韓國數學敎育學會誌 시리즈 C
<初等數學敎育>
2000. 3. 제 4권, 제 1호, 51-61.

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. C:
Education of Primary School Mathematics
Mar. 2000, Vol. 4, No. 1, 51-61.

수학적 문제 해결 지도에 대한 교사의 인식과 지도의 실제 조사

조 완 영 (청주남성중학교)
김 남 균 (한국교원대학교)

I. 서 론

현재 우리 나라의 수학 수업의 주요 목표 중의 하나는 '문제 해결력의 신장'이라고 할 수 있다. 여기에서 문제와 문제 해결이라는 용어는 그 의미가 수학적으로 뿐 아니라 일상 생활에서도 많이 사용되며, 역사적인 변천을 겪으며 시대와 관점과 학자들에 따라 다소 다르게 사용되어 왔다.

그리스 이래 수학 교육의 바탕에는 피타고라스와 플라톤의 고귀한 전통을 이어받아 순수한 앎의 가치 추구 및 정신 도야란 교육의 내재적 목적을 추구하는 교양 교육 사상의 깊은 뿌리가 있었으며(우정호, 1998), 이러한 입장에서 문제를 해결하는 것은 수학을 배우는 자의 중심적인 사고 활동이 되어 왔다. 20세기에 들어와서 Dewey가 지식의 사회적 유용성을 앞세우는 도주주의적 구성주의적인 지식관을 갖고 삶에서 발생하는 실제적인 문제 해결을 위한 교육 즉, 반성적 사고를 통한 합리적인 탐구 과정을 강조하였다. 더욱이, Thorndike가 동일요소설을 주장하게 되면서, 생활 문제를 더 잘 해결하기 위해서는 수학을 그것이 이용되는 생활 문제 해결을 통해 가르쳐야 하며 교과서에 나오는 문제들과 관련된 문제이어야 한다는 진보주의자의 주장이 심리학적 근거를 얻게 되었다. 우리 나라에서도 1955년 공포한 생활 중심 교육과정이 진보주의 교육사상에 입각한 생활 문제 해결 중심의 교육과정이었다.

제 2차 세계대전 이후 대 수학이 폭발적으로 발달하고 동서간의 냉전체제 속에서 고급 과학 기술 교육의 필요성이 제기되면서 1960년대에는 '새수학'운동이 일어났으며 그 반동으로 기초 기능으로 복귀운동이 일어났다. 그리고 1980년 National Council of Mathematics Teachers가 An Agenda for Action에서 "문제해결을 1980년대의 학교 수학의 초점으로 삼아야 한다"고 권고한 이후 문제 해결은 학교 수학의 중요한 초점이 되어왔고, 그 후 1989년 학교 수학을 위한 교육과정 평가 규준에서 '문제 해결로서의 수학'을 중요한 규준으로 제시한 이래 문제 해결을 수학 교육의 수단이자 목표로서 학교 수학의 중요한 지표가 되었다. 우리 나라에서도 1980년대 제 4차 교육과정 개편과 더불어 문제 해결을 교육과정과 교과서에 반영하여 지도하도록 하면서 문제 해결이 수학교육의 중요한 이슈로 자리 잡기 시작하였다. 그리고 제 5차 교육과정과 6차 교육과정에서는 '여러 가지 문제' 단원에서 문제 해결 지도를 하고 있다.

그러나 여전히 학교 수학에서 문제 해결을 주요한 이슈로 받아들이고는 있지만, 문제 해결에 대한 연구는 점차 소홀해지고 있다(Lester, 1994). 특히 문제 해결의 지도가 어떻게 이루어져야 하는지 또한 현재 수학 교실에서 문제 해결 지도의 현황이 어떤지에 대한 연구가 부족하다. 이에 대해 Lester(1994)는 문제 해결 지도에 대한 연구를 강화하고 그 연구의 방향으로 i) 문제 중심 수업에서 교사의 역할과 ii) 문제 중심 수업의 실제 사항에 대한 기술을 더 연구해야 하며 iii) 개인보다는 집단과 학급 전체에서의 문제 해결에 초점을 두어야 한다고 제안하였다. 실제로 우리 주변에서는 문제 해결의 연구가 주로 학생 개인의 측면에서 많이 이루어졌고, 학급에서 문제 해결 지도가 이루어지는 과정을 분석한 연구나 교사가 문제 해결을 어떻게 지도해야 하는가에 대해 어떠한 신념을 지니고 있는지 연구가 미흡하다.

따라서 본고에서는 문제 해결 지도가 어떻게 이루어지고 있는지를 여러 측면에서 알아보고자 한다. 이를 위하여 다음과 같은 연구 내용을 실행하였다.

1. 초등학교 5학년 교사들의 수학적 문제 해결에 대한

인식을 조사한다.
2. 초등학교 5학년의 문제 해결 수업을 분석하여 문제 해결 지도의 실제를 분석한다.
3. 초등 학교 5학년 2학기 수학교과서 내용을 분석하여 교과서에서 암시된 문제 해결 지도에 대한 접근법을 알아본다.

II. 수학적 문제 해결과 문제 해결 지도에 대한 접근법

1. 문제

문제해결이 학교 수학의 초점이 되어야 한다고 권고한 NCTM의 An Agenda for Action(1980)에는 문제 해결에는 모든 시민의 일상 생활에 필수적이라고 생각되는 비정형적 기능들 뿐 아니라 정형적이고 상식적인 기능들이 포함된다고 진술하였다. 여기에서 어떤 사람에게 문제가 될 수 있는 것이 다른 사람에게 문제가 되지 않을 수 있음을 읽을 수 있다. 문제 해결을 말하기 위해서는 먼저 '문제'가 무엇인지를 명확히 하여야 한다. 문제에 대한 정의는 학자들마다 다르다. 문제의 정의 중에서 가장 많이 인용되는 것은 Charles와 Lester(1982)의 정의일 것이다. 이들은 문제란 다음과 같은 사람이 직면하는 과제를 문제라고 하였다.

1. 해를 찾기 원하거나 찾아야 할 필요가 있는 과제에 접한 사람
2. 해를 찾기 위한 유용한 절차가 준비되어 있지 않은 사람
3. 해를 찾기 위한 시도를 하고 있는 사람(Charles & Lester, 1982, p.5)

Siemon(1986; Clements & Ellerton, 1991, 재인용)은 이러한 문제의 정의에 따르면서 문제를 정형 또는 비정형 문제, 교과서 문제 또는 과정 문제, 연습 문제 또는 응용 문제, 실생활 문제 또는 비실생활 문제 등으로 문제를 분류할 수 있다고 주장한다. 그러나 Clements & Ellerton(1991)은 문제를 이렇게 분류하는 것이 당연한 것으로 간주되어서는 안된다고 하였다. 왜냐하면 문제 해결자를 고려하지 않고 문제를 분류한다는 것은 반론의 여지가 많기 때문이다. 가령, 어떤 사람에게는 정형적인 문제가 다른 사람에게는 도전감을 제공할 수도 있다. 이상에서 알 수 있는 바와 같이 문제란 문제 해결자를 고려하여야 한다. 다시 Charles & Lester(1982)의 문제의 정의를 생각해보자. 이들이 주장하는 문제의 세 가지 측면들 중에서 첫 번째 것은 문제 해결의 동기 부여에 관한 것이다. 많은 수학 교육자들이 문제해결의 본질을 설명할 때 동기 부여를 매우 관련성이 높은 요인으로 여기고 있다(Blinko & Graham, 1988; Milton, 1983). Milton(1983)은 수학 학습에서 문제 해결 접근 방법에 어떠한 과제가 적합한지에 관한 논의에서 다음과 같이 논평한다.

> 문제는 해결자가 되려는 자의 흥미를 유발시킬 수 있어야 한다. 즉, 문제는 도전할 가치가 있는 어떤 것으로서의 호소력을 가져야 한다....문제란 어떤 해결을 시도함에 있어서 문제 해결 기능들이 이용될 수 있는 것이어야 한다(Milton, 1983, p.2).

수학 교실에서 여러 명의 학생을 대상으로 하는 수학 활동에서 문제가 어떤 학생에게는 문제가 되고 어떤 학생에게는 문제가 되지 않는 상황은 항상 존재한다고 할 수 있다. 그렇다면 학생들의 문제해결 활동을 돕는 문제란 어떤 것이 되어야 할까? 정형적인 문제가 항상 도전적인 과제가 아닌 것은 아니지만 수학 교실에서의 문제는 판에 박힌 듯한 연습문제는 문제에 필요한 요소인 추론하기, 추측하기 등의 고차원적인 요소가 부족하다. 따라서 수학 내용, 즉 과제와 학생의 동기를 유발시킬 수 있는 상황이 들어 있는 문제가 적절한 문제라 할 수 있을 것이다. 그리고 문제의 정의에서 언급하였던 바와 같이 학습자의 문제 해결 욕구나 문제 해결 노력은 단순히 비정형문제, 실생활 문제를 준다고 해서 일어난다기보다는, 문제 해결을 지도하는 교사의 노력과 지도 방법에 달려 있다고 할 수 있다. Kazemi(1998)는 이를 교사의 압력(pressure)라고 표현한 바 있다.

2. 수학적 문제 해결의 연구 동향

수학적 문제 해결이 수학교육에서 주목받기 시작한 이래 수학적 문제 해결 연구의 방향은 많은 변화를 겪었다. 연구의 강조점은 물론 연구 방법론상에서도 변화가 있었다. 문제 해결 연구는 1970년대부터 1980년대까지 가장 연구가 활발히 이루어졌으나 점차 연구가

쇠퇴하고 연구의 방향이 바뀌거나 다른 분야로 대체되었다. 다음에서는 Lester(1994)의 연구를 토대로 수학적 문제 해결 연구의 결과와 앞으로 연구에서 강조점을 알아본다.

(1) 문제 해결 연구의 결과

1970년대에서 1994년까지 문제 해결 연구의 강조점과 방법론의 변천은 다음 표와 같다.

<표 1> 문제 해결 연구의 강조점과 방법론에 대한 개괄 : 1970-1994 (Lester, 1994, p. 664)

년도	문제해결 연구의 강조점	연구 방법론
1970 - 1982	• 문제를 어렵게 하는 중요한 결정요인에 대한 분리 • 성공적인 문제 해결자들의 특성 확인 • 발견술 훈련	• 통계적 회귀 분석 • 초기의 교수 실험
1978 - 1985	• 성공적인 문제 해결자와 비성공적인 문제 해결자의 비교 • 전략훈련	• 사례연구 - think aloud 프로토콜 분석
1982 - 1990	• 메타인지 • 문제 해결과 정서/신념의 관계 • 메타인지 훈련	• 사례연구- think aloud 프로토콜 분석
1990 - 1994	• 사회적 영향 • 맥락속에서의 문제 해결 (상황화된 문제해결)	• 민속지적 방법

Lester(1994)는 문제 해결 연구에서 연구가 성공적으로 이루어진 분야를 1) 학생들이 문제 해결을 어려워하는 요인, 2) 성공적인 문제 해결자와 성공적이지 못한 문제 해결자의 비교, 3) 문제 해결 수업에 대한 관심, 4) 문제 해결에서 메타인지에 대한 연구라고 하고 있다. 각 분야별 연구 결과는 다음과 같다.

1) 학생들이 문제 해결을 어려워하는 요인

1970년대 초반부터 1980년 초반까지 학생들이 문제 해결을 잘 하지 못하는 원인을 연구하였는데 그 연구는 주로 학생들이 해결해야 하는 문제 유형 쪽에 집중되었었다. 즉 문제 해결의 과제 변수 연구에 치중되었다. 이 과제 변수에는 내용과 맥락 변수, 구조 변수, 문맥 변수, 발견적 행동 변수 등이 포함된다. 과제 변수의 분류는 실험 연구에서 회귀 분석을 사용하여 실행하였으나, 나중에는 과제 변수와 문제 해결자의 특성 간의 상호작용을 연구하였다(Kilpatrick, 1985).

Lester(1994)에 의하면 오늘날에는 문제 해결을 어렵게 하는 것은 문제 즉, 과제 변수의 기능이 아니라 문제 해결자의 능력(공간 시각화 능력, 문제의 구조적 특성에 집중하는 능력), 성향(신념과 태도), 문제 해결자의 경험(교육歷, 문제 유형과의 친숙도) 같은 문제 해결자의 특성에 의해 좌우된다는 일반적인 합의에 도달하였다.

2) 성공적인 문제 해결자와 성공적이지 못한 문제 해결자의 비교

1970년대 초반부터 1980년대 중반까지 문제 해결 연구는 주로 개인의 문제 해결 능력과 수행에 초점이 맞춰졌다. 다시 말하면 성공적인 문제 해결자와 성공적이지 못한 문제 해결자(능숙한 문제 해결자와 부족한 문제 해결자)를 구별하려는 연구에 집중적인 관심이 쏟아졌다. Lester(1994)는 Scheonfeld(1985, 1987)가 이 분야에서 가장 체계적인 연구를 하였다고 하였다.

Scheonfeld(1985, 1987)은 다음 다섯 가지 측면에서 성공적인 문제 해결자와 성공적이지 못한 문제 해결자가 구별되었다고 하였다.

1. 능숙한 문제 해결자는 부족한 문제 해결자보다 더 많이 안다. 즉 능숙한 문제 해결자는 지식이 잘 연결되어 있고 세마가 풍부하다.
2. 능숙한 문제 해결자는 문제의 구조적 특징에, 부족한 문제 해결자는 문제의 표면적 특징에 주의를 기울인다.
3. 능숙한 문제 해결자는 부족한 문제 해결자에 비해 문제 해결자로서의 자신의 장점과 단점에 대해 많이 알고 있다.
4. 능숙한 문제 해결자는 자신의 문제 해결 노력에 대해 부족한 문제 해결자보다 더 많이 모니터하고 조절한다.
5. 능숙한 문제 해결자는 부족한 문제 해결자보다 좀 더 '세련된' 해를 얻는데 더 많은 관심을 가지고 있다.

그러나 능숙한 문제 해결자와 부족한 문제 해결자

의 행동을 비교하여 능숙한 문제 해결자가 문제를 해결한 방법을 초보자에게 같은 방법으로 짧은 시간에 가르치는 것은 바람직한 결과를 얻지 못한다(Scheonfeld, 1985, 1987).

3) 문제 해결 수업에 대한 연구

1975년 이래의 문제 해결 프로그램을 연구하였지만 확고하게 연구의 기초가 다져진 것은 하나도 없었다(Lester, 1994). 프로그램은 주로 폴리아의 연구에 기초한 것이다. 문제 해결 연구 문헌에는 문제 해결 수업에 관하여 모호하게 제시되어 있지만, 문헌을 토대로 다음을 알 수 있다.

1. 문제 해결 능력을 향상시키기 위해서 학생들은 문제를 많이 풀어야 한다.
2. 문제 해결 능력은 오랜 기간 동안에 천천히 개발된다.
3. 수업에서 학생들이 도움을 얻게 하려면, 교사가 문제 해결을 중요하게 생각한다고 믿어야 한다.
4. 문제 해결 전략과 발견술 그리고 문제 해결 단계(예를 들어, 폴리아의 4단계 문제 해결 모형)에 대해 지도하는 것은 일반적으로 학생들의 수학 문제를 해결하는 능력을 거의 개선시키지 못한다.

4) 문제 해결에서 메타인지의 연구

1980년대 초반 수학적 문제 해결에서 메타인지의 역할에 관한 연구는 자신의 사고과정에 대한 지식, 문제 해결 과정 동안 자신의 활동을 모니터하고 조절하기에 관련된 것이었다. 이 때 메타인지를 문제 해결의 모든 단계에 커다란 영향을 미치는 인지적 행위로 간주하였었다. 점차 메타인지에 대한 연구가 활발해졌고 1980년대 말에는 메타인지가 인지적 행위뿐 아니라 비인지적 행위(특히, 신념과 태도)에 관련된다는 결론을 내렸다. 메타 인지가 문제 해결 활동에 영향을 주는 정도는 해결되지 않았으나 연구의 결과는 아래와 같이 요약할 수 있다.

1. 효과적인 문제 해결 행동은 언제 무엇을 모니터 해야 하는지와 어떻게 모니터해야 하는 지를 아는 것이다. 그리고, 학생들에게 자신의 행동을 모니터 하는 방법을 가르치는 것은 어려운 일이다.
2. 학생들에게 메타인지를 지도할 때에는 구체적인 수학 개념과 기술을 학습하는 상황에서 해야 한다. 일반적인 메타인지의 지도는 덜 효과적이다.
3. 건실한 메타인지적 기술을 개발하는 것은 어려우며 '부적당한' 메타인지적 경험도 필요하다.

(2) 앞으로의 연구에 대한 제언

Lester(1994)는 문제 해결 연구가 계속해서 발전하여왔지만, 여전히 ①문제 해결 능력을 어떻게 개발하는가?, ②이러한 개발에 영향을 주는 요인은 무엇인가?, ③어떻게 하면 학생들이 더 나은 문제 해결자가 될 수 있도록 도와줄 수 있는가? 에 대하여 연구가 꾸준히 이루어 져야 한다고 주장한다. 그리고 앞으로의 수학적 문제 해결 연구에서는 문제 해결 지도에 대한 연구, 즉 교사들에게 "문제 해결을 통한 지도"에 관한 문서화된 정보를 주어야 하며 이는 다음과 같은 연구 이슈를 통하여 접근하여야 한다고 주장하고 있다.

이슈Ⅰ : 문제 중심 수업에서 교사의 역할

간단히 말해서, 어떠한 문제 중심 수학 교육과정도 교육과정에서 교사의 역할을 분명히 설명하지 않는 한 성공하지 못한다고 생각한다. 그럼에도 불구하고 교사의 역할을 구체적으로 논의하는 수학적 문제 해결 수업에 관한 연구 문헌은 거의 없으며, 수업에 대한 연구 문헌도 문제 해결에 대해 다루고 있는 것이 거의 없다. 내가 생각하기에 교사의 역할에 주목하는 것은 어떠한 문제 해결 의제보다도 중요한 항목이다.

이슈Ⅱ : 문제 중심 수업에서 실제로 무엇이 일어나는가?

Good & Biddle(1988), Grows(1985), Silver(1985a)는 수업 시간에 실제로 일어나는 것이 무엇인가에 대한 적절한 기술이 없다는 것에 주목하였다. 특히, 교사의 행동, 교사-학생과 학생-학생간의 상호작용, 학급 풍토의 유형에 대한 기술이 부족하다. 문제 해결 수업에 대한 건전한 프로그램이 개발되길 원한다면, 그런 기술이 축적되는 것이 매우 중요하다.

이슈Ⅲ : 연구는 개인보다는 그룹과 학급 전체에 초점을 맞춰야 한다.

수학적 문제 해결에 관한 많은 연구는 개인적으로 문제를 해결하거나 문제 해결 노력을 반성할 때, 그들이 이용하는 사고과정에 초점을 맞춘다. 그럼에도 불구하고, 우리의 관심이 교실 수업(classroom instruction)에 있을 때, 우리는 그룹과 학급 전체에 주의를 기울여야만 한다. 이 분야에서 좀 더 진전이 있길 바란다면 문제 해결 수업에 대한 연구는 개인뿐만 아니라 소그룹과 학급 전체에 대한 교수-학습 과정을 조사해 볼 필요가 있다.(Lester, 1994, p.672)

2. 수학적 문제 해결 지도에 대한 접근법

Lester(1994)에서 알 수 있듯이 문제 해결의 지도는 발견술 지도→ 전략의 지도→ 메타인지의 지도→ 상황에서의 문제 해결로 변천되어 왔다고 할 수 있다. 그러나 여전히 수학적 문제 해결 수업(지도)에 관한 연구가 요망되고 있다.

실제로 오늘날 문제 해결이 교육과정에서 주요한 위치를 차지한다는데 대해 널리 인식되고 있고, 문제 해결에 대한 자료들이 많이 개발되었다. 자료들로는 문제들을 모아 놓은 문제집, 문제 해결의 전략 목록, 문제 해결을 위한 활동, 문제 해결 수행 능력의 평가를 위한 지침들이 있다. 이러한 자료들이 수학 교사가 문제 해결을 지도하는데 많은 도움이 되었지만 명백한 방향을 제시하지는 못하였다(Scheonfeld & Lester, 1989). 그 이유는 학교 수학에서 문제 해결에 초점을 두어야 한다는 것이 무엇을 의미하는지 개념의 차이가 크고, 문제 해결이라는 목표를 어떻게 달성해야하는지에 대한 명확한 정의가 없었기 때문이다. 이에 대해 Scheonfeld & Lester(1989)는 문제 해결 수업에 대한 접근법을 다음의 세 가지로 분류하고 수학적 문제 해결을 통하여 이해를 신장시키기 위하여 또 이해를 바탕으로 한 문제 해결을 위하여 문제 해결을 통한 지도를 강조하였다.[1)]

(1) 문제 해결에 대한 지도(Teaching about problem solving)

문제 해결에 대한 수업에서 교사는 폴리아의 문제 해결 모델과 같은 문제 개결 단계를 강조하게 된다. 폴리아의 문제 해결 모델에서는 수학 문제를 해결하는 단계를 문제의 이해, 계획의 수립, 계획의 실행, 검토의 독립적인 4단계로 규정하고 있다. 폴리아에 따르면 이 네 단계를 제대로 학습한 학생들은 전문가가 행하는 문제 해결 과정을 학습하는 것이며, 스스로 문제를 해결할 때 이 네 단계를 통하여 문제를 해결할 수 있게 된다.

또 문제 해결에 대한 지도에서는 문제 해결 계획을 세우거나 실행할 때 사용하는 여러 가지 발견술이나 전략을 학습하게 된다. 예를 들어, Schoenfeld(1985)의 발견술, Lenchner(1983)의 문제 해결 전략, Kurulik과 Rudnik(1987)의 문제 해결 과정 등을 학습하게 된다. 결국 문제 해결에 대한 지도에서는 실제로 문제를 해결하는 과정을 학습시킬 뿐 아니라, 문제를 해결하는 방법에 대한 구체적인 논의와 경험이 포함된다.

(2) 문제 해결을 위한 지도(Teaching for problem solving)

문제 해결을 위한 지도에서, 교사는 학습한 수학적 내용이 정형적인 또는 비정형적인 문제 해결에 적용될 수 있도록 하는데 초점을 둔다. 수학적 지식의 획득이 가장 중요하지만, 수학 학습의 본질적인 목표를 수학적 지식의 사용에 두는 관점이다. 결론적으로, 이러한 지도 방법을 통하여 학생들은 수학적 개념과 구조들의 예를 학습한 후에 문제를 해결하는데 적용할 수 있는 기회를 많이 갖게 된다. 더욱이 문제 해결을 위한 지도 방법으로 지도하는 교사들은 학생들이 한 문제 상황(context)에서 학습한 것을 다른 문제 상황으로 전이할 수 있는 능력을 중요하게 생각한다. 이러한 접근법에서 강조하는 수학 학습의 주된 이유는 획득된 지식을 문제를 해결하는데 사용할 수 있어야 한다는 것이다.

(3) 문제 해결을 통한 지도(Teaching via problem solving)

문제 해결을 통한 지도에서, 문제는 수학 학습을 위한 목표일 뿐 아니라 수학 수업의 중요한 수단이 된다. 다시 말하면 학습시키고자하는 주제의 중요한 측면을 잘 구현하는 문제로부터 시작하여, 문제를 해결하는 과정에서 수학적 아이디어나 수학적 개념을 학습하고, 합당한 문제에 따라 합당한 반응을 하여 수학적 기법이

1) 본 보고서에서는 이 세 가지 접근법을 수학적 문제 해결에 대한 교사의 인식과 문제 해결 지도의 실제를 분석하는 틀로 사용하였다.

발달하게 된다. 이 때 수학 학습의 목표는 어떤 비정형적인 문제를 정형적인 문제로 변화하는 것이다. 즉, 수학의 학습은 구체적인 것(수학적 개념이나 기법의 예로서 제시된 실생활 문제)에서 추상적인 것(기호를 조작하기 위한 기호적 표현이나 기법)으로의 이동이라고도 볼 수 있다. 따라서 이러한 지도 유형에서는 수학 수업에서 학습한 수학적 개념이나 원리를 실생활 문제에 적용하는 것보다는 실생활에서 문제 상황을 찾아내어 문제를 정의하고, 문제를 해결하는 과정에서 수학적 개념이나 원리를 학습하게 된다. 즉, 문제 해결 자체에 초점을 맞추기보다는 수학적 이해에 초점을 맞추는 것이다.

Ⅲ. 연구 방법 및 절차

1. 연구 대상

청주시내에 소재하고 있는 B초등학교 5학년 담임교사 5명과 Y초등학교 5학년 담임 교사 8명에게 수학적 문제 해결에 지도에 대한 인식을 설문지로 조사를 하였고, 이 중 두 학급의 문제 해결 수업 내용을 관찰하였다. 교육과정 상에서 다루고 있는 문제 해결 지도 방법을 알아보기 위하여 제 6차 교육과정 초등학교 5학년 2학기 수학 교과서의 내용을 살펴보았다.

2. 검사 도구

문제 해결 지도에 대한 교사들의 인식(연구 문제 1)을 알아보기 위하여 설문지를 사용하였다. 문항은 모두 5개로 구성되었는데 1번 문항은 2-5번 문항에서 교사들의 인식을 분석하였다. 문항 내용은 다음과 같다.

<표 2> 수학적 문제 해결 지도에 관한 인식 조사 用 설문지

1. 수학에서 문제 해결이라는 말을 언제(어떻게) 처음 접하였습니까?
2. 수학적 문제 해결이란 무엇이라고 생각하십니까?
3. 수학적 문제 해결을 왜 지도한다고 생각하십니까?
4. 수학 시간에 문제 해결을 어떻게 지도하고 계십니까?
5. 수학적 문제 해결을 지도하면서 겪은 어려움이나 의문사항은 무엇입니까?

3. 조사 절차

(1) 수학적 문제 해결 지도에 대한 교사들의 인식 조사

앞에서 제시한 것과 같은 설문지에 대한 반응으로 인식 조사를 하였고, 반응에서 분류하기가 모호한 경우는 개인 면담을 실시하여 확인하였다.

(2) 수학적 문제 해결 지도의 실제 분석

인식을 조사한 교사 2명을 상대로 수학적 문제 해결 수업에 가장 적절한 단원을 설정하여 수업을 해달라고 요청하고 40분 동안의 수업을 관찰하고 문제 해결 지도에 대한 인식을 분석하였다. 이 때 면담과 설문지를 통하여 확인된 문제 해결 지도에 대한 인식이 실제 수업에 어떻게 반영되는 지에 초점을 두었다.

(3) 초등학교 5학년 2학기 수학 교과서의 분석

(1)과 (2)의 분석 결과 교사들이 수학적 문제 해결을 제재와 교과서 구성 방식에 상당히 의존한다는 결론을 내리고 교과서 구성방식에서 수학적 문제 해결 지도의 실제를 분석하였다.

4. 자료의 분석

이 보고서에서 사용된 분석의 틀은 Scheonfeld & Lester(1989)는 문제 해결 수업에 대한 접근법 세 가지이다. 접근법에 따른 분류 기준을 요약하면 아래 표와 같다.

<표 3> 분류 기준표

접근법	분류 기준
문제 해결에 대한 지도(about)	문제 해결 단계, 발견술, 전략의 지도
문제 해결을 위한 지도(for)	수학적 개념과 구조들의 예를 학습한 후에 문제를 해결하는데 적용
문제 해결을 통한 지도(via)	실생활에서 문제 상황을 찾아내어 문제를 정의하고, 문제를 해결하는 과정에서 수학적 개념이나 원리를 학습

1) 수학적 문제 해결 지도에 대한 설문지 내용
2) 수학적 문제 해결 지도를 관찰하고 비디오 촬영한 내용
3) 초등학교 5학년 2학기 수학 교과서 차시 내용과 교과서 구성 방식

을 분석하여 위의 분류 기준에 따라 수학적 문제 해결 접근법을 분류하였다.

문제 해결 지도에는 여러 가지 요소가 담겨있으므로 (1)-(3)을 어떤 하나의 접근법이라고 규정한다는 것이 너무 단정적이지만 본 고에서는 주된 관점을 잡아서 하나의 범주에 해당하는 가를 알아보았지만, 경계가 모호한 경우는 두 가지 범주에 걸쳐서 해당하는 것으로 보았다.

Ⅳ. 결 과

1. 교사들의 수학적 문제 해결 지도에 대한 인식 조사

설문과 면담을 통하여 초등학교 5학년 교사들의 수학적 문제 지도법에 대한 인식을 조사한 결과는 다음과 같다.

<표 4> 설문조사 결과표

문제 해결 지도의 접근법	대한 (about)	위한 (for)	통한 (via)
명(총 13명)	2	11	0
백분율(%)	15.4	84.6	0

이 중에서 한 교사[2]의 설문지에서는 특정한 접근법이 드러나지 않아 분류하기 모호하였다. 면담을 통하여 '문장제를 해결하기 위하여', '단순한 계산력 문제는 쉬워하지만 이를 이용하는 문제는 어려워한다'는 말을 듣고 문제 해결을 위한 지도의 인식을 지니고 있는 것으로 분류하였다.

2. 문제 해결 수업 분석 결과

(1) 수업 1

2) 수업 관찰 1의 대상인 Y초등학교 K교사

가. 분석 전

Y초등학교 K교사에게 수학적 문제 해결 수업에 가장 적절한 단원을 설정하여 수업을 해달라고 요청하고 40분 동안의 수업을 관찰하였다. 교사 K는 진도와 상관없이 문제 해결을 지도할 수 있는 단원으로는 여러 가지 문제 단원이 적절하다며 10단원의 모양과 '크기가 같은 도형 만들기'(도형을 같은 모양으로 분할하기, 탱그램으로 모양 만들기)를 지도하였다. 질문지와 면담에서 교사 K는 문제 해결을 위한 지도의 관점을 지니고 있는 것으로 분류하였다.

나. 분석 결과

교사 K는 소집단형태로 수업을 진행하였다. 수업 시간동안 아동들에게 스스로 문제를 풀게 하며 학생들이 다양한 방법으로 문제를 풀어보고 풀이를 전체에 발표하고 검토하게 하였다. 학생들은 수업에 무척 적극적이었으며 교사도 학생들의 의견을 잘 수용하였다. 학생들이 문제를 어렵게 생각을 하면 아래와 같이 '힌트'라고 하여 일종의 발견술을 제시하였다.

T. ...앞에서 했던 것을 잘 생각해 봐요. 자...중점을 찍고...연결하면 어떻게 될까요?
T. 힌트를 하나 주겠어요. 모양을 잘 보세요... 원래 도형과 똑같은 모양의 도형이 4개가 생기게 됩니다.

또한 교과서에 제시된 문제 이외 예제를 준비하여 학생들이 문제 해결 경험을 많이 가질 수 있게 하였다. 그러나 문제 해결을 하면서 수학 개념이나 원리를 학습하는 모습은 보이지 않았다. 이것으로 교사 K는 실제 문제 해결을 지도하는데 있어서 '문제 해결에 대한 지도'와 '문제 해결을 위한 지도'의 입장 모두를 취하고 있다고 볼 수 있다.

다. 수업 분석 전과 결과의 비교

교사 K는 수업 전에 면담을 통해서는 문제 해결을 '위한' 지도의 관점을 지니고 있는 것으로 분석되었으나 실제 수업에서는 문제 해결에 '대한' 지도를 하고 있었다.

(2) 수업 2

가. 분석 전

B초등학교의 교사 J의 학급에서 수업 관찰을 하였다. J는 설문 조사 결과 문제 해결을 '위한' 지도의 관점을 지니고 있었다. J의 학급은 4개의 분단 형태로 수업이 진행되었다. J에게 문제 해결에 적합한 단원을 물었더니 K교사와 마찬가지로 '여러 가지 문제' 단원이 적절하다고 하였다. 그러나 5. 여러 가지 문제(1)은 이미 학습한 뒤이고 교사 K와 비교하기 위하여 진도에 맞는 수업을 해달라고 하였다.

수업 2에서 관찰한 수업은 6. 직육면체의 겉넓이와 부피 중 '직육면체와 정육면체의 부피'였다.

나. 분석 결과

교사 J는 학습 문제를 제시한 후 교과서를 실물환등기에 비추어 그림을 보여 주고, 칠판에 직육면체와 정육면체의 부피를 구하는 공식이 나오는 과정을 설명하였다. 그 후 교과서에 있는 문제들과, 준비한 예제를 1문제 더 제시하여 학생들이 풀어보고 발표하여 풀이 과정과 답을 확인하게 하였다. 수업 중에 학생과 교사와의 상호작용과 학생들간의 상호작용, 그리고 발표는 수업 1과 마찬가지로 왕성하였고 학생들도 공식을 이용하여 문제를 잘 풀어 나아갔다. 수업 진행은 교과서 구성에 상당히 의존하였다.

공식 유도 과정을 깨닫게 해주고 반복 연습을 하게 한 후, 문제 풀이를 하게 한 점으로 보아 교사 J는 문제 해결을 '위한' 지도의 관점을 지니고 있는 것으로 생각된다.

다. 수업 전과 후의 비교

수업 교사 J는 설문지에서 4번에 대해

> 처음에는 원리를 이해해서 공식 유도 과정을 깨닫게 해주고 반복 연습을 한 후, 실생활과 관련된 다양한 형태의 문제를 제시함

이라고 반응하였다. 문제 해결에 대한 이러한 인식은 수업 시간에 그대로 반영되어 문제 해결을 '위한' 수업을 하였다.

(3) 수업 분석의 결과

수업 1에서, K교사가 질문지와 면담에서는 그 입장이 모호하였고 문제 해결을 '위한' 지도의 관점을 주로 나타내었으나 지도의 실제에서는 문제 해결에 '대한+위한' 지도의 관점을 드러낸 점을 보면, 교사의 문제 해결 지도에 대한 인식이 수업의 실제에 그대로 반영되기보다는 수업에서 다루는 제재에 의해서도 좌우됨을 알 수 있다.

교사 J는 교사의 문제 해결 지도에 대한 인식이 수업의 실제에 그대로 반영되었고(문제 해결을 위한 지도), 수업의 진행 양태는 교과서 구성 방법을 따르고 있었다.

수업 분석이 2차시뿐이며 서로 다른 교사의 수업 한 차시씩을 관찰하였으므로 어떤 규칙이나 결론을 내리기에는 성급한 감이 있다. 그러나 여기에서 알 수 있는 한 가지 내용은 교사의 문제 해결 지도에 대한 인식 실제로 수업 시간에 반영되며(교사 J), 수업의 주제 즉, 교과서 내용과 내용 구성 방식이 지도의 실제에서 큰 영향을 미침을 알 수 있다(교사 K와 J).

3. 수학 교과서 분석 결과

문제 해결에 대한 교사의 인식과 문제 해결 수업의 실제를 분석한 결과, 문제 해결 지도에는 수업의 주제(주로 교과서 내용과 구성 방식)의 영향이 큼을 알 수 있었다. 따라서 초등 학교 5학년 2학기 수학 교과서의 차시별 내용을 분석하여 문제 해결 지도의 실체를 알아보았다.

연습문제를 제외한 차시별 학습 내용을 교과성 구성에 따라 문제 해결 지도의 접근법을 연결지어 보면 다음 표와 같다. 여기에서 ◎는 문장제 문제나 비정형 문제가 제시되어 있지 않고 정형문제이며 수와 식으로만 제시되어 있는 경우이며, 표와 그래프에서는 그림이나 표가 포함되어 있다. ○는 문장제 제시-수학 내용(풀이 방법)-예제의 순서로 구성된 것이다. 그리고 △표로 두 개의 영역에 표시되어 있는 경우는 문장제 제시-수학 내용(풀이 방법)-예제로 구성되어 있으나 처음 제시된 문제가 단순히 계산 위주의 문제가 아니어서, 교과서 구성 방식만으로는 한가지 지도 접근법으로 분류하기 어려운 경우이다. 다시 말하면 교과서를 특별히 많이 재구성하지 않아도 수업의 실제에서 따라서 문제 해결 지도 방법이 달라지는 것들이다.

<표 5> 교과서 분석결과

단원명	학습내용	문제해결지도의 실제		
		대한	위한	통한
1. 소수의 곱셈	(소수)×(자연수)		○	
	(대소수)×(자연수)		○	
	(자연수)×(소수)		○	
	곱의 소수점의 위치		◎	
	소수에 10, 100, 1000 곱하기		◎	
	(소수)×(소수)		○	
	(대소수)×(대소수)		○	
	세 소수의 곱셈		◎	
2. 분수의 나눗셈	(진분수)÷(자연수)		○	
	(대분수)÷(자연수)		○	
	분수와 자연수의 혼합 계산 및 문장제 해결하기		○	
3. 직육면체	직육면체의 면 알기		△	△
	직육면체의 겨냥도 완성하기		◎	
	직육면체의 전개도 알기		◎	
	직육면체의 전개도 그리기		◎	
4. 소수의 나눗셈	몫이 소수 한 자리인 (대소수)÷(자연수)		○	
	몫이 소수 두 자리인 (대소수)÷(자연수)		○	
	몫이 순소수인 (소수)÷(자연수)		○	
	소수점 아래0을 내려 계산하는 (소수)÷(자연수)		○	
	몫의 소수 첫째 자리에 0이 있는 (소수)÷(자연수)		○	
	몫이 소수인 자연수의 나눗셈		○	
	몫을 근사값으로 나타내기와 나눗셈의 활용		○	
5. 여러 가지 문제 (1)	문장을 식으로, 식을 문장으로 나타내기	○		
	조건에 맞는 x의 값 구하기	○		
	문제에 주어진 조건 알아보기	○		
	그림을 그려서 문제 풀기	○		
6. 직육면체의 겉넓이와 부피	직육면체와 정육면체의 겉넓이		△	△
	부피의 단위를 이해, 1㎤의 도입		◎	
	직육면체와 정육면체의 부피		○	
	부피의 큰 단위, ㎥의 도입		◎	
	들이와 부피 단위 사이의 관계		○	
	무게의 단위, 1t의 도입		○	
	간접 측정으로 부피 구하기		○	
7. 비와 비율	비의 뜻, 비로 나타내기		△	
	비의 값을 분수, 소수로 나타내기		○	
	비율, 백분율 알아보기		○	△
	할푼리 알아보기		○	
	비율에서 비교하는 양 구하기		○	
8. 좌표와 그래프	수직선에서 점의 위치		◎	
	좌표 평면에서 점의 위치		◎	
	좌표평면 알아보기		◎	
	점을 좌표 평면에 나타내기		◎	
	관계식을 보고, 대응표 완성하기		◎	
	대응표를 보고, 그래프 그리기		◎	
	그래프를 보고, 관계식 구하기		◎	
9. 자료의 정리	평균을 이해하고 구하기		△	△
	평균이 이용되는 경우 알아보기		○	
	평균을 이용하여 합계 구하기		○	
	평균과 합계를 이용하는 경우		○	
	그림 그래프 알아보기		◎	
	그림그래프 그리기		◎	
10. 여러 가지 문제 (2)	소수의 계산과 관련된 문제풀기		○	
	분수의 계산과 관련된 문제풀기	△	△	
	비율을 이용한 문제 풀기		○	
	좌표와 그래프를 이용한 문제풀기		○	
	모양과 크기가 같은 도형 만들기		○	

5학년 2학기 수학교과서를 분석한 결과는 첫째, 정형이든 비정형이든 문제 해결을 위한 지도법의 관점으로 구성된 부분이 분석한 차시의 83.9% 차지하였다. 둘째, 교과서 구성만으로 문제 해결 지도에 대한 실제를 알아내기 어려운 경우(△표시)가 8.9이다. 셋째, 문제 해결에 대한 지도의 접근법으로 구성되어 있는 부분은 7.2%이며 이는 모두 5. 여러 가지 문제 (5) 단원에 있는 내용들이었다.

V. 결론 및 제언

본 보고서에서는 설문과 면담을 통하여 문제 해결 지도에 관한 교사의 인식을 조사하고, 수업 관찰과 교과서 분석을 통하여 문제 해결 지도의 실태를 알아보았다. 분석의 결과 다음과 같은 결론을 내릴 수 있었다.

첫째, 초등학교 5학년 교사들의 수학적 문제 해결을 지도에 대한 인식은 주로 "문제 해결을 위한 지도"의 접근법을 지니고 있으며 문제 해결 지도의 실제에 영향을 주고 있다.

둘째, 교과서 구성 방식에 따라 문제 해결 지도법을 분류하여 본 결과 "문제 해결을 위한 지도"의 접근법이 주류를 이루었다. 그리고 교사들의 수학적 문제 해결 지도에 대한 인식뿐 아니라 교과서 구성 방식이 수학적 문제 해결 지도 실제에 영향을 주며 이를 고려한다면, 초등학교 5학년 교실에서 문제 해결 수업은 "문제 해결을 위한 지도"를 중심으로 이루어지는 것으로 여겨진다.

셋째, 교과서에서 다루고 있는 문제 해결을 위한 지도의 대상이 되는 문제들은 정형 문제들과 수식으로 된 문제들이 대부분이었다.

넷째, 문제해결에 대한 지도는 주로 "여러 가지 문제" 단원에서 집중적으로 이루어지고 있으며, 그 비중도 적다.

다섯째, 수학적 문제 해결을 통해 수학 개념을 지도하는데 대한 교사의 이해가 부족하며 현행 6차 교과서 상에서 문제 해결을 통한 문제 해결이 이루어질 수 있는 환경이 마련되고 있지 않다.

문제 해결이 수학 교육의 수단이자 목적이 되고 있고, 학교 수학에서 문제 해결에 초점을 두어야하는 이유는 수학적 이해에 있으며 이를 위해서는 문제 해결을 통한 지도를 해야한다(Scheonfeld & Lester, 1989)는 주장에 주목하여야 한다. 제 7차 수학교육과정은 활동 중심으로 교과서가 구성되어 수학적 활동 즉 문제 해결 활동을 통하여 수학 개념을 학습하도록 하고 있다. 그러나 수학 활동이 수학 개념으로 잘 연결되는가, 즉 수학적 문제 해결을 통해 학생이 그 활동에서 다루는 수학 개념을 제대로 이해하는가는 교사의 손에 달려 있다고 할 수 있다. 자칫하면 활동에만 치중하고 수학 내용은 소홀히 하거나 활동과 수학 내용이 겉돌 수 있다.

따라서 교사는 문제 해결 지도에 대해서 단순히 수학 내용을 응용하여 문제를 푸는 것으로 보는 관점에서 문제 해결을 통해 수학적 이해를 하는 것으로 관점의 폭을 넓히며 동시에, 이를 올바로 수학교실에서 실현하도록 노력하여야 하겠다.

참 고 문 헌

교육부 (1997). 초등학교 수학 5-2. 국정교과서주식회사.

우정호 (1998). 학교 수학의 교육적 기초. 서울대학교 출판부.

Blinko, J. & Graham, N. (1988). *Mathematical Beginnings : Problem solving for young children.* Colchester: Claire Publications.

Charles, R. & Lester, F. (1982). *Teaching problem solving: What, why, & how.* Plao Alto: C.A.: Dale Seymour.

Clements, M. A. & Ellerton, N. F. (1991). *Polya, Kruteskii and the Restaurant problem : Reflections of problem solving in school mathematics.* Deakin University.

Good, T. L. & Biddle, B. J. (1988). Research and the improvement of mathematics instruction : The need for observational resources. In D. A. Grouws, T. A. Coony, & D. Jones (Eds.). *Perspectives on research on effective mathematics teaching* (pp. 114-142). Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics.

Grouws, D. A. (1985). The teacher and classroom instruction: Neglected themes in problem-solving research. In E. A. Silver (Ed.), *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives* (pp. 295-308). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Kazemi, E. (1998). Discourse that promote conceptual understanding, *Teaching Children Mathematics* **4(7)**, 410-414.

Kilpatrick, J. (1985). A retrospective account of the past 25 years of research on teaching mathematical problem solving. In E. A. Silver (Ed.), *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives* (pp. 1-15). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Krulik, S. & Rudnick, J. A. (1987). *Problem Solving : A handbook for teachers.* Boston: Allyn and Bacon, Inc.

Lenchner, G. (1983). *Creative Problem solving in school mathematics*. Boston, MA: Houghton Mifflin Company.

Lester, F. K. (1980). Research on mathematical problem solving. In R. J. Shumway (Ed.). *Research on mathematics education* (pp. 286-323). Reston, VA.: The National Council of Teachers of Mathematics.

Lester, F. K. Jr. (1994). Musing about mathematical problem-solving research: 1970-1994. *Journal for Research in Mathematics Education* **25(6)**, 660-675.

Miltòn, K. (1983). *Children think: A problem solving resource books for teachers*. Sandy Bay, Tas.: Archimedes Press.

National Council of Teachers of mathematics (1980). *An agenda for action: Recommendations for school mathematics of the 1980s*. Reston, VA: Author.

____(1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.

Scheonfeld, A. H. & Lester, F. K. Jr. (1989). Developing understanding in mathematics via problem solving. In P. R. Trafton & A. P. Shuite (Eds.). *New directions for elementary school mathematics (1989 yearbook)* (pp. 31-42). Reston, VA.: The National Council of Teachers of Mathematics.

Scheonfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando, FL: Academic Press.

Scheonfeld, A. H. (1987). What's all the fuss about metacognition? In A. H. Scheonfeld (1987). *Cognitive science and mathematics education* (pp. 189-215). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

A Survey on the Teachers' Belief about Teaching Mathematical Problem Solving and Teaching Practice

Cho, Wanyoung

Namseong Middle School, Bunpyoung, Heungdeok, Cheongju, Chungbuk, 361-201, Korea.
e-mail: matheduhead@yahoo.co.kr

Kim, Nam Gyun

Korea National University of Education, Cheongwon-gun, Chungbuk 363-791, Korea.
e-mail: ngvirus@hotmail.com

Mathematical Problem solving has been the focus of a considerable amount of research over past 30 years. But nowadays problem solving is being beginning to be of less interest to mathematics education researchers. Moreover, mathematics teachers have an urgent need to be provided with well-documented informations about "teaching of(expecially, via) problem solving" though following research issues ; i) the role of the teacher in a problem-centered classroom, ii) what actually takes place in problem-centered classrooms, and iii) groups and whole classes' problem solving rather than individuals. This paper intends to give some informations about practice of teaching mathematical problem solving in elementary school.