數學創造의 主體轉換에 對한 考察

충북대학교 수학과 **한재영**

Abstract

This paper analyzes the philosophy of mathematics as the ancient Egypt. This article provides an overview of computer programing capacities by Mathematica. To give an idea of mathematical graphic's capacities, practical example will be computed.

0. 서론

인간 정신의 이원제란 줄리앙 제임스가 주장한 인간 두뇌의 분할에 근거를 두고 있다. 수학이란 일종의 언어로서 좌 뇌의 작용에 의한다. 대뇌의 좌 반구는 실용을 다루며 패턴 주의자인 우 뇌에 반하여 뇌의 주인이라 부른다. 피타고라스 이후부터 뇌의 주인이 좌 반구로 확정된 것이다. 피타고라스 시대 이전에는 모방자인 우 반구가 인간 생활을 주도했던 것으로 볼 수 있다. 피타고라스는 인생을 올림픽 경기와 같은 것으로 비유했다. 영광된 승리를 위해 전진하는 선수, 정직하게 일하며 돈을 벌려는 경기장 주변의 상점주인, 그리고 관객이다. 피타고라스는 돈을 원하지 않고 영광을 차지한 선수들의 환한 얼굴을 바라보며 손뼉을 치는 제3의 유형이 가장 고귀한 인생이라 생각했다. 참가하는 것보다는 관객으로 남는 것이 고귀한 삶이라는 소극적 자세는 지식인이 삶의 현장에서 멀어짐을 의미한다. 19세기 피히테가 "행동에 몸을 던지지 않으면 인간은 진정한 자기 자신이 되지 못한다."고 역설하기까지는 오랜 시간이 필요했던 것이다.

그러면 수학자들이 어떻게 수학이라는 학문에 몸을 던진단 말인가? 순수 과학인 수학은 사회적 보편성과 함께 두뇌의 탁월한 기능으로 논리적이며 형식적인 체계를 형성하여 독자적인 세계를 형성하는 특징을 갖고 있다. 확실하고 정확한 것을 추구해 온 수학자들의 노력은 데카르트에 의하여 새로운 발전의 기틀을 마련하게 되었다. 이와는 달리 이성보다는 감성, 보편성보다는 개별성, 물질보다는 정신을 중시한 파스칼은 또 다른 측면에서 현대 과학의 정신적 지주이다.

인간 두뇌의 탁월한 기능을 통하여 자연 과학의 제반 현상의 근원인 수학적 논리를 형성하여 우주의 틀을 규명해 온 수학적 진실은 실험 과학이 이룬 업적보다도 엄청난 성과를 거둬 왔다. 현재의 순수 수학의 발전 양상은 다른 계통의 학문이 도달한 위치보다도 몇 백년을 앞서 있을 것이다. 앞으로의 순수 수학은 피타고라스의 주장대로 좌 뇌의 독자적인 기능만으로 해결하기에는 너무나 복잡하고 방대한 과제를 안고 있다. 현대 기술 공학인 테크놀로지의 힘을 이용하여 인간 두뇌의 기능을 향상시키며 인간 두뇌로 테크놀로지의 성능을 제고하는 방향으로 인류 역사는 전개될 것이다. 이른바 인간과 테크놀로지의 만남, 즉 수학과 테크놀로지의 접목이 미래의 수학을 창조하게 될 것이다. 컴퓨터 시뮬레이션 기능을 활용하여 움직이는 수학, 이른바 역동적인 수학을 일부나마 구현하기 위하여 많은 수학자들이 사고만이 아닌 행동으로 수학을 체험하고 창조해 갈 새천년이 시작된 것이다. 인간 자체의 두뇌 활동을 가시적으로 구현하는 테크놀로지의 탁월한 성능을 수학이 외면할 근거가 희박하리라 본다.

이 논문에서는 인간 두뇌의 일반적 양상과 고전 수리 철학의 기저를 탐색하여 테크놀로지가 수학적 구성주의를 어떻게 뒷받침하는가를 실증적으로 생각해 보고자 한다. 인간 두뇌를 통제하는 것이 감성이든 직관이든 아니면 패턴이든 두뇌를 통제하는 인간 본성이 있을 것이다. 인간이 아닌 테크놀로지를 컨트롤하는 언어인 프로그래밍 제어문의 기본 구도에 대하여 몇 개의 실용 프로그램으로 해설하기로 한다.

1. 본론

(1) 수학을 창조하는 자아의 원천인 두뇌의 분할론

인간의 두뇌를 둘로 나눠 그 각각의 기능이 다르다는 학설을 분할뇌론이라 한다. 대뇌의 왼쪽 반은 논리와 합리성을 탐지하는 과학자의 몫이고, 오른쪽 반은 직관과 형식을 파악하는 예술가의 것이다. 인간의 자아는 대뇌의 좌 반구에 있으며 이는 언어를 사용하는 자아이다. 오른쪽의 자아는 정보 전달을 하나 비언어적이다. 인간 두뇌의 분할로 시작한 것은 수학의 특수성을 따져 보기 위해서다. 좌우의 뇌가 각각 다른 형태의 우주를 이해하듯이 수학의 세계를 바라보는 역할이 다르다. 좌 뇌는 세부의 특수성에 관계하고, 우 뇌는 눈앞에 펼쳐지는 패턴에 연계된다. 평범한 계산은 좌 뇌가 담당하지만 어려운 가학적 문제를 푸는 것은 우 뇌가 담당한다. 일상생활에서 접하는 수학적인 문제는 좌 뇌가 스스로 알아서 처리한다. 그러나 학습 시간에 배우는 창조적 수학은 우 뇌의 몫이다. 암산의 천재는 어려서부터 우 뇌의 남다른 발달로 패턴의 인식에 탁월한 재능을 나타낸다. 매스컴을 장식하던 이런 유형의 천재들이 성장하면서 평범한 사람으로 되돌아가기 일쑤다. 어른이 되면서 현실 문제가 그들 앞에 파도처럼 밀려온다. 이는 좌 뇌의 역할이 점증함을 뜻하게 된다. 좌 뇌의 역할이 강조되면서 우 뇌의 비상한 기능이 퇴화한다. 어떤 경우는 평범한 사람 이하로 떨어진다. 미

처 발달하지 못한 우 뇌의 기능으로 전반적인 두뇌 활동의 둔화를 초래한 것이다. 일상 생활의 수학은 좌 뇌의 역할로 충분하다. 그렇지만 창조적 수학은 우 뇌의 힘으로 구현된다. 우 뇌의 창조물이 아무리 훌륭하더라도 언어로 표출되지 않으면 쓸모 없는 것일 뿐이다. 좌 뇌의 언어적 기능이 우 뇌의 직관적 기능에 따라가지 못하면 섬광처럼 번쩍이던 통찰력도 흔적도 없이 사라진다.

우 뇌의 기능인 직관이 어떤 것인지 두 가지 예를 들어본다. 17 세기의 수학자 피에르 드 페르마는 수식 $2^{2^n}+1$은 소수가 된다고 생각했다. 처음 다섯 가지는 3, 5, 17, 257, 65,537이다. 여섯 번째 숫자는 4,294,967,297이고 일곱 번째는 340,282,366,920,938,463,463,374,607,431, 768,211,457처럼 아주 큰 수다. 이런 엄청난 수들의 약수를 찾는 것은 인간의 두뇌만으로 불가능하다. 그런데 페르마가 간지 200년이 지나 캐나다의 한 천재 소년이 여섯 번째 것은 소수가 아니라고 했다. 그것은 641의 배수이다라고 선언한 것이다. 이 소년의 직관이 수에 작용하여 번쩍이고 그의 약수를 찾은 것이다. 그 당시에는 가우스의 소거법 이외에는 정수의 약수를 알아 낼 수 없었기 때문이다.

(2) 우뇌적 직관과 수학의 창조 현상의 현대적 의미

위대한 수학자들이 남긴 발자취에 관계없이 윈도 2000의 시대인 지금은 이렇게 일한다. 수학 전용 프로그램인 매시매티카(Mathematica) 4.0을 구동시킨다. 새로운 밴드를 설정하고, 컴퓨터 언어로 In[1] := $(2^{2^n} + 1)\,/.\; n \rightarrow 5$을 입력한다. 키보드의 자판 Shift + Enter를 누르면 Out[1] = 4294967297이 화면에 뜬다. 그런 후에 In[2] := PrimeQ[%], Out[2] = False을 얻는다. 이는 그 여섯 번째 수가 소수가 아니라는 것을 의미한다. 실제로 이 큰 수의 약수를 구하려면 이런 입출력을 반복한다. In[3] := Divisors[(2^(2^n) + 1) /. n -> 5], Out[3] = {1, 641, 6700417, 4294967297 }에서 그 다섯 번째 수의 약수는 1과 641 말고 두 개가 더 있음을 알게 된다. 컴퓨터의 힘으로 얻어낸 이런 결과는 우 뇌도 아니고 좌 내도 아니다. 합리성이나 직관에 무관한 조작의 결과일 따름이다. 페르마가 알았다면 눈물을 흘렸을 이런 조작 기법이 개인적인 소신에 관계없이 우리의 미래를 주관하지 않겠는가? 결국 수학이라는 지식 그 자체는 합리적인 것도 아니며 직관적인 것은 더욱 아니다. 수학적 지식 그 자체는 어느 편도 아닌데 다만 그에 도달하는 방법이 지성적이라거나 직관적이라고 여겨질 따름이다. 초등학교에서 고등학교에 이른 긴 과정에서 수학에 관한 지식을 얻는 데 미흡했다 하여 속상할 필요는 조금도 없지 않은가?

어느 학자는 인간의 영혼을 촛불로 비유했다. 촛불은 밝은 태양 아래서는 희미하게 보인다. 그러나 희미한 달빛에서는 붉게 타오르는 태양과 같이 느껴질 수 있다. 수학의 힘도 촛불과 같은 인간의 영혼의 한 부분이다. 자기가 하고 있는 수학적인 탐구가 수동적인 대상이 아니라 능동적인 근원이라는 생각을 갖게 되면 수학 때문에 괴로워하던 학창 시절도 아름다운 추억으로 남을 것이다.

서구의 합리적 · 지적 전통의 창시자로 칭송 받는 피타고라스의 직관에 대해 얘기해 보자.

그는 수 220과 수 284는 '친구인 수'라 했다. Divisors[220]은 {1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55, 110, 220}이고 Divisors[284] = {1, 2, 4 ,71, 142, 284}이다. 피타고라스는 이들 두 수의 약수들의 합을 직관으로 합해 봤다. 그랬더니 220의 약수 전체의 합에서 그 자신을 뺀 것은 284이고, 284의 약수 전체의 합에서 그 자신을 뺀 것은 220이 되었다. 그래서 그는 이 두 수를 쌍둥이 수라고 불렀다.

(3) 피타고라스 시대의 수의 신비에 대한 가치관의 형성

수학이라는 지식 자체는 직관적이거나 논리적인 것이 아니다. 다른 말로 하면 수학 그것은 직관적인 동시에 합리적인 대상이다. 인간의 본성은 선과 악이 교차하는 것이다. 정확히 말하면 그 둘은 함께 존재하는 것이며 때로는 다같이 없는 것이다. 그러므로 수학하는 머리가 따로 있는 것은 더욱 아니다. 직관이 부족하면 합리 여부를 판별하는 과학자의 정신을 배우고, 논리가 덜하면 예술가의 그것을 익히면 된다.

피타고라스는 $4+5=9$, $9+7=16$, $16+9=25$와 같이 된다는 것에 착안하여 기수를 차례로 더하면 제곱수를 얻는다고 말했다. 그는 5의 제곱 25와 6의 제곱 36의 차는 원래의 두 수의 합과 같다는 것을 발견했다. 그래서 임의의 연속하는 두 수의 제곱의 차는 그 두 수의 합과 같다는 결론을 내렸다. 피타고라스의 이런 발견은 정말로 인류를 흥분시키는 놀라운 발견이었나? 어림도 없는 일이었다. 제곱수를 실제의 정사각형으로 그리고 그를 다시 작은 정사각형으로 나누면 이런 법칙을 쉽게 알 수 있다. 다시 말하면 이런 두 가지 사실은 시각적 능력만으로도 자명한 것임을 누구나 깨달을 수 있다. 당연한 사실 자체를 놓고 그런 사실이 진리라고 주장하는 수학자들의 뽐냄은 가소로운 일이다.

수학적 용어는 동어반복에 불과하다는 비트겐슈타인 주장이 나왔다. 쇼펜하우어는 수학 문제들을 관찰하여 다음과 같이 수학을 평가했다. 거짓이 나올 문을 전부 닫아 놓고 참의 결과만 나오는 단 하나의 문을 열어 놓은 것이 수학적 방법이다. 수학자들이 자랑하는 이른바 정리들은 그 결과가 참이 되는 가정을 만약이라는 전제로 두고 있다. 그렇다면 그 정리들은 당연한 결과가 아닌가? 수의 세계는 냉정한 하나의 체계에 불과하다. 220과 284가 친한 수라 하여 서력 220년과 284년이 유사한 역사를 창출한 것도 아니다. 대학 수학 능력 시험에서 220점과 284점을 얻은 두 학생이 친한 친구 사이라는 주장도 어처구니없는 말장난이다.

수의 세계는 현실에 아무런 예시를 주지 않는다. 숫자를 가지고 재수 없느니 행운이니 하는 것은 수의 신비를 주장하던 고대의 일이었다. 새로운 천년에 들어선 지금도 그런 생각을 버리지 못하는 사람들이 이외로 많다. 수란 그저 기호로서 존재하는 시사물의 대행 체계인 것이다.

(4) 피타고라스 시대의 인생관과 우주관

이른바 발견을 위해 살아온 피타고라스는 바로 그런 발견에 의해 멸망의 길로 접어든다. 원주율 π는 약 3.145로 분수로 옮길 수 없다. 그런 수를 무리수라 한다. 더구나 그 이후의

수는 불규칙하게 무한으로 이어진다. 정수가 우주를 지배한다는 피타고라스 시대의 신념을 파괴하는 것이 무리수였기 때문이다. 유리수는 정수들의 재배열인 분수에 해당함으로 정수에 기인하는 수이다. 무리수의 발견을 절대 비밀로 간직해 오던 피타고라스 학파의 일원인 히파소스가 이를 누설하게 된다. 결국 피타고라스 학파는 해체되고 피타고라스 자신도 비명횡사했다. 플라톤은 피타고라스의 신념 중에서 다음과 같은 것을 이어받는다. 관념은 물질적 대상보다 우월한 실재다.

피타고라스의 진정한 가치는 직관의 시대를 두뇌 우선형인 의식의 시대로 옮긴데 있다. 피타고라스 이후의 시대를 추상의 시대라 부른다. 공자가 춘추를 썼던 춘추시대가 동양사의 여명기를 열은 것과 비견할 수 있다. 피타고라스는 "우주는 음악의 법칙이 지배한다."고 주장했다. 그는 현의 길이와 그것이 내는 소리의 관계를 발견했다. 현의 길이가 두 배가 되면 진동수는 반으로 줄어든다. 직각삼각형의 세 변의 길이의 비가 3대 4대 5인 것처럼 정수들이 우주를 다스린다고 보았다. 피타고라스의 이론에 심취한 케플러는 지구가 내는 음악을 탐지해 냈다. 그에 따르면 지구가 내는 음악은 미, 파, 미로 이것들은 불행과 기아 불행을 의미한다.

꼭지점이 모두 구의 표면에서 내접하는 다면체를 생각해 보자. 이런 도형은 정사면체와 정육면체, 정팔면체, 정십이면체 그리고 정이십면체뿐이라는 것이다. 이들 도형을 피타고라스의 정다면체라 한다. 이 도형들은 우주의 조화를 연주하는 무한히 다양한 관계의 지점으로 여겨졌다. 그리스 이전부터 이 입체의 각각을 이른바 5원소인 흙, 철, 불, 물, 에테르에 관계된 것들이라 생각했다. 한 원에 내접하고 있는 정삼각형이 있다고 하자. 이 정삼각형에 내접하는 또 하나의 원을 그리면 이들 두 원의 크기의 비는 항상 일정하다. 아무리 큰 원에 대해 이런 생각을 해도 무방하다. 입체가 아닌 단순한 수에 대해서도 이런 예는 얼마든지 있다.

우리 집 전화번호 9306을 이루는 숫자 9, 3, 0, 6을 서로 바꿔 생기는 새로운 수 6930을 생각하자. 원래의 수 9306에서 6930을 빼면 2376이 나온다. 이 수를 구성하는 숫자 2, 3, 7, 6에 더하기를 시행한다. 2와 3을 더하면 5, 이 숫자 5에 7을 더하면 12가 된다. 12를 구성하는 숫자 1과 2를 더하면 3이고, 이것에 나머지 하나인 숫자 6을 더한다. 그러면 한 자리 수 9가 생긴다. 처음의 수가 어떤 것이든 이런 작업의 결과는 항상 9이다. 이런 수의 작용은 신비하거나 마술적인 것도 아니다. 그저 그렇게 되는 것일 따름이다. 또 왜 그런지 따질 필요도 없다.

피타고라스의 신비로운 수들의 개념에서 케플러는 우주의 틀을 짜게 되었다. 그가 살았던 당시까지 6개의 항성만 알려져 있었다. 그는 우주의 신비라는 책에서 피타고라스의 6개의 정다면체가 이들 항성의 괘도에 딱 들어맞는다고 썼다. 기하학에 전념하였던 피타고라스는 정수가 우주의 신비를 창출한다고 결론을 내렸다. 그런 속단은 정말로 부질없는 것이었다. 그의 희망대로 정수가 우주를 지배한다면 현재의 수학은 무의미하다. 현재의 수많은 사람들이 일생에 한번 정도는 수학 때문에 못살겠다는 푸념도 없을 것이다.

(5) 수학적 대행체계 변환

니컬러스 네크로폰테는 그의 저서 *Being Digital*에서 "세상의 모든 것을 0과 1로 나타낼 수 있는 것이 디지털이다."라고 말한 바 있다. 사진과 영상, 음악이 컴퓨터 내에서 수억 개의 0과 1로 바뀌고 기계적인 처리를 결쳐 사람이 알아 볼 수 있는 사진과 영상, 음악으로 나타나게 된다는 것이다.

분수체에서 본 바와 같이 같은 0이라도 그의 표현은 다를 수 있다. 즉, $0=\frac{0}{1}=\frac{0}{2}=\cdots$이다. 같은 이유에서 $1=\frac{1}{1}=\frac{2}{2}=\cdots$이다. 법 2에 관한 정수체 N_2와 다항식 $f(x)=x^3+x+1 \in N_2[x]$의 이데알 $(f(x))$의 상체 $N_2[x]/(f(x))$을 살려 보기로 하자. 0과 1은 다항식 $f(x)=x^3+x+1$의 근이 아니므로 이 다항식은 N_2 내에서 기약이다. $N_2[x]$는 항등원 1을 갖는 환으로 $(f(x))$은 극대 이데알이다. 따라서 집합 $N_2[x]/(f(x))$는 체가 되는 것이다. 모든 $g(x) \in N_2[x]$에 대하여 $\{g(x)+(f(x))\}+(f(x))=g(x)+(f(x))$이므로 $(f(x))=0+(f(x))$는 영원이다. 마찬가지로 $1+(f(x))$은 상체의 항등원이다.

(6) 컴퓨터 제어문은 미래 수학의 주체

수학적인 소프트웨어들에 사용되는 프로그래밍 제어문은 실로 방대한 양으로 구성되어 있다. 우주 질서 자체가 어떤 제어장치에 의하여 과학적인 틀을 형성하고 있다고 볼 수도 있다. 이 연구에서는 수학적 현상을 제어 통제하는 기초적인 제어문의 기능을 향상시키는 방안을 찾는데 주요 목적이 있다.

(1) 매시매티카, 메이플(Maple) 등에서 ;로 구분하여 전체를 괄호 ( )로 둘러싼 일련의 명령어로 기술된 함수를 프로시저(procedure)라고 한다. 명령어의 적절한 조합으로 수학에서 다루는 수치적 함수는 물론 프로그래밍 언어들로 구성된 논리 함수를 만든다. 이러한 광의의 함수는 과학의 기본 틀을 폭넓게 형성하게 된다. 프로그래머의 개인별 성향에 따라 보다 효용성이 높은 프로시저를 만들 수 있다. 프로그램의 생명은 보다 간결하며 특출한 조성 능력을 갖는 프로시저의 형성에 있다.

(2) 독립 다변수를 지역 변수로 함으로써 표상의 최종 표현식을 모듈 함수의 결과를 표출하는 것을 모듈화라 한다. 이런 작업은 다중 화면이나 다단계 화면의 구현을 위한 컴퓨터 기능의 활용에 기인한다.

(3) 수리 논리학적 제어문은 이론을 전개하고 문제 해결 과정을 컨트롤하는 가정문에 기초하는 통제 문구이다. 대표적인 제어문으로는 If [test, then, else], Do [expr, test, body], While [test, body], For [start, test, incr, body], Break [ ], Continue [ ], Return [expr], GoTo [name] 등이 있다.

(7) 컴퓨터 프로그래밍에 의한 수학적 구성주의의 실현

(1) 사계절을 따라 달라지는 꽃나무를 수학적으로 구현하는 프로그램의 구성에 대하여 설

명하기로 한다. 다음은 컴퓨터 언어로 구성된 프로그래밍으로 내용을 이루는 각 명령어들은 전산학 개론 정도의 수강으로 이미 알고 있는 것들이다.

입력[1] = Tree[level_, length_, angle_] := Module[{dx, dy}, dx = length*Cos[angle]; dy = length*Sin[angle]; x2 = x1 + dx; y2 = y1 + dy; tt = Graphics[{Hue[Random[]], Thickness[0.002*(1 - level)], apple = {apple, Hue[Random[]], Disk[{x2, y2}, Random[]]}, Line[{{x1, y1}, {x2, y2}}]}]; g = Append [g, tt]; x1 = x2; y1 = y2; If [level > 0, Tree[level - 1, length*fact, angle + turn]; Tree[level - 1, length*fact, angle - turn]] ; x1 = x1 - dx; y1 = y1 - dy;]; level = 7; fact = 0.8; turn = 0.6; angle = Pi/2; length = 10; x1 = 0; y1 = 0; g =.; g = {}; apple =.; apple = {}; Tree[level, length, angle] ; Show[g, AspectRatio -> Automatic, PlotLabel -> "Tree", Epilog -> {Text[Level, {0, -3}]}, Background -> GrayLevel[0.7]]

㉮ apple = {apple, Hue[Random[]], Disk[{x2, y2}, Random[]]}의 구성 요소 중 Disk[{x2, y2}, Random[]]은 중심이 {x2, y2}이고 반지름의 길이가 0과 1 사이의 임의의 실수 값인 디스크를 그리는 것이다. 이들 요소를 변경하면 다양한 디스크(꽃)를 진나무의 각 마디에 표출하게 된다.

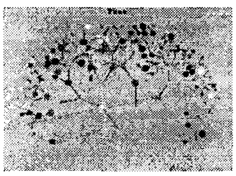
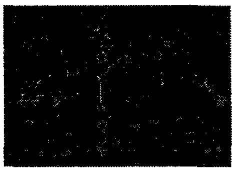
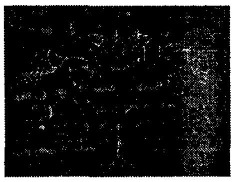
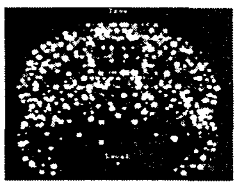
㉯ Hue[Random[]]는 디스크의 색을 지정하는 것으로 Hue[0]은 붉은 색, GrayLevel[1]은 흰색이다.

㉰ 선분 Line[{{x1, y1}, {x2, y2}}]의 색과 굵기는 Hue[Random[]], Thickness[0.002*(1 - level)]로 지정된다.

㉱ g = {g, exp}는 256 개의 반복 출현을 지시하는 명령어 구이다.

㉲ level과 angle은 나무 지분의 수준과 회전각을 특징짓는 기본 요소이다.

㉳ 다음과 같은 구조는 동일 화면에 다른 그림을 연속적으로 표출하는 기본 시스템이다. Show[Graphics[Rectangle[{0, 0}, {9, 9}, %%%%%%%], Rectangle[{0, 0}, {9, 9}, %%%%%%], Rectangle[{0, 0}, {9, 9}, %%%%%], Rectangle[{0, 0}, {9, 9}, %%%%], Rectangle[{0, 0}, {9, 9}, %%%], Rectangle[{0, 0}, {9, 9}, %%], Rectangle[{0, 0}, {9, 9}, %]], Background -> Hue[0]]

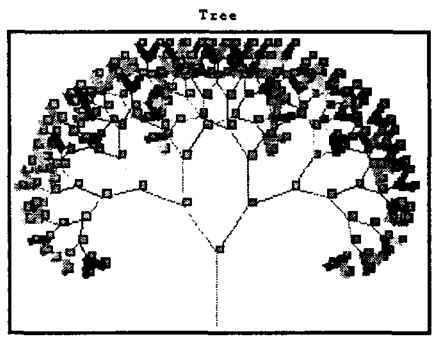
(2) 다음은 3차원 그래픽으로 나무 형태의 그림을 구성하는 조작 기법을 나타낸 것이다.

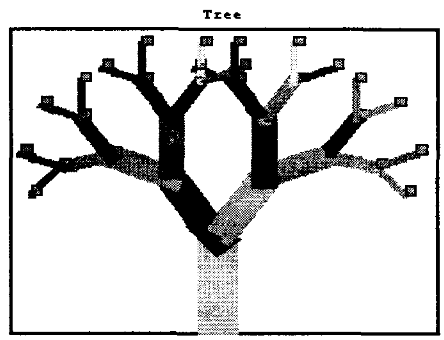
입력[2] = Tree[level_, length_, angle_] := Module[{dx, dy, dz}, dx = length*Cos[angle]; dy = length*Sin[angle]; dz = length*Sin[angle]; x2 = x1 + dx; y2 = y1 + dy; z2 = z1 +

dz; tt = Graphics3D[{Hue[Random[]], Thickness[0.02*(1 - level)], apple = {EdgeForm[Thickness[0.0001]], FaceForm[Hue[Random[]]], Cuboid[{x2, y2, z2}]}, Line[{{x1, y1, z1}, {x2, y2, z2}}]}]; g = Append [g, tt]; x1 = x2; y1 = y2; z1 = z2; If [level > 0, Tree[level - 1, length*fact, angle + turn]; Tree[level - 1, length*fact, angle - turn]] ;x1 = x1 - dx; y1 = y1 - dy; z1 = z1 - dz;]; level = 7; fact = 0.8; turn = 0.6; angle = 1/2*Pi; length = 10; x1 = 0; y1 = 0; z1 = 0; g =.; g = {}; apple =.; apple = {}; Tree[level, length, angle] ; treea = Show[g, AspectRatio -> Automatic, PlotLabel -> "Tree", Epiolog -> {Text[Level, {0, -3}]}, ViewPoint -> {0, 0, 100}]

㉮ 정육면체 Cuboid[{x2, y2, z2}를 나무의 각 마디에 부착한 것으로 더 좋은 꽃 모양을 그려 붙일 수 있다. EdgeForm[Thickness[0.0001]], FaceForm[Hue[Random[]]]는 입체의 여러 요소를 다양하게 꾸미는 구성체이다.

㉯ 3D ViewPoint Selector로 관찰 지점을 변경하면 공간에 위한 그림을 여러 측면에서 볼 수 있다. 이런 기능이 컴퓨터에 의한 수학의 조명을 극명하게 하는 것이다.

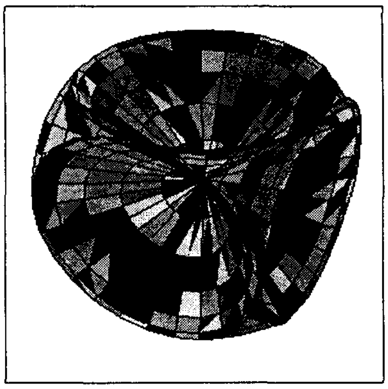


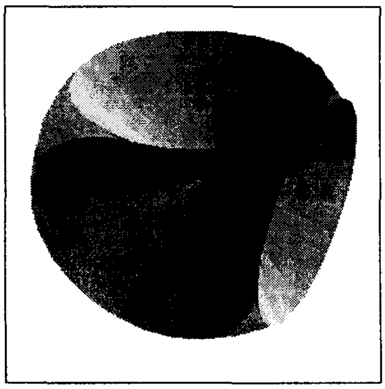


(3) 많은 분지를 가지는 그림은 화면을 조잡하게 하므로 비교적 단순하고 간결한 그림을 연출하는 것이 좋다. 이 그림 중에서 가지가 적은 것에 붙일 몇 가지 꽃잎을 생성하면 더 좋은 그래픽을 연출하게 된다.

입력[3] = ParametricPlot3D[{{Sin[p] Sin[t], Cos[p] Sin[t], Sin[t], Hue[Random[]]}, {Sin[t], Sin[p] Sin[t], Cos[p] Sin[t], Hue[Random[]]}, {Sin[p] Sin[t], Sin[t], Cos[p] Sin[t], Hue[Random[]]}}, {t, 0, 2 Pi}, {p, 0, 2 Pi}, Boxed -> False, Axes -> False, Lighting -> False, PlotPoints -> 25, Background -> GrayLevel[0.996109]];

입력[4] = Show[Graphics3D[{{EdgeForm[], SurfaceColor[Hue[Random[], Random[], 1]], First[Show[Insert[cups25abc, FaceForm[RGBColor[Random[], Random[], Random[]]], {1, 1}], LightSources -> {{{1, 0, 0}, RGBColor[1, 0, 0]}, {{0, 1, 0}, RGBColor[0, 1, 0]}, {{0, 0, 1}, RGBColor[0, 0, 1]}, {{1, 0, 1}, RGBColor[1, 0, 1]}}, ViewPoint -> {0, 0, 1}, DisplayFunction -> Identity]]}}, Boxed -> False, Axes -> False, AspectRatio -> Automatic]]





3. 결론

인간만이 갖는 고등 두뇌 활동으로 자연 과학의 본바탕을 규명하던 인간 자신만의 시대를 지나 컴퓨터의 탁월한 기능을 인간 두뇌의 기능에 접목하여 사이버 세계를 구현하는 첨단 정보화 시대에 살고 있는 수학자는 다른 학문에 종사하는 누구보다도 고민에 빠져 있다. 간단한 프로그래밍 하나로 행렬이 분석되어 숫자나 그림으로 표출되고 공학 수학의 대부분이 소프트웨어에 의해 자동적으로 풀이되어 멋진 그림과 함께 강의실을 화려하게 장식하고 있다.

피타고라스가 창시한 인간 두뇌 중심의 문명이 플라톤주의적 아카데미즘을 넘어 파스칼에 이르는 험난한 수학사에서도 빛나는 성과를 자랑하던 순수 수학도 컴퓨터의 놀라운 성능 앞에 주춤하고 있다. 페스탈로치가 주장한 실물주의 교육이 멀티미디어 교육으로 현실화되고, 두뇌 우선형의 인간이 기능 우선형의 현대인으로 바뀌고 있으며 인터넷에 수학의 거의 모든 정보가 검색을 기다리고 있다.

수학과 테크놀로지의 만남이라는 미명 아래 수학이 공학의 일부로 여겨지는 교육 프로그램의 개발이 많은 사람의 시선을 끌고 있다. TIMSS는 수학과 교육의 평가 문항을 개발하기 위한 3차원 모델로 내용 영역, 성취 기대 영역, 전망 영역을 제시하고 있다. 전망 영역으로는 과학과 수학 및 기술 공학에 대한 태도, 과학과 수학 및 기술 공학과 직업, 모든 계층의 학생들을 위한 과목과 수학 및 기술 공학, 과학과 수학 및 기술 공학에서 흥미를 증진시키기, 과학과 수학 정신 습관 기르기를 들고 있다. 수학을 창조하는 새로운 주체로서 컴퓨터와 같은 과학 기술이 등장하여 인간 두뇌의 한 부분을 대신하게 될 것에 대비하여 충분한 연구가 진행되어야 할 것이다.

참고 문헌

1. 강윤수, "수학적 연구기법의 변천과정에 관한 고찰," **한국수학사학회지**, 제12권 제2호, 1999, 69-81.
2. 김영익, "Mathematica Programing을 이용한 그래픽 구현," *Mathematica Seminar*, 1999.
3. 김향숙, "수학에서의 Mathematica의 활용," *Mathematica Seminar*, 1999.
4. 류희찬, "컴퓨터를 활용한 수학 학습에서의 사회적 측면," 대한수학교육학회, **수학교육학 연구** 제9권 제1호.
5. 유현주, "수행 평가 과제 제작의 모형 및 준거에 관한 연구," **대한수학교육학회 논문집**, 제8권 제1호.
6. 정동권, "고대 이집트 산술의 수학교육적 의의," **한국수학사학회지**, 제12권 제2호, 1999, 99-118.
7. 한재영, **그래픽 이론**, 교우사, 2000.
8. 현우식, "무한의 현대사," **한국수학사학회지**, 제12권 제2호.
9. Abell, Marta L., James P. Braseton, *Differential Equation with Mathematica*, Academic Press, 1977
10. Wickham, James Thom, *Mathemetica Graphics*, Springer-Velag, 1944.
11. Wolfram, Stwphan, *The Mathematica*(3rd, ed.), Cambridge Univ. Press, 1988.