

# 병렬형 역진자 시스템 제작 및 분리제어

김주호\*, 박운식\*, 최재원\*\*

## Implementation of a Parallel Inverted Pendulum System with Decoupling Control

Joo Ho Kim\*, Un Sik Park\*, and Jae Weon Choi\*\*

### ABSTRACT

In this paper, we develop a parallel inverted pendulum system that has the characteristics of the strongly coupled dynamics of motion by an elastic spring, the time-variant system parameters, and inherent instability, and so on. Hence, it is possible to approximate some kinds of a physical system into this representative system and to apply the various control theories to this system in order to verify their fidelity and efficiency. For this purpose, an experimental system of the parallel inverted pendulum has been implemented, and a control scheme using the eigenstructure assignment for decoupling control is presented in comparison with the conventional LQR optimal control method. Furthermore, this system can be utilized as a testbed to develop and evaluate new control algorithms through various setups. Finally, in this paper, the results of the experiment are compared with those of numerical simulations for validation.

**Key Words :** Parallel Inverted Pendulum System (병렬형 역진자 시스템), Decoupling Control (분리제어), Eigenstructure Assignment (고유구조 지정법)

### 1. 서 론

역진자(inverted pendulum) 시스템은 로켓 자세제어 시스템이나 주행로봇 등과 상사되는 불안정성, 기하학적 비선형, 전성마찰(Coulomb friction) 특성을 나타내는 기계 시스템의 대표적인 모델로서 연관된 현대 다변수 제어이론 및 비선형 제어 이론을 적용, 검증하기에 적합하고 타 관련분야로의 응용성이 크기 때문에 많은 연구가 진행되어 왔다.<sup>(1-5)</sup> 그러나, 이러한 연구에서는 대부분 단일형(single type), 이중 직렬형(double-series type) 등과 같은 단

일입출력(SISO)으로 표현되는 역진자 모델을 사용하였다. 또한, 시스템 모델의 섭동(perturbation)에 대해 견실성을 취급하는 문제와 역진자 서보장치 제작시 나타나는 구동부의 건성마찰 등을 고려한 다입출력(MIMO) 즉, 다변수 역진자 모델은 일부 연구를 제외하고는 거의 취급되지 않았다.

따라서, 본 논문에서는 먼저 두 개의 역진자를 병렬로 배치하고 탄성 스프링으로 연결시킨 다변수 병렬형 역진자 시스템을 실제 제작한다. 이때 탄성 스프링의 부착 위치는 미리 설정된 한계 내에서 임의로 바꿀 수 있도록 제작되므로 파라미터 변동에

\* 부산대학교 기계공학부

\*\* 부산대학교 기계공학부 및 기계기술 연구소

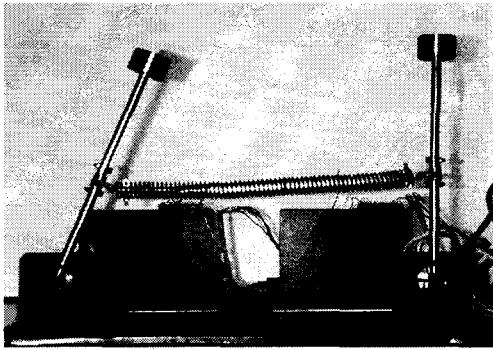


Fig. 1 Implemented parallel inverted pendulum system

의한 섭동과 구동부의 건성마찰 등과 같은 외란을 모두 고려할 수 있는 형태가 된다.

또한, 제작된 병렬형 역진자 시스템에 대하여 고유구조 지정법과 CGT(Command Generator Tracker)를 이용하여 설계한 서보제어기의 성능과 LQR과 CGT를 이용하여 설계한 제어기의 성능을 컴퓨터 시뮬레이션과 실제 실험을 통하여 비교 고찰한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 먼저, 1장의 서론에 이어, 2장에서는 제안된 병렬형 역진자 시스템의 구조와 모델링에 대하여 자세히 설명하고, 3장에서는 고유구조 지정법과 CGT를 이용한 서보제어기 설계에 대하여 기술한다. 다음으로, 4장에서는 컴퓨터 시뮬레이션을 통한 서보제어기 성능을 살펴보고, 5장에서 실험장치를 이용한 실험 결과를 고찰한다. 마지막으로, 6장에서 본 논문의 결론을 맺는다.

## 2. 병렬형 역진자 시스템의 구조 및 모델링

본 장에서는 병렬형 역진자 시스템의 구조와 수학적 모델에 대하여 기술하고, 제작한 병렬형 역진자 시스템의 중요한 특성을 간략하게 언급한다. 본 연구에서 개발된 병렬형 역진자 시스템의 하드웨어 구조를 Fig. 1에 도시하였다.

Fig. 1에 도시된 병렬형 역진자 시스템의 구조를 구체적으로 설명하면 다음과 같다. 두 개의 동일한 역진자가 각각 DC 서보 모터의 축에 직접 연결되어 있으며, 두 역진자 사이는 탄성 스프링으로 연결되어 있다. 이 스프링의 영향으로 두 역진자는 강하게 연성되어 있기 때문에 하나의 역진자를 제

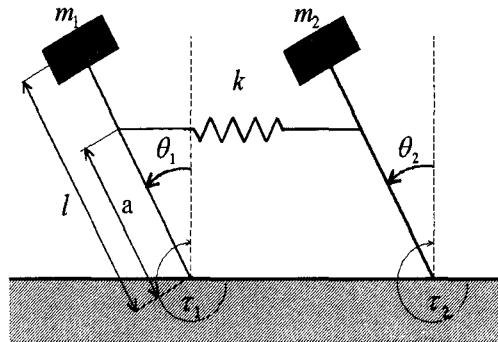


Fig. 2 Modeling of the parallel inverted pendulum system

어하는 것보다 두 개의 역진자를 동시에 제어하는 것이 더욱 힘들다. 따라서, 본 시스템은 최근에 다변수 제어문제에서 주목받고 있는 불연성화 제어문제를 연구하기 위한 적합한 제어대상 모델로 삼을 수 있다. 또한, 본 병렬형 역진자 시스템의 독특하고 중요한 특징은 두 역진자 사이에 연결된 스프링을 역진자의 봉에 고정시키지 않고 한계 범위이내에서 스프링 연결위치가 움직일 수 있도록 제작하여, 시스템이 실제 작동하는 동안 스프링의 연결위치가 자유롭게 움직일 수 있다는 것이다. 따라서, 스프링의 위치를 시변 파라미터로 다루지 않고 모델의 불확실성(uncertainty)이나 파라미터 변동형으로 고려함으로써 시스템의 견실 제어문제를 연구하기에도 적합한 모델이다.

Fig. 1의 병렬형 역진자 시스템의 수학적 모델을 유도하기 위하여 Fig. 2에 단순화된 역진자 모델을 나타내었다. Fig. 2에서 역진자의 봉들은 모두 강체(rigid body)로, 역진자 사이의 스프링은 선형 스프링으로, 그리고 역진자의 질량을 등가 질량인 집중 질량(lumped mass)으로 가정하여 평형점(equilibrium point) 부근에서 선형화시키면 다음과 같은 선형모델을 얻을 수 있다.

$$m_1 l^2 \ddot{\theta}_1 = m_1 g l \theta_1 - k a^2 (\theta_1 - \theta_2) - \tau_1 \quad (1)$$

$$m_2 l^2 \ddot{\theta}_2 = m_2 g l \theta_2 - k a^2 (\theta_2 - \theta_1) - \tau_2$$

여기서,  $m_1$ 과  $m_2$ 는 각 역진자의 등가 질량이고,  $\theta_1$ 과  $\theta_2$ 는 각 역진자의 각변위이며,  $\tau_1$ 과  $\tau_2$ 는 각 모터의 출력 토크를 나타낸다. 그리고  $k$ 는 스프링 상수이고,  $g$ 는 중력 가속도이며,  $a$ 와  $l$ 은 각각 스프링과 질량이 부착된 높이를 나타낸다.

식 (1)의 미분 방정식을 상태 공간 모델로 나타

내기 위하여 각 역진자의 각변위와 각속도를 다음과 같이 상태변수로 정하면 식(3)과 같은 상태방정식이 구해진다.

$$x_1 = \theta_1, \quad x_2 = \dot{\theta}_1, \quad x_3 = \theta_2, \quad x_4 = \dot{\theta}_2 \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{g}{l} - \frac{ka^2}{m_1 l^2} & 0 & \frac{ka^2}{m_1 l^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{ka^2}{m_2 l^2} & 0 & \frac{g}{l} - \frac{ka^2}{m_2 l^2} & 0 \end{bmatrix} x \\ &\quad + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{m_1 l^2} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{m_2 l^2} \end{bmatrix} \tau \end{aligned} \quad (3)$$

식(3)에서 볼 수 있는 바와 같이 시스템 행렬에는 한계범위 내에서 변화할 수 있는 탄성 스프링의 부착위치  $a$ 가 포함되어 있어서 다변수 견실제어 문제를 다루기에도 적합한 모델이 된다.

### 3. 불연성화 및 서보제어기 설계

본 장에서는 본 연구에서 개발된 병렬형 역진자 시스템의 분리제어를 위한 적절한 제어기 설계에 관하여 기술한다. 제어 목적으로는 각각의 역진자가 서로의 운동 상태에 상관없이 각자 주어진 명령 입력을 잘 추종하도록 하는 것이다. 이를 위해서는 각각의 역진자의 상태들을 분리하고, 명령입력을 잘 추종하도록 해주는 불연성화 및 서보제어기의 설계가 필요하다. 본 장에서는 이러한 제어목적을 달성하기 위한 방법으로 고유구조 지정법과 CGT를 이용한 불연성화 및 서보제어에 대하여 기술한다.

일반적으로 대부분의 다변수 시스템들은 각각의 상태나 출력이 연성되어 있기 때문에 하나의 출력이 다른 출력에 영향을 미치게 된다. 그러므로, 많은 경우에 다변수 시스템의 제어기 설계자는 시스템 각각의 출력을 분리하는 불연성화 제어기를 설계해야 하는 경우가 생긴다.<sup>(6)</sup> 이러한 제어목적을

달성하기 위하여 고유구조 지정법이 많이 사용된다. 고유구조 지정법은 우-고유구조(고유치와 우-고유벡터) 지정법과 좌-고유구조(고유치와 좌-고유벡터) 지정법으로 나눌 수 있는데 우-고유구조는 모드 또는 외란의 분리성을 지배하고, 좌-고유구조는 제어의 효율성과 외란 억제성에 영향을 미친다.<sup>(7,8)</sup> 따라서, 본 논문에서는 역진자 각각의 운동 상태를 분리하기 적합한 우-고유구조 지정법을 적용한다. 또한, 각각의 역진자가 기준입력(reference inputs)을 따라가도록 하기 위하여 별도로 CGT<sup>(9-11)</sup>를 사용한다.

이제, 각각의 설계방법을 간략히 설명하기 위하여 다음과 같은 선형 시불변 시스템을 고려하자.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (4)$$

여기서,  $x \in R^n$ ,  $u \in R^m$ ,  $y \in R^r$  이다.

앞에서 언급한 바와 같이 불연성화 제어기를 설계하는 데에는 우-고유구조 지정법이 적합하다. 우-고유구조 지정 알고리즘을 설명하기 위하여 다음과 같은 행렬을 정의한다.

$$\begin{aligned} S_{\lambda_i} &\equiv [\lambda_i I - A : B] \\ R_{\lambda_i} &\equiv \begin{bmatrix} N_{\lambda_i} \\ \vdots \\ M_{\lambda_i} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5)$$

여기서, 행렬  $R_{\lambda_i}$ 의 부분행렬  $N_{\lambda_i}$ 와  $M_{\lambda_i}$ 는 각각 행렬  $S_{\lambda_i}$ 의 부분행렬  $(\lambda_i I - A)$ 와  $B$ 의 영공간(null space)의 기저(basis)를 이룬다. 그리고,  $\text{rank } B = m$ 이면 행렬  $R_{\lambda_i}$ 의 부분행렬  $N_{\lambda_i}$ 의 열들은 서로 일차독립이 된다. 이 결과를 이용하면 고유벡터는 다음과 같이 행렬  $R_{\lambda_i}$ 의 부분행렬  $N_{\lambda_i}$ 에 의해서 생성되는 열공간(column space)에 속해야 한다는 제약이 있음을 알 수 있다. 즉, 지정 가능한 고유벡터는 다음과 같이 표현된다.

$$v_i = N_{\lambda_i} z_i \quad (6)$$

여기서,  $z_i$ 는  $N_{\lambda_i}$ 의 열들을 선형조합하여 고유벡터  $v_i$ 를 결정하는 선형조합 계수로, 실수 혹은 복소수 벡터이다. 먼저  $\lambda_i$ 가 실수인 경우,  $z_i$ 가 결정되면 원하는 고유치와 고유벡터를 가지도록 해주는 되며 이득행렬  $K$ 는 다음과 같이 구해진다.<sup>(12)</sup>

$$K = [M_{\lambda_i} z_1 \cdots M_{\lambda_i} z_n] [v_1 \cdots v_n]^{-1} \quad (7)$$

그리고  $\lambda_i$ 가 공액복소수인 경우에 대해서도 간단

한 변환행렬을 이용하여 되먹임 이득행렬  $K$ 를 위와 같은 방법으로 쉽게 구할 수 있다.

다음으로 각각의 역진자가 기준입력을 잘 추종하도록 하기 위하여 CGT를 사용하는데 이는 앞먹임 이득을 통하여 구현된다. CGT는 외연적 모델 추종기법(explicit model following method)의 하나로서, 본 논문에서와 같이 단순한 저주파의 명령입력을 추종하는 경우에는 다음과 같은 형태의 제어입력을 얻을 수 있다.<sup>(7)</sup>

$$u = [\Omega_{22} + K\Omega_{12}]u_m - Kx \quad (8)$$

여기서,  $[\Omega_{22} + K\Omega_{12}]$ 는 앞먹임 이득행렬이고,  $u_m$ 은 시스템에 들어가는 명령입력이며,  $K$ 는 되먹임 이득행렬이다. 그리고  $\Omega_{ij}$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{bmatrix} \Omega_{11} & \Omega_{12} \\ \Omega_{21} & \Omega_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ T & D \end{bmatrix}^{-1} \quad (9)$$

여기서,  $T$ 는 기준입력을 따라가도록 제어되는 출력을 나타내는 행렬로서 본 논문에서는 출력행렬  $C$ 를 그대로 사용할 수 있으며,  $D$ 는 영행렬(zero matrix)이다.

시뮬레이션에 사용될 파라미터들을 Table 1에 정리하여 나타내었다. Table 1에 나타난 파라미터를 식 (3)의 변수들에 대입하면 다음과 같은 상태방정식을 얻을 수 있다.

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -106.1624 & 0 & 136.3162 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 136.3162 & 0 & -106.1624 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 19.0569 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 19.0569 \end{bmatrix} \tau \quad (10)$$

이때, 고유구조 지정법을 적용하여 제어기를 설계하기 위하여 페루프 시스템의 고유치를 다음과 같이 지정하였다.

$$\lambda_1 = -24, \quad \lambda_2 = -22 \quad (11)$$

$$\lambda_3 = -14, \quad \lambda_4 = -12$$

Table 1 Parameters of the system

질량 1	0.4489 kg
질량 2	0.4496 kg
스프링 질량	0.3875 kg
스프링 상수	340.22 N/m
봉의 길이	0.325 m
한계 토크	4.94 N·m
시정수	7 ms
엔코더	1000 ppr

그리고, 페루프 시스템의 고유벡터를 각각의 역진자의 상태들이 분리되도록 다음과 같이 지정하였다.

$$[v_1 \ v_2 \ v_3 \ v_4] = \begin{bmatrix} \times & \times & 0 & 0 \\ \times & \times & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \times & \times \\ 0 & 0 & \times & \times \end{bmatrix} \quad (12)$$

여기서, 0은 각각의 역진자의 불연성화를 위하여 반드시 정확하게 지정되어야 하는 값이고,  $\times$ 는 불연성화에 크게 영향을 미치지 않는 임의의 값을 나타낸다.

페루프 시스템이 식 (11)의 고유치와 식 (12)의 고유벡터를 가지도록 앞에서 기술한 고유구조 지정 기법을 이용하여 제어기를 설계하면 다음과 같은 되먹임 제어이득을 얻을 수 있다.

$$K = \begin{bmatrix} 22.1357 & 2.4138 & 7.1531 & 0 \\ 7.1531 & 0 & 3.2449 & 1.3643 \end{bmatrix} \quad (13)$$

그리고, 서보제어기 구성을 위하여 위의 되먹임 제어이득을 이용하여 앞에서 기술한 CGT를 적용하면 다음과 같은 앞먹임 제어이득을 얻을 수 있다

$$F = \begin{bmatrix} 27.7065 & 0 \\ 0 & 8.8157 \end{bmatrix} \quad (14)$$

이때, 되먹임 제어이득과 앞먹임 제어이득의 크기를 합한 전체 제어이득의 크기는 다음과 같다.

$$\|K\|_F + \|F\|_F = 53.7844 \quad (15)$$

여기서,  $\|\cdot\|_F$ 는  $(\cdot)$ 의 프로베니우스 놈(Frobenius norm)을 나타낸다. 식 (15)의 전체 제어이득의 크기는 다음에 기술할 LQR과 CGT를 이용하여 설계한 제어기와의 성능 비교를 위한 중요한

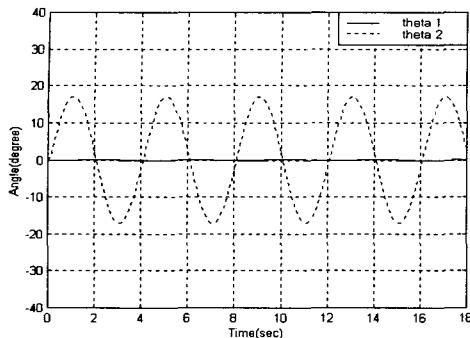


Fig. 3 Angular displacement (eigenstructure assignment + CGT)

자료가 된다.

다음으로 제어기의 성능 비교를 위하여 LQR과 CGT를 이용하여 불연성화 및 서보제어기를 설계하였다. 이때, 상태 가중행렬  $Q$ 는 단위행렬 (identity matrix)로 두고, 설계 파라미터로서 입력 가중행렬  $R$ 은 전체 제어이득의 크기가 식 (15)의 제어이득 크기와 비슷한 값을 가지도록 diag {0.0043, 0.0043}으로 두었다. 이로부터 되먹임 제어이득  $G$ 와 앞먹임 제어이득  $H$ 는 각각 다음과 같이 구해진다.

$$G = \begin{bmatrix} 12.0255 & 15.2912 & 4.8885 & 0.0168 \\ 4.8885 & 0.0168 & 12.0255 & 15.2912 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$H = \begin{bmatrix} 17.5963 & -2.2646 \\ -2.2646 & 17.5963 \end{bmatrix} \quad (17)$$

그리고, 되먹임 제어이득과 앞먹임 제어이득의 크기를 합한 전체 제어이득의 크기는 다음과 같다.

$$\|G\|_F + \|H\|_F = 53.4568 \quad (18)$$

#### 4. 수치 시뮬레이션 결과 고찰

본 장에서는 Fig. 2에 도시된 병렬형 역진자 모델에 대하여 3장에서 기술한 고유구조 지정법과 CGT를 결합한 방법을 이용하여 설계한 불연성화 및 서보제어기의 성능을 먼저 수치 시뮬레이션을 통하여 고찰한다. 또한, LQR과 CGT를 이용하여 설계한 제어기의 성능과 비교하여 3장에서 제안한 알고리즘 즉, 고유구조 지정법과 CGT가 결합된 알고리즘의 성능이 우수함을 입증한다.

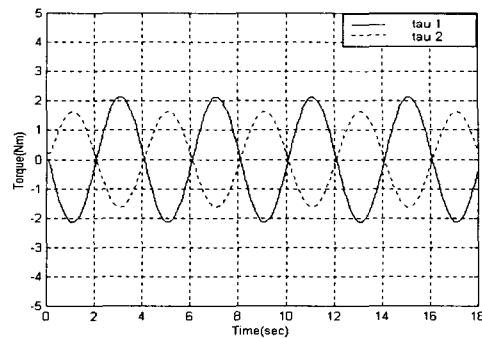


Fig. 4 Input torque (eigenstructure assignment + CGT)

3장에서 구한 제어이득을 이용하여 각각에 대하여 먼저 수치 시뮬레이션을 수행하였다. 시스템의 기준입력으로는 불연성화 성능과 서보 성능을 동시에 고려할 수 있도록 역진자 하나는 가만히 정지해 있도록 0을 주었으며, 다른 역진자는 반복적으로 계속 움직이도록 크기가 0.3 rad ( $\approx 17^\circ$ )이고 주파수가 0.25 Hz인 정현파 신호를 주었다. Fig. 3과 Fig. 4에 고유구조 지정법과 CGT를 이용했을 때의 각 역진자의 각변위의 시간추이와 제어입력의 시간추이를 각각 도시하였고, Fig. 5와 Fig. 6에는 LQR과 CGT를 이용했을 때의 결과들을 도시하였다. 시뮬레이션 결과를 살펴보면 거의 비슷한 크기의 제어이득을 사용했을 때, 고유구조 지정법과 CGT를 사용했을 때(Fig. 3)가 LQR과 CGT를 사용했을 때(Fig. 5)보다 기준입력을 추종하는 추적 성능뿐만 아니라 두 역진자 사이의 불연성화 성능도 우수한 것을 볼 수 있다.

#### 5. 실험장치 구성 및 실험 결과

본 장에서는 3장에서 설계한 제어기를 제작한 병렬형 역진자 실험장치에 적용하여 4장의 수치 시뮬레이션 결과와 비교하고, 수치 시뮬레이션의 타당성 및 본 연구에서 개발한 병렬형 역진자 실험장치의 유용성을 검증한다. 먼저 실험에 사용된 장비와 실험장치 구성에 대하여 기술하고, 다음으로 실험결과를 수치 시뮬레이션의 결과와 비교 검토한다.

##### 5.1 실험장치 구성

3장에서 설계한 불연성화 및 서보제어기를 실

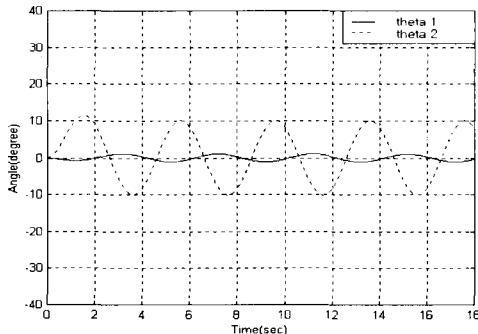


Fig. 5 Angular displacement (LQR + CGT)

제 병렬형 역진자 시스템에 적용하기 위하여 실험장치를 다음의 Fig. 7과 같이 구성하였으며, 구현된 전체시스템의 모습이 Fig. 8에 도시되어 있다.

Fig. 7에 도시된 바와 같이, 각각의 역진자는 별도의 감속기어를 사용하지 않고 모터의 축에 직접 고정되도록 설계되어 감속기어 사용으로 인한 마찰력의 발생을 최대한 줄였다. 역진자의 말단 질량은 각각  $0.4489\text{ kg}$ ,  $0.4496\text{ kg}$ 이고, 역진자 봉의 질량은  $0.325\text{ m}$ 의 속이 빈 스테인레스 봉을 사용하였기 때문에 말단 질량에 비해 상대적으로 무시할 수 있을 정도로 작다. 그리고, 두 역진자 사이는 스프링 상수가  $340.22\text{ N/m}$ 인 탄성 코일 스프링이 연결되어 있다. 실제 실험에서는 두 역진자 사이의 거리가 좁아지면 스프링이 압축되어 힘이 발생하는 것이 아니라 좌굴현상(buckling)이 발생하기 때문에 스프링이 충분히 제 역할을 하지 못한다. 따라서, 스프링의 좌굴현상을 방지하기 위하여 스프링 속에는 가이더(guided)를 첨가하였다. 가이더는 윤활제를 사용하여 마찰에 의한 영향이 최소가 되도록 제작되었다. 가이더를 포함한 스프링의 전체 질량은

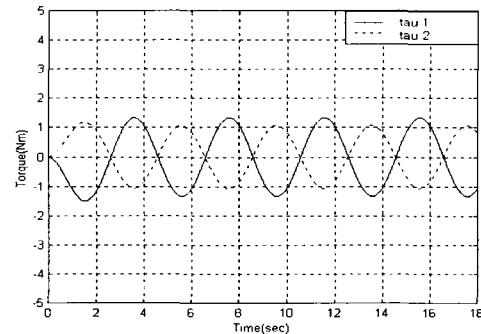


Fig. 6 Input torque (LQR + CGT)

$0.3875\text{ kg}$ 으로 무시할 수 없기 때문에 제어기를 설계할 때에는 이를 등가질량으로 계산하여 각각의 역진자 말단 질량에 첨가하였다.

본 실험에 사용된 구동기는 Parker Hannifin사에서 제작한 SM233B 브러시리스(brushless) DC 서보모터를 사용하였다. 이 모터는 최대 전류  $20.5\text{ A}$ 에서  $4.94\text{ N}\cdot\text{m}$ 의 최대 토크를 발생하며, 전기적 시정수(electrical time constant)와 기계적인 시정수(mechanical time constant)는 각각  $0.41\text{ ms}$ 와  $7\text{ ms}$ 으로 실제 시스템의 시정수에 비하여 무시할 수 있을 만큼 작은 값을 가진다. 그리고, 이 모터에는 1000

$ppr$ 의 엔코더가 부착되어 있어서 역진자의 각변위를 측정하여 펄스 신호를 발생시킨다. 이 펄스 신호는 12비트 업/다운 카운터(up/down counter)에서 계수(count)되어 디지털 컴퓨터와 데이터 획득 시스템(data acquisition system)으로 전달된다.

데이터 획득 시스템은 16채널의 A/D 변환기와 2채널의 D/A 변환기가 있는 DARIM사의 DR-8330 보드를 이용하여 구성하였다. 그리고, 실시간 제어기(real time controller)는 펜티엄 233 MHz 컴퓨터에

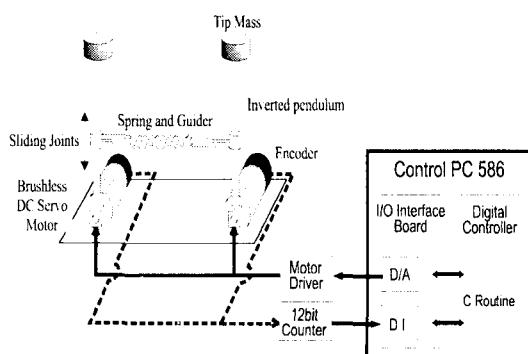


Fig. 7 Hardware setup



Fig. 8 Parallel inverted pendulum system

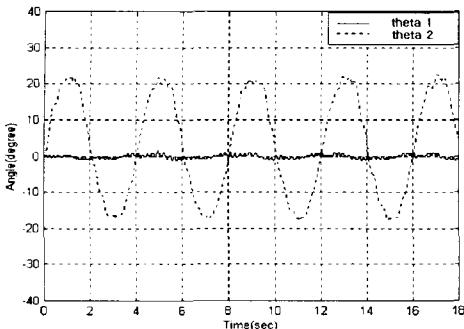


Fig. 9 Angular displacement (eigenstructure assignment + CGT)

서 C-언어를 이용하여 구성하였다. 즉, 엔코더에서 측정된 값은 중간과정을 거쳐 마지막으로 제어기에도달하고, 제어기에서는 제어입력으로 모터의 서보 구동장치를 통하여 적절한 전압을 모터에 공급하게 된다.

## 5.2 실험결과 및 고찰

본 논문에서는 스프링에 의하여 연성된 두 역진자를 불연성화하는 것에 초점을 맞추고 있기 때문에 스프링을 역진자의 봉에 고정시켜 두고 실험을 수행하였다. 만일 파라미터 변동이나 모델 불확실성 등의 견실제어에 대한 문제를 고려하고자 한다면 애초에 설계한대로 스프링을 역진자의 봉에 고정시키지 않고 자유롭게 움직이도록 해주면 된다.

실제 실험은 수치 시뮬레이션과 같은 조건에서 수행하였다. 명령입력으로는 앞에서와 마찬가지로 하나의 역진자에는 0을 주었고, 다른 역진자는 크기가  $0.3 \text{ rad} (\approx 17^\circ)$ 이고 주파수가  $0.25 \text{ Hz}$ 인 정현파 신호를 주었다. 실험결과를 Fig. 9 ~ Fig.

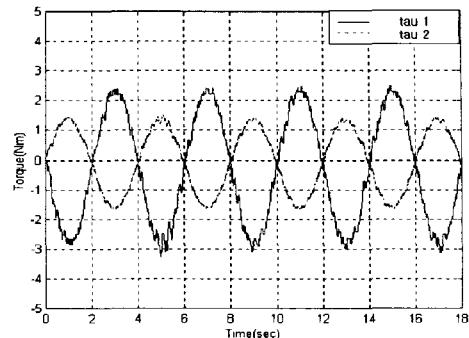


Fig. 10 Input torque (eignestructure assignment + CGT)

12에 도시하였다. Fig. 9와 Fig. 10은 고유구조 지정법과 CGT를 적용하였을 때의 각 역진자의 각변위 시간추이와 제어입력의 시간추이를 도시한 것이고, Fig. 11과 Fig. 12는 LQR과 CGT를 적용하였을 때의 결과들을 도시한 것이다. 실험의 결과를 살펴보면 수치 시뮬레이션을 통하여 예상했던 결과와 거의 일치하는 것을 알 수 있다. 수치 시뮬레이션 결과와 달리 약간의 떨림이 발생하는 이유는 모델링 과정에서 무시한 마찰력이나 역진자 봉의 질량, 데이터를 획득할 때 포함된 센서 잡음 등에 의한 영향으로 볼 수 있다.

고유구조 지정법을 이용한 제어기는 두 역진자의 상태들이 서로 미치는 영향을 고려하여 각각의 역진자를 불연성화 시키기 때문에  $\theta_2$ 의 움직임에 상관없이  $\theta_1$ 이 0을 유지하는 분리 성능이 우수한 반면에, LQR을 이용한 제어기는 두 역진자의 상태들이 서로 미치는 영향을 크게 고려하지 않고, 오로지 각각의 역진자의 상태만 고려하기 때문에 고유구조 지정법을 이용한 제어기보다 분리 성능이

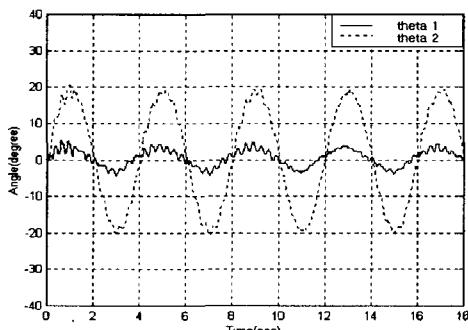


Fig. 11 Angular displacement (LQR + CGT)

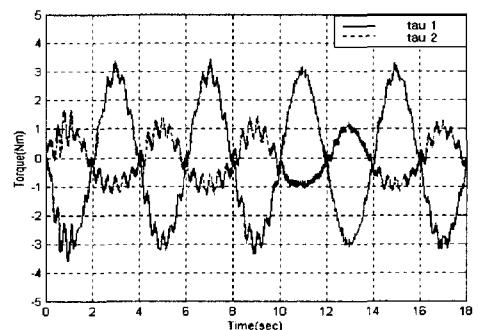


Fig. 12 Input torque (LQR + CGT)

떨어진다. 즉, 병렬형 역진자 시스템의 불연성화 및 서보제어기를 설계하는 데에 있어서 비슷한 제어이득(식 (15), 식 (18))을 가질 때, 본 논문에서 제안한 고유구조 지정법과 CGT를 사용하였을 때의 결과가 LQR과 CGT를 사용하였을 때의 결과보다 우수한 것을 수치 시뮬레이션과 실제 실험을 통하여 입증하였다.

## 6. 결 론

본 연구에서는 병렬형 역진자 실험장치를 개발하였다. 본 연구에서 개발된 병렬형 역진자 실험장치는 두 역진자가 스프링으로 연결되어 있기 때문에 불연성화 제어 문제를 다룰 수 있고 또한, 스프링의 연결위치를 고정시키지 않고 자유롭게 움직일 수 있도록 제작되었기 때문에 파라미터 변동이나 모델 불확실성 등에 대한 견실제어 문제에도 적용될 수 있을 뿐만 아니라, 대규모시스템의 분산제어 문제의 해석에도 사용가능한 실험장치이다. 그리고, 개발된 병렬형 역진자 실험장치를 이용하여 불연성화 및 서보제어기를 설계하고, 시뮬레이션과 실제 실험결과를 통하여 제어기의 성능 평가 및 개발된 실험장치의 유용성을 입증하였다.

## 후 기

본 연구는 한국학술진흥재단의 1998 과학기술 기초 중점연구지원(기계공학 연구) 사업의 연구비로 연구되었습니다(과제번호: 1998-018-E00100).

## 참고 문헌

1. K. Furuta, T. Okutani, and H. Sone, Computer Control of a Double Inverted Pendulum, *Computer and Electronic Engineering*, No. 5, pp. 67-84, 1978.
2. C. W. Anderson, Learning to Control an Inverted Pendulum Using Neural Networks, *IEEE Control and System Magazine*, Vol. 9, No. 3, pp. 31-37, 1989.
3. G. W. V. Linden and P. F. Lambrechts,  $H_\infty$  Control of an Experimental Inverted Pendulum with Dry Friction, *Proceedings of the 31th IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 123-128, 1992.
4. R. Gurumoorthy and S. R. Sanders, Controlling Non-minimum Phase Nonlinear System the Inverted Pendulum on a Cart Example, *Proceedings of the 32th IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 680-685, 1993.
5. K. G. Eltohamy and C. Y. Kuo, Nonlinear Optimal Control a Triple Link Inverted Pendulum with Single Control Input, *International Journal of Control*, Vol. 60, No. 2, pp. 239-256, 1998.
6. A. Snell, Decoupling Control Design with Applications to Flight, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 21, No. 4, pp. 647-655, 1998.
7. J. W. Choi, A Simultaneous Assignment Methodology of Right/Left Eigenstructure, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 34, No. 2, pp. 625-634, 1998.
8. J. W. Choi, Left Eigenstructure Assignment via Sylvester Equation, *KSME International Journal*, Vol. 12, No. 6, pp. 1034-1040, 1998.
9. M. J. O'Brien and J. R. Broussard, Feedforward Control to Track the Output of a Forced Model, *Proceedings of the 17th Conference on Decision and Control*, pp. 1149-1155, 1978.
10. G. M. Siouris, J. G. Lee, and J. W. Choi, Design of a Modern Pitch Pointing Control System, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 31, No. 2, pp. 730-738, 1995.
11. 김주호, 최재원, CGT와 고유구조 지정법을 이용한 지남차의 불연성화 제어기 설계, *한국정밀공학회지*, 제16권, 제6호, pp. 176-182, 1999.
12. A. N. Andry, E. Y. Shapiro, and J. C. Chung, Eigenstructure Assignment for Linear Systems, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronics Systems*, Vol. 19, No. 5, pp. 711-729, 1983.