

# 最小自乘 스펙트럼分析을 통한 GPS常時觀測所의 安定性 評價 Stability Evaluation of Permanent GPS Site by Least Square Spectrum Analysis

윤 홍 식\*  
Yun, Hong Sic

## 要 旨

본 논문에서는 GPS 상시관측소들의 안정성을 평가하여 성과산정의 정밀도를 향상시키기 위하여 수원, Tsukuba, 상하이 관측점의 좌표변화량에 대한 최소자승 스펙트럼 분석을 실시하였다. 수원, 스쿠바 및 상하이 상시관측점들은 1994년 이후 지속적으로 관측을 실시하여 오고 있어 계산된 좌표 변화량의 시간이력들에 대한 장기적인 재현성과 주기성을 분석하였다.

## ABSTRACT

In order to evaluate the stability of permanent GPS arrays for obtaining high precision coordinates, spectral analysis uses the least square spectrum analysis to the coordinate variations of Suwon, Tsukuba and Sanghai stations. Permanent GPS observations at Suwon, Tsukuba and Sanghai have been more or less continuously carried out since 1994. Time series of the resulting coordinate variations are analyzed for long term repeatability and periodic behaviour.

## 1. 서 론

최근들어 전 세계적으로 GPS를 이용한 측량 및 항법 분야에서 정확한 위치결정을 위하여 많은 GPS 상시관측소를 설치하여 운영하고 있으며, 그 응용분야 또한 광범위하게 확장되고 있어 중요성이 더욱 인식되고 있다.

국립지리원의 GPS 상시관측소는 전국에 고 정밀의 측지망을 구성하여 각종 측량을 위한 전자 기준점 및 자동항법 체계를 지원하는 기준국으로서의 역할을 수행하며, 한반도와 주변 국가간의 지각변동조사를 통한 지진 예지를 위한 목적으로 설치하였다. 국립지리원은 1995년 3월 수원 청사내에 GPS 상시관측 시스템을 설치하여 시험운영을 시작하였으며, 1997년에 IGS에 가입함과 동시에 전국에 20개소의 GPS 상시관측소의 설치를 추진하여 왔으나 현재 우리나라에 설치된 GPS 상시관측소는 전체 61개소에 이르고 있다.

그러나 이처럼 다수의 GPS 상시관측소를 설치하면서 정확한 위치좌표 결정과 안정성에 대한 평가가 정확하게

이루어지지 않고 있는 실정이다. 따라서 본 논문에서는 관측자료를 정밀 처리하여 GPS 상시관측소의 안정성을 평가함으로써 각 관측소의 성과의 신뢰성을 높이고자 최소자승 스펙트럼 분석 기법을 적용, GPS 관측소의 안정성을 평가하고, 지구중심 좌표계인 ITRF97에 기준한 성과를 산출하였다.

## 2. 이론적 고찰

### 2.1 GPS 데이터 처리 방법

GIPSY-OASIS II는 지구 궤도운동을 하는 위성들로부터 트래킹한 데이터의 분석을 위해 Jet Propulsion Laboratory(JPL)에서 개발한 소프트웨어로서 GPS 측위 데이터이 해석을 위한 특정한 모델링 기법과 추정기능을 제공하고 있는 정밀하고, 효율적이며, 다양한 기능들을 가진 궤도 결정용 소프트웨어이다. 또한, 시스템설계와 트래킹 정확도 분석에 사용되는 공분산 분석능력과 많은 특정한 시뮬레이션 기능들을 제공하고 있다.<sup>8)</sup>

GIPSY/OASIS-II는 지구 저궤도인공위성(500 km)으로부터 Geosynchronous 고 (36,000 km) 위성궤도의 트래킹

\*성균관대학교 건축·조경·토목환경공학부 조교수

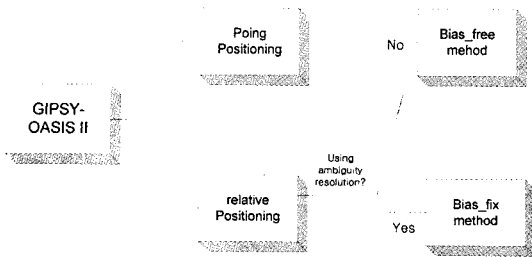


그림 1. GIPSY/OASIS-II의 처리모드

데이터 분석에 사용되고 있으며, 저궤도 위성의 궤도결정 정확도를 2cm 정도까지 결정할 수 있는 소프트웨어이다. GIPSY/OASIS-II는 FLINN Network이라고 하는 정밀 측지 관측 시스템을 이용하여 GPS 위성의 궤도를 정밀하게 계산할 수 있으며, JPL에서 제공하는 FLINN Network을 통해 계산된 GPS 위성의 궤도와 지축의 변동량 및 각종 지각변동량을 이용하여 GPS 데이터의 정밀한 해석을 수행할 수 있다.

GIPSY/OASIS-II가 지원하는 데이터 해석기법들은 그림 1에 표시한 바와 같다.

## 2.2 최소자승 스펙트럼 분석 방법

관측에 의하여 얻어진 시간이력(time series)들은 결정하고자 하는 신호(signal)와 시그널을 왜곡시키는 노이즈(noise)로 구성되어 있다고 생각할 수 있다. 노이즈는 확률적인 형태나 계통적인 형태로 나타나는데 확률적인 노이즈의 이상적인 개념은 일정한 스펙트럼 밀도를 함유하고 있으면서 상관관계가 전혀 없고, Gaussian 분포를 이루는 white noise 이나, 일반적으로 시간 간격에 의하여 제한이 되는 확률함수인 non-white random noise를 다루게 된다. 계통적인 노이즈는 주기성 형태와 비주기성 형태로 나타나며, 함수로써 표시할 수 있는 노이즈를 말한다. 비주기성 형태의 노이즈는 기준의 변이(datum shift)와 방향성(선형함수, 2차함수, 지수함수 등)을 포함할 수 있고, 비고정성인 시간이력으로서 시간의 함수가 될 수 있는 이력들의 통계적인 특성을 일으킨다.<sup>5)</sup>

등간격 또는 부등간격의 시간이력들에 대한 스펙트럼 분석을 위한 최적방법으로 최소자승 스펙트럼분석(Least Square Spectrum Analysis, LSSA) 방법이 알려져 있는데 LSSA는 다음과 같은 특성들 즉, (a) 계통적인 노이즈(coloured)는 기존방법의 스펙트럼 peaks의 변이가 발생하는 것을 엄밀하게 방지할 수 있다. (b) 부등간격의

값을 가진 시간이력들을 전처리 없이 분석할 수 있다. (c) 관련 공분산 메트릭스를 가진 시간이력들을 분석할 수 있다. (d) 스펙트럼 peaks 들의 크기에 대한 통계적인 검정을 실시할 수 있다. (e) 시간이력의 스펙트럼 왜곡을 일으키는 계통적인 노이즈를 제거할 수 있는 등으로 인하여 선택하였다.<sup>5)</sup>

LSSA의 기본이론을 간략히 설명하기 위하여  $f(t) \in H$  ( $H$ : Hilbert 공간)로써 표현되는 관측된 시간이력들을 고려하면 시간이력값  $f_n$ 는 부등간격의 시간  $t_i(i=1, 2, \dots, m)$ 에서 관측한 값들이라고 가정하면 시간이력  $f_n$ 는 다음과 같이  $g$ 로써 모델화 할 수 있다.

$$g = \Phi x \quad (1)$$

여기서  $\Phi = [\Phi_s | \Phi_n]$ 은 Vandermonde 메트릭스이고,  $\hat{x}^T = [x_s | x_n]^T$ 는 미지 파라미터들의 벡터이다. 첨자  $[s]$ 와  $[n]$ 은 각각 신호와 노이즈를 표시한 것이다.

메트릭스  $\Phi$ 는 신호와 (계통적)노이즈의 함수로써 표시할 있으며, 신호와 노이즈의 차이는 주관적이므로  $\Phi$ 와  $x$ 를 임의적으로 분할할 수 있다.  $g$ 와  $f$ 간의 차이(잔차)는 최소자승의 의미에서 최소가 되도록 모델 파라미터들을 결정하기 위하여 표준적인 최소자승의 개념을 사용하면 다음과 같이 쓸 수 있다.<sup>3,9)</sup>

$$\hat{r} = f - \hat{g} = f - \Phi(\Phi^T C_f^{-1} \Phi)^{-1} \Phi^T C_f^{-1} f \quad (2)$$

위 식에서  $\hat{g}$ 는  $\Phi$ 의 행 벡터들에 의하여 생성된 부분공간  $S \subset H$  상으로  $f$ 를 정사 투영한 것이다. 이것은  $\hat{r} \perp \hat{g}$  인 투영이론으로 부터 Oden(1979)이 유도한 것으로  $f$ 가 신호  $\hat{g}$ 와 노이즈  $\hat{r}$ (잔여 시간이력)로 분해되었다는 것을 의미한다.

식 (2)는 선형의 최소자승 일반 회귀식을 표시한 것으로 스펙트럼값과 동일한 어떤 값을 구하기 위하여는  $\hat{g}$ 를 원시 시간이력들과 비교하여야 하므로  $\hat{g} \in S$ 를  $H$ 로 정사적으로 재 투영하여 이 투영의 Norm을  $f$ 의 Norm과 비교하여 구하여야 한다. 이 비율은 다음과 같이 표시되며, 1보다 작은 값이다.

$$s = \frac{\langle f, \hat{g} \rangle / \|f\|}{\|\hat{g}\|} = \frac{\langle f, \hat{g} \rangle}{\|f\|^2} = \frac{f^T C_f^{-1} \hat{g}}{f^T C_f^{-1} f}, \quad \in (0, 1) \quad (3)$$

여기서 기호  $\langle \rangle$ 는 내적을 표시한다.

Preisendorfer(1988)는 이러한 개념을 사용하여 선형최

소자승 회귀식의 hindcast skill  $S_H$ 를  $S_H = \{|\hat{g}|^2 / |f|^2\}$ 로 표시하였다. 여기서

$$|\hat{g}|^2 = \frac{\langle f, \hat{g} \rangle^2}{|\hat{g}|^2},$$

$$S_H = \frac{\langle f, \hat{g} \rangle}{|f|^2} \cdot \frac{\langle f, \hat{g} \rangle}{|\hat{g}|^2} = \frac{\langle f, \hat{g} \rangle}{|f|^2} = s$$

이다.

스펙트럼 분석에서는 sine과 cosine 함수로써 표시할 수 있는 주기성의 신호들을 구하는 것이 관례이다. 즉, 간격이  $\Phi$ 인 여러 가지 부분공간  $S$ 를 정의하여 일련의 스펙트럼 주파수  $\Omega = \{W_i, i = 1, 2, 3, \dots, k\}$ 를 가정할 수 있다.<sup>10)</sup>

$$\Phi = [\cos W_i t, \sin W_i t], (i = 1, 2, 3, \dots, k) \quad (4)$$

$S$  상으로  $f$ 의 정사투영은 각  $W_i \in \Omega$ 에 대하여 취급할 수 있을 것이다. 즉, 최소자승 스펙트럼은 다음과 같이 정의된다.<sup>12)</sup>

$$S(W_i) = \frac{f^T C_f^{-1} \hat{g} W_i}{f^T C_f^{-1} f} (i = 1, 2, 3, \dots, k) \quad (5)$$

식 (5)는 최소자승 스펙트럼이  $\Phi$ 의 기본 함수가 삼각함수일 때에 선형 회귀식의 hindcast skill의 특별한 경우를 표시한 것이다.

$S$ 의 PDF를 유도하는 데에는 식 (5)가 매우 불편하므로 식 (2)를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\hat{f} = (I - J)f \quad (6)$$

여기서  $I$ 는 항등 매트릭스이고,  $J$ 는 다음과 같이 표시된다.

$$J = \Phi(\Phi^T C_f^{-1} \Phi)^{-1} \Phi^T C_f^{-1} \quad (7)$$

식 (6)을 식 (5)에 대입하여 정리하면

$$S = \frac{f^T C_f^{-1} f_j}{f^T C_f^{-1} f} \quad (8)$$

식 (8)에 표시된 두 2차 함수들의 비율로써 최소자승 스펙트럼의 PDF를 유도하는 것은 확률변수  $f$ 의 두 2차 함수들이 통계적으로 독립이 아니므로 ( $C_f^{-1} J C_f C_f^{-1} \neq 0$ ) 쉬운 일은 아니다. 하지만, Steeves(1981)에 의하면 식 (8)의 분포를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$f^T C_f^{-1} f = f^T C_f^{-1} J f + f^T C_f^{-1} (I - J) f \quad (9)$$

식 (9)는 시간이력들에 대한 2차 함수를 신호(우측 1차항)와 노이즈(2차항)으로 분해할 수 있다. 이들 두 성분들은 통계적으로 독립이어야 하지만 실제로  $J$ 가 역행렬 매트릭스이므로  $C_f^{-1} J C_f C_f^{-1} (I - J) = 0$ 이 된다. 식 (9)를 식 (8)에 대입하여 정리하면,

$$S = \left[ 1 + \frac{f^T C_f^{-1} (I - J) f}{f^T C_f^{-1} J f} \right]^{-1} = \left[ 1 + \frac{Q_n}{Q_s} \right]^{-1} \quad (10)$$

식 (10)은 2개의 독립된 2차 함수  $Q_n$ 과  $Q_s$ 의 비의 함수로서 최소자승 스펙트럼이 주어진다. 이 비는 Signal-Noise(SNR)의 역이며, 식 (10)은  $S$ 의 함수로서 SNR을 쓰고, 로그리즘을 취하여 이것을 10으로 곱하여 최소자승 스펙트럼  $S$ 로부터 시간이력들의 역 스펙트럼의 밀도(PSD)를 결정할 수 있다.

$$PSD_{LS} = 10 \log_{10} \left[ \frac{S}{1 - S} \right] \quad (11)$$

식 (11)로 표시된 PSD는 시간이력이 동일한 간격과 동일한 중량일 때에는 FFT 방법으로 결정된 값과 동일하다. 결국 식 (11)은 FFT 방법과 엄밀한 조건들을 사용하지 않고서도 시간이력의 역 스펙트럼을 계산하는데에 사용할 수 있다. 또한, 식 (11)은 역 스펙트럼 밀도의 PDF를 구하고, 큰 Peak들을 엄밀하게 구별하는 데에 사용할 수 있다.

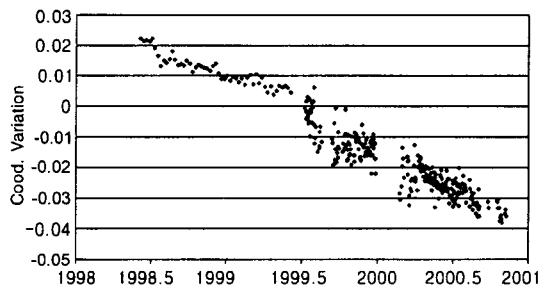
### 3. 자료의 처리 및 분석

본 연구에서는 수원, 스꾸바 및 상하이 상시관측점의 관측자료를 Scripps Orbit and Permanent Array Center으로부터 제공(<http://lox.ucsd.edu>)받아 GIPSY/OASIS-II를 사용하여 비 고정점 방법 중 정밀 단독측위 기법으로 해석하여 각각의 결과를 통계처리하여 대표값을 산출하였다. 각 관측점의 관측자료와 산출성과는 표 1에 표시한 바와 같다. 정밀해석을 위해 사용한 외부 데이터로는 FLINN Network에 속한 기준국들의 좌표를 통해 계산된 정밀궤도력, 좌표계 변화량 계산 파일 등을 사용하였고, 준거한 지구 기준좌표계로는 ITRF97이다.

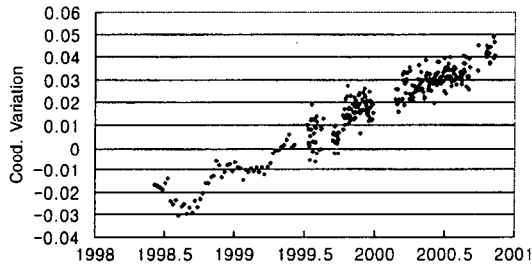
그림 2, 4, 6은 각각 수원, 스꾸바 및 상하이 상시관측점의 X, Y, Z 좌표의 변화량을 시간이력으로 표시한

표 1. 상시관측점 자료 및 산출성과

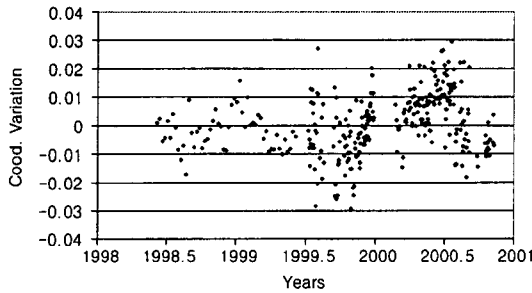
관측점	관측일자	산출 성과		
		X좌표	Y좌표	Z좌표
수원	1998.316~ 2000.859	-3062002.76	4055448.08	3841818.30
스꾸바	1994.001~ 2000.865	-3957199.25	3310199.71	3717711.66
상하이	1995.059~ 2000.865	-2831733.39	4675666.00	3275369.45



(a) X좌표의 변화량



(b) Y좌표의 변화량

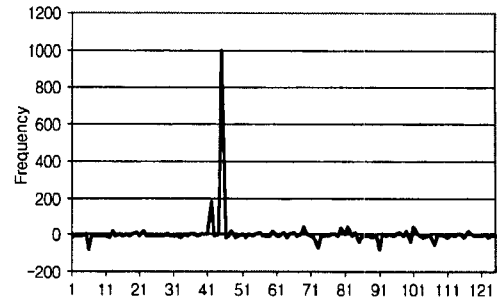


(c) Z좌표의 변화량

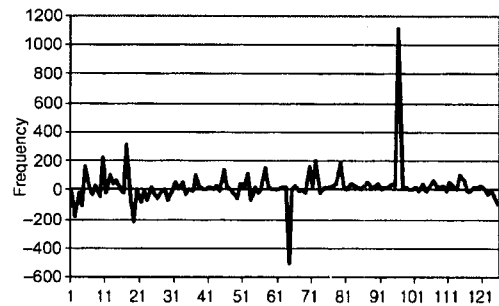
그림 2. 수원 상시관측점의 좌표변화량

것이고, 그림 3, 5, 7은 각 관측점의 좌표변화량에 대한 최소자승 스펙트럼 계산 결과를 표시한 것이다.

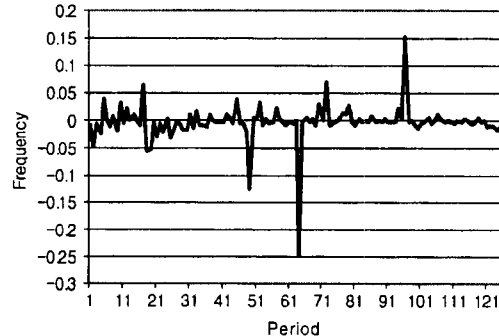
각 관측점 측정좌표의 시간이력들인  $X_i$ ,  $Y_i$ ,  $Z_i$ 에 대하여 최소자승 스펙트럼 분석을 실시하였다. 그림 2에 표시한 수원 상시 관측점의 좌표 변화량은 1998년 월부터



(a) X좌표 변화량의 스펙트럼 계산 결과



(b) Y좌표 변화량의 스펙트럼 계산 결과



(c) Z좌표 변화량의 스펙트럼 계산 결과

그림 3. 수원 상시관측점에서의 좌표 변화량의 스펙트럼 분석 결과

2000년 월까지의 2년간의 Daily solution 결과들을 시간 이력으로 표시한 것으로 X 좌표 변화량이 약 6 cm, Y좌표 변화량이 약 8 cm로 나타났고, Z 좌표 변화량의 분포는 -3 cm~3 cm에서 변화하고 있음을 보여주고 있다. 그림 3은 그림 2에 표시한 시간이력들에 대하여 최소자승 스펙트럼 분석기법을 적용하여 얻은 스펙트럼 계산 결과로서 X 좌표 변화량의 스펙트럼은 1회의 과대한 Peak가 발생한 경우를 제외하고는 매우 안정적인 것으로 나타났다. Y 좌표 변화량의 스펙트럼 계산 결과(그림 3(b))는 빈번한 Peak 발생과 3회의 과대한 Peak가 발생하여 안정성이 다소 떨어지는 것으로 나타났다. 그림

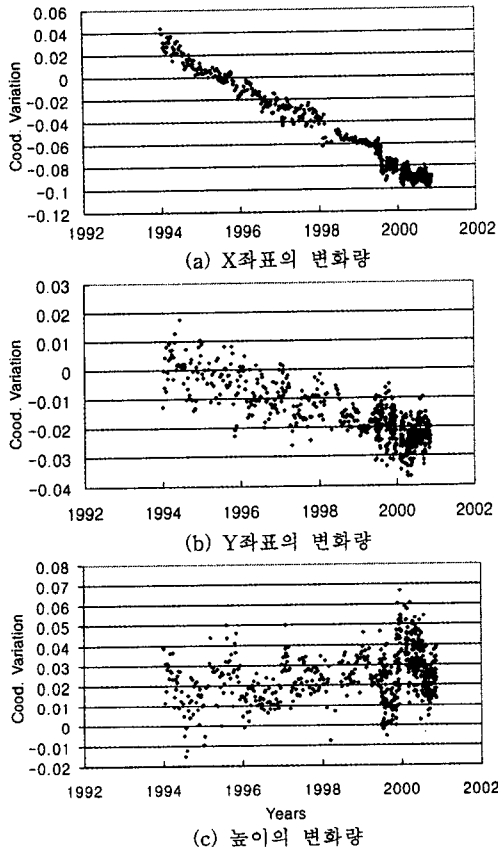


그림 4. 스꾸바 관측점의 좌표 변화량

3(c)에 표시한 Z 좌표의 변화량에 대한 스펙트럼 계산 결과는 3회의 과대한 Peak 발생과 빈번한 Peak의 발생으로 안정성이 떨어지는 것처럼 보이거나 주파수의 진폭이 매우 작게 나타내고 있어 안정적임을 나타내고 있다.

그림 4는 1994년부터 2000년까지의 일본의 스꾸바 상시 관측점의 관측데이터를 Daily solution으로 처리하여 얻은 좌표 변화량들의 시간이력을 표시한 것으로서 X 좌표의 변화량은 6년간 약 1.4 cm, Y 좌표 변화량은 6 cm 정도로 나타났고, Z 좌표 변화량의 범위는 -2 cm~6 cm 범위임을 알 수 있다. 그림 5에 표시한 스꾸바 관측점의 X, Y, Z 좌표의 변화량에 대한 스펙트럼 계산 결과를 분석하면 X와 Y 좌표 변화량의 스펙트럼의 주파수의 진폭이 비슷하나, 주기 1~45 사이에 Peak 들이 발생하고 있어 X, Y 좌표 계산 결과의 안정성에 문제가 있었음을 보여주고 있다. 이러한 이유로 일본의 국토 지리원은 1995년 월과 1996년에 안테나의 위치를 조정(offset 하였으나 그림 5(c)에서 볼 수 있는 바와 같이 주기 45~110

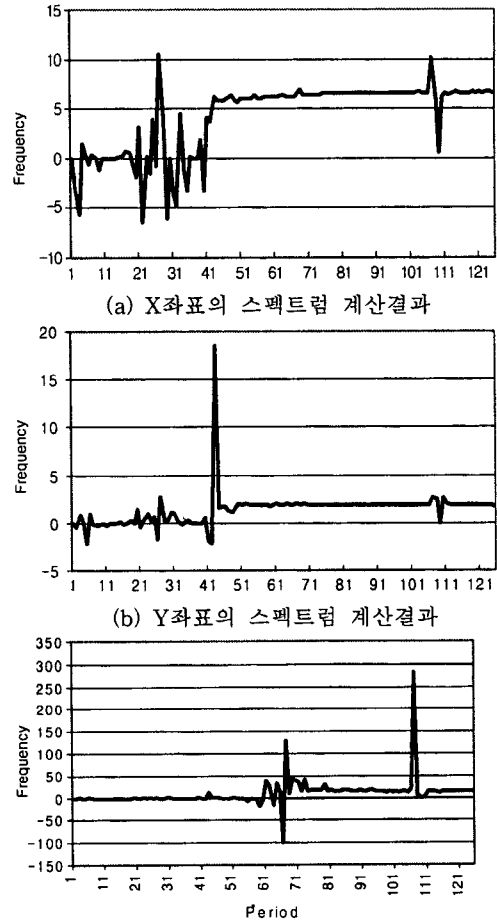


그림 5. 스꾸바 상시관측점에서의 좌표 변화량의 스펙트럼 분석 결과

사이에 다소 Peak 들이 발생하여 주기 110에 해당하는 1998년 월에 안테나의 재조정을 수행하였다. 따라서 그림 5의 (a), (b), (c)에서 주기 25, 43 및 110의 Peak는 Datum 변이(offset)로 인하여 과대한 Peak가 발생한 것을 잘 나타내고 있다.

그림 7에 표시한 시간이력들은 상하이 상시 관측점의 좌표 변화량을 표시한 것으로서 1995년 2월부터 2000년 8월까지의 X 좌표 변화량이 약 14 cm, Y 좌표의 변화량이 약 20 cm 정도이고, Z 좌표 변화량의 분포는 -2 cm ~4 cm 범위임을 나타내고 있다. 상하이 관측점의 스펙트럼 계산 결과인 그림 7로부터 알 수 있는 바와 같이 1995년 1월부터 1996년 6월까지(주기 1~55)는 상시 관측점의 데이터가 매우 안정적으로 수신이 되었으나 1996

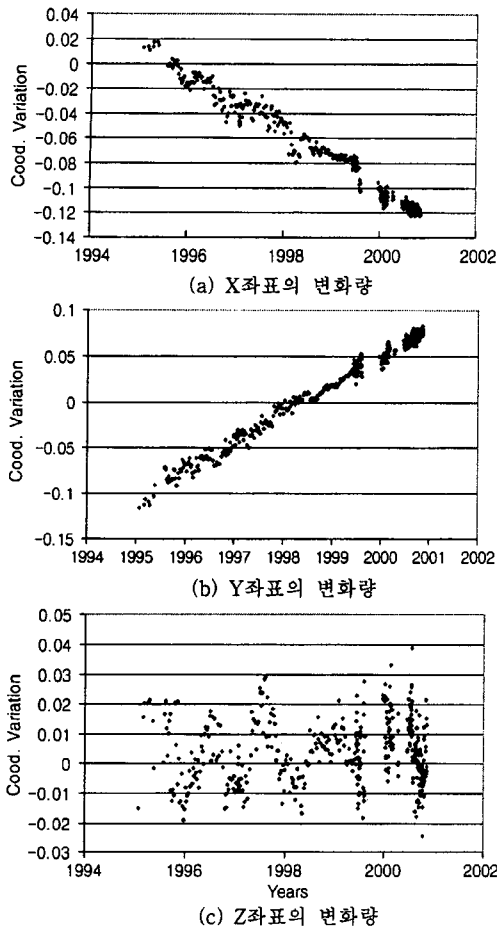


그림 6. 상하이 관측점의 좌표 변화량

년 7월 안테나의 Offset 발생 이후, Peak 들이 발생하고 있고, 1998년 3월에 안테나의 Offset이 발생하였으나 Z 좌표에서 과대한 Peak가 발생하고 있음을 보여주고 있다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 수원, 스쿠바 및 상하이 GPS 상시관측소의 X, Y, Z 좌표의 변화량에 대한 최소자승 스펙트럼 분석을 수행하여 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

1. 수원 GPS 상시관측점의 좌표변화량에 대한 최소자승 스펙트럼 분석을 수행한 결과 X 및 Z 좌표의 성과를 매우 안정적으로 산출할 수 있을 것으로 판단되며, Y 좌표의 경우에는 성과 산출시에 면밀한 검토를 실시할 필요가 있다고 판단된다. 그러나 좌표의 변화량이 스쿠바와 상하이 관측점의 변화량과 비교하여 현저하게 작기

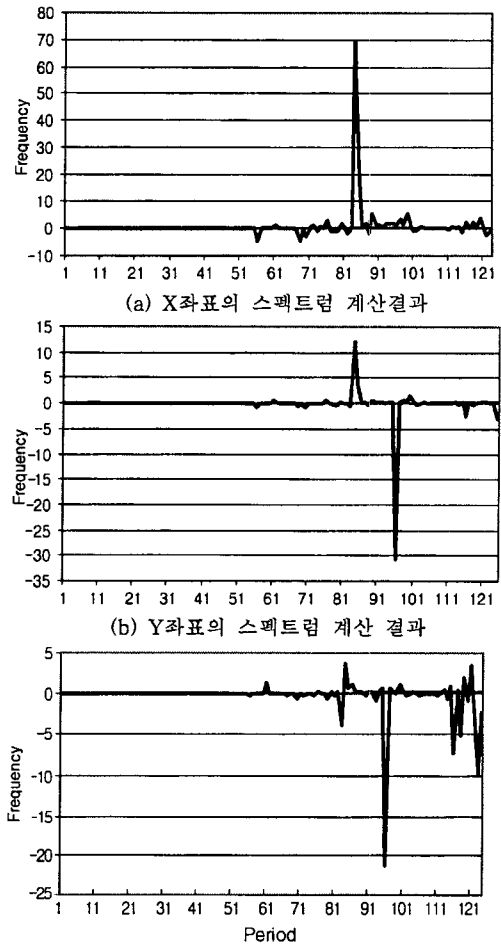


그림 7. 상하이 관측점에서의 좌표 변화량의 스펙트럼 분석 결과

때문에 관측점은 안정적이라고 판단되며, 정밀성과 산출에 큰 영향이 없을 것으로 판단된다.

2. 스쿠바 상시관측점은 안정성이 매우 높은 것으로 나타나 우리나라의 상시관측점들의 정밀 성과 산출을 위한 기준점으로 사용하기에 적합한 것으로 판단되며, 상하이 관측점은 1998년 Datum Shift (Offset) 발생이후 빈번한 Peak 들이 나타나는 경향이 보이고 X, Y 좌표의 변화량이 크게 나타나고 있어 성과산정을 위한 기준점으로 사용하고자 할 때에 세심한 검토가 필요할 것으로 판단 된다.

3. 최소자승 스펙트럼 분석기법을 사용하여 등간격 및 부등간격의 시간이력들에 대한 스펙트럼 분석을 실시할 수 있으므로 향후 기 설치된 GPS 상시관측점들의 안정

성을 평가하여 상시관측점 위치의 적합성 판단 및 정밀한 성과산정을 위한 사전 관측 데이터 분석을 통한 정밀도의 향상을 기할 수 있을 것이다.

### 참고문헌

1. Adam, J., "A Least Squares Spectral Analysis of the Doppler Coordinate Time Series Obtained at the Satellite Geodetic Observatory, Station PENC, Hungary", International Symposium On space Techniques for Geodynamics, Sopron, Hungary, July 9-13, 1984.
2. Adam, J. "On the Consistency of the Coordinates of Station PENC Derived from Satellite Doppler Observations", Presented at the Intercosmos Scientific Conference, Szentendre, Hungary, 18-23, 1987.
3. Mensur, O., P. Vanicek, "Least Squares Spectral Analysis of Gravity Data from the Canadian Superconducting Gravimeter: An Ongoing Project Report", Department of Geodesy and Geomatics Engineering, UNB, 1999.
4. Oden J. T., "Applied functional analysis", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1979.
5. Pagiatakis, S. D., "Stochastic Significance of Peaks in the Least-Squares Spectrum", Journal of Geodesy, 1999.
6. Preisendorfer R. W., "Principal component analysis in meteorology and oceanography", Elsevier, Amsterdam, 334, 1988.
7. Steeves R. R., "A Statistical Test for Significance of Peaks in the Least Square Spectrum", Collected Papers, Geodetic Survey, Department of Energy, Mines and Resources, Surveys and Mapping Branch, Ottawa, 149-166, 1981.
8. Stephen M. L, Y. B. Sever, W. I. Bertiger, M. Heflin, K. Hurst, R. J. Muellerschen, S. C. Wu, T. Yunk, J. Zumberge, "GIPSY-OASIS II: A High Precision GPS Data Processing System and General Satellite Orbit Analysis Tool".
9. Vanicek P., E. J. Karakiwsky, "Geodesy: The Concepts", 2nd. Edn., North Holland, Amsterdam, 1986.
10. Wells, D. E., P. Vanicek, S. Padiatakis, "Least Squares Spectral Analysis Revisited", UNB Technical Report. No. 84, 1985.