

비선형 임계속도 검증을 위한 실험적 연구

An Experimental Study on Validation of Nonlinear Critical Speed

정우진¹
Chung, Woojin

김성원²
Kim, Sungwon

Abstract

This paper addresses the experimental study on the nonlinear critical speed and the validity of simple prediction formulation. The experiment on nonlinear critical speed is carried out using roller rigs, which has been impossible on track because of a possibility of an accident. In addition, experiment for a bogie is performed to check the difference in modeling a full railway vehicle and a bogie. It is found that nonlinear critical speed proves to be an inherent phenomenon of a railway vehicle itself and the difference of test results between a full railway vehicle and a bogie is comparatively negligible. Finally, the accuracy of simple prediction formulation for outbreak velocity and response frequency in hunting is investigated.

Keywords : Nonlinear Critical Speed(비선형 임계속도), Bifurcation Theory(분기이론), Roller Rig(주행 시험대), Hunting Motion(사행동)

1. 서론

철도차량이 일정한 속도 이상으로 주행하게 되면 차량의 횡방향 안전성은 급격히 악화되기 시작한다. 이때의 차량 거동을 사행동(hunting motion)이라고 하며 발생속도를 임계속도(critical speed)라고 정의한다.^[1] 정확한 차량의 임계속도 예측은 그 동안 차량의 주행속도가 낮은 속도대역에 머물러왔기 때문에 중요시되지 않았으나 차량의 주행속도가 점차 고속화되는 추세이므로 이것은 곧 시급한 문제로 대두될 것으로 예상된다. 차량의 임계속도는 시스템의 고유치들을 구하고 감쇠율이 "0"이 되는 속도대역을 찾는 선형해석으로 구하여져왔다.^[2, 3] 그러나 선형해석을 통해 구해진 임계속도는 철도차량이 주행하면서 감지되는 실제 임계속도보다

항상 높게 예측되어진다는 사실이 보고되어지고 있다. 산업체에서는 경험에 의한 보정치를 임계속도 예측치에 곱하여 허용 한도를 두는 방법을 취하기도 한다.^[4]

이런 해석오차를 설명하기 위해 최근의 임계속도 관련 연구들은 분기이론(bifurcation theory)을 차량의 안전성 해석에 도입하고 있다.^[5] 즉 차량 시스템에는 하나의 임계속도가 더 존재하고 외부 충격이나 자체 주행 에너지의 증가를 통해 두 임계속도 구간 내에서 사행동 이력현상(hysteresis)이 발생할 수 있다는 것이다.^[6] 이렇게 새로 정의된 임계속도를 선형 해석을 통해 예측된 임계속도와 구별하기 위하여 비선형 임계속도(nonlinear critical speed)라고 부른다. 차량의 비선형 임계속도는 분기이론을 통해 예측될 수 있으나 아직 실험으로 정확히 측정되지는 못하고 있다. 임계속도는 최고속도 영역보다 높은 대역에 위치하므로 선로 상에서는 그 측정이 일반적으로 불가능하며 실험 중

*1 철도기술연구원 차량연구본부, 정희원

*2 고려대학교 기계공학과 교수

인명피해를 동반하는 탈선사고가 발생할 수도 있기 때문에 철도 선진국에서는 주행시험대(roller rig)를 대신 이용되고 있다. 그러나 해외에서의 실험결과는 대부분 비공개로 분류되어 접근이 용이하지 않고 국내에는 주행시험대 장치가 갖추어져 있지 못하여 임계속도 실험을 수행하지 못하고 있어 이의 예측을 이론해석에만 의존하고 있는 실정이다. 본 연구에서는 중국 서남교통대학에서 보유 중인 주행시험대를 사용하여 차량의 비선형 임계속도를 측정하였다. 비선형 임계속도가 관성에 의한 과도현상이 아님을 확인하기 위하여 주행속도를 연속 그리고 불연속적으로 감가속하면서 선형과 비선형 임계속도들을 측정하였다. 또한 전, 후방 대차를 따로 구동시키고 각각의 임계속도를 측정해 봄으로서 차량의 안전성을 간편하게 예측할 때 대차 모델만을 사용하던 종래의 방법이 타당한지 확인하고자 하였다. 마지막으로 차량의 임계속도와 응답 주파수를 예측하기 위해 산업계에서 사용되던 간편식들의 정확성을 검토하여 보았다.

2. 실험장치 및 측정 시스템

2.1 주행 시험대



Fig. 1 A General View of the Roller Rig

차량의 임계속도를 측정하는 실험은 많은 시간과 비용이 소요되고 탈선사고의 위험이 있으므로 일반궤도 상에서 수행하기 어렵다. 이러한 단점을 보완하고자 제한된 장소에서 구동부를

강제로 회전시킴으로서 차량이 선로를 주행하는 것과 유사한 조건을 만들어 줄 수 있게 고안된 장치가 주행시험대이다. 본 연구에서 사용한 주행시험대가 fig. 1에 나와 있다. 사용된 주행시험대의 제원은 table 1에 나와있다.

Table 1 Specification of the Roller Rig

최고 속도	111 m/s
축당 최대 하중	25,000 kgf
전체 길이	30.0 m
전체 중량	253,000 kg
궤도 불규칙	0~30 Hz, ±0.01 m
궤간	1.435~1.676 m

2.2 계측기 부착

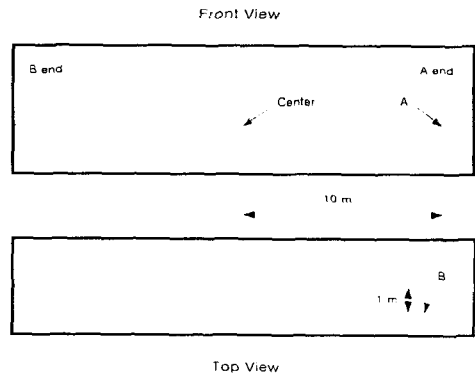


Fig. 2 The Location of Sensors(Car Body)

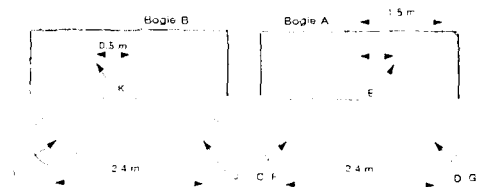


Fig. 3 The Location of Sensors(Bogie)

차체(car body) 및 대차(bogie)에서의 신호 측정위치는 fig. 2, 3과 같이 차체의 횡방향 변위를 A점에 변위계를 설치하여 측정하였고 B점에 가속도계를 설치하여 횡방향 가속도를 측정하였다. 차륜의 횡방향 변위와 전방대차 A에 대한

횡방향 변위는 C, D, E 그리고 횡방향 가속도는 F, G, H에서 측정되었다. 후방대차 B에서는 차륜과 대차 프레임의 변위가 I, J, K에서 측정된다. Fig. 4는 차축의 횡방향 변위를 측정하기 위해 변위계를 부착된 모습을 보여준다.



Fig. 4 The Location of Sensors(Wheelset)

2.3 측정 시스템

차량에서와 같이 주행시행대에도 구동륜에 가해지는 충격력을 측정하기 위해 가속도계가 설치되어있으며 주행속도를 감지하는 속도측정장치와 카메라 그리고 구동륜의 제어와 동력 전달을 위한 유압, 발전 시스템들로 구성되어있다. 측정되어지는 신호들은 fig. 5와 같이 제어실의 기록계와 모니터에 전달된다. 실험자는 모니터와 측정신호들을 통해 차량이 사행동을 시작하는지의 여부를 판별하고 주행속도를 조절할 수 있다.

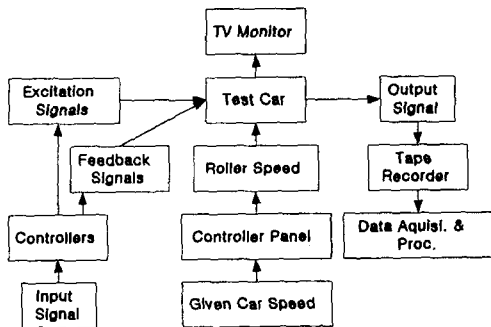


Fig. 5 The Schematic of Test System

3. 물성치 실험

동특성 해석의 관점에서 철도차량은 크게 나누어 차체, 대차 프레임 그리고 차륜장치들과 이들 사이를 연결하는 현가장치로 모델링 될 수 있다. 임계속도 예측은 이런 모델을 기반으로 연구되어질 수 있으므로 정확한 물성치 측정은 매우 중요하다.^[7] 1차 및 2차 현가장치의 물성치는 스프링 시험기와 댐퍼 시험기를 사용하여 측정되었다. 관성 모멘트는 액추에이터(actuator)를 설치하고 차량을 정현파로 가진하면서 각각의 각속도와 반력 등을 측정하여 구하였으며 물성치 측정결과와 table 2 와 같다.

Table 2 Properties of the Test Car

Parameter	Value	Parameter	Value
차체 질량	39.200kg	1차 스프링 상수(z)	1.0MN/m
대차 질량	2.500kg	2차 스프링 상수(x)	4.60MN/m
차축 질량	1.800kg	2차 스프링 상수(y)	0.16MN/m
차체 회전관성 모멘트(z)	68.280kgm ²	2차 스프링 상수(z)	1.65MN/m
차체 회전관성 모멘트(x)	1.394kgm ²	1차 감쇠계수(x)	12kNs/m
볼스터 회전관성 모멘트	20kgm ²	1차 감쇠계수(y)	12kNs/m
대차 회전관성 모멘트	3.000kgm ²	1차 감쇠계수(z)	45kNs/m
차축 회전관성 모멘트	130kgm ²	2차 감쇠계수(x)	10kNs/m
1차 스프링 상수(x)	4.58MN/m	2차 감쇠계수(y)	10kNs/m
1차 스프링 상수(y)	4.25MN/m	2차 감쇠계수(z)	88kNs/m

4. 차량 안전성 실험

선형 및 비선형 임계속도의 위치는 분기이론을 이용한 이전의 이론해석에서 증명한 것과 같이 불안정 주기해가 생성되는 아 임계 호프분기(subcritical Hopf bifurcation)^[8]와 이것이 다시 안정 주기해로 변환되는 주기 접힘분기(cyclic fold bifurcation)의 출현위치로 결정된다. 즉, fig. 6과 같은 분기선도를 차량이 가진다면 약

30m/s 지점에서 선형 임계속도를 그리고 27m/s 지점에서 비선형 임계속도를 가지게 될 것이다.

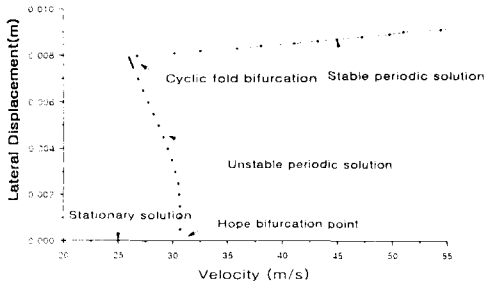


Fig. 6 Bifurcation Diagram for a Car

주행 중 차량에 충격력과 같은 외부 에너지 유입이 없다면 임계속도들은 속도 증감에 따른 내부 에너지 변화에 의해서만 결정되므로 속도를 점차 증가시킬 경우 선형 임계속도에 도달되어야 사행동이 발생될 것이다. 또한 주행속도를 점차 줄인다면 비선형 임계속도까지 이르러서야 사행동은 소멸될 것이다. 그러나 레일의 불규칙도(irregularity)나 기타 외란(disturbance)에 의한 충격이 주행 중 차량에 가해진다면 차량의 거동은 선형 임계속도에 다다르기 전에 주기해(periodic solution)로 도약되므로 정확한 선형 임계속도의 측정이 불가능하다.

4.1 대차 비선형 안전성 실험

차량의 임계속도를 간편히 예측하기 위한 많은 해석연구들에서 대차 모델이 차량모델 대신 사용되고 있다. 대차와 차체는 일반적으로 중앙 선회축(center pivot)등으로 연결되어 있으나 상대적인 수직방향 회전운동(yaw)이 가능하고 전, 후방 대차들간의 연성(coupling)이 작으므로 전체 차량 모델을 해석하는데 사용되는 비용과 시간을 절감하기 위하여 동특성 해석에 많이 사용되어진다.^[9] 본 연구에서는 실험을 통해 이런 가정이 타당한지 또는 얼마정도의 차이를 갖는지에 대해 검증하고자 전, 후방 대차를 한쌍씩 구동하고 각각의 임계속도를 측정하였다. 시험 전 주행시험대의 구동륜은 매끈한 면으로 가공되어 외란이 발생할 가능성을 최대한 제거하였

다.

4.1.1 실험방법

실험은 다음의 2가지 방법으로 실시되었다. 0.2m/s²의 가속도로 서서히 주행속도를 증가시켜 처음으로 사행동이 발생하는 속도인 선형 임계속도를 측정 한 후 다시 -0.2m/s²의 가속도로 주행속도를 줄이면서 사행동이 소멸되는 속도대역을 찾아 비선형 임계속도를 결정하는 첫 번째 실험과 1.39m/s(5km/h)씩 단계적으로 속도를 증감하고 매 단계마다 약 30초씩 그 속도를 유지한 상태로 선형 및 비선형 임계속도를 측정하는 두 번째 실험이 실시되었다. 두 번째 방법은 비선형 임계속도가 구동 가속도에 의한 관성효과로 발생하는지의 유무를 검증하기 위하여 실시되었다.

4.1.2 실험결과

Fig. 7~10은 전방 및 후방 대차의 임계속도 실험결과를 보여주고 있다. 각각의 실험은 3번에 걸쳐 반복 실시되었다.

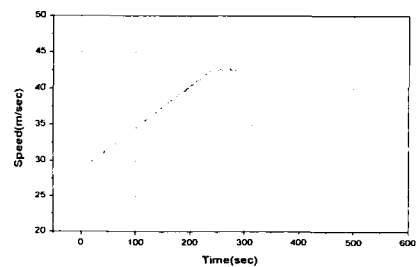


Fig. 7 Running Speed of the Former Bogie

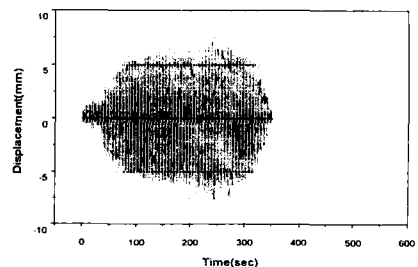


Fig. 8 Lateral Displacement of the Former Bogie

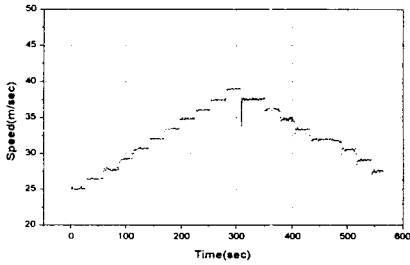


Fig. 9 Running Speed of the Rear Bogie

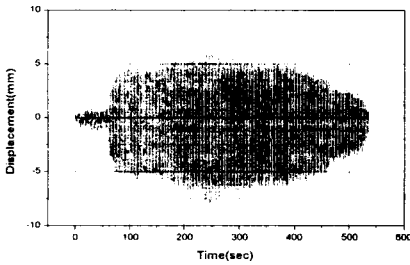


Fig. 10 Lateral Displacement of the Rear Bogie

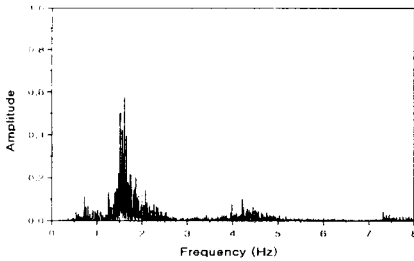


Fig. 11 Frequency Spectrum for the Former Bogie

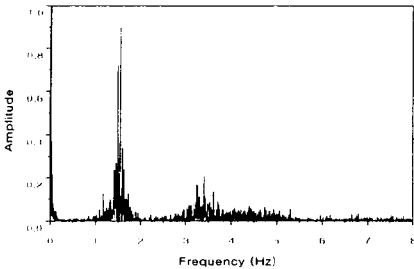


Fig. 12 Frequency Spectrum for the Rear Bogie

선형 및 비선형 임계속도는 주행속도 증감방법에 관계없이 각각 약 30.6m/s 그리고 27.7m/s

에서 일정하게 발생되었다. 이것은 차량의 비선형 임계속도가 관성효과에 의한 일시적 과도현상이 아닌 물성치와 관련된 차량 고유의 특이현상을 나타내는 결과로서 선형 임계속도와 같이 해석을 통해 예측될 수 있음을 보여준다. Fig. 11~12는 임계속도에서의 주파수 분석을 도시한 것으로서 임계속도 응답 주파수는 약 1.5Hz에서 발생하였다.

4.2 차량 비선형 안전성 실험

4.2.1 실험방법

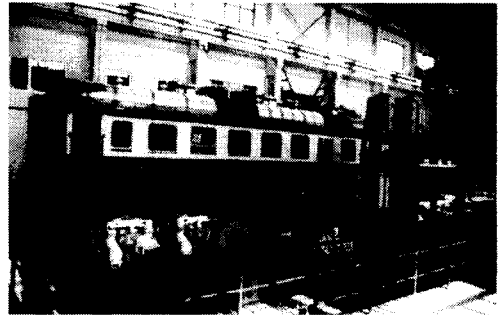


Fig. 13 A General View of the Test Car

Fig. 13에서 보는 것과 같이 차량을 주행시험대에 설치하고 구동륜과 차륜이 정확히 접촉하도록 조정하였다. 대차 실험과 같이, 차륜과 구동륜 형상의 손상부위를 실험전 원형으로 복원시킴으로서 선형 임계속도 통과 후 주행속도가 비선형 임계속도에 이르기 전에 외란에 의해 횡방향 거동이 주기적으로 도약하는 것을 방지하였다. 주행속도는 역시 대차 실험과 같은 2가지 방법으로 조절되었으며 실험은 3번에 걸쳐 반복되었다.

4.2.2 실험결과

Fig. 14, 15에서 도시한 것과 같이 선형 임계속도는 약 32.8m/s 그리고 비선형 임계속도는 30.5m/s에서 발생되었다. 이것은 대차 주행 안전성 실험결과와 2.2(선형 임계속도)~2.8m/s(비선형 임계속도)의 차이를 보이는 결과지만

비교적 근사한 값이다. 그러므로 동특성 해석에서 차량의 임계속도를 예측하기 위해 대차 모델을 사용하는 것은 때에 따라 유용한 방법이 될 수 있을 것이다. 차량 실험에서도 대차 실험 결과와 같이 주행속도 가감속 방법 차이에 의한 실험결과 차이는 발생하지 않았으므로 차량의 비선형 임계속도가 차량 고유의 동특성임을 다시 확인할 수 있었다.

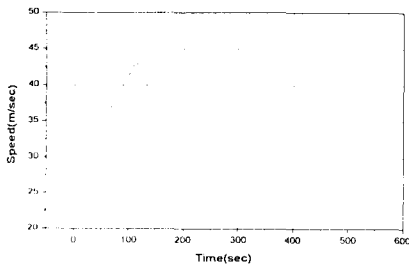


Fig. 14 Running Speed of the Car

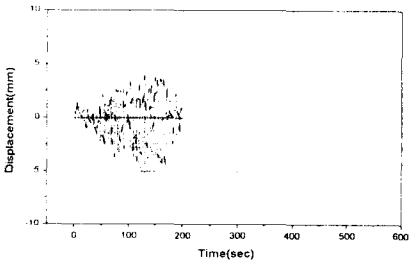


Fig. 15 Lateral Displacement of the Former Bogie

Fig. 16은 임계속도에서의 주파수 분석을 보여준다. 임계속도 응답 주파수는 대차 실험에서와 같이 약 1.5Hz에서 발생하였다.

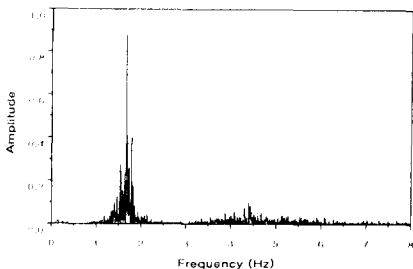


Fig. 16 Frequency Spectrum for the Former Bogie

5. 관련식 검토

산업체에서는 차량의 임계속도와 그 주파수를 간편하게 예측하기 위하여 식(1)~(3)^[10]들을 사용하고 있다. 본 연구에서는 실험자료를 바탕으로 이 식들의 정확성을 검증하고자 하였다.

$$L = 2\pi \sqrt{\frac{ar}{r_o} \left(\frac{a^2 + b^2}{a^2} \right)} \quad (1)$$

$$f = \frac{V}{L} = \frac{V}{2\pi \sqrt{\frac{ar}{r_o} \left(\frac{a^2 + b^2}{a^2} \right)}} \quad (2)$$

$$V_c = \left[\frac{\left\{ K_{sr} + \frac{2Ncb^2}{a} + 2(a^2b^2) \left(K_{sv} + \frac{NC}{a} \right) \right\} (a^2 + b^2)r}{\left\{ (a^2 + b^2)(M_f + 2M_w) + I_{xz} + 2M_w b^2 \right\} ar_o} \right]^{1/2} \quad (3)$$

여기서 L은 사행동 발생시 차량 횡방향 운동 파장의 길이, f는 임계속도에서의 응답 주파수, V_c는 임계속도를 나타낸다. 그리고 a는 차륜 접촉점간 거리의 1/2, b는 축거(bogie wheelbase)의 1/2, r은 차륜반경, r_o는 유효구배(effective conicity), K_{sr}는 2차 스프링의 길이방향 탄성계수, K_{sv}는 2차 스프링의 횡방향 탄성계수, M_f는 대차 프레임 질량, M_w는 차축 질량, I_{xz}는 대차의 수직방향 회전 관성 모멘트, I_{wz}는 차축의 수직방향 회전 관성 모멘트, C, N, V는 각각 윤축의 구름 마찰계수와 축중 그리고 차량속도를 나타낸다. 측정된 물성치를 이용하여 계산해 본 결과 임계속도는 90.8m/s 그리고 이때의 주파수는 2.3Hz로 예측되었다. 이것은 실제 차량의 측정 임계속도(약 32.8m/s : 선형 임계속도 기준) 그리고 응답 주파수(약 1.5Hz)와는 많은 차이를 보이는 결과로서 식의 정확도에 문제가 있음을 보여주는 것이다. 그러므로 앞으로 위의 간편식들을 사용하여 차량의 임계속도를 예측하는 것은 재고되어야 할 것으로 보인다.

6. 결론

비선형 임계속도를 주행시험대를 이용하여 측정하였으며 비선형 임계속도가 관성에 의한 과도현상이 아님을 확인하기 위하여 주행속도를

연속 그리고 불연속적으로 감가속하면서 선형 및 비선형 임계속도를 측정하였다. 또한 차량의 안정성을 간편하게 예측할 때 대차모델만을 사용하던 종래의 방법이 타당한지 확인하였으며 차량의 임계속도와 응답주파수를 예측하기 위하여 산업체에서 사용되던 간편식들의 정확성을 검토한 결과 다음의 결과를 도출할 수 있었다.

(1) 주행속도를 불연속적으로 감가속하며 차량 및 대차의 임계속도들을 측정하여본 결과 연속적으로 주행속도를 감가속하며 측정한 임계속도들과 같은 결과를 가짐을 확인할 수 있었다. 이것을 통해 비선형 임계속도가 관성효과에 의한 일시적 과도 현상이 아닌 차량 고유의 특이 현상임을 알 수 있었다.

(2) 반복 실험을 통해 비선형 임계속도가 선형 임계속도와 같이 항상 일정한 값을 가짐을 확인할 수 있었다. 이것은 비선형 임계속도가 선형 임계속도와 같이 물성치에 관련된 현상임을 보여주는 것으로서 해석을 통해 비선형 임계속도가 예측될 수도 있음을 보여주는 결과이다.

(3) 대차 안전성 실험과 차량 안전성 실험결과를 비교해 본 결과 약간의 차이가 있었으나 임계속도들이 비슷한 속도대역에 형성되었다. 따라서 해석에서 대차 모델만으로 임계속도들을 예측하는 것이 타당성을 가짐을 알 수 있었다.

(4) 현장에서 임계속도와 응답 주파수를 예측하는데 사용되던 간편식들의 정확성을 검증하기 위해 이를 실험결과와 비교해 보았으나 계산식들의 정확도에 문제가 있음이 확인하였다.

of Locomotives." Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Vol. 121. 1928. pp. 585~611

(4) 한국철도기술연구원, "철도차량의 진동방지에 관한 연구," 철도청, 1996. pp. 246~260

(5) Gasch R., Moelle D. and Knothe K., "The effect of nonlinearities on the limit cycles of railway vehicles." in Proc. 8th IAVSD Symposium on Vehicle Systems Dynamics in the Dynamics of Vehicles on Roads and Tracks. Swets and Zeitlinger, 1984. pp. 207~224

(6) Hans True, "Dynamics of a rolling wheelset," ASME, 1993. pp. 438~444

(7) 정우진, 김성원, "분기이론을 이용한 철도차량의 임계속도 해석," 대한기계학회, 추계학술논문집, 1998. pp. 520~528

(8) Ali H. Nayfeh and Balakumar Balachandran, "Applied Nonlinear Dynamics," John Wiley and Sons, 1994. pp. 156~230

(9) Vijay K. Garg and Rao V. Dukkipati, "Dynamics of railway vehicle systems," Academic Press, 1984. pp. 103~176

(10) Wickens A. H., "The Dynamic Stability of Railway Vehicle Wheelsets and Bogies Having Profiled Wheels," Int. J. Solids and Structures, Vol. 1. 1965. pp. 319

참고문헌

(1) Carsten Knudsen, Rasmus Feldberg and Alfred Jaschinski, "Non-linear Dynamic Phenomena in the Behaviour of a Railway Wheelset Model," J. Nonlinear Dynamics, 1991. pp. 389~404

(2) Cooperrider, N. K., "The Hunting Behaviour of Conventional Railway Trucks," ASME J. Eng. Industry, 1972. pp. 752~762

(3) Carter, F. W., "On the Stability of Running