

비틀림각 검출방식을 이용한 토크미터의 해석과 개발

김지웅*, 오세훈**, 이종원**, 정연두***, 김진남***

Analysis and development of the angular twist type torque-meter

Kim Ji Woong*, Oh Se Hoon**, Lee Chong Won**, Cheong Yeon Doo***, Kim Jin Nam***

ABSTRACT

In this study, the angular twist type torque-meter was designed and manufactured with STS 304 and fiber-reinforced composite materials to improve the dynamic properties of the existing torque-meter. From the experimental and analytical results, it was found that the dynamic characteristics of co-cured bonded torque-meter rotating shaft were better than those of the adhesively and unreinforced torque-meter rotating shaft. For the torque-meter rotating shaft manufactured by co-cured bonded with the glass fiber-epoxy composite and with a stacking sequence of $[\pm 30^\circ / STS304]_{2S}$, the natural frequency and the radial spring constant were increased by 64% and 137% compared to those of the unreinforced torque-meter rotating shaft.

Key Words : Co-cured bonding(동시접합), Adhesively bonding(본드접합), Torque meter(토크센서)

기호설명

S = Elastic section modulus

E = Young's modulus

θ = Angular displacement

ξ = Damping ratio

1. 서론

기계구조물의 성능이 향상되면서 토크 측정에 대한 필요성이 크게 증가하고 있다. 최근 비금속재료가 항공산업, 전자산업 등 여러 분야에서 금속재

료를 대신하여 사용되면서 미소한 토크를 정밀하게 측정하여야 할 필요성이 증대되고 있다. 로켓의 연소탱크 분리와 같은 예에서 볼 수 있는 바와 같이 기계부품을 볼트로 조립할 때, 견고하게 조립하여야 할뿐만 아니라 좁은 허용범위에서 정확한 토크로 조립하여야 하는 경우가 점점 더 많아지고 있다.

장력의 측정은 2개의 롤러 중간 위치에 힘센서를 붙인 롤러를 설치하여 3개의 롤러사이에 피측정물을 통과시켜 장력을 힘으로 변환하는 방법을 취하고 있다. 토크의 측정은 축의 비틀림에 의한 변형을 이용한 것으로 이것도 힘센서와 똑같이 변형 게이지식과 차동 변압식이 있으며 모두 회전축

* 중앙대학교 대학원
** 중앙대학교 기계공학부
*** 삼척대학교 정밀기계공학과

이 정지해 있어도 모멘트가 측정되는 특징이 있다. 이 외에도 축의 부하측과 구동측에 각각 교류 전압 파형을 발생시켜 축의 비틀림에 의한 양 파형의 위상차에서 비틀림 각도를 검출하는 위상 검출식이 있다. 교류의 전압파형을 발생시키는 방법에는 로터리 엔코더를 이용한 것과 자기식 근접센서와 톱니바퀴를 조합시킨 것이 있는데, 모두 변형 게이지식에 비해 충분한 강도를 가지고 있다. 토크미터의 구조는 일반적으로 외부로부터 전달되어지는 토크를 출력축으로 전달시키면서 작용하는 토크에 의해 신호를 발생시키는 회전축과 측정신호를 읽어들이는 감지부와 토크미터를 지지하고 고정시키면서 회전운동을 원활하게 하는 지지부로 구성되어 있다. 보통 토크미터의 입력토크는 회전축과 연결된 동력전달 정면 끝 부분에 압력을 받으며 감지부에 신호를 전달하고 출력토크는 회전축 후면 끝 부분의 축에 걸려 동력을 전달하게 된다. 토크미터 회전부의 조건으로 토크에 대한 강성에 비해 굽힘에 대한 강성이 큰 회전부로 설계되어야 측정값에 대한 신뢰도가 높아진다. 또한 부재에 가해지는 토크에 대하여 회전부의 변형량이 선형적이어야 하며 연결부나 커플링등 다른 요소에 의한 토크 손실이 최소화되어야 한다. 일반적으로 토크의 측정범위는 회전부를 구성하는 재료의 항복조건을 초과하지 않는 범위내로 한정하며 일반적으로 전동축의 비틀림각은 축의 길이 1m에 대하여 0.25° 이하가 되도록 제한하고 있다⁽¹⁾.

토크미터의 회전부는 지금까지는 스트레인 게이지를 축방향에 대하여 $\pm 45^\circ$ 방향으로 부착한 강철을 소재로 한 원형봉이 많이 사용되어 왔다⁽²⁾. 스트레인 게이지와 슬립링, 그리고 브러쉬를 사용한 토크미터는 게이지를 붙이는 기술에 따라 측정되는 값이 일정하지 않고 정밀한 값을 측정하기가 어려울 뿐만 아니라 실제 작용하는 토크값에 대한 신호범위가 매우 작기 때문에 외란에 영향이 정확한 값을 신뢰하기 어려운 경우가 많다.

이러한 토크미터에 대한 보완책으로 다양한 방면으로 연구가 진행되어졌다. Buchele⁽³⁾는 기존의 스트레인게이지 타입의 토크미터구조에서 신호를 받아들이는 장치인 슬립링과 브러쉬를 없앤 구조를 제안하였고, Lapeyre⁽⁴⁾과 Buchele⁽⁵⁾는 축의 비틀림을 빛의 굴절방식을 이용하여 측정하여 토크값을 측정하는 방식을 소개하였다. Eichenlaub⁽⁶⁾는 위상차 검

출방식의 토크미터의 단점인 정지시 작용하는 토크값을 읽지 못하는 단점을 보완하기 위한 방법으로 길이가 일정하지 않은 참조 이(reference tooth)를 삽입하여 비틀림각을 절대위치형태로 측정할 수 있도록 한 구조를 제안하였다. 하지만 고유진동수 등 회전운동에서 야기되어지는 여러 가지 변수를 충분히 고려할 때 고안되어진 토크미터의 고유진동수가 일반적인 산업용기계의 최대운전속도인 5000rpm를 넘지 못하는 한계가 있다.

본 연구에서는 강철재료를 보완하여 신소재로 각광받고 있는 복합재료를 회전부에 사용한 토크미터를 개발하고자 한다. 복합소재는 기존의 금속재료 원형봉에 비하여 고 비강성(specific stiffness ; E/ρ) 및 고 비강도(specific strength ; S/ρ)를 나타내기 때문에 항공기, 자동차, 로봇 등 경량화가 요구되어지고 설계조건에 적합한 재료를 구상하기가 용이한 장점을 가지고 있다. 또한 복합재료는 강철보다 영률(Youngs modulus ; E)이 1/5로 강도적으로 일정한 범위안에서는 사용상에 유리한 점이 많으며 고유진동수에 의한 영향은 복합재료의 감쇠효과 및 구조적인 성질에 의해 1차 위상속도가 금속재료에 비하여 높은 주파수에서 나타나므로 공진의 영향이 완화된다. 또한 유리섬유 에폭시 복합재료는 적층방향에 따라 E 의 변화가 다양한 값을 나타내는 것이 관찰되었으며 이는 토크미터에서 요구하는 성질을 잘 만족한다.

복합재료의 감쇠효과를 사용한 예는 알루미늄과 복합재료를 이용하여 제작한 샤프트를 적용함으로써 공전에 의한 공진현상으로 제약되었던 제작상의 어려움을 해결하였고⁽⁷⁾, 로봇의 관절부위에 적용되어지는 하모닉 드라이브의 플렉스플라인에 복합재료를 사용함으로써 반경방향에 대한 고유진동수가 23-47% 증가하고 감쇠비는 630% 증가하는 것을 실험과 해석을 통하여 설명하였다⁽⁸⁾.

본 연구에서는 복합재료를 이용한 토크미터의 설계를 위하여 회전부의 표면에서 발생하는 변형을 분포를 해석과 실험에 의해 검토하고 실험방법에 대한 영향을 검토하였다. 제안된 설계식을 이용하여 실제 복합재료를 이용하여 토크미터를 제작하고 이에 대한 특성시험을 수행하여 성능을 시험하였다.

2. 토크미터의 제작

토크미터 회전축의 재질로서 강철보다 영률이 낮고 비틀림응력이 좋은 STS304재질을 사용하였고 감쇠효과를 높이기 위해 유리섬유강화 복합재료와 탄소섬유강화 복합재료를 사용하여 접합하였다. 다음단계로 적층수와 각, 그리고 접합방법을 결정하였다. 적층순서는 -θ /+θ /-θ /+θ /STS304/+θ /-θ /+θ /-θ 의 형태로 총 8장(plies)의 복합재료를 적층하였고 적층각은 일반적으로 적용하는 30°, 45°, 60° 를 적용하였다. 또한 복합재료를 적층하는 방법은 동시접합방법(co-cured bonding)과 본드접합방법(adhesively bonding)으로 구분되어지는데 공통적으로 복합재료와 복합재료를 접합하는 방법은 동시접합방법(co-cured bonding)을 사용하고 STS304와 복합재료 접합군을 접합하는 방법에서 동시접합방법과 본드접합방법을 사용한다. 본드접합방식 공정상에서 사용되어진 에폭시본드(epoxy resin)는 고무(rubber) 성분비율이 높은 재료를 사용하였으며 그에 따라 강도는 떨어지지만 감쇠비는 상승한다.

구체적으로 본드접합방식에서 제작되어지는 바의 물성치는 본드의 두께에 의하여 좌우되는데 평면상에서 본드의 두께를 맞추기 어려운 제작상의 문제를 해결하기 위하여 최소두께로 적층조건을 주기위한 작업으로 STS304와 복합재료 접합군 사이에 에폭시 본드를 삽입한후 필름으로 감싸놓은후 80℃에서 경화시킨다.

동시접합방식은 대칭(symmetric)하게 적층한 복합재료 프리플레그를 오토클레이브(auto-clave)에 넣고 진공팩작업을 한후 Fig.1의 공정을 거쳐 스테인리스와 복합재료를 양생(curing)시켜서 회전축이 제작된다. 스테인리스와 복합재료의 접합성을 좋게 하기 위해 #80의 샌드페이퍼(sandpaper)로 스테인리스표면을 연마한다. 접착제 접착은 Fig.1의 그림에 나타난 오토 클레이브내에서 양생 주기(curing cycle)에 의하여 가공하고 진공 백(vacuum bag) 비자성 주조성형 가공법(degaussing-moulding process)을 이용하여 양생되어진다. 토크미터는 스테인레스 토션바(Torsion bar)의 부하에 의한 비틀림 성질을 이용하여 부하를 계산하였다. 스테인레스 철판과 같은 강성이 작은 재료를 선정하여 부하에 따른 비틀림각의 변화를 크게 하였다. 비틀림에 따른 각도차이를 계산하기 위해 양단에 고정된 1회전당 1024펄스의 신호를 출력하는 엔코더

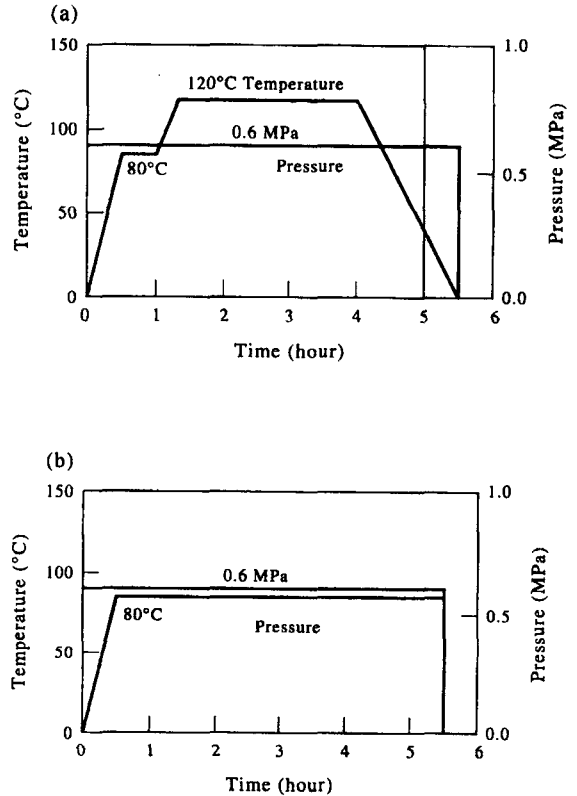


Fig. 1 Cure cycle for composite materials, the epoxy resin

를 사용하였다. 토션바 양단에 고정된 엔코더의 펄스수의 차이를 계산하여 토션바에 걸리는 토크를 계산할 수 있다.

Fig.2는 제작되어진 토크미터의 설계도를 나타내고 있다. 또한 축과 나사로 체결하여 토션바의 교체를 용이하게 하여 토션바의 항복하중변화로 인한 변형에 대해 교체가 용이하도록 하였고 강성이 다른 바를 선택하여 토크의 허용용량을 변화시킬 수 있도록 설계하였다. 토션바를 사용한 토크미터의 단점은 비틀림에 의한 전단응력이 항복범위를 넘어서거나 탄성력이 작은 토션바의 경우 토션바가 복원되지 않아 누적각도가 생기게 된다. 따라서 편방향 엔코더(Absolute encoder)를 사용하여 문제를 해결하였다. 알루미늄을 하우징으로 사용하였고 입력회전부와 출력회전부는 전달토크에

의한 변형을 최소화하고 회전축에 손실없이 전달하기 위해 SC45C 를 열처리하여 사용하였다. 회전부는 조건을 달리하여 주어진 조건에 대한 변화치를 나열하여 비교하였다. 본 실험에서는 SC45C 보다 영률이 높은 STS 304 재질을 사용하였고 보강재로 복합재료를 사용하였다. 복합재료는 적층 방향에 따라 영률이 변화하므로 그에 따른 회전각의 변화를 측정하였다. 복합재료의 적층은 대칭(symmetric)구조를 이루도록 적층하며 감쇠효과와 선형성을 보장하기 위해 30°, 45°, 60° 각의 섬유강화복합재료 및 탄소섬유강화 복합재료를 사용하였다. 또한 토크미터 회전축으로 사용될 수 있도록 최적화된 회전바의 조건을 찾아내는 다른 조건으로 접착방식에 의한 분류, 복합재료의 종류, 적층각의 변화를 변수로 하여 회전바를 제작하였고 분류는 Table.1과 같이 분류할 수 있다.

3. 실험 및 결과

3.1 스프링상수 측정실험 및 결과

비틀림 스프링상수는 Fig.3에서 구성한 정적전달시험장치를 이용하여 일정크기의 토크를 증가시켰을 때 회전축의 비틀림각에 대한 기울기에 의하여 결정되어진다.

Fig.4는 적층각, 접착방식 그리고 복합재료의 종류에 따른 각각 토크미터 회전축의 비틀림 스프링상수값을 그래프로 표시하였다. (a)에서 보는바와 같이, 섬유강화복합재료의 경우 회전축의 스프링상수는 적층각이 증가할수록 감소하는 경향을 나타내었고, (b)의 탄소강화복합재료에서는 적층각 45°를 기준으로 대칭을 이루는 형태를 나타내었다.

실험결과로 토크미터 회전축의 스프링상수는 복합재료의 종류와 적층각에 많은 영향을 받을 것을 알 수 있다. 3mm STS 304 바에 섬유강화복합재료와 탄소강화복합재료를 $[\pm 30^\circ / STS]_{2S}$ 동시접합방식(co-cured bonding)으로 적층시켰을 때 반경방향 스프링상수는 STS 304로 만들어진 회전축보다 50%, 137%가 증가되는 것을 알 수 있다.

또한 3mm STS 304 바에 섬유강화복합재료와 탄소강화복합재료를 각각 $[\pm 30^\circ / STS]_{2S}$ 본드접합방식(adhesively bonding)으로 적층시켰을 때 반경방향 스프링상수는 STS 304로 만들어진 회전축보다 35%, 23%가 증가되는 것을 알 수 있다. 그림에

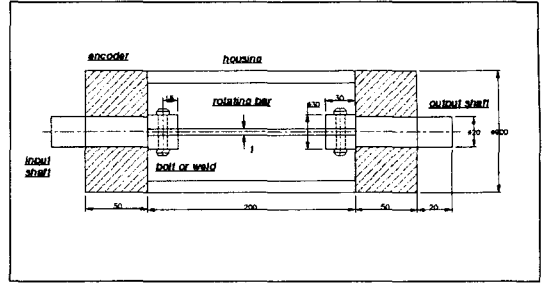


Fig. 2 The schematic diagram of torque-meter rotating shaft

Table 1 Division of the rotating shaft (unit : mm)

bonding type Material	Co-cured	adhesively
	Glass fiber-epoxy composite	STS 304 (3) + composites(0.15) 8 plies = 4.2
Carbon fiber-epoxy composite	STS 304 (3) + composites(0.125) 8 plies = 4	STS (3)+composites (0.125) 8plies+epoxy resin (0.15) 2plies = 4.3
STS 304	3	
$[\pm \theta^\circ / STS]_{2S} \theta = 30, 45, 60$		

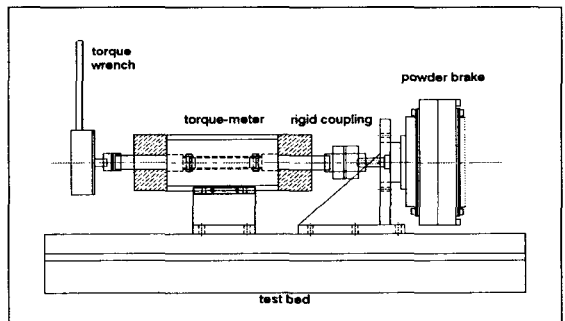


Fig. 3 The schematic diagram of torsional spring constant tester

서 보는 것과 같이, 동시접합방식으로 탄소강화복합재료와 STS 304가 이루는 적층각을 높여서 적층하였을 때 스프링상수는 최대값을 나타내게 되어있고 이런 경향은 동력전달능력을 높게 할 수 있다.

3.2 진동특성실험 및 결과

실험장치는 Fig.5에 도식된 것과 같고, 주파수 분석을 위한 입력신호는 충격해머(B&K 8202)로 가진하였고 회전축에 응답신호를 측정하기 위해 압전소자형 가속도계(B&K 4383)를 사용하였으며 이는 회전축과 연결된 출력축에 설치하였다. 입력과 응답신호는 증폭기(Amplifier ; NTS 1250)를 사용하여 증폭하였다. 각각의 센서로부터 측정되는 아날로그 신호를 디지털 신호로 변화하기 위해 전달실험에 언급하였던 A/D 카드와 데이터처리를 위해 1회전당 1024펄스의 분해능을 가진 HCTL-1100 보드(HP사 제작)를 PC에 장착하여 제어하고 출력데이터를 저장하도록 하였다. 신호를 저장하기 위한 신호 저장기(Signal recorder)와 주파수 분석을 통해 위험속도를 알아내기 위한 신호분석기(Signal analyzer ; B&K 3550)를 사용하였다. 위험속도와 감쇠비는 지그(jig)에 고정되어 있는 회전축에 반경방향 충격을 가하여 나오는 신호를 읽어들이어서 해석하였다.

Fig.6은 토크미터 회전축을 접합방식과 복합재료의 종류에 따른 고유진동수 변화를 그래프로 나타낸 것이다. (a)는 동시접합방식(co-cured bonding)에 따른 고유진동수이며 (b)는 본드접합방식에 따른 고유진동수를 표현하고 있다.

섬유강화복합재료의 경우, 동시접합방식(cc-cured bonding)에 따른 회전축은 적층각이 증가함에 따라 위험속도는 감소하는 형태를 보이고 있다. 탄소강화복합재료의 경우 45° 를 기준으로 위험속도가 대칭을 이루는 형태를 볼 수 있다. 회전축의 진동형태는 STS 304와 복합재료가 이루는 적층각과 복합재료의 종류에 많은 영향을 받게 된다. STS 304와 탄소강화복합재료가 이루는 각이 45° 일 경우, 위험속도는 STS 304로 만들어진 회전축보다 38%가 증가되는 것을 알 수 있다.

Fig.7은 유리강화복합재료를 적층한 토크미터 회전축에 대하여 NASTRAN으로 구한 고유진동수와 실험상의 결과를 비교한 그래프를 나타내고 있다. 그래프에서 보는바와 같이 45° 로 적층한 값이 오차를 보이는 현상을 보이거나 적층각에 대한 주파수변화형태는 동일한 경향을 나타내고 있다.

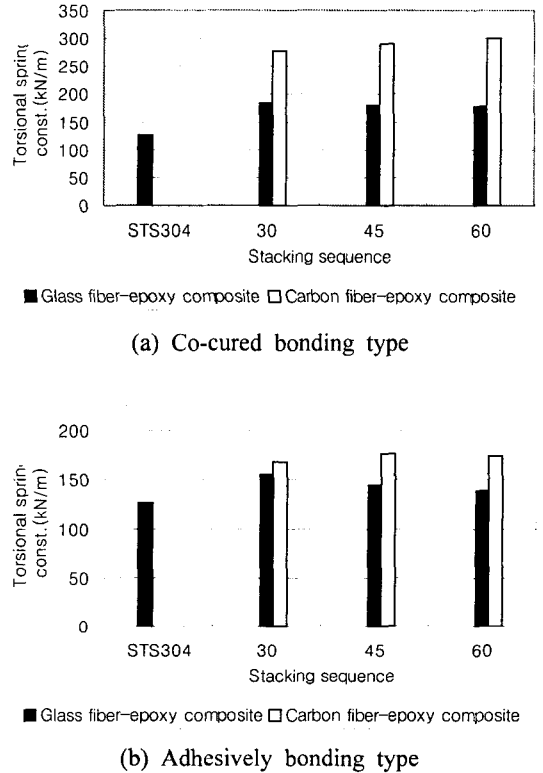


Fig. 4 Torsional spring constants of torque-meter rotating shaft with respect to the stacking sequence for various composite types

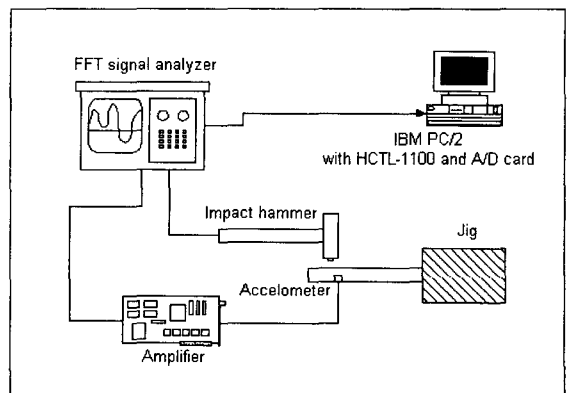
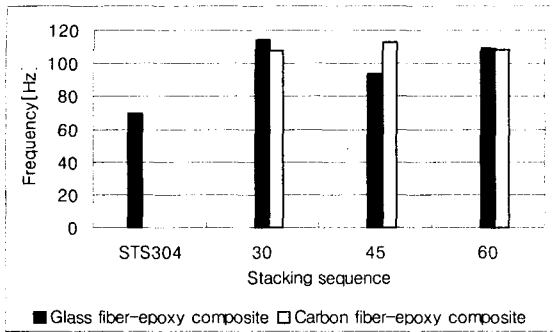
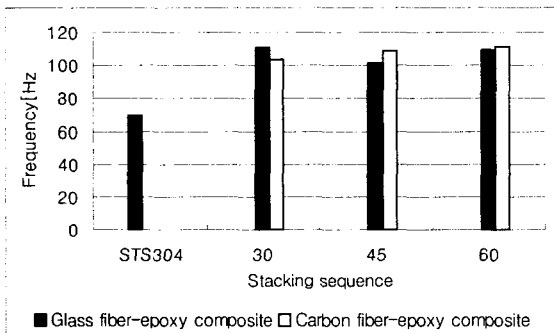


Fig. 5 The schematic diagram of impulse-frequency response test of rotating shaft



(a) Co-cured bonding type



(b) Adhesively bonding type

Fig. 6 Natural frequency of torque-meter rotating shaft with respect to the stacking sequence for various composite types

Fig.8은 토크미터 회전축을 접합방식과 복합재료의 종류에 따른 감쇠비를 그래프로 나타낸 것이다. (a)는 동시접합방식에 따른 감쇠비이며 (b)는 본드접합방식에 따른 감쇠비를 표현하고 있주파수 변화형태는 동일한 경향을 나타내고 있다.

Fig.8은 토크미터 회전축을 접합방식과 복합재료의 종류에 따른 감쇠비를 그래프로 나타낸 것이다. (a)는 동시접합방식에 따른 감쇠비이며 (b)는 본드접합방식에 따른 감쇠비를 표현하고 있다. 회전축의 감쇠비는 일반적으로 STS 304 와 복합재료가 이루는 적층각이 증가함에 따라 감소하는 형태를 보이고 있으며 동시접합방식을 이용하여 접합한 섬유강화복합재료의 경우에만 증가하는 형태를 보인다. STS 304와 섬유강화복합재료가 본드접합방식으로 이루는 각이 30° 일 경우에 있어서 감쇠비는 STS 304 단독으로 만들어진 회전축보다 500%가 증가되는 것을 알 수 있다.

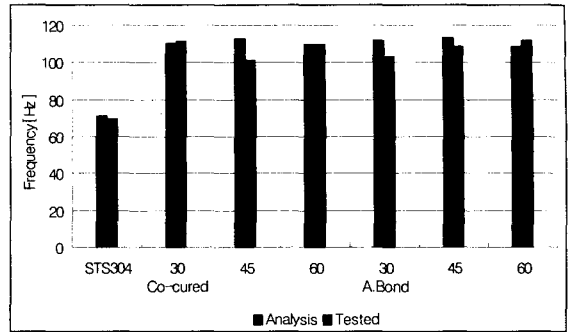
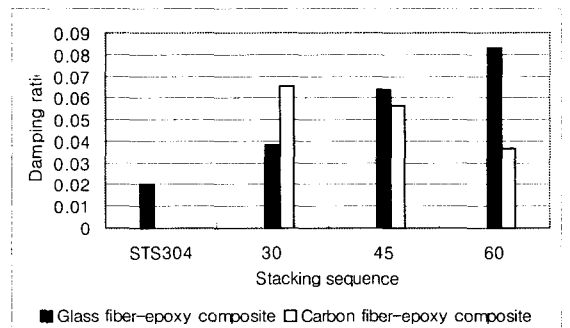
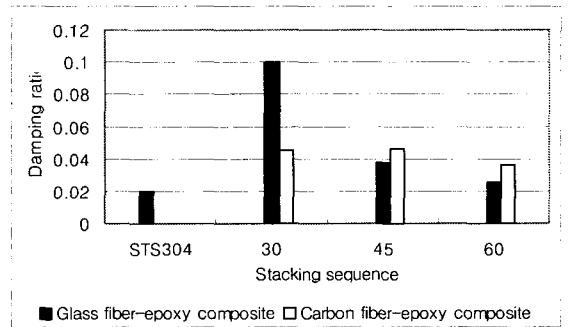


Fig. 7 Comparison with Natural frequency analyzed and tested with respect to the stacking sequence



(a) Co-cured bonding type



(b) Adhesively bonding type

Fig. 8 Damping ratio of torque-meter rotating shaft with respect to the stacking sequence for various composite types

다음으로는 실험상으로 얻어진 조건을 기본으로 하여 실제적인 감쇠효과를 표현하기 위해 STS304 재질의 토크미터 회전축과 복합재료를 사

용한 토크미터 회전축 중 해석으로부터 가장 우수한 감쇠능을 보인 본드접합방식으로 STS304와 30°로 엇갈려 붙인 섬유강화복합재료에 대하여 순간하중을 가하였을 경우에 대한 거동을 그래프로 표시하였다. 동적전달시험기를 이용하여 작용시킨 하중은 23.675 N·m을 가하였고 가한 시간은 0.00025초동안 하중을 가하고 하중을 없앤 다음 하중을 가한 지점의 비틀림각 변위를 해석해 보았다. Fig.9는 STS 304의, Fig.10과 Fig.11은 각각의 접합 방식에 따른 30° 적층각 유리섬유복합재료에 대한 위의 조건에 따른 비틀림각 변위를 나타내었다.

아래의 그림으로부터 실제적인 하중을 가한 후 나타나는 해석결과에서도 복합재료를 이용한 토크미터 회전축의 감쇠효과가 좋은 것을 알 수 있다. STS 304를 소재로 한 토크미터 회전축은 일반적인 감소비율형태로 감쇠가 일어나는 것을 알 수 있으며 반면에 복합재료를 이용한 토크미터 회전축은 STS304를 소재로 한 것보다 큰 기울기를 가진 감소비율형태로 감쇠되어지는 것을 알 수 있었다. 본드접합방식의 복합재료를 이용한 토크미터 회전축이 0.073초에 0에 수렴하고 동시접합방식의 복합재료를 이용한 토크미터 회전축이 0.12초에 0에 수렴한데 비해, STS304를 소재로 한 토크미터 회전축의 경우에는 0.3초까지도 0.0044 rad의 변위를 가지고 진동하는 것으로 나타났다. Fig.9로부터 대략적으로 계산했을 때 약 0.4초정도에 0으로 수렴될 것으로 예상되었다.

4. 결 론

본 연구에서는 기존의 토크미터의 기계적 특성을 높이기 위하여 복합재료를 회전축에 사용한 위상차 검출방식을 이용한 토크미터를 개발하였으며, 수치해석적인 방법과 실험을 통하여 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

1. 본드접합방식을 이용하여 제작한 토크미터의 회전축의 기계적 특성이 동시접합방식을 이용한 회전축과 STS 304 단일재질로만 이루어진 토크미터의 회전축의 기계적 특성보다 우수하다.

2. 본드접합방식을 이용한 토크미터에서 적층각에 의한 영향은 적층각이 커질수록 기계적 성질은 낮아진다.

3. $[\pm 30^\circ / \text{STS304}]_{2S}$ 로 제작된 토크미터 회

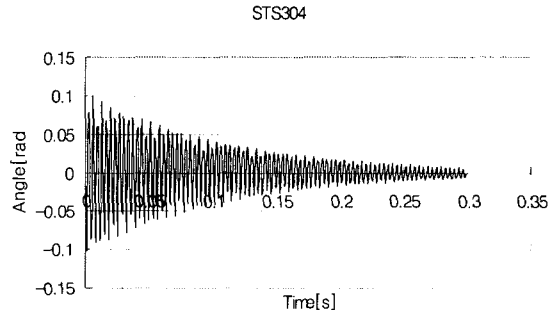


Fig. 9 Behaviour of twisting angle of STS 304 rotating shaft

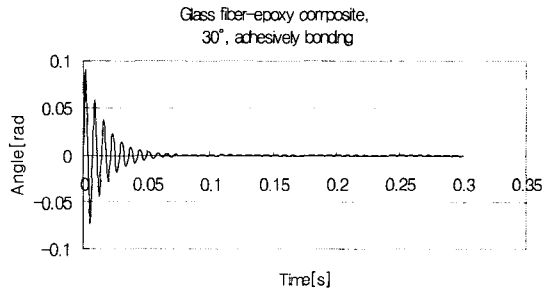


Fig. 10 Behavior of twisting angle of Glass fiber-epoxy composite rotating shaft (stacking angle 30°, adhesively bonding type)

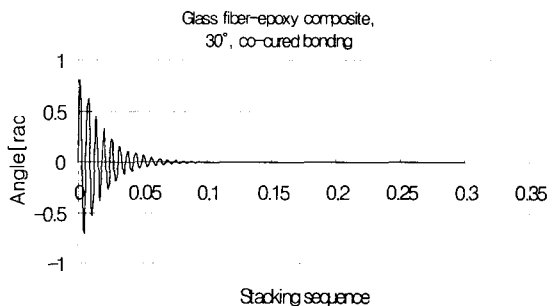


Fig. 11 Behavior of twisting angle of Glass fiber-epoxy composite rotating shaft (stacking angle 30°, co-cured bonding type)

전축에 대하여 섬유강화복합재료로 제작된 회전축

의 고유진동수와 스프링상수가 STS 304로만 제작된 회전축보다 각각 64%와 137%정도 증가하는 것을 알 수 있었고, 탄소강화복합재료로 제작된 회전축보다 스프링상수는 30% 감소하지만 고유진동수는 20%정도 증가하는 것을 알 수 있었다. 또한 본 드집합방식으로 제작된 회전축은 동시집합방식에 의해 제작된 토크미터 회전축에 비하여 감쇠비가 좋지만 고유진동수가 5%정도 낮게 나타난다.

참고문헌

1. 박영조, "기계설계," 진성문화사, pp. 200~203, 1981.
2. 주진원 외 1명, "스트레인 게이지식 소용량 토크 센서의 변형을 해석 및 특성시험," 대한기계학회 논문집(A), 제23권, 제3호, pp. 382~391, 1999.
3. Wesley F. Buchele, "Strain-gage brushless torque-meter," United states patent, (3,881,347), 1975.
4. James M. Lapeyre, "Optical shaft torque-meter," United states patent, (4,188,883), 1979.
5. Wesley F. Buchele, "Laser optical torque-meter," United states patent, (5,705,810), 1998.
6. Lawrence I. Eichenlaub, "Torque measurement apparatus containing embedded data structure and related method," United states patent, (4,602,515), 1986.
7. Lee Dai-Gil, "The manufacture of one-piece automotive drive shafts with aluminum and composite materials," Composite Structures Vol. 38 No. 1~4, pp. 309~319, 1997.
8. Se-Hoon Oh, "The properties of a steel-composite hybrid flexspline," Composite Structures Vol. 38 No. 1~4, pp. 251~260, 1997.
9. 이성철, "정밀계측공학," 동명사, pp. 107~176, 1985.
10. 정일록, "소음·진동(이론과 실무)," 신평문화사, pp. 119~176, 1988.
11. Raymond J. Roark, "Formulas for stress and strain," McGraw-Hill, pp. 286~323, 1975.
12. Walter D. Pilkey, "Formulas for stress, strain, and structural matrices," Wiley interscience, pp. 43~82, 1994.
13. Rao, "Mechanical vibration 3rd Ed.," Addison Wesley, pp. 519~550, 1995.
14. E.L.Thearle, ASME, Vol. 56, pp. 745~753.
15. S. P. Timoshenko, "Theory of Elasticity," McGRAW HILL, pp. 291~296, 1987.
16. 김윤영 외 2명, "비틀림을 받는 직사각 폐단면 박판보 유한요소 개발," 대한기계학회 논문집 (A), 제22권, 제6호, pp. 947~954, 1998.
17. 최정길 외 1명, "복합재료," 반도출판사, pp. 181~222, 1990.
18. 김갑순 외 2명, "원격전송장치를 이용한 비접촉식 회전토크 측정장치의 정확도 평가," 한국정밀공학회지, 제22권, 제1호, pp. 63~70, 1994.
19. Stephen W.TSAI, "Composites design 3rd Ed.," Think composites, 1987.
20. 이대길, "복합재료 역학 및 가공론," 성안당, 1993.
21. Harris, "Shock and vibration handbook 4th Ed.," McGRAW-HILL, 1961.