

# 열탄성 거동을 나타내는 다층 실린더의 최적설계

## Optimum Design of Thermoelastic Multi-Layer Cylindrical Tube

조희근\*                      박영원\*\*  
 Cho, Hee-Keun              Park, Young-Won

### ABSTRACT

Multi-disciplinary optimization design concept can provide a solution to many engineering problems. In the field of structural analysis, much development of size or topology optimization has been achieved in the application of research. This paper demonstrates an optimum design of a multi-layer cylindrical tube which behaves thermoelastically. A multi-layer cylindrical tube that has several different material properties at each layer is optimized within allowable stress and temperature range when mechanical and thermal loads are applied simultaneously. When thermal loads are applied to a multi-layer tube, stress phenomena become complicated due to each layer's thermal expansion and the layer thicknesses. Factors like temperature; stress; and material thermal thicknesses of each tube layer are very difficult undertaking.

To analyze these problems using an efficient and precise method, the optimization theories are adopted to perform thermoelastic finite element analysis.

주요기술용어 : Thermoelastic(열탄성), Finite Element Method (유한요소법), Thermal Stress (열응력)

### 1. 서론

최적화는 특정한 설계요구조건을 만족시키면서 원하는 설계 목적 파라미터를 구하는 수치해석 방법이다. 특히 구조물의 형상설계에 적용되는 최적화는 크게 분류하면<sup>(12)</sup> 위상최적화(topology optimization)와 치수 최적화(size optimization)가 있다. 이러한 최적화 개념을 유한요소 열탄성 구조해석에 적용하면 온도, 열응력등의 비선형 거동에 대한 구조물의 무게나 치수를 최적화 할 수 있다.

열탄성 해석을 필요로 하는 구조물로는 원자로, 핵연료봉, 고온고압을 받는 파이프 등이 있다. 이와 같은 열탄성 거동을 나타내는 구조물의 경우는 온도, 응력, 열응력, 치수 등 여러 측면을 동시에 고려한 최적 설계가 이루어 져야 한다. 현재 많이 사용되고 있는 유한요소 최적화해석 모듈은 대부분 탄성, 혹은 진동수(frequency)등 단일 영역에 국한한다. 이러한 단점을 극복하고 multi-disciplinary<sup>(1)-(5)(6)</sup> 한 최적화 해석을 위하여 열탄성 해석에 최적화 기법을 도입했다. 상용화된 최적화 계산가능한 모듈인 NASTRAN, EMRC NISA, OPTISTRUCT 등은 최적화의 영역을

\* 아주대학교 시스템공학과 박사과정

\*\* 아주대학교 시스템공학과 교수

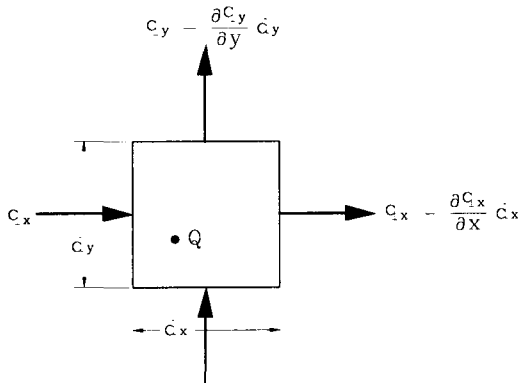
대부분 단일 해석 영역에 국한하고 있으며 열하중과 동시에 작용하는 커플링된 열탄성거동 구조에서 온도, 열응력, 변위등 다양한 구속조건 상태에서 최적화가 불가능하다.

따라서 본 논문에서는 지금까지는 최적화가 불가능한 분야인 열하중과 기계적하중이 동시에 작용하는 열탄성 구조물의 최적화를 위한 유한요소해석 정식화 및 알고리즘을 제시하고 다층실린더 문제를 해석한다.

## 2. 비선형 열전달 유한요소방정식

일반적인 정상상태의 열전달<sup>(4)-(9)</sup> 해석은 Fig.1의 검사체적(control volume)의 평형관계식으로부터 유도 할 수 있다. 열확산에 의한 속도항을 제외하면 전도, 대류, 복사를 포함하는 일반적인 2차원 평면의 평형식은 검사체적의 평형식으로부터 식(1)과 같이 나타난다.

$$q_x d_y t + q_x d_y t + Q d_x d_y t = \left( q_x + \partial \frac{q_x}{\partial x} d_x \right) d_y t + \left( q_y + \partial \frac{q_y}{\partial y} d_y \right) d_x t \quad (1)$$



[Fig. 1] Differential control volume for heat transfer

비선형 열전달 유한요소 평형식<sup>(9)</sup>은 식(2)와 같다.

$$\begin{aligned} & ({}^t K^k + {}^t K^c + {}^t K^r) \Delta \theta^{(i)} \\ & = {}^{t+\Delta t} Q + {}^{t+\Delta t} Q^{(i-1)} + \\ & \quad {}^{t+\Delta t} Q^r^{(i-1)} - {}^{t+\Delta t} Q^k^{(i-1)} \end{aligned} \quad (2)$$

여기서  $i$  번째 반복증분의 끝에서의 절점의 온도는 식(3)과 같이 된다.

$${}^{t+\Delta t} \theta^{(i)} = {}^{t+\Delta t} \theta^{(i-1)} + \Delta \theta^{(i)} \quad (3)$$

${}^{t+\Delta t} Q$  는 external heat flow에 의해 시스템으로 유입된 열량이며 식(2)의 각 항의 평형식은 다음과 같다.

$${}^t K^k \Delta \theta^{(i)} = \left( \sum_m \int_{V^{(m)}} k^{(m)} B^{(m)T} B^{(m)} dV^{(m)} \right) \Delta \theta^{(i)} \quad (4)$$

$${}^t K^c \Delta \theta^{(i)} = \left( \sum_m \int_{S_c} h^{(m)} H^{S(m)T} H^{S(m)} dS^{(m)} \right) \Delta \theta^{(i)} \quad (5)$$

$${}^t K^r \Delta \theta^{(i)} = \left( \sum_m \int_{S_r} k^{(m)} H^{S(m)T} H^{S(m)} dS^{(m)} \right) \Delta \theta^{(i)} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} & {}^{t+\Delta t} Q^{(i-1)} \\ & = \sum_m \int_{S_c}^{t+\Delta t} h^{(m)(i-1)} H^{S(m)T} \\ & \quad [H^{S(m)} ({}^{t+\Delta t} \theta_e - {}^{t+\Delta t} \theta^{(i-1)})] dS^{(m)} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} & {}^{t+\Delta t} Q^{r(i-1)} \\ & = \sum_m \int_{S_r}^{t+\Delta t} k^{(m)(i-1)} H^{S(m)T} \\ & \quad [H^{S(m)} ({}^{t+\Delta t} \theta_r - {}^{t+\Delta t} \theta^{(i-1)})] dS^{(m)} \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} & {}^{t+\Delta t} Q^{k(i-1)} \\ & = \sum_m \int_{V^{(m)}} B^{(m)T} \\ & \quad [{}^{t+\Delta t} k^{m(i-1)} B^{(m)T} \theta^{(i-1)}] dV^{(m)} \end{aligned} \quad (9)$$

위의 식(4)~(9)에서 알 수 있는 바와 같이 열전도 계수  $k$ , 열전달 계수  $h$ 가 온도에 의존하는 변수임을 알 수 있다. 그리고 heat generation, heat flux등도 온도의 함수가 된다. 여기서 온도의 함수라는 것은 물성치들이 온도의 다항식으로 나타남을 말한다.

### 3. 비선형 열탄성 해석 정식화

열응력을 받지 않는 초기 기준온도를  $\theta_0$  라고 하면 기계적 변형율과 열변형율에 의한 전체응력<sup>(9)</sup>은 다음과 같다.

$$\sigma = C(\epsilon - \epsilon^{th}) \quad (10)$$

여기서  $\epsilon$  은 engineering strain이며  $\epsilon^{th}$  는 thermal strain이다.  $C$ 는 응력-변형율 변환 행렬이다.  $\epsilon_{xx}^{th} = \alpha(\theta - \theta_0)$ ,  $\epsilon_{yy}^{th} = \alpha(\theta - \theta_0)$ ,  $\gamma_{xy}^{th} = 0$ 이 된다. 만약 절점에서의 변형율을  $\epsilon = 0$  라고 하면 열적 변형율에 의한 응력은 초기응력(initial stress)으로 생각될 수 있다. 여기서  $\tau'$ 는 초기응력 벡터<sup>(9),(10)</sup>이며 다음과 같이 나타낸다.

$$R_I = - \int_v [B]^T \tau' dV \quad (11)$$

$$\tau' = \frac{E\gamma}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \left\{ \left( \sum_{i=1}^8 h_i \theta_i \right) - \theta_0 \right\} \quad (12)$$

$\gamma$  : Thermal Expansion Rate

$\tau'$  : 초기응력 벡터

따라서 비선형 열탄성 유한요소해석 정식화를 위하여 가상일의 원리를 적용하여 수식을 유도하면 식

(13)과 같다.

$$\{dL\} = \{dL\}_m + \{dL\}_e = [K]\{d\delta\} \quad (13)$$

$$\{dL\} = \int_{vol} [B]^T \{d\sigma\} dV$$

$$\{dL\}_m = \int_{vol} [B]^T [D^e] \{\alpha\} dT dV$$

$$\{dL\}_e = \int_{vol} \left[ -[B]^T [D^e] \frac{dE}{E} \{\epsilon\} + [B]^T \frac{2G(1+\nu)}{1-2\nu} \frac{dE}{E} \{\alpha(T - T_0)\} \right] dV$$

$$[K] = \int_{vol} [B]^T [D^e] [B] dV$$

식(11)에서 구한 열응력 상당외력 벡터는 위의 식  $\{dL\}_e$ 의 한 부분이 된다.  $\{dL\}$ 은 외력에 의한 절점력을 나타내며 외력이 작용하지 않는 경우  $\{dL\}=0$ 이 된다. 그리고  $\{dL\}_m$ 는 선팽창계수에 의한 등가 절점력을 나타내며  $\{dL\}_e$ 는 탄성 등가절점력을 나타낸다.

### 4. 최적화

#### 4.1 경사도 벡터<sup>(5)-(7)</sup>

화학공정설계, 항공동력학최적화, 비선형 제어 시스템 설계, 기계부품 및 구조물 설계 등 많은 부분에서 최적화가 공학적으로 응용되고 있다. 일반적인 의미로 공학적 최적화는 비선형 제약조건이 주어진 문제를 해결한다. 미지의 설계변수  $x_i$ ,  $i=1, N$ 는 제약 함수 벡터  $X$ 로 구성되며 다음과 같이 나타낸다.

Minimize  $F(X)$

Subject to :

$$g_j(X) \leq 0 \quad j = 1, M \quad (14)$$

$$h_k(X) = 0 \quad k = 1, L \quad (15)$$

$$X_i^L \leq X_i \leq X_i^U \quad i = 1, N \quad (16)$$

주어진 유용영역 내에서 최소의 값을 찾기 위해서는 먼저 목적함수(object function)의 경사도를 계산해야 한다. 목적함수의 경사도는 식(17)과 같이 나타낸다.

$$\nabla F(X) = \begin{pmatrix} \frac{F(X + \delta X_1) - F(X)}{\delta X_1} \\ \frac{F(X + \delta X_2) - F(X)}{\delta X_2} \\ \cdot \cdot \cdot \\ \cdot \cdot \cdot \\ \frac{F(X + \delta X_N) - F(X)}{\delta X_N} \end{pmatrix} \quad (17)$$

식(17)은 서로 독립적인 설계 변수들에 대한 목적함수의 편미분 벡터를 나타낸다. 이러한 목적함수의 경사도를 따라서 최소점으로 이동하는 방향을 결정하게 된다.

#### 4.2 유용방향법

유용방향법<sup>(7)-(8)-(12)</sup>(feasible direction method)은 제약 최적화 문제를 푸는 가장 먼저 개발된 기본법의 한 가지이다. 이방법의 기본원리는 한 유용설계에서 보다 개선된 유용설계로 이동시키는 것이다. 따라서 유용설계  $X^{(k)}$ 가 주어지면 개선하는 유용방향  $S^{(k)}$ 를 결정하여 충분히 작은 이동거리  $\alpha > 0$ 에 관하여 다음의 두 성질을 만족하도록 한다

i) 새로운  $X^{(k+1)} = X^{(k)} + \alpha S^{(k)}$ 는 유용.

ii) 새로운 목적함수는 지난번 것보다 작다, 즉  $f(X^{(k+1)}) < f(X^{(k)})$ .

일단  $S^{(k)}$ 가 결정되면  $S^{(k)}$  방향으로 얼마나 진행하여야 하는지를 정하는 선 탐색을 수행한다. 이렇게 하여 새로운 유용설계  $X^{(k+1)}$ 을 얻게되고 그곳에서 이 과정을 반복한다. 이 방법에서 설계변화 결정은 탐색방향과 이동거리 결정의 부분제로 나누어진다. 개선되는 유용방향은 작은 이동거리에서 엄격히 유용내에 남으면서 목적함수를 줄이게 정의한다. 따라서 유용영역내부에 존재하면서 목적함수의 강하방향이 된다. 개선되는 유용방향  $S$ 는 조건  $\nabla F^T S < 0$ 와  $g^{(j)T} S < 0$ 을 만족한다. 이것은  $\nabla F^T S < 0$ 와  $g^{(j)T} S < 0$ 을 최대화시키는 최소화 즉 탐색방향을 최대화하여 전체 목적함수를 최소화한다. 이것을  $\beta$ 로 최대화를 나타내면 다음과 같이 방향 탐색 부분제<sup>(7)</sup>가 정의된다.

Minimize  $\beta$

Subject to :

$$\nabla F(X)^T S \leq \beta$$

$$\nabla g_j(X)^T S \leq \beta \quad (18)$$

$$-1 \leq S_j \leq 1 \quad j = 1, n$$

식(18)의 마지막 부등식의 정규화제약은 유용영역의 해를 얻기 위하여 도입하였다. 다른 정규화제약의 형식도 가능하다.  $(\beta, S)$ 를 앞 문제의 최적해라고 하자. 만약  $\beta < 0$ 이면  $S$ 는 개선되는 유용방향이다. 만약  $\beta = 0$ 이면 현 설계점이 쿤-터커 필요조건을 만족한다.

변형된 유용방향법 알고리즘은 다음과 같다. 제약조건이 있는 최적화 문제를 풀려고 하면 먼저 목적함수  $F(X)$ , 제약조건  $g_j(X) \leq 0, j = 1, M$  그리고 설계변수의 상한과 하한을 정의한다.

Minimize  $F(x)$

Subject to :

$$g_j(X) \leq 0 \quad j=1, M \quad (19)$$

$$X_i^L \leq X_i \leq X_i^U \quad i=1, N \quad (20)$$

최적알고리즘은 어떤 문제를 풀고있는지 모르며 단지 주어진 제약조건하에서 목적함수를 최소화 할 뿐이다. 초기의  $X^0$  벡터가 주어지면 식(19)에 따라서 설계를 계속 변경해 나간다. 아래와 같은 방법이 반복적으로 이루어진다.

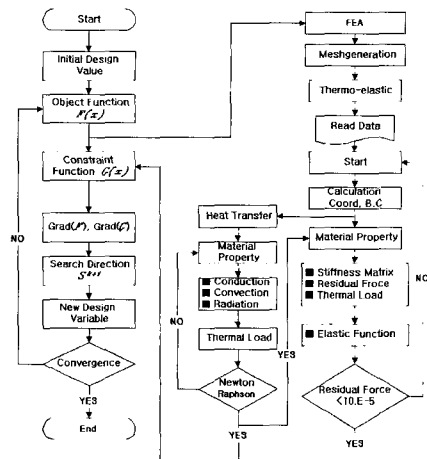
$$X^q = X^{q-1} + \alpha * S^q \quad (21)$$

전반적인 최적화 프로세스는 다음의 단계에 따른다.

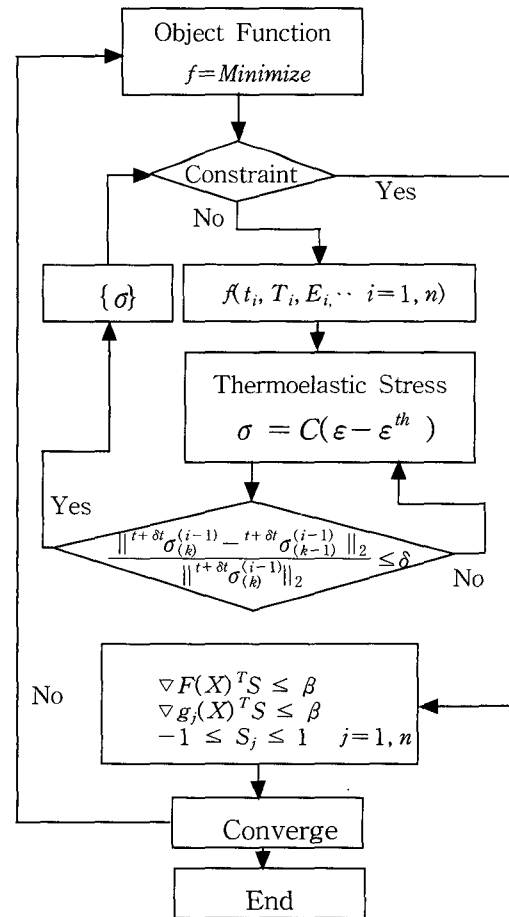
1. Start  $q = 0, X = X^0$
  2.  $q = q + 1$
  3.  $F(X^{q-1}), g_j(X^{q-1})$  을 계산
  4. 결정적인 제약벡터를 확인
  5.  $\nabla F(X^{q-1}), \nabla g_j(X^{q-1})$  을 계산
  6. 탐색 방향  $S^q$  를 결정
  7.  $\alpha$  를 결정하기 위한 1차원 탐색
  8.  $X^q = X^{q-1} + \alpha * S^q$  계산
  9. 수렴성 확인
- 9번 단계에서 수렴하지 못하면 2번 단계로 간다.

### 5. 열탄성 거동 재료의 최적화 해석 알고리즘

본 연구에서 3장에서 유도한 열탄성 수치해법을 최적화에 응용하여 응력 구속조건 하에서 열탄성 구조물을 최적화했다. 개발한 해석 모듈은 2, 3, 4장에서 유도한 비선형 열절달, 열응력, 탄성응력의 유한 요소 수식과 유용방향법 최적설계 이론을 적용한 것이다.



(Fig. 2) Thermoelastic optimization algorithm I



(Fig. 3) Thermoelastic optimization algorithm II

Fig. 2는 열탄성거동 재료의 최적설계 해석 logic을 나타낸다. 해석에 사용한 요소는 2차원 8절점 등매개 변수 요소(isoparametric element)이다. Fig. 3은 열탄성 최적화 알고리즘을 간단히 표시한 것이다. 최적화 알고리즘에서 제약함수로 주어진 응력 함수  $f(t_i, T_i, E_i, \dots, i=1, n)$ 는 FEM 열탄성 해석 알고리즘으로 넘겨지며 여기서 응력을 계산하여 수렴성 조건 식(22)를 만족 할 때까지 반복계산을 하게된다.

$$\frac{\|{}^{t+\delta t}\sigma_{(k)}^{(i-1)} - {}^{t+\delta t}\sigma_{(k-1)}^{(i-1)}\|_2}{\|{}^{t+\delta t}\sigma_{(k)}^{(i-1)}\|_2} \leq \delta \quad (22)$$

응력 제약조건을 만족하면 경사도 벡터를 계산하여 새로운 유용방향으로 진행하게 된다. Fig. 3은 최적화 해석 알고리즘을 나타내며 열전달 해석 하부모듈에서 온도를 계산하여 (23)과 같은 열응력 상당의 력 벡터를 계산하여 열하중을 작용시키며 기계적하중이 추가로 가하여 졌을 경우에는 이것에 의한 응력의 첨가도 고려하여야 한다.

$$R_I = - \int_V [B]^T \tau' dV \quad (23)$$

[B] : Displace Gradient Matrix

$\tau'$  : 온도변화 벡터

이러한 과정을 통하여 목적함수의 최소값을 찾아가는 것이다. Fig. 3의 수치해석을 통하여 압력이나 단순 집중하중을 받는 구조물에서 구속조건으로 주어진 허용 응력 혹은 변위 조건하에서 최적의 두께, 혹은 크기를 계산할 수 있을 뿐만 아니라 열전달 해석시 온도구속조건이 주어지면 그 구속된 온도조건을 만족시키면서 구조물 각 부위의 크기 및 두께를 최적화한다. 이러한 사이즈 최적화를 통하여 결과적으로 전체 구조물의 무게, 비용 등의 목적함수를 최소화 할 수 있는 것이다.

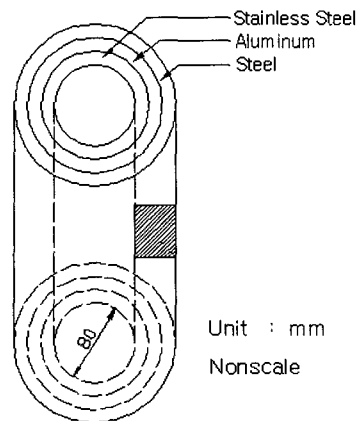
해석 모듈의 전체적인 알고리즘은 Fig. 2와 같으며 모듈이 개방적으로 되어있어서 특별한 문제 해석시 하부 모듈을 첨가하여 사용할 수 있다.

유용방향법 최적화 알고리즘은 주어진 유용영역 내에서만 최소점을 찾기 때문에 안정적으로 최적화 계산을 할 수 있으며 다른 최적화 알고리즘보다 FEM 모듈과 같이 계산하기에 더욱 적합한 것이다.

해석 알고리즘은 크게 유용방향법 최적화 알고리즘과 FEM 해석 알고리즘으로 구성되어있으며 각 단계마다 동시에 평행하게 계산을 수행하면서 새로운 설계변수를 최적화 알고리즘에서 생성하면 그 결과를 이용하여 FEM 해석을 한다. 따라서 새로운 응력, 변위, 변형을 등의 값을 반환하게 된다. 해석 모델 혹은 목적함수의 형태에 따라 목적함수 자체가 아주 작은 값일 때는 적절한 스케일링이 필요하다.

## 6. 열탄성 다층실린더 최적설계

내부에서 압력이 작용하면서 열전달이 일어나는 다층 실린더를 대상으로 목적함수가 전체 무게로 주어질 때 각 층의 두께를 최적화한다. 유한요소 해석 모델을 사용하여 최적화과정을 수행하였다. 이때 각



(Fig. 4) Multi-layer cylindrical tube

각의 재료상수들이 Table 1, 2에 나타난 바와 같이 온도에 의존적인 다항 함수이다.

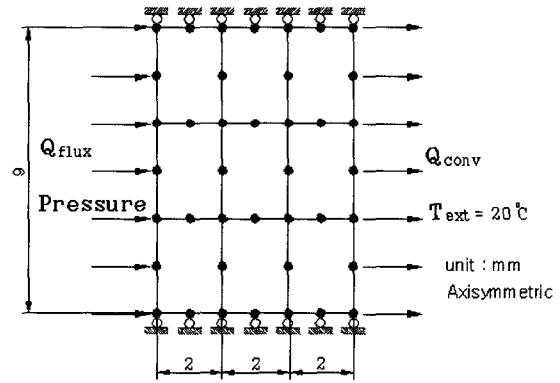
모델은 Fig. 4와 같이 지름이 80mm인 원통형 실린더로써 스테인레스, 알루미늄, 철의 세 층으로 이루어 졌으며 각 층의 열전달 계수 및 물성치는 Table. 1, 2에 나타내었다.

Fig. 5는 Fig. 4의 다층 실린더 모델을 해석하기 위한 유한요소 모델이다. 2차원 8절점 축대칭요소를 사용하였다.

각각의 치수 및 경계조건은 Fig. 5에 나타난 바와 같으며 최적화 계산을 수행하기 전에 각 층의 두께가 2mm 로 동일한 경우 Fig. 5와 Table. 2의 경계조건 하에서 열응력 및 온도분포를 계산하여 앞에서 기술한 열탄성 유한요소해석 정식화의 타당성을 검증한다.

실린더 내부에서 10MPa의 압력과  $0.4 \cdot 2.5e-4 \cdot T$  와 같이 온도의 함수로 주어지는 열플럭스가 있으며 외부에서는 열대류가 일어난다. 열플럭스 계수와 열대류계수 등의 경계조건은 Table. 2에 나타내었다.

이와 같이 열전달의 계수들이 온도에 의존적인 경우는 비선형 열전달 해석을 수행하여야 되며 이 수식들은 앞절에서 제시하였다.



(Fig. 5) Finite element analysis model of multi-layer cylindrical tube

Fig. 6은 내부의 압력만 작용하였을 경우 실린더의 내측면에서 바깥면까지의 두께에 따른 응력의 변화를 나타낸다. 앞서 기술한 유한요소 정식화에 의한 해석결과와 상용패키지 Nisa II와의 결과를 비교하였다.

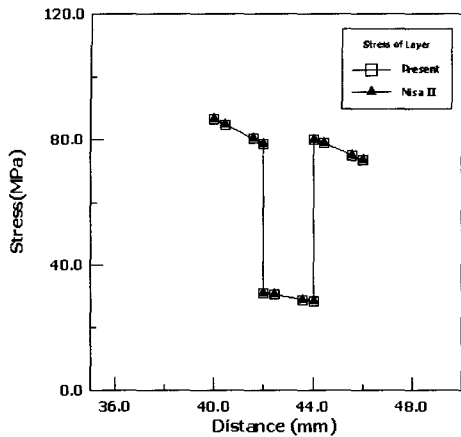
(Table. 1) Material property of each layer

Material	Property	Given Value
Stainless Steel	$K(W/mm^{\circ}C)$	$15.1e-3 - 2e-4 \cdot T$
	$\alpha(1/^{\circ}C)$	$17.3e-6$
	$E(GPa)$	190.
	$\nu$	0.3
	$\rho(Kg/mm^3)$	$7.92e-9$
Aluminum	$K(W/mm^{\circ}C)$	$237.e-3 - 2e-4 \cdot T$
	$\alpha(1/^{\circ}C)$	$22.5e-6$
	$E(GPa)$	71.
	$\nu$	0.3
	$\rho(Kg/mm^3)$	$2.7e-9$
Steel	$K(W/mm^{\circ}C)$	$11.2e-3 - 2e-4 \cdot T$
	$\alpha(1/^{\circ}C)$	$11.9e-6$
	$E(GPa)$	210.
	$\nu$	0.3
	$\rho(Kg/mm^3)$	$7.85e-9$

(Table. 2) Boundary condition of cylindrical tube

Properties	Given values
$h(W/mm^2 \cdot ^{\circ}C)$	$40.e-3 - 8.75e-5 \cdot T$
$Q_{flux}(W/mm^2)$	$400.e-3 - 2.5e-4 \cdot T$
$T_{ext}(^{\circ}C)$	20.
Pressure(MPa)	10.
$T0(^{\circ}C)$	20.

압력만 작용하였을 경우는 각 층에서 실린더의 내부에서 응력이 크게 나타나며 바깥면으로 갈수록 응력이 낮아지는 것을 알수 있다. 이러한 단순한 경우의 응력 분포는 일반화된 수식에 의해서 많이 정의 되어있다. 중간의 알루미늄 층에서는 재료의 물성치

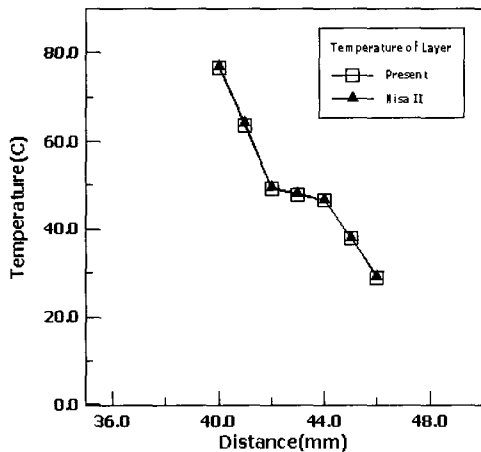


(Fig. 6) Stress of cylindrical tube when only pressure is applied

로 인하여 응력이 급격히 낮아진다.

실린더의 열탄성 해석을 하기 위한 기본절차로써 먼저 온도분포를 알아야한다. Fig. 5의 모델에서 제시한 열전달 경계조건 하에서의 온도분포는 Fig. 7과 같다. 두께에 따라서 온도분포를 나타내었으며 중간 알루미늄의 층에서 약간의 천이 영역이 나타난다.

열탄성 해석의 마지막 단계로 압력과 열하중이 동시에 작용한 경우의 응력을 계산한다. Fig. 8은 압력



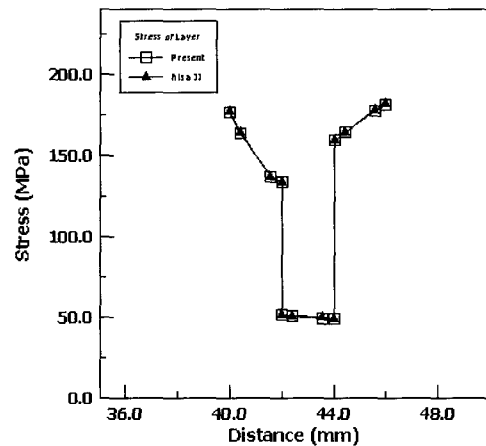
(Fig. 7) Temperature distribution of cylindrical tube along thickness

과 열하중이 동시에 작용한 경우의 응력의 분포를 나타낸다. 각 층의 열팽창에 의한 열응력과 압력에 의한 기계적응력이 복합되어 최종 응력 값을 나타낸다. Fig. 8과 Fig. 6의 응력의 형태를 비교해보면 열하중에 의한 응력의 변화를 이해 할 수 있다.

Fig. 8의 응력상태를 살펴보면 제일 바깥쪽에 위치한 Steel 층에서 응력의 분포가 반대로 나타났다. 즉 바깥쪽의 응력이 안쪽보다 높게 나타난다. 제일 안쪽에 위치한 층에서도 응력의 변화가 더 급격해 졌다.

위에서 해석한 계산결과로 앞서 기술한 열탄성 유한요소 정식화의 신뢰성과 정확성을 입증할 수 있다. 다음 단계로 열탄성 유한요소 정식화에 최적설계 알고리즘을 도입하여 다층실린더의 무게를 최소화하기 위한 각 층의 최적 두께를 구한다.

최적화하기 위한 목적함수는 무게로 주어지며 구속조건은 각 층의 제일 안쪽과 바깥쪽의 응력 6개와 제일 바깥쪽의 온도 1개를 포함하여 총 7개의 구속조건이 주어졌으며 설계변수(design variable)는 각 층의 두께 3개가된다. 다음은 최적화하기 위한 정식화이다.



(Fig. 8) Stress of cylindrical tube when thermal load and pressure are applied simultaneously



Minimize:

$$f = H * (2\pi(40. + \frac{t_1}{2}) * t_1 * \rho_1 + 2\pi(40. + t_1 + \frac{t_2}{2}) * t_2 * \rho_2 + 2\pi(40. + t_1 + t_2 + \frac{t_3}{2}) * t_3 * \rho_3)$$

$t_1$  : Stainless steel thickness

$t_2$  : Aluminum thickness

$t_3$  : Steel thickness

Subject to :

$$0.4 \leq t_1 \leq 3.7$$

$$0.3 \leq t_2 \leq 3.2$$

$$0.8 \leq t_3 \leq 5.5$$

$$\sigma_1 \leq 150.$$

$$\sigma_2 \leq 150.$$

$$\sigma_3 \leq 60.$$

$$\sigma_4 \leq 60.$$

$$\sigma_5 \leq 185.$$

$$\sigma_6 \leq 185.$$

$$T_6 \leq 29.$$

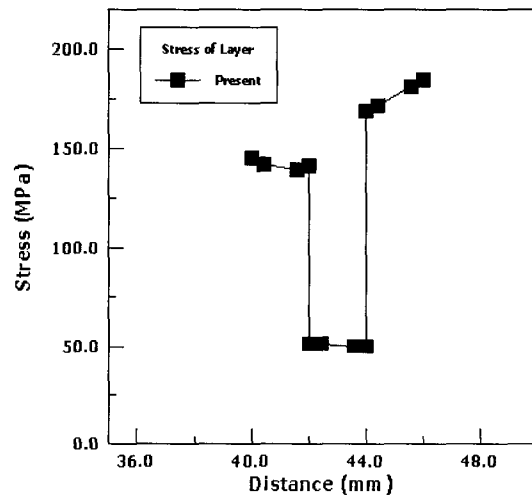
위의 최적화 정식화에서 구속조건은 각 층의 응력과 바깥쪽의 온도로 주어졌다.  $\sigma_1 \sim \sigma_6$ 의 응력은 각 층의 제일 안쪽과 바깥쪽의 미세스 응력이다. 2, 3, 4장의 정식화에 의한 다층 실린더의 열탄성 최적화를 수행하면 결과는 Table.3과 같다.

(Table. 3) The results of optimization

Design Variable		Object Function
Optimized Thickness (mm)	$t_1=1.093$	$f=1.07e-2$
	$t_2=3.200$	
	$t_3=1.331$	

(Table. 4) The results of prior and error

Design Variable		Object Function
Calculated Thickness (mm)	$t_1=1.1$	$f=1.06e-2$
	$t_2=3.2$	
	$t_3=1.3$	



(Fig. 9) Stress of cylindrical tube after optimized.

최적화의 결과로 나타난 각 층의 두께는 Table. 3과 같으며 이때의 응력 분포는 Fig. 9와 같다. Table. 4는 최적화 계산의 신뢰성을 가지기 위하여 각 층의 두께를 0.1mm 단위로 약 백만번 정도의 시행착오를 통하여 찾아낸 최소 값이다. 결과에서 알 수 있듯이 열탄성 거동의 다층실린더의 최적화가 정확함을 알 수 있다. 최적화된 다층 실린더의 최소 무게는  $1.07e-2 \text{ Kg/mm}^3$  된다.

## 7. 결 론

유한요소를 이용한 구조물의 최적설계에서 현재까지 대부분의 해석이 탄성, 진동 혹은 유체해석 등

각각의 독립된 분야에서 행해졌다. 복합하중이 작용하는 열탄성 구조물은 아주 특별한 경우를 제외하고는 해석적인 해가 존재하지 않으며 상용화된 유한요소 해석 모듈에서도 해석이 불가능하다. 그럼에도 불구하고 발전소, 보일러, 정유공장 플랜트 등에서 비선형 열탄성거동 재료의 구조물을 설계해야 하는 경우가 많이 발생한다.

따라서 본 논문에서는 열탄성 구조물의 최적화를 위한 유한요소해석 평형 방정식을 유도하고 이를 최적화 알고리즘에 적용하였다. 열탄성 구조물의 대표적인 경우로 다층실린더의 최적설계를 통하여 열탄성 구조물의 최적설계를 실제 적용하였다.

열탄성 거동의 다층 실린더의 경우는 해석상의 모든 인자들이 서로 의존적이기 때문에 유한요소 해석을 이용한 최적화의 방법을 이용하지 않고는 최적두께를 찾는다는 것은 불가능하다.

### 참 고 문 헌

1. M. E. M. El-Sayed, C-K. Hsiung, "Optimum structural design with parallel finite element analysis", Computer and Structure, Vol. 40, No. 6, pp.1469-1474, 1988
2. F. Moses, "Optimum structural design using linear programming", ASCE Journal of the Structural Division, Vol. 90, No. ST6, pp.89-104, 1964
3. J. T. Betts, "A gradient projection-multiplier method for nonlinear programming", Journal of Optimization Theory and Applications, Vol. 24, No. 4, pp.523-548, 1978
4. K. J. Bathe, "Finite element formulation and solution of nonlinear heat transfer", Nuclear
5. J. S. Sobieski, "Sensitivity of complex, internally coupled system", AIAA Journal, Vol. 28, No. 1, pp.153-160, 1990
6. T. S. Jang, "Application of nonlinear goal programming to structural optimization", 자동차 공학회, V. 14, n. 1, pp.64-73, 1992
7. Jasbir S. Arora, "Optimum design", Mc-Grow Hill, pp. 3-625, 1994
8. K. Mcaloon, "Optimization and computational logic", Wiley Interscience, pp.97-331, 1996
9. K. J. Bathe, "Finite element procedures in engineering analysis", Prentice-Hall, pp.66-431, 1981
10. K. H. Huebner, "The finite element method for engineers", Wiley Interscience, pp.62-304, 1982
11. J. L. Kuester, "Optimization techniques with fortran", Mc-Grow Hill, pp.135-286, 1973
12. S. S. Rao, "Engineering optimization", Wiley Interscience, pp.65-556, 1996
13. G. A. E. Soremekun, "Genetic algorithm for composite laminate design and optimization," Master's Thesis, Virginia Tech, February 1997.
14. 원종진, 이종선, "비선형 차체프레임 구조물의 민감도해석 및 최적화", 대한 기계학회 논문집, 제 20권, 제 9호, pp.2833-2842, 1996
15. 원종진, "셀 구조물의 비선형좌굴 및 결합 민감도 해석", 대한기계학회지, V. 33, n.7(통권 152호), pp.614-627, 1993