. 산란된 프린지 패턴(fringe pattern)은 빛이 진행하는 축에서 약간 빗겨간(off-axis) 방향에 위치한 렌즈에서 수집된다. 기하광학을 이용하여 산란 프린지 패턴과 입자의 크기와 관계(correlation)를 구한다. 따라서, 산란된 신호 중 회절 신호(축 방향으로 신호가 매우 강하다)는 피하도록 렌즈를 위치시킨다. 인터페로미터를 이용한 입자 크기 측정 방법과 PDPA의 차이점은 산란 프린지 패턴 측정수단의 차이이다. 인터페로미터에 의한 입자 크기 측정은 렌즈로

수집한 듀얼(dual beam) 신호로부터 상대적인 AM (amplitude modulation)신호를 분석함으로써 입자의 크기를 구할 수 있다. 한편, PDPA에 의한 입자의 크기 측정은 굴절광(refracted light)의 위상차이를 분석함으로써 가능하다. 즉, 입자에 의해 굴절되고 산란된 빛의 위상의 차를 측정한다. IPA와 PDPA는 국소점에서 주어진 시간 동안의 입자 크기를 측정하는 장치이다.

국소점에서 주어진 시간 동안의 입자 크기를 측정하는 IPA와 PDPA는 과도적 특성을 갖는 분무를 측정하는데 있어서 단점이 있다. 이들 장비의 최적의 측정 조건은 측정 체적 내를 통과하는 입자가 한 번에 한 개씩 통과하는 것이다. 이러한 요구 조건은 과밀한 분무를 측정하는데 있어서 문제가 된다. 이들 장비는 주어진 시간 동안에 고정점을 통과하는 입자의 평균 크기를 측정하게 된다. 이러한 제약 조건은 과도적이며 과밀한 특성을 갖는 분무를 해석하는데 있어서 한계점을 가진다.

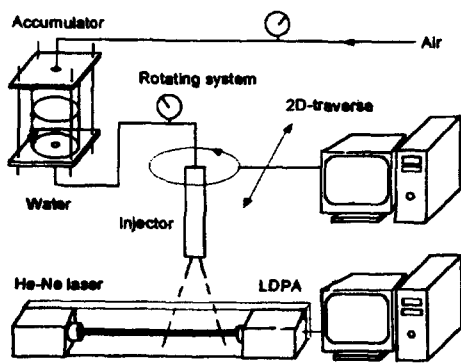
LDPA는 이러한 과도적이며 과밀한 분무의 입자 크기를 측정하는데 있어서 현재까지 가장 진보된 기술이다. LDPA는 원거리 회절(far field diffraction) 신호를 분석하여 입자의 크기를 얻는다. 이 기술은 레이저 빔의 경로 내에 있는 모든 입자 크기의 공간 분포 정보를 얻을 수 있다. 이러한 회절을 기초한 진단 데이터는 경로적분 데이터, 필름에 잡힌 평면 또는 체적의 입자 정보를 얻을 수 있다. 분무의 분포를 해석

*정희원, 서울산업대학교 자동차공학과

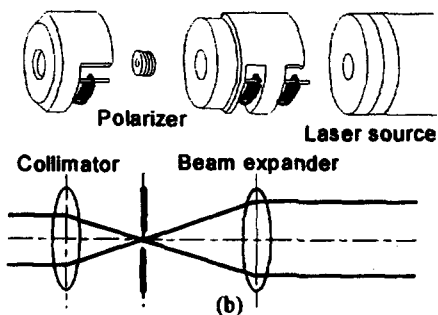
하는데 있어서 입자 크기의 공간 분포는 일정 시간 동안의 정보보다는 훨씬 의미 있는 정보를 제공할 수 있다. 이들 장치는 과밀한 분무에도 적용할 수 있으며 액체 분무뿐만 아니라 건 파우더(dry powders), 에멀션(emulsion) 등에 폭 넓게 적용할 수 있다.

2. LPDA 측정장치구성 개요

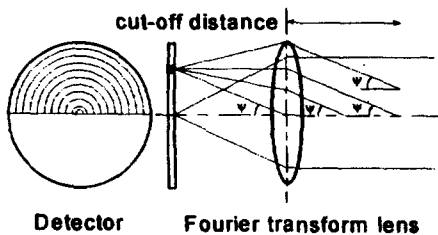
Fig.1a 일반적인 LPDA 장치의 개략도를 나타낸 것으로 광원부(transmitter), 수광부(receiver)



(a)



(b)



(c)

Fig. 1 LPDA 의 광학기기 구성⁽²⁾

그리고 앞의 두 장치를 고정하기 위한 광학대(optical bed)로 구성되어 있다.

광원은 단파장 특성과 안정성이 뛰어난 He-Ne 레이저(파장:632.8 nm)를 사용한다. Fig. 1b 에서와 같이 레이저에서 나온 빛은 빔 확대기 (beam expander)와 시준기(collimator)의 적절한 조합에 의해 일정한 직경을 갖는 단파장의 빔이 된다. 이것을 분석기 빔 (analyzer beam)이라고 하며 빔의 직경은 빔 확대기를 교체함으로써 2mm, 9mm, 18mm 등과 같이 바꿀 수 있다.

입자에 의해 산란된 빛과 산란되지 않은 빛은 수광부에 입사할 하게 되는데, 이 렌즈가 푸리에 변환렌즈로서 작동을 하게 한다. 따라서 Fig. 1c 에 나타낸 바와 같이 동일 직경의 입자가 측정체적에 존재하게 되면 산란 신호가 동일한 위치에서 감지되며 푸리에 변환의 선형적 특성으로 인해 그 빈도수를 알 수 있게 된다.

3. 측정 원리

3.1 프라운호퍼 회절

평행광이 작은 조리개(aperture)에 투사되면, 회절 패턴이 얻어지며 아울러 입자로부터 먼 거리에 형성된 회절 무늬는 거리 변화에 대해 크게 변화하지 않게 된다. 이것을 프라운호퍼 회절 이라고 부른다. 만일 렌즈를 작은 조리개의 전방의 적당한 곳에 위치시키면 프라운호퍼 회절 패턴이 렌즈의 초점면에 나타난다. 작은 조리개 및 작은 디스크(disk)에 투사된 입사 평행광은 동일한 회절 패턴을 나타낸다. 평행광이 입자에 투사될 때, 회절 되지 않은 광은 렌즈 축에 집광된다. 입자로부터 회절된 패턴의 모양은 Fig.2a 와 같이 Airy 의 디스크 패턴을 나타낸다. Airy 디스크 패턴의 강도는 1 중

Bessel 함수로 나타낼 수 있다⁽³⁾.

$$I(\theta)_{normalized} = \frac{I(\theta)}{I(0)} = \left[2 \frac{J_1(ka\theta)}{ka\theta} \right]^2 \quad (1)$$

여기서: θ =산란각(scattering angle)

$I(0)$ =회절패턴축방향강도

J_1 =제 1 종 베셀함수

$k=2\pi/\lambda$ =웨이브수(wave number)

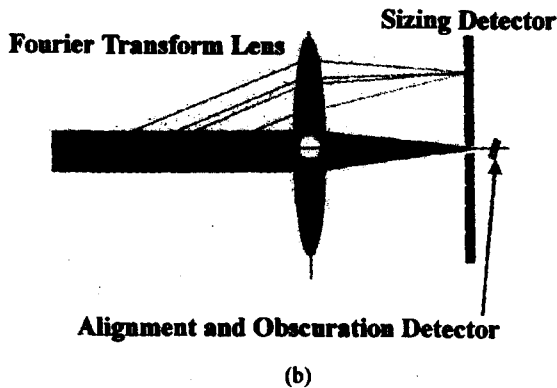
λ =복사파장(radiation wave length)

$a=D/2$, D =입자직경(particle diameter)

$x=ka=\pi D/\lambda$



(a)



(b)

광학 관계식으로부터, 전기장의 원거리(far field) 회절 패턴은 작은 조리개에서의 전기장 분포의 푸리에 변환과 같다. 푸리에 변환을 함으로써 이미지 평면의 각각의 점을 측정 공간에서의 빈도수로 연계 시킬 수 있다. 푸리에 변환은 선형적 특성을 가지므로 수많은 조리개에 대한 푸리에 변환은 각각의 조리개의 푸리에 변환의 합으로 구할 수 있다. 여러 개의 입자가 있는 경우에는 (1)식을 크기 밴드(size band)에 대하여 적분하면 강도 분포를 다음의 식으로 구할 수 있다. Fig.2b 와 같이 평행광이 같은 사이즈의 입자에 주사 되었을 때 Fourier 렌즈를 사용하여 프라운호퍼 회절 무늬가 동일한 동심령에 오도록 한다.

$$I(\theta) = \frac{1}{k^2 \theta^2} \int_0^\infty J_1^2(x\theta) x^2 n(x) dx \quad (2)$$

회절 패턴의 강도는 크기 분포에 대응시킬 수 있고 또한 그 분포 함수가 알려져 있는 경우(2)를 역산(inversion)하면 크기 분포를 구할 수 있다. 원거리 회절패턴은 입사광이 주사하는 입자의 위치 및 속도에 무관하다. 따라서 이 진단법은 입자가 움직이든 정지해 있든 관계없이 측정이 가능하다. 또한 이 방법을 사용하면, 경로상의 모든 입자에 대하여 크기를 구할 수 있다.

Swithenbank 는 (2)식을 직접적으로 역산하는 것은 어렵다고 보고, 대신에 회절 패턴의 에너지 분포를 입자의 크기 분포로 관련지었다. 여기서 에너지는 주어진 면적에서의 빛의 강도를 적분한 것이다. Swithenbank 는 광센서(photo electric detector)를 사용하였으며, 이들을 31 개 반동심령에 위치시켜 빛을 검출하였다. 동심령은 로그 간격(logarithmically spaced)으로 하였다.

Fig.2 (a) Airy 패턴⁽³⁾ (b) 푸리에렌즈 및 디텍터⁽⁴⁾

다음의 식에 나타낸 바와 같이, 초점면에서의 빛에너지 강도 분포는 독립변수, $x\theta$ 의 제 1 종 Bessel 함수로 나타낼 수 있다. 여기서 x 는 입자의 크기를 대표하는 무차원수이며 θ 는 각도이다.

$$Energy \approx \frac{J_1^2(x\theta)}{x\theta} \quad (3)$$

어떤 크기의 입자가 빛을 산란하게 되면 그 에너지의 최대값이 특정한 링 반경에 위치하게 된다고 보았다. 식(3)을 인자, $x\theta$ 에 대해 미분하고 그것을 zero 놓았을 때, 에너지가 최대가 되는 $x\theta_{max}$ 를 얻을 수 있다.

$$x\theta_{max} = 1.375 \Rightarrow \theta_{max} = 1.375/x \quad (4)$$

식(4)에 따르면, 어떤 크기의 입자로부터 산란되는 빛의 강도를 나타내는 위치, 즉 초점면에서의 반경위치를 나타낸다. 이 식으로부터 입자의 크기가 클수록 최대 산란 강도를 나타내는 각도가 작아짐을 알 수 있다. 초점면에 동심 링으로 위치한 감지기는 동일 크기의 입자만을 그물로 분류하는 역할을 한다.

4. Swithenbank 의 입경분포계산 방법

한 개의 입자로부터 얻어지는 빛의 강도 분포는 (1)식을 off axis 방향(θ) 0- θ , 방위각 방향(ϕ) 0- 2π 에 대하여 적분하면 다음과 같은 관계식으로 나타낼 수 있다.

$$\frac{1}{E} \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta} I(0) \left[\frac{2J_1(x\theta)}{x\theta} \right]^2 \sin\theta d\theta d\phi \quad (5)$$

$$= E[1 - J_0^2(x\theta) - J_1^2(x\theta)]$$

여기서 $E=C_1x^2$ 이고, 입자에 입사에너지 강도를 나타낸다.

따라서 한 개의 입자 산란에 의한 각 $\theta_1 \sim \theta_2$ 범위에서 얻어지는 에너지 강도를 식 (5)를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

$$L_{\theta_1, \theta_2} = E[J_0^2(x\theta_1) + J_1^2(x\theta_1) - J_0^2(x\theta_2) - J_1^2(x\theta_2)] \quad (6)$$

여러 개의 입자가 동시에 존재하는 경우 위 식을 적분하면 다음과 같이 구할 수 있다.

$$L_{\theta_1, \theta_2, max} = C_1 \int_0^{\theta_2} x^2 [J_0^2(x\theta_1) + J_1^2(x\theta_1) - J_0^2(x\theta_2) - J_1^2(x\theta_2)] v(x) dx \quad (7)$$

$$L_{\theta_1, \theta_2, max} = C_2 \sum_i \frac{V(x)}{x_i} [J_0^2(x\theta_1) + J_1^2(x\theta_1) - J_0^2(x\theta_2) - J_1^2(x\theta_2)] v(x) dx \quad (8)$$

여기서 입사에너지는 $C_2 \frac{V(x)}{x_i}$ 로 나타낼 수 있으며, $v(x)$, 는 크기 i-class 의 입자들의 체적이다.

감지기의 형상과 초점 거리를 알면, 식(4)을 사용하여 각각의 감지기 링이 가장 민감한 입자 크기 범위를 계산할 수 있다. 식 (8)을 행렬식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} L_1 \\ \vdots \\ L_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_{31} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{1,1} & \dots & T_{1,31} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ T_{31,1} & \dots & T_{31,31} \end{bmatrix} \quad (9)$$


여기서,

$$T_{i,j} = \frac{1}{x_i} [J_0^2(x_i\theta_j) + J_1^2(x_i\theta_j) - J_0^2(x_i\theta_{j+1}) - J_1^2(x_i\theta_{j+1})]$$

[L]은 각각의 링 감지기에서의 에너지 측정값이

고, [V]는 각 입자 직경 구간의 구하려는 체적 비이다. 매트릭스 T 는 각각의 입자 직경 구간을 특성화 하는 계수를 포함하고 있다. 매트릭스 T 는 종종 디자인 매트릭스라고 불리는데, 이는 계수들이 감지기 디자인 및 렌즈의 초점 거리에 의해 결정되기 때문이다. (9)를 풀면, $[V]=[T]^{-1}[L]$ 와 같은 방법으로 구할 수 있으나, T 매트릭스의 역산을 하는데 많은 문제점이 있다. 대신에, 이것을 풀기 위해 여러 가지 반복 연산(iteration) 방법을 사용한다. 하나의 방법으로, 에너지 측정값과 계산값의 차이를 최소화 하는 것이 제시되고 있다. 입자 체적분포는 가정하여 얻는다. 가정된 체적 분포와 관련된 파라미터를 계속적으로 조정하여 에러값 합(sum of squared errors) 이 최소화 될 때까지 반복 계산한다.

$$\sum ([L]_{measured} - [V]_{assumed} [T])^2 \quad (10)$$



체적분포가 결정되면, 다른 계산을 진행할 수 있다. 이러한 방법은 몇 가지 단점 (반복계산으로 인해 시간이 많이 걸린다. 감지기 링의 구간에 의한, 입자 직경 구간 수의 제한이 있다.)에도 불구하고 많이 응용되고 있다.

5. 요약

LDPA 장치의 구성 및 측정원리에 대하여 살펴 보았으며 다른 입경 측정 장치와도 비교 분석을 통하여 장단점을 살펴보았다.

LDPA 장치는 입자에 단색의 평행광을 주사하여 이 입자들로부터 발생하는 프라운호퍼 회절(Fraunhofer Diffraction)에 의한 산란광의 에너지 분포를 광 감지기(photo detector)로

측정하여 이 신호로부터 입자들의 크기 분포를 측정하는 장치로 현재 상용화 되어 산업현장 및 연구기관 등에서 많이 보급되어 이용되고 있다.

LDPA 는 그 정확성 측면에서는 많은 문제점을 가지고 있음에도 불구하고, 과도적이며 과밀한 분무의 입자 크기를 측정하는데 있어서 가장 진보된 장치이다. 또한 레이저 빔 경로상의 측정 체적상에 존재하는 모든 입자의 크기 분포를 구할 수 있고 입자의 투명도 등에 관계 없이 입자의 크기 분포를 구할 수 있다. 사용의 편리성 측정에서 볼 때 레이저 빔의 정렬(align)이 매우 용이하고 장치의 구성이 간단하여 일반 산업 현장에서 손쉽게 이용할 수 있는 장점이 있고 가격이 저렴하여 많이 보급되고 있다.

감사의 글

본 원고작성에 필요한 자료와 토론에 응하여준 서울대학교대학원의 양승연씨께 감사드립니다.

참고문헌

1. Swithenbank, J., "A Laser Technique for the Measurement of Droplet and Particle Size Distribution in Experimental Diagnostics in Gas Phase Combustion System," Progress in Astronautics and Aeronautics, Vol. 53, pp.421~447, 1976.
2. 양승연, 비대칭 분무 구조에 대한 레이저 회절법과 위상 도플러법의 비교 측정, 서울대학교 대학원 공학석사학위논문, 1998.
3. Hecht E, Optics, Addison-Wesley Publishing Company 2nd edition, 1987.
4. Malvern Instrument Co. Ltd, "Malvern Particle Sizer's User Manual.