

# 자유관절을 가진 2링크 암의 동특성과 제어

유기호\*

## Dynamic Characteristics and Control of Two-Link Arm with Free Joint

Kee-Ho Yu\*

### ABSTRACT

A robot arm with free joints has some advantages over conventional ones. A light weight and low power consumed arm can be made by a reduction of the number of joint actuators. And this arm can easily overcome actuator failure due to unexpected accident. In general such underactuated arm does not have controllability because of the lack of joint actuators. The two-link arm with a free joint introduced in this paper is also uncontrollable in the sense of linear system theory. However, the linearized system sometimes can not represent the inherent dynamic behavior of the nonlinear system. In this paper the dynamic characteristics of the two-link arm with a free joint in view of global motion including damping and friction effect of the joints is investigated. In the case of considering only the damping effect, the controllable goal positions are confined to a specific trajectories. But in the case of considering the friction effect, the system can be controlled to arbitrary positions using the friction of the free joint as a holding brake. Also numerical example of position control is presented.

**Key Words :** Two-link arm(2링크 암), Free joint(자유관절), Dynamic characteristics(동특성), Damping/Friction effect(감쇠/마찰의 영향), Global motion(대역적 운동), Nonlinear behavior(비선형 거동), Controllability(제어가능성)

### 1. 서론

일반적으로 로봇 암은 관절의 수만큼 작동기를 가지게 되지만, 비구동 관절을 가진 로봇 암은 일부의 구동축이 작동기를 가지지 않는다. 여기에서 비구동 관절이라 함은, 어떠한 인위적인 보조수단도 설치되지 않은 순수한 의미의 자유관절과, 능동적인 토크원은 아니지만 수동적인 토크를 발생시키는 브레이크 등의 보조수단이 설치된 수동관절을 포함한다. 이러한 로봇 암은 구조가 간단하고 경량

인 이점이 있어서 우주 로봇 등에 그 이용이 기대되고 있다. 또한, 직접 구동모터를 작동기로 사용하는 로봇(direct drive robot)에 있어서는 일부의 작동기가 고장일 경우의 모델이 되므로, 예기치 않은 고장에도 대응할 수 있는 가능성을 가지고 있다. 이러한 가능성은 원격지에서 제어되는 로봇(원격 자동화)이나 인간이 출입할 수 없는 위험한 환경(원자로 내부등)에서 작업하는 로봇 등에 요구되는 중요한 특성중의 하나이다.

그러나, 비구동 관절을 가진 로봇 암은 선형제

\* 전북대학교 기계공학부

어 이론의 관점에서는 제어가 불가능하다고 알려져 있다. 최근에 이와 같은 不可制御性을 극복하기 위한 일련의 노력이 시도되었는데, 그중 대표적인 연구를 소개하면 다음과 같다. Arai와 Tachi<sup>(1)</sup>는 수동관절을 가진 로봇 암을 제어하기 위하여 수동관절보다 많거나 같은 수의 능동관절이 필요함을 증명하고, 능동관절의 운동에 의한 동적 간섭력과 수동관절에 설치된 브레이크를 적절히 이용하여 양관절을 순차적으로 제어하는 방법을 제안하였다. 그리고 상기 제어방법을 작업공간에 확장하여 직교공간에서의 제어가 설계도 소개하고 있다<sup>(2)</sup>. 이외에도 몇 건의 관련연구<sup>(3)-(6)</sup>가 보고되어 있으나 대부분의 경우 수동관절에 브레이크 등의 보조수단을 설치하여 얻은 제동력을 이용하고 있는데, 이 경우 브레이크는 능동적인 토크 발생원은 아니지만, 수동적인 토크를 발생시키기 때문에 엄격한 의미의 자유관절이라고 보기는 어렵다. 실제의 로봇 암을 구성하는데 있어서도 브레이크 등의 보조수단의 설치 일부의 구동축이 작동기를 가지지 않음으로써 기대할 수 있는 이점을 잃거나 경감시키게 된다.

순수한 의미의 자유관절을 가진 로봇 암에 관한 초기의 연구로서 Oriolo와 Nakamura<sup>(7)</sup>는 자유관절을 목표위치에 안정화시키는 방법을 제안하였다. 그후 이들은 이와 같은 로봇 암의 비선형적 거동을 해석하고 평균화법에 의한 주기적 진동을 이용하여 양관절을 모두 위치 제어하는 진전된 결과를 발표하였다<sup>(8)(9)</sup>. 관련연구로 홍금식등<sup>(10)</sup>은 평균화해석을 통하여 제어를 설계하고 비구동관절을 가진 기계시스템의 가진제어를 소개하고 있다. 이외에 Yu등은 제1적분법을 이용하여 자유관절을 가지며 마찰과 감쇠의 영향을 고려하지 않은 2링크 암의 비선형 운동을 해석<sup>(11)</sup>하고 자유관절에 존재하는 마찰력을 제동력으로 이용하여 양관절을 제어하는 방법을 소개<sup>(12)</sup>하고 있다. 순수한 의미의 자유관절은 어떠한 인위적인 보조수단도 설치하지 않은 경우를 의미하므로, 자유관절이 본래부터 가지고 있는 감쇠력이나 마찰력을 적극적으로 이용하는 접근방법이 유용할 것이며, 이를 위해서는 감쇠나 마찰의 영향을 체계적으로 해석하고 이들의 영향을 고려한 각각의 경우에 있어서 제어가능성을 논의할 필요가 있는데 이와 관련된 연구는 거의 없는 것 같다.

본 논문에서는 자유관절을 가진 2링크 로봇 암에 대하여, 시스템이 가지는 동적인 특성을 감쇠력

또는 마찰력이 작용하는 경우와 그렇지 않은 경우로 나누어 해석한 결과를 소개하고, 각각의 경우에 대하여 제어가능성과 함께 제어방법을 소개한다. 본 논문에서 소개하는 2링크 암은 대표적인 기계시스템중의 하나이며, 자유관절을 가지는 경우 지상에서는 평면운동으로 제한되지만, 우주의 무중력상태에서는 공간운동으로 발전시킬 수 있는 가능성을 가지고 있다.

## 2. 기초식

본 논문에서 사용될 자유관절을 가진 2링크 암의 모델을 소개하고, 운동에 관한 기초식을 유도한다. 여기에서는 감쇠와 마찰의 영향을 고려한 기초식을 유도하고, 이후 감쇠력만이 작용하는 경우와 감쇠력 및 마찰력이 작용하는 경우로 나누어 로봇 암의 동특성을 해석한다. Fig.1과 같이 제1관절을 자유관절로 가지는 평면 2링크 암을 고려한다. 자유관절의 회전각을  $\theta$ , 제1링크에 대한 제2관절의 회전각을  $\phi$  라고 한다. 제1링크, 제2링크의 질량을 각각  $m_1, m_2$ , 길이를  $l_1, l_2$  로 한다. 제2관절에 가해지는 토크를  $T$  로 하고, 제1, 제2축의 점성감쇠 계수를  $c_1, c_2$ , 마찰 토크를  $T_{f1}, T_{f2}$  로 한다. 축에 작용하는 마찰은 속도에 관계없이 일정한 값을 가지는 것으로 한다.

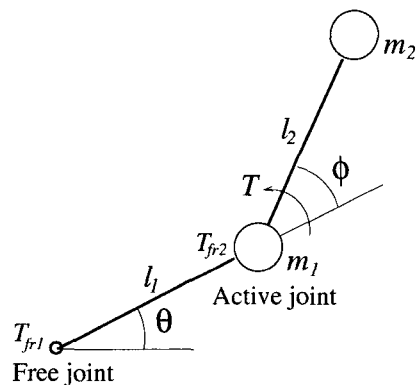


Fig. 1 Model of a two-link arm with free joint

Fig. 1의 로봇 암의 운동에너지는 다음과 같이 얻어진다.

$$E_k = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) l_1^2 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} m_2 \{ l_2^2 (\dot{\theta} + \dot{\phi})^2 + 2l_1 l_2 \dot{\theta} (\dot{\theta} + \dot{\phi}) \cos \phi \} \quad (1)$$

라그랑지법을 이용하여 운동방정식은 다음과 같이 얻어진다.

$$\{(m_1 + m_2) l_2^2 + m_2 l_1^2 + 2m_2 l_1 l_2 \cos \phi\} \ddot{\theta} + (m_2 l_2^2 + m_2 l_1 l_2 \cos \phi) \ddot{\phi} - m_2 l_1 l_2 \dot{\phi} (2\dot{\theta} + \dot{\phi}) \sin \phi + c_1 \dot{\theta} = T_{f1} \quad (2)$$

$$(m_2 l_2^2 + m_2 l_1 l_2 \cos \phi) \ddot{\theta} + m_2 l_2^2 \ddot{\phi} + m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}^2 \sin \phi + c_2 \dot{\phi} = T + T_{f2} \quad (3)$$

해석의 편리를 위하여 다음과 같은 무차원 변수를 도입한다.

$$\tau = \omega t, \quad \omega^2 = \frac{g}{l_2}, \quad \chi = \frac{m_1 + m_2}{m_2},$$

$$\lambda = \frac{l_1}{l_2}, \quad \xi_1 = \frac{\omega c_1}{m_2 g l_2}, \quad \xi_2 = \frac{\omega c_2}{m_2 g l_2},$$

$$\beta = \frac{T}{m_2 g l_2}, \quad \alpha_{fr} = \frac{T_{f1}}{m_2 g l_2}, \quad \beta_{fr} = \frac{T_{f2}}{m_2 g l_2}$$

여기에서  $g$  는 중력가속도를 나타내며, 본 논문에서 다루는 평면운동에 있어서는 도입의 의미가 없으나 차후에 공간상의 운동으로 논의를 확장할 경우에 대비하여 기초식에 일반성을 부여하기 위하여 도입하였다. 이상과 같은 무차원 변수를 이용하여 주어진 운동방정식 (2), (3)을 무차원화 시키면 다음과 같다.

$$(1 + \chi \lambda^2 + 2\lambda \cos \phi) \ddot{\theta} + (1 + \lambda \cos \phi) \ddot{\phi} - \lambda \dot{\phi} (2\dot{\theta} + \dot{\phi}) \sin \phi + \xi_1 \dot{\theta} = \alpha_{fr} \quad (4)$$

$$(1 + \lambda \cos \phi) \ddot{\theta} + \ddot{\phi} + \lambda \dot{\theta}^2 \sin \phi + \xi_2 \dot{\phi} = \beta + \beta_{fr} \quad (5)$$

여기에서

$$\dot{\theta} = \frac{d\theta}{d\tau}, \quad \ddot{\theta} = \frac{d^2\theta}{d\tau^2}, \quad \dot{\phi} = \frac{d\phi}{d\tau}, \quad \ddot{\phi} = \frac{d^2\phi}{d\tau^2}$$

이상과 같은 운동방정식에 기초하여 감쇠 및 마찰이 있는 경우의 제어가능성을 조사해 보기로 하자.

### 3. 마찰을 고려하지 않은 경우

마찰을 고려하지 않을 경우, 비구동 관절을 가진 로봇 암의 임의의 평형점 근방에서의 미소변동을 조사해보면 제어가 불가능함을 알 수 있다. 실제로 본 논문에서 다루고 있는 로봇 시스템의 可制御 행렬의 급수를 구해보면, 감쇠가 있을 경우는 3,

감쇠가 없을 경우는 2가 얻어짐을 알 수 있다. 이는 출력변수인 자유관절의 각도, 각속도 및 능동관절의 각도, 각속도 중에서 점성감쇠가 작용하는 경우에는 3개, 작용하지 않는 경우에는 2개만이 평형점 근방에 있어서 제어가 가능함을 의미하는 것으로, 양관절의 각도와 각속도를 모두 제어하는 것은 불가능함을 나타내고 있다.

이와 같이 시스템을 평형점 근방에서 선형 근사하여 미소운동을 고찰해보면 Aria와 Tachi<sup>(1)</sup>에 의해서 지적된 것처럼 不可制御임을 알 수 있다. 그러나, 실제의 운동은 (4), (5)식의 비선형 운동방정식에 의해 지배되므로, 선형근사 모델에 기초한 미소변동에 있어서의 국소적 운동특성과 실제의 대역적 운동특성 사이에는 큰 격차가 있을 수 있다. 따라서, 본 논문에서는 시스템의 대역적 운동특성에 대하여 고찰하므로써, 국소적 운동특성에서 발견하지 못할 수도 있는 시스템의 본래의 운동특성을 살펴보기로 한다. 마찰을 고려하지 않을 경우 ( $\alpha_{fr} = 0$ ), 운동방정식 (4)는 다음과 같이 적분된다.

$$(1 + \chi \lambda^2 + 2\lambda \cos \phi) \dot{\theta} + (1 + \lambda \cos \phi) \dot{\phi} - (1 + \chi \lambda^2 + 2\lambda \cos \phi_0) \dot{\theta}_0 - (1 + \lambda \cos \phi_0) \dot{\phi}_0 + \xi_1 (\theta - \theta_0) = 0 \quad (6)$$

여기에서,  $\theta_0, \phi_0, \dot{\theta}_0, \dot{\phi}_0$  은 각각  $\theta, \phi, \dot{\theta}, \dot{\phi}$ 의 초기치이다.

상기 식을 기초로 하여 감쇠의 영향을 고려한 경우와 그렇지 않은 경우로 나누어 각각의 운동특성을 살펴본다.

#### 3.1 감쇠를 고려하지 않은 경우 ( $\xi_i = 0$ )

감쇠를 고려하지 않은 경우, 어떤 조건에서 양관절이 정지할 수 있으며, 어떤 위치에서 정지가능한가를 살펴보자. (6)식으로부터 양관절이 정지 ( $\dot{\theta}, \dot{\phi}$  가 모두 0)할 수 있는 경우는 다음 식을 만족하는 경우에 한한다.

$$(1 + \chi \lambda^2 + 2\lambda \cos \phi_0) \dot{\theta}_0 + (1 + \lambda \cos \phi_0) \dot{\phi}_0 = 0 \quad (7)$$

(7)식이 만족되지 않으면 어떤 형태의 토크를 가해도 양관절을 정지시키는 것은 불가능하다. 한편 (7)식이 만족될 때 (6)식은 다음과 같이 된다.

$$(1 + \chi \lambda^2 + 2\lambda \cos \phi) \dot{\theta} + (1 + \lambda \cos \phi) \dot{\phi} = 0 \quad (8)$$

상기 두식은 자유관절의 각운동량이 0임을 나

타내고 있으며, 이는 감쇠가 없으므로 인해 자유관절에 외력 모멘트가 작용하지 않기 때문에 초기시각에 있어서의 각운동량이 보존되고 있음을 의미한다. 여기에서  $x, \lambda$  가 취할 수 있는 값의 범위가  $x > 1, \lambda > 0$  인 것을 고려하면,  $(1 + x\lambda^2 + 2\lambda \cos \phi)$ 의 부호는 항상 양(+)이므로,  $\dot{\phi}$  가 0이 되면 동시에  $\dot{\theta}$  도 0으로 되어 시스템은 정지한다. 이는 능동관절에 적당한 토크를 가해서 특정위치에 이동시킨 후 정지시키면 자유관절도 동시에 정지함을 의미하고 있다.

여기에서 (8)식을 변형하면 다음과 같이 된다.

$$\frac{\dot{\theta}}{\dot{\phi}} = \frac{d\theta}{d\phi} = -\frac{1 + \lambda \cos \phi}{1 + x\lambda^2 + 2\lambda \cos \phi} \quad (9)$$

이식을 적분하면 다음 식이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \theta = & \theta_0 - \frac{\phi - \phi_0}{2} + \frac{x\lambda^2 - 1}{\sqrt{(1 + x\lambda^2)^2 - 4\lambda^2}} \\ & \times \left\{ \tan^{-1} \left( \sqrt{\frac{1 + x\lambda^2 - 2\lambda}{1 + x\lambda^2 + 2\lambda}} \tan \frac{\phi}{2} \right) \right. \\ & \left. - \tan^{-1} \left( \sqrt{\frac{1 + x\lambda^2 - 2\lambda}{1 + x\lambda^2 + 2\lambda}} \tan \frac{\phi_0}{2} \right) + n\pi \right\} \quad (10) \end{aligned}$$

여기에서  $\phi$  는  $(2n-1)\pi \leq \phi \leq (2n+1)\pi$

( $n$  은 정수) 의 값을 가지며, (10)식은 각도  $\theta, \phi$  가 취할 수 있는 궤도를 나타내고 있다. 초기치  $\theta_0, \phi_0$  를 0 으로 했을 때  $x, \lambda$  에 대한 운동 궤도를 Fig. 2에 나타내고 있다.

위치제어 하고자 하는 양관절의 목표치가 이 궤도상에 있을 경우에는, 적당한 토크  $\beta$  를 가해서 양관절을 목표치까지 이동시키는 것이 가능하다. 그러나 (10)식은 토크  $\beta$  를 포함하지 않기 때문에 토크에 의존하지 않고 양관절의 운동은 (10)식으로 주어지는 궤도상에 한정됨을 지적해 둔다. 정리하면, 마찰 및 감쇠가 작용하지 않을 경우, 양관절의 운동은 (10)식으로 표현되는 궤도상의 운동으로 한정되며, 위치제어 하고자 하는 목표치가 상기 궤도상에 존재할 경우에만 소기의 목적을 달성할 수 있다.

### 3.2 감쇠를 고려한 경우 ( $\zeta_i \neq 0$ )

이 경우에는 어떠한 운동특성을 가지는지 앞서의 경우와 마찬가지로 그 특성을 살펴보자.

감쇠를 고려한 경우, (6)식으로부터 양관절이 모두 정지( $\dot{\theta}, \dot{\phi}$  가 모두 0)할 수 있는 경우는 다음

식을 만족하는 경우에 한한다.

$$\begin{aligned} \theta = & \theta_0 + \frac{1}{\xi_1} \{ (1 + x\lambda^2 + 2\lambda \cos \phi_0) \dot{\theta}_0 \\ & + (1 + \lambda \cos \phi_0) \dot{\phi}_0 \} \quad (11) \end{aligned}$$

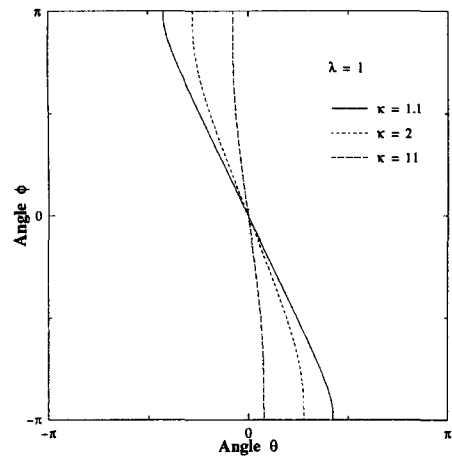
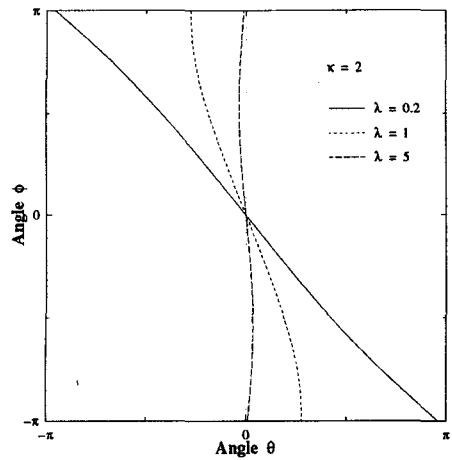


Fig. 2 Examples of motion trajectory

즉, 양관절이 정지할 수 있는 경우는 자유관절의 각도가 (11)식으로 나타내어질 경우로 한정된다. (11)식에서 알 수 있는 것처럼  $\dot{\theta}_0, \dot{\phi}_0$  가 모두 0 인 경우는, 자유관절은 초기각도 이외에는 정지할 수 없다.  $\dot{\theta}_0, \dot{\phi}_0$  가 0 이 아닌 일반적인 경우는, (11)식으로부터 알 수 있는 것처럼 자유관절의 정

각각도는 초기치 및 시스템의 물리적 매개변수  $x, \lambda$  에 의존하지만 토크  $\beta$  에는 의존하지 않는다. 따라서, 자유관절의 목표위치가 위의 각도가 아닐 경우에는 어떠한 토크를 가해도 양관절을 목표 위치에 이동시켜 정지시키는 것은 불가능하다.

한편 능동관절의 운동에 관한 정보는 운동방정식 (4), (5)를 수치 적분하여 얻어진다. 수치적분에 의하면 능동관절의 정지각도는 토크의 형태에 따라서 변화하여 임의의 각도에 정지시키는 것이 가능하다. 정리하면, 마찰이 없이 감쇠만이 작용할 경우에는, 자유관절의 목표위치가 (11)식으로 나타나는 경우에 한하여 양관절의 위치제어가 가능하다. 한편, 실효성과는 별개로, 시스템의 링크가 가변구조로 되어 있어 질량비  $x$  와 길이비  $\lambda$  를 임의로 조정할 수 있다면, (11)식의  $\theta$  를 임의로 변화시킬 수 있으므로 양관절을 임의의 목표위치에 위치 제어할 수 있는 가능성을 가지고 있음은 주목할만하다.

이상과 같이 양관절에 작용하는 마찰의 영향을 고려하지 않았을 경우에는, 목표위치가 특별한 경우를 제외하고는 임의의 목표위치에 제어하는 것은 불가능함을 알 수 있다.

#### 4. 마찰을 고려한 경우

앞에서 마찰을 고려하지 않을 경우에는, 한정된 범위 내에서만 위치제어가 가능함을 확인할 수 있었다. 여기에서는 양관절에 존재하는 마찰의 영향을 고려하였을 경우의 제어가능성을 살펴보기로 하자.

먼저 자유관절에 관한 운동특성을 파악하기 위하여, 운동방정식 (4), (5)로부터  $\ddot{\phi}$  를 소거하면 자유관절의 운동에 관한 구속조건은 다음과 같이 정리된다.

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{\lambda^2(x - \cos^2\phi)} \{ -\zeta_1\dot{\theta} + \alpha_{fr} - (1 + \lambda\cos\phi)(\beta + \beta_{fr} - \zeta_2\dot{\phi}) + \{(\dot{\theta} + \dot{\phi})^2 + \lambda\dot{\theta}^2\cos\phi\}\lambda\sin\phi \} \quad (12)$$

여기에서 자유관절이 정지상태를 유지하기 위해서는 (12)식에 있어서 자유관절의 각속도, 각가속도가 0 ( $\dot{\theta} = \ddot{\theta} = 0$ ) 이 되어야 하므로, 다음 식이 성립해야 한다.

$$\alpha_{fr} = (\beta + \beta_{fr} + \zeta_2\dot{\phi})(1 + \lambda\cos\phi) - \lambda\dot{\phi}^2\sin\phi \quad (13)$$

즉 (13)식의 좌변 항인 자유관절의 마찰 토크  $\alpha_{fr}$  이, 능동관절의 각도 및 각속도를 포함하고 있는 우변 항보다 크거나 같을 경우에 자유관절은 정지상태를 유지할 수 있으므로, 다음 부등식을 만족해야 한다.

$$\alpha_{fr} \geq |(\beta + \beta_{fr} + \zeta_2\dot{\phi})(1 + \lambda\cos\phi) - \lambda\dot{\phi}^2\sin\phi| \quad (14)$$

한편, 자유관절이 정지할 때 능동관절의 운동에 관한 구속조건 (5)식은 다음과 같이 된다.

$$\ddot{\phi} = \beta + \beta_{fr} - \zeta_2\dot{\phi} \quad (15)$$

이상으로부터 알 수 있는 것처럼, 능동관절의 운동에 의한 동력학적 간섭력을 이용하여 자유관절을 위치 제어한 후, (14)식을 만족하면서 (15)식으로 운동이 지배되는 능동관절의 위치제어를 하면 양관절을 순차적으로 위치제어 할 수 있게 된다.

이상과 같은 고찰을 기초로 하여 양관절의 위치제어를 구체적으로 논의해보자. 위치제어는 위에서도 언급한 것처럼, 능동관절인 능동관절의 운동에 의한 동력학적 간섭력을 적절히 이용하여 자유관절인 자유관절을 위치 제어한 후, 자유관절을 정지상태로 유지할 수 있는 한계 토크를 (14)식으로부터 산출하여 나머지 능동관절을 위치 제어하는 것으로 한다.

#### 4.1 자유관절의 위치제어

여기에서는 Arai와 Tachi<sup>(1)</sup>에 의해 소개된 능동관절의 동력학적인 간섭력을 이용하는 방법을 적용한다. 먼저 위치제어 시작시와 종료시의 경계조건을 만족하고 연속적인 함수로 구성되는 자유관절의 목표궤도  $\theta_d$  를 정하여 운동방정식 (4), (5)에 대입하면 다음과 같다.

$$(1 + x\lambda^2 + 2\lambda\cos\phi)\ddot{\theta}_d + (1 + \lambda\cos\phi)\ddot{\phi} - \lambda\dot{\phi}(2\dot{\theta}_d + \dot{\phi})\sin\phi + \zeta_1\dot{\theta}_d = \alpha_{fr} \quad (16)$$

$$(1 + \lambda\cos\phi)\ddot{\theta}_d + \ddot{\phi} + \lambda\dot{\theta}_d^2\sin\phi + \zeta_2\dot{\phi} = \beta + \beta_{fr} \quad (17)$$

(16), (17)식으로부터  $\ddot{\phi}$  를 소거하여 토크  $\beta$  에 관해서 풀면

$$\beta(\tau) = \frac{1}{1 + \lambda \cos \phi} \{-\lambda^2(x - \cos^2 \phi) \ddot{\theta}_d + \lambda \dot{\phi}(2\dot{\theta}_d + \dot{\phi}) \sin \phi - \zeta_1 \dot{\theta}_d + \alpha_{fr}\} \quad (18)$$

$$+ \lambda \dot{\theta}_d^2 \sin \phi + \zeta_2 \dot{\phi} - \beta_{fr}$$

과 같이 된다. 즉 위식에  $\phi, \dot{\phi}$  의 현재치를 대입하면 운동궤도  $\theta_d$  를 제공하는 토크  $\beta(\tau)$  가 각각의 시각에서 구해진다. 이때, (18)식의 우변의 분모항을 고려하면  $\lambda \geq 1$  일 때 능동관절이  $\phi = \cos^{-1}(-\frac{1}{\lambda})$  을 통과할 경우에는 상기방법을 적용할 수 없음을 지적해 둔다.

#### 4.2 능동관절의 위치제어

능동관절의 위치제어는, 위치제어가 종료된 자유관절을 정지상태로 유지할 수 있도록, (14)식을 만족하며 능동관절을 목표치에 이동시키는 토크  $\beta$  를 구성하여 능동관절에 가한다.

(14)식을 토크  $\beta$  에 관해서 다시 쓰면

$$a) 1 + \lambda \cos \phi > 0 \text{ 인 경우} \quad (19-1)$$

$$B_1(\phi, \dot{\phi}) \leq \beta \leq B_2(\phi, \dot{\phi})$$

$$b) 1 + \lambda \cos \phi < 0 \text{ 인 경우} \quad (19-2)$$

$$B_1(\phi, \dot{\phi}) > \beta > B_2(\phi, \dot{\phi})$$

로 되며, 여기에서  $B_1(\phi, \dot{\phi}), B_2(\phi, \dot{\phi})$  는 각각 다음과 같다.

$$B_1(\phi, \dot{\phi}) = \frac{-\alpha_{fr} + \lambda \dot{\phi}^2 \sin \phi}{1 + \lambda \cos \phi} - \beta_{fr} + \zeta_2 \dot{\phi} \quad (20)$$

$$B_2(\phi, \dot{\phi}) = \frac{\alpha_{fr} + \lambda \dot{\phi}^2 \sin \phi}{1 + \lambda \cos \phi} - \beta_{fr} + \zeta_2 \dot{\phi} \quad (21)$$

즉, (19)식의 범위에서 토크  $\beta$  를 가해서 능동관절을 제어하면, 자유관절을 움직이지 않도록 억제한 수 있으며, 이때 능동관절의 운동방정식은 앞에서 소개한 것처럼,

$$\ddot{\phi} = \beta + \beta_{fr} - \zeta_2 \dot{\phi} \quad (22)$$

로 된다. 자유관절의 위치제어 종료시점인 시각  $\tau_1$  에서 토크  $B_1$  또는  $B_2$  를 가한 후, 시각  $\tau_2$  에서 다른 한편의 토크로 전환해서 시각  $\tau_t$  에서 능동관절이 목표치에 도달하여 정지하도록 하는 위치제어를 고려한다. (20), (21)식을 입력 토크  $\beta$  로 해서 (22)식에 대입하고 적분하여 경계조건을 고려하면, 다음과 같은 토크를 가하면 되는 것을 알 수 있다.

1)  $(1 + \lambda \cos \phi_1) \dot{\phi}_1 > 0$  이며,

$$\phi_t + \lambda \sin \phi_t \leq \phi_1 + \lambda \sin \phi_1 + \frac{(1 + \lambda \cos \phi_1)^2 \dot{\phi}_1^2}{2\alpha_{fr}}$$

인 경우 가해야 할 토크는 다음과 같다.

$$\beta = \begin{cases} B_1(\phi, \dot{\phi}) & (\tau_1 < \tau \leq \tau_2) \\ B_2(\phi, \dot{\phi}) & (\tau_2 < \tau \leq \tau_t) \end{cases} \quad (23)$$

2)  $(1 + \lambda \cos \phi_1) \dot{\phi}_1 > 0$  이며,

$$\phi_t + \lambda \sin \phi_t > \phi_1 + \lambda \sin \phi_1 + \frac{(1 + \lambda \cos \phi_1)^2 \dot{\phi}_1^2}{2\alpha_{fr}}$$

인 경우 가해야 할 토크는 다음과 같다.

$$\beta = \begin{cases} B_2(\phi, \dot{\phi}) & (\tau_1 < \tau \leq \tau_2) \\ B_1(\phi, \dot{\phi}) & (\tau_2 < \tau \leq \tau_t) \end{cases} \quad (24)$$

이때, 시각  $\tau_2$  와  $\tau_t$  는 각각

$$\tau_2 = \tau_1 \pm \frac{(1 + \lambda \cos \phi_1) \dot{\phi}_1}{\alpha_{fr}} + \frac{\sqrt{\frac{1}{2}(1 + \lambda \cos \phi_1)^2 \dot{\phi}_1^2 \pm \alpha_{fr}(\phi_1 + \lambda \sin \phi_1 - \phi_t - \lambda \sin \phi_t)}}{\alpha_{fr}} \quad (25)$$

$$\tau_t = \tau_1 \pm \frac{(1 + \lambda \cos \phi_1) \dot{\phi}_1}{\alpha_{fr}} + 2 \frac{\sqrt{\frac{1}{2}(1 + \lambda \cos \phi_1)^2 \dot{\phi}_1^2 \pm \alpha_{fr}(\phi_1 + \lambda \sin \phi_1 - \phi_t - \lambda \sin \phi_t)}}{\alpha_{fr}} \quad (26)$$

윗식에서 複符號는 (23)식이 적용될 경우에는 上符號(+)가, (24)식이 적용될 경우에는 下符號(-)가 채택된다.  $(1 + \lambda \cos \phi_1) \dot{\phi}_1 < 0$  인 경우에도 같은 방법으로 논의할 수 있으며, (25), (26)식을 도출하는 구체적인 과정은 부록에 소개한다.

#### 4.3 모의실험

이상과 같은 검토를 기초로 모의실험을 수행하였다. 모의실험의 조건은 Table 1 과 같다.

얻어진 모의실험 결과를 Fig. 3에 나타내고 있으며, 제어목적은 달성하고 있음을 알 수 있다. 여기에서 자유관절을 목표위치에 도달하게 하는 운동궤도  $\theta_d(\tau)$  는 무수히 많이 존재하며, 수치계산을 통하여  $\theta_d(\tau)$  를 적절히 선택하면 운동제어에 소요되는 시간을 조절할 수 있다.

Table 1 Conditions of simulation

Physical parameters	$x=2, \lambda=1$ $\xi_1=\xi_2=0.01$ $\alpha_{fr}=\beta_{fr}=0.04$
Motion trajectory of free joint $\theta_d(\tau)$	$-\frac{0.3(1-\cos(\tau))}{2}$
Initial configuration	$\theta=\dot{\theta}=\phi=\dot{\phi}=0$
Final configuration	$\theta=-0.3, \dot{\theta}=0,$ $\phi=\frac{\pi}{2}, \dot{\phi}=0$

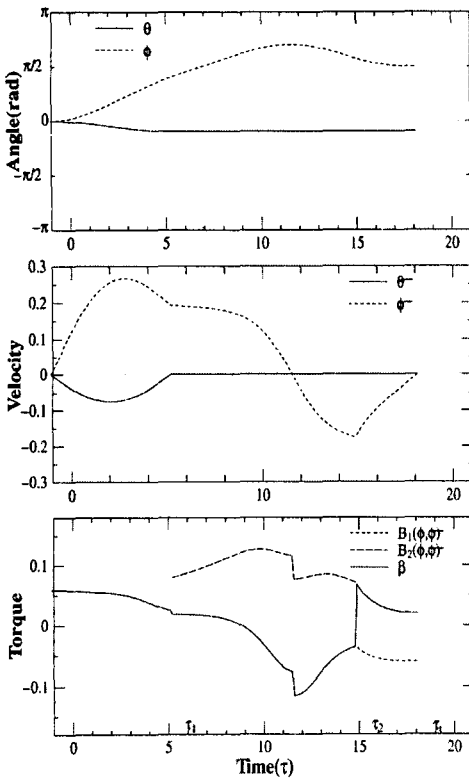


Fig. 3 Simulation result

5. 결론

본 논문에서는 자유관절을 가진 2링크 로봇 암의 비선형 운동특성을 해석하고 제어가능성을 검토하였다. 이와 같은 시스템은 평형점 근방의 국소 운동특성을 조사해보면, 제어가 불가능함을 알 수

있으나, 선형근사 시킨 시스템의 운동특성이 본래의 비선형 운동특성을 대변할 수 없는 경우가 있음에 주목하여, 대역적인 관점에서 비선형 운동을 해석하고 제어 가능성을 살펴보았다. 그 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- (1) 마찰을 고려하지 않은 경우에는, 감쇠력이 작용하는 경우와 그렇지 않은 경우에 있어서 운동 궤도의 차이는 있으나, 위치제어 가능한 목표 위치가 제한적임을 알 수 있었다. 이 경우, 로봇 암의 구조를 가변적으로 조정할 수 있다면, 임의의 목표위치로 양관절을 제어할 수 있는 가능성이 있음은 주목할만한 특성이다.
- (2) 마찰을 고려한 경우에는, 먼저 능동관절의 운동에 의한 동력학적 간섭력을 이용하여 자유관절을 제어한 후, 자유관절의 마찰력을 제동 토크로 하여 자유관절을 정지상태로 유지할 수 있는 한계 토크를 산출하여 능동관절을 제어하는 순차적인 위치제어를 소개하고, 모의실험으로 유효성을 확인하였다.

특히, 본 논문에서 다룬 것처럼, 인위적인 보조 수단을 설치하지 않은 순수한 의미의 자유관절을 가진 로봇 암에 있어서는, 시스템이 본래 가지고 있는 감쇠 및 마찰특성을 적극적으로 이용하는 것이 위치제어를 위한 유용한 방법이 될 수 있으며, 본 논문에서 상세히 소개한 시스템의 비선형적인 운동특성은, 이와 같은 로봇 암의 연구에 유용한 기초자료가 되리라고 생각된다.

후기

- 1) 본 연구의 일부는 1998년도 전북대학교 지원 연구비에 의하여 연구되었습니다.
- 2) 본 연구는 H. Inooka교수(日本 東北大学)의 지도 및 Y. Saitoh씨(日本 東北電力)의 도움이 있었으며, 이에 감사드립니다.

참고문헌

1. H. Arai and S. Tachi, "Position control of a manipulator with passive joints using dynamic coupling," *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, Vol. 7, No. 4, pp.528-534, 1991.
2. H. Arai, K. Tanie and S. Tachi, "Dynamic control of a manipulator with passive joints in

operational space," *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, Vol. 9, No. 1, pp.85-93, 1993.

2. A. Jain and G. Rodriguez, "An analysis of the kinematics and dynamics of underactuated manipulators," *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, Vol. 9, No. 4, pp.411-422, 1993.
3. R. Mukherjee, D. Chen, "Control of free-flying underactuated space manipulators to equilibrium manifolds," *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, Vol. 9, No. 5, pp.561-570, 1993.
4. K.-H. Yu, T. Takahashi and H. Inooka, "Dynamics and motion control of a two-link robot manipulator with a passive joint," *Proc. 1995 IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, Vol. 2, pp.311-316, 1995.
5. M. Bergeman, C. Lee and Y. Xu, "Experimental study of an underactuated manipulator," *Proc. 1995 IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, Vol. 2, pp.317-322, 1995.
6. G. Oriolo and Y. Nakamura, "Free-joint manipulators: motion control under second-order nonholonomic constraints," *Proc. 1991 IEEE/RSJ Int. Workshop on Intelligent Robots and Systems*, pp.1248-1253, 1991.
7. Y. Nakamura, M. Koinuma and T. Suzuki, "Chaotic behavior and nonlinear control of a two-joint planer arm with a free joint -control of nonholonomic mechanisms with drift-," *J. Robotics Society of Japan*, Vol. 14, No. 4, pp.602-611, 1996.
8. Y. Nakamura and T. Suzuki, "Behavior analysis and control by amplitude modulation of nonholonomic mechanical systems via the averaging method -positioning control of planar 2R free-joint manipulators-," *J. Robotics Society of Japan*, Vol. 16, No. 3, pp.407-416, 1998.
9. 홍금식, 양경진, "비구동관절을 가진 기계시스템의 가진 제어: 평균화해석을 통한 제어기의 설계", 제어 · 자동화 · 시스템공학 논문지, 제5권 제4호, pp.385-393, 1999.
10. K.-H. Yu, T. Takahashi and H. Inooka, "First integral approach to non-linear motion analysis of a two-link system," *Int. J. Non-Linear Mechanics*, Vol. 31, No. 3, pp.405-412, 1996.
11. K.-H. Yu, Y. Shito and H. Inooka, "Position control of an underactuated manipulator using joint friction," *Int. J. Non-Linear Mechanics*, Vol. 33, No. 4, pp.607-614, 1998.

## 부록

(20), (21)식의 토크  $\beta = B_i(\phi, \dot{\phi})$  를 (22)식에 대입하면

$$\ddot{\phi} = \frac{\mp \alpha_{fr} + \lambda \dot{\phi}^2 \sin \phi}{1 + \lambda \cos \phi} \quad (A1)$$

가 얻어지며, 複符號는  $i=1$  일 때, 上符號( - ),  $i=2$  일 때, 下符號( + )가 적용된다. (A1) 식을 두 번 적분하면 각각 다음과 같이 된다.

$$\dot{\phi} = \frac{\mp \alpha_{fr}(\tau - \tau_0) + (1 + \lambda \cos \phi_0) \dot{\phi}_0}{1 + \lambda \cos \phi} \quad (A2)$$

$$\phi + \lambda \sin \phi = \mp \frac{1}{2} \alpha_{fr}(\tau - \tau_0)^2 + (1 + \lambda \cos \phi_0) \dot{\phi}_0(\tau - \tau_0) + \phi_0 + \lambda \sin \phi_0 \quad (A3)$$

여기에서  $\tau_0, \phi_0, \dot{\phi}_0$  는 각각  $\tau, \phi, \dot{\phi}$  의 초기치이다. 시각  $\tau_1$ 에서  $\tau_2$ 까지 토크  $\beta = B_i(\phi, \dot{\phi})$  를 가한 후, 시각  $\tau_2$ 에서  $\tau_i$ 까지  $\beta = B_j(\phi, \dot{\phi})$  를 가할 경우, 다음 연립방정식이 성립한다. 여기에서 복부호는  $i=1, j=2$  일 경우 상부호,  $i=2, j=1$  일 경우 하부호가 적용된다.

$$\dot{\phi}_2 = \frac{\mp \alpha_{fr}(\tau_2 - \tau_1) + (1 + \lambda \cos \phi_1) \dot{\phi}_1}{1 + \lambda \cos \phi_2}$$

$$\phi_2 + \lambda \sin \phi_2 = \mp \frac{1}{2} \alpha_{fr}(\tau_2 - \tau_1)^2 + (1 + \lambda \cos \phi_1) \dot{\phi}_1(\tau_2 - \tau_1) + \phi_1 + \lambda \sin \phi_1$$

$$\dot{\phi}_i = \frac{\pm \alpha_{fr}(\tau_i - \tau_2) + (1 + \lambda \cos \phi_2) \dot{\phi}_2}{1 + \lambda \cos \phi_i} = 0$$

$$\phi_i + \lambda \sin \phi_i = \pm \frac{1}{2} \alpha_{fr}(\tau_i - \tau_2)^2 + (1 + \lambda \cos \phi_2) \dot{\phi}_2(\tau_i - \tau_2) + \phi_2 + \lambda \sin \phi_2 \quad (A4)$$

연립방정식 (A4)를 풀면, 시각  $\tau_2$ 와  $\tau_i$ 를 (25), (26)식과 같이 결정할 수 있다.