

미소변형을 및 대변형을 조건의 거동에 대한 비등방경화 탄소성 구성모델

An Anisotropic Hardening Elasto-Plastic Constitutive Model for the Behavior at Small-to-Large Strain Conditions

오 세 봉*¹ Oh, Se-Boong
권 기 철*² Kweon, Gi-Chul
정 순 용*³ Jeong, Soon-Yong
김 동 수*⁴ Kim, Dong-Soo

Abstract

An elasto-plastic constitutive model was proposed, in which the behavior at small-to-large strain level can be modeled. The proposed model is based on the anisotropic hardening description with the generalization of isotropic hardening rule and the total stress concept. From a mathematical approach it was proved that the model includes the previous successful models. The model was verified by a series of resonant column tests, torsional shear tests and triaxial tests, and the proposed model predicted small-to-large strain behavior more consistently and accurately than the hyperbolic model and the Ramberg-Osgood model for a weathered granitic soil. In addition, the nonlinearity under small strain condition was predicted appropriately for the torsional shear test results.

요 지

본 연구에서는 미소변형에서 대변형까지의 거동을 모델할 수 있는 탄소성 구성모델을 개발하였다. 제안된 구성 모델은 일반 등방경화규칙에 근거한 비등방 경화규칙과 전응력 개념을 토대로 개발하였다. 그리고 제안된 구성관계가 기존의 대표적 구성모델을 포함하고 있음을 수학적으로 입증하였다. 국내 화강풍화토에 대한 공진주시험, 비틀전단시험, 삼축시험 등 일련의 실내시험 결과를 이용하여 검증한 결과, 쌍곡선 모델 및 Ramberg-Osgood 모델과 비교하여 제안된 모델은 미소변형에서 대변형까지의 거동을 더욱 일관되고 정확하게 모델할 수 있다. 또한 비틀전단시험 결과와의 비교에서는, 미소변형 조건에서 나타나는 비선형성을 적절하게 예측할 수 있었다.

Keywords : Elasto-plasticity, Anisotropic hardening rule, Small-to-large strain, Shear modulus

*1 정희원, 영남대학교 공과대학 토목공학과 조교수
*2 정희원, 동의대학교 공과대학 토목공학과 전임강사
*3 정희원, 한국과학기술원 토목공학과 박사과정
*4 정희원, 한국과학기술원 토목공학과 부교수

1. 서론

최근의 연구에 의하면, 지반재료는 매우 작은 변형률 범위에서도 비선형 거동을 함이 밝혀지고 있다(Tatsuoka 등, 1995; 김동수 등, 1997). 또한 공용상태의 계측을 통하여 실제 구조물에서 지반이 거동하는 변형률의 범위가 0.1-1.0% 이하임이 밝혀지고 있다(Burland, 1989). 변형률 크기에 따른 지반의 비선형성에 대한 실험적 연구는 지반동역학 분야에서 매우 활발히 이루어져(김동수 등, 1997; Seed and Idriss, 1970), 지반-구조물의 상호작용 해석, 지진하중에 의한 지반증폭현상 규명 등에 활발히 활용되고 있다. 이러한 지반동역학분야의 동적 지반물성치는 정적 해석에 적용되는 입력 물성치와 서로 다른 것이라는 통념으로 인하여 정적인 지반문제에 적용이 제한되어 왔다. 그러나 정적시험에서의 계측의 정확도 증가로 인하여 정적 물성치와 동적물성치 사이의 통념적 차이가 없어지고, 하중이 정적 혹은 동적 어떠한 방식으로 유발되든 변형률 크기가 지반의 거동을 예측하는 중요한 변수임이 확인되고 있다(김동수 등, 1997).

한편 지반재료의 구성관계는 재하조건(동적시험 및 정적시험)이나 변형률 수준(미소변형률 및 대변형률)에 따라 접근방법이 각각 상이하게 연구되어 왔다. 미소변형률 영역에서의 비선형거동을 고려하는 모델로는 Jardine 등의 모델(1986), Power 모델(Gunn, 1992; 최윤철 등, 1995), 쌍곡선 모델을 수정한 형태 (Tatsuoka and Kohata, 1995) 등이 있다. 그러나 이러한 모델은 매우 제한된 경우에 적용 가능하고, 대변형률을 고려한 모델과의 효과적인 결합이 어려운 실정이다. 실제 공용상태에서 지반이 경험하는 변형률 크기 범위에서의 합리적인 변형 해석을 위해서는, 미소변형률 조건뿐만 아니라 파괴규준을 포함하는 대변형률 조건에서의 거동을 동시에 포함할 수 있는 구성모델이 요구되고 있다.

지반재료의 진보적인 구성모델은 실제 거동에서 나타나는 비선형성과 비등방성을 모델하기 위해서는 탄소성론에 입각하여 비등방 경화규칙을 채택하고 있다(Mroz et al., 1981; Dafalias, 1981; Lee and Oh, 1995). 특히 Whittle 등(1994)은 비등방경화 구성모델로 미소변형률 조건의 거동을 모델하였다. 그러나 이러한 비등방 경화규칙은 항복면의 크기뿐만 아니라 위치, 형태 등이 경화를 기술하는 내부변수로 사용되어 구성모델을 매우 복잡하게 한다. 이러한 문제로 인하여 계수 산정과정에서 많은 실험자료를 요구하고, 계수 중 일부는 가정하기조차 한다. 특히 기존

의 지반동력학적 관점에서 적용된 모델들과 연관을 지을 수 없어서 실용적으로 적용하기 곤란한 실정이다.

지반동력학적 관점에서 볼 때 지반재료의 전단시험시 시료에서 일어나는 간극수압 및 유효응력이 현장조건과 동등하다고 가정하여 배수조건을 고려하지 않는 것이 일반적이다. 이는 연약지반 안정해석시 적용되는 전응력개념과 일치한다(Holtz and Kovacs 1981). 그리고 전응력개념에 의거한 구성관계는 강도 및 변형계수에 따라 지층을 세분하면, 응력해석에 실용적으로 적용될 수 있다.

본 연구에서는 미소변형률에서 대변형률까지의 거동을 모델할 수 있는 비등방 경화규칙에 의거한 탄소성 모델을 개발하는데 목적이 있다. 따라서 제안된 구성모델은 일반 등방경화규칙에 근거한 비등방 경화규칙을 채택하였으며(Lee and Oh, 1995; 오세봉, 1999), von Mises 형태의 파괴규준을 채택하여 전응력 개념을 토대로 개발하였다.

2. 비등방경화 탄소성 구성모델

지반재료의 경화현상을 표현하기 위하여 제안된 경화규칙들은 크게 등방경화규칙과 비등방경화규칙으로 구분될 수 있다(Roscoe and Burland, 1968; Mroz et al., 1981; Dafalias, 1981; Lee and Oh, 1995). 등방경화규칙은 항복면의 형태는 변화하지 않고 크기만이 확장(또는 축소)하며 소성거동시 유발되는 경화현상을 표현하는 반면, 비등방경화 규칙은 항복면의 형태, 상대적인 위치, 또는 (등방경화를 포함한) 이들의 조합적인 변화로 경화가 유발되어 소

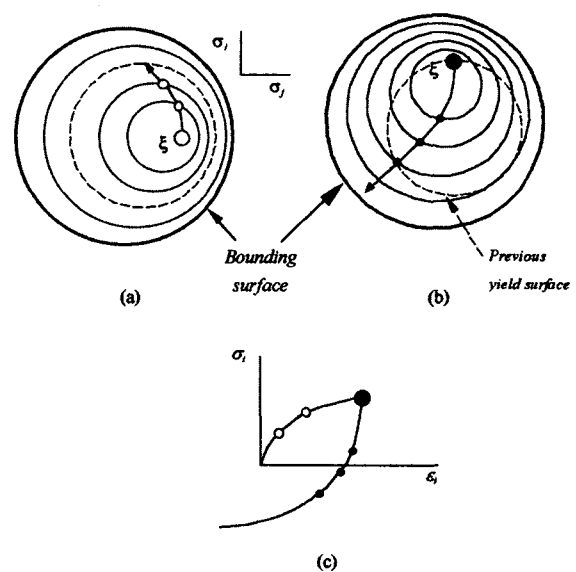


그림 1. 일반 등방경화에 의거한 비등방 경화규칙

성유동(plastic flow)을 표현할 수 있다.

이승래와 오세봉(1995)은 일반 등방경화규칙 (generalized isotropic hardening rule)을 제안하여, 상동응력 ξ_{ij} 를 응력 원점뿐만 아니라 임의의 응력상태에서 선정하여 재료의 비등방성을 표현할 수 있도록 하였다(그림 1). 그림 1 (a)와 (b)에 나타나는 재하 및 역재하의 과정에서, 항복면은 각각의 재하과정에 상응하는 상동중심에 대하여 등방경화한다. 이 때의 응력-변형률 관계는 그림 1 (c)에 도시하였듯이 상응하는 비선형 관계를 유발한다. 특히 역재하시에는 새롭게 ξ_{ij} 를 생성시키고, 이 ξ_{ij} 에 대하여 항복면들이 등방경화함으로써 역재하과정에서 유발되는 소성유동을 표현할 수 있다.

내부변수 ξ_{ij} 는 연속적인 재하과정에서는 변화하지 않지만 하중방향이 급격히 변화하는 경우에만 변하는 변수로 가정하고 그 조건은 다음과 같이 수식화할 수 있다.

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} < 0 \quad (1)$$

그리고 그림 1에서 보여지듯이 경계면(bounding surface)의 크기와 위치는 일정하다고 가정한다. 경계면과 항복면(그림 2)은 일반적인 응력장에 대하여 다음 식으로 나타난다.

$$F = (\bar{s}_{ij} - b_{ij})(\bar{s}_{ij} - b_{ij}) - \bar{R}^2 = 0 \quad (2)$$

$$f = (s_{ij} - \beta_{ij})(s_{ij} - \beta_{ij}) - r^2 = 0 \quad (3)$$

이 때 축차응력텐서 $s_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_{kk}\delta_{ij}/3$ 이고 $b_{ij} = a_{ij} - a_{kk}\delta_{ij}/3$, $\beta_{ij} = a_{ij} - a_{kk}\delta_{ij}/3$ 로서 각각 경계면과 항복면 중심응력텐서 a_{ij} , α_{ij} 의 축차항이다. 그리고 \bar{r} 은 항복면의 반경이며 \bar{R} 은 경계면의 반경이다. 또한 $\bar{\sigma}_{ij}$ 는 σ_{ij} 를 ξ_{ij} 로부터 경계면으로 사상한 응력(mapping stress)이다.

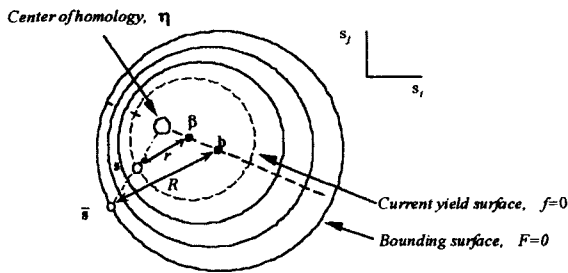


그림 2. 경계면과 항복면

등방압축상태에서 삼축시험이나 비틀전단시험등을 수행하는 경우에는 Π 면에서 응력원점으로부터 방사적인 응력경로(즉 $s_{ij}/\sqrt{s_{kl}s_{kl}} = \beta_{ij}/\sqrt{\beta_{kl}\beta_{kl}}$)를 나타낸다. 이 경우에 식 (2)와 (3)은 다음과 같이 단순화 할 수 있다.

$$F = (\bar{q} - b)^2 - R^2 = 0 \quad (4)$$

$$f = (q - \beta)^2 - r^2 = 0 \quad (5)$$

여기서, $q = \sqrt{1.5s_{ij}s_{ij}}$ 로 삼축시험조건에서는 $q = \sigma_1 - \sigma_3$ 이다. 그리고 b , β 및 R , r 은 각각 q 축상에 나타나는 경계면과 항복면의 중심 및 크기를 나타낸다.

항복면의 크기가 소성축차변형률에 의하여 지배된다고 가정하여 경화함수를 다음과 같이 설정하였다.

$$\hat{\epsilon}_q^b = a \frac{(r/R)^b}{(1-r/R)^c} \quad (6a)$$

$$\hat{\epsilon}_q = \sqrt{2/3} \{ (\epsilon_{xx} - \epsilon_{yy})^2 + (\epsilon_{yy} - \epsilon_{zz})^2 + (\epsilon_{zz} - \epsilon_{xx})^2 + 3/2(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2) \}^{1/2} \quad (6b)$$

여기서, 소성 축차변형률 $\hat{\epsilon}_q^b = \int d\hat{\epsilon}_q^b$ 이고 적분범위는 하나의 역재하 과정 내에서 규정된다. 계수 a , b 및 c 는 경화함수에 사용되는 재료계수들이다.

항복면과 경화함수에 대하여 일관 조건 (consistency condition)을 적용하면 다음 식이 성립한다.

$$df = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} + \frac{\partial f}{\partial a_{ij}} da_{ij} + \frac{\partial f}{\partial r} dr = 0 \quad (7)$$

이 때 소성 변형률중분 텐서는 관련유동규칙에 의하여 다음과 같이 구해질 수 있다.

$$d\epsilon_{ij}^b = \frac{1}{H} \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_{pq}} d\sigma_{pq} \right) \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \quad (8)$$

여기서,

$$H = - \frac{\partial f}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial \hat{\epsilon}_q^b} \frac{\partial f}{\partial q} - \frac{\partial f}{\partial \beta} \frac{\partial \beta}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial \hat{\epsilon}_q^b} \frac{\partial f}{\partial q}$$

항복면 함수 (5)에 대한 미분은 다음과 같이 나타난다.

$$\frac{\partial f}{\partial q} = 2(q - \beta), \quad \frac{\partial f}{\partial \beta} = -2(q - \beta), \quad \frac{\partial f}{\partial r} = -2r \quad (9)$$

그리고 일반등방경화에 대한 기하학적 관계(오세봉 1999)로부터

$$\frac{\partial \beta}{\partial r} = \frac{b-\eta}{R} \quad (10)$$

이다. 이 때 η 는 q 축상에 나타나는 상동응력(ξ_{ij})을 의미한다. 또한 내부변수 r 에 대한 항은 식 (6)으로부터 다음과 같이 유도된다.

$$\frac{\partial r}{\partial \hat{\epsilon}_q^b} = \frac{R(1-r/R)^c}{ab(r/R)^{b-1} + c(1-r/R)^{c-1} \hat{\epsilon}_q^b} \quad (11)$$

따라서 탄소성 응력-변형률 관계식은 다음과 같이 유도할 수 있다(오세봉 1999).

$$dq = 3G_i \left\{ 1 - 3G_i \left(\frac{\partial f}{\partial q} \right)^2 / \bar{H} \right\} d\hat{\epsilon}_q \quad (12)$$

여기서, $\bar{H} = 3G_i f_q^2 + H$,

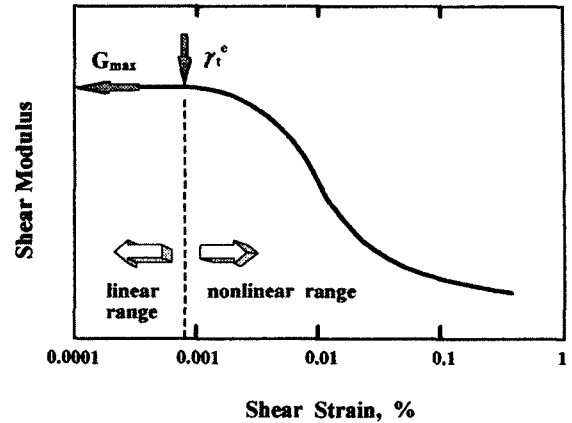
$G_i = G_{\max} =$ (초기) 탄성전단계수

3. 기존의 비선형 구성모델과의 비교

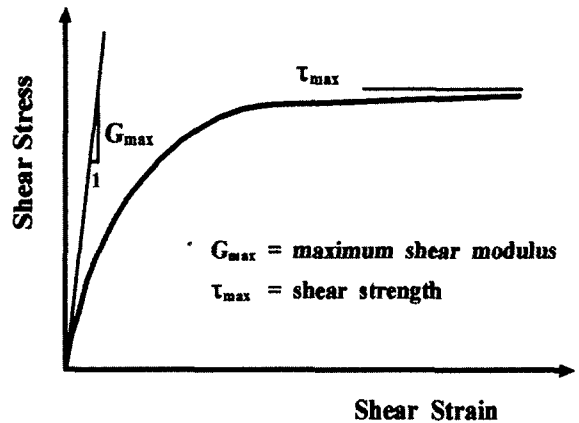
지반의 응력-변형률 관계는 변형률의 크기에 따라 변형계수가 감소하는 비선형 거동을 한다. 지반동역학 및 지진공학에서는 지반의 비선형성을 그림 3(b)와 같이 할선 변형계수-대수 변형률의 관계로 나타내어, 선형영역과 비선형영역을 명확히 구분하여 사용하여 왔다. 그림 3(b)에서 선형한계변형률(γ_e') 이하에서는 할선 전단계수(G)가 변형률 크기에 관계없이 일정한 값을 유지하며 변형률 크기가 γ_e' 이상에서는 지반이 비선형 거동을 나타낸다. 일반적으로 지반의 선형한계변형률은 0.001% - 0.01% 범위에 존재하며 지반의 종류에 따라 일정한 범위에서 결정된다.

미소변형률 거동을 고려할 수 있는 비선형 구성모델은 그림 3(b)에 나타내었던 변형률에 따른 변형계수의 변화를 표현할 수 있다. 이러한 모델에는, 쌍곡선 모델(Hardin and Drnevich, 1972), Seed - Idriss (1970)의 경험적 모델, Jardine 등 (1986)이 제안한 주기함수 형태의 모델, Ramberg-Osgood 모델(1943) 등이 있다.

Hardin-Drnevich(1972)는 비틀전단시험을 통하여 G -



(a) 일반적인 지반의 응력-변형률 관계



(a) 탄성계수-대수 변형률 관계

그림 3. 지반의 변형계수-대수 변형률 관계

γ 의 관계가 쌍곡선의 관계가 있음을 확인하고, Konder (1963)의 쌍곡선 모델을 토대로 식 (13)과 같은 모델을 제안하였다.

$$G/G_{\max} = \frac{1}{1 + \gamma/\gamma_h} \quad (13)$$

여기서, $\gamma_h = \gamma/\gamma_r$

$$\gamma_r = \tau_{\max}/G_{\max}$$

식 (13)에 나타낸 초기의 Hardin - Drnevich(1972)의 쌍곡선 모델은 반복재하(cyclic loading)인 경우에는 비교적 잘 적용되나 단순재하(monotonic loading)인 경우에는 잘 맞지 않아, i) G_{\max} , γ_{\max} 에 상수의 보정계수 도입, ii) G_{\max} , γ_{\max} 에 변형률 크기의 함수인 보정계수 도입, iii) 기타 수정쌍곡선모델 등의 연구발전과정을 거친다

(Tatsuoka and Kohata, 1995; Hardin, 1978).

Jardine 등 (1986)은 식 (14)와 같은 주기함수로 모델을 제시하고, 단순화된 얇은기초와 깊은 기초의 해석에 적용한 바 있다. 식 (14)에 나타낸 함수는 $\varepsilon_1=0$ 일 때 E_{\max} 값을 주지 못하고, $q=q_{\max}$ 일때 $E=0$ 인 조건을 만족할 수 없다. 따라서 Jardine 등(1986)은 식 (14) 모델에서 상한계와 하한계를 설정하여 사용하였다.

$$\frac{E_u}{C_u} = A + B \cdot \cos[\alpha \cdot (\log_{10}(\varepsilon_1/C))]^\gamma \quad (14)$$

여기서, E_u = 활선 변형계수, $(q - q_0) / \varepsilon_1$, $q_0 = q$ 의 초기값
 C_u = 비배수전단강도
 A, B, C, α, γ = 계수

널리 통용되는 Ramberg-Osgood 모델(1943)은 미소변형률 거동에 대한 여타 모델들과 마찬가지로 시험결과를 피팅(fitting)할 수 있는 함수를 다음과 같이 제시하였다.

$$G = G_{\max} / [1 + m(\tau/\tau_y)^{n-1}] \quad (15)$$

여기서, τ = 전단응력
 τ_y = 항복시의 전단응력
 m, n = 계수

제안된 탄소성 구성모델이 미소변형률에서 대변형률까지의 거동을 표현할 수 있는 근거를 기존의 대표적 구성관계와 비교하여 수학적으로 검증하고자 한다. 이를 위하여 미소변형률뿐만 아니라 1%이상의 대변형률에 대한 거동에도 적용되는 쌍곡선 모델과 미소변형률 거동에 널리 통용되는 Ramberg - Osgood 모델을 비교 대상으로 하였다.

삼축압축시험에서 쌍곡선 모델(Konder, 1963; Hardin and Drnevich, 1972)은 다음과 같은 식으로 나타낸다

$$q = \frac{\hat{\varepsilon}_q}{a_h + b_h \hat{\varepsilon}_q} \quad (16)$$

여기서, 계수의 역수 $1/a_h$ 는 초기(접선) 변형계수이고 $1/b_h$ 는 축차응력의 최대값 q_{\max} 를 나타낸다. 이 때 항복면 크기비 $r/R = q/q_{\max} = b_h q$ 이므로 식 (16)은 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\hat{\varepsilon}_q = \frac{a_h}{b_h} \frac{r/R}{1 - r/R} \quad (17)$$

이 때 탄성변형률 $\hat{\varepsilon}_q^e = q/3G_i = a_h q = \frac{a_h}{b_h} \frac{r}{R}$ 이므로

$$\hat{\varepsilon}_q^e = \frac{a_h}{b_h} \frac{(r/R)^2}{1 - r/R} \quad (18)$$

이다. 따라서 식 (6)은 계수 $a = a_h/b_h$, $b = 2$, $c = 1$ 일 때 쌍곡선 모델과 일치하게 되므로 쌍곡선 모델을 포함하는 함수라고 할 수 있다.

식 (15)에 나타난 Ramberg - Osgood 모델에 대하여, 축차항에 대한 응력과 변형률의 invariant를 이용하여 변환하면 다음과 같이 나타낸다.

$$\hat{\varepsilon}_q = q/3G_{\max} + m(q/3G_{\max})^n \quad (19)$$

여기서, 전단계수 $G = E/2(1 + \nu)$ 이다. $\hat{\varepsilon}_q^e = q/3G_{\max}$ 이고 등방압축시 $r/R = q/q_{\max}$ 이므로

$$\hat{\varepsilon}_q^e = \frac{m}{(3G_{\max}/q_{\max})^n} (r/R)^n \quad (20)$$

따라서 식 (6)은 계수 $a = m/(3G_{\max}/q_{\max})^n$, $b = n$, $c = 0$ 일 때 Ramberg - Osgood 모델과 일치하게 되며, Ramberg - Osgood 모델을 포함하는 함수라고 할 수 있다. 한편 식 (6)에 의하여 식 (19)형태의 backbone curve 식을 수정하면 다음과 같다.

$$\gamma = \tau/G_{\max} + a_r \frac{(\tau/\tau_{\max})^{b_r}}{(1 - \tau/\tau_{\max})^{c_r}} \quad (21)$$

이로부터 제안된 비등방경화 탄소성 구성모델은 쌍곡선 모델과 Ramberg - Osgood 모델이 표현할 수 있는 거동을 모델할 수 있으며 미소변형률에서 대변형률까지의 거동을 표현할 수 있음이 입증되었다.

4. 국내 화강풍화토 시험에 대한 검증

본 연구에서는 대전시 금고동 쓰레기 매립장 비탈사면의 화강풍화토 시료에 대하여 제안된 모델의 유용성을 검

표 1. 화강풍화토 기본 물성

통일분류		SP
현장상태	현장 함수비	14.69
	현장 간극비	0.780
# 200 통과량 (수세법)		19.57
다짐시험	최적함수비(%)	21.5
	최대건조밀도 (γ_{dmax} , t/m^3)	1.52
비중(Gs)		2.67
Atterberg한계		NP

증하였다. 시험에 적용된 화강풍화토에 대한 기본물성 시험결과는 표 1에 나타내었다. 대상 지역에서 불교란시료를 채취하여 공진주시험(RC), 비틀전단시험(TS), 그리고 LDT를 사용한 정적삼축압축시험(TX)을 실시하였다. 시험에 사용된 장치, 시험절차 등은 김동수 등(1997)의 논문에서 상세히 기술되어 있다.

등방압축 조건하에서 수행한 시험결과들을 분석하기 위하여 식 (6)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\psi = \hat{\epsilon}_q^b (1 - q/q_{max})^c = a (q/q_{max})^b \quad (22)$$

따라서 예측된 ψ 와 q/q_{max} 를 대수축에 나타내면 계수 a, b를 결정할 수 있다. 단 계수 c는 가정하여 ψ 와 q/q_{max} 관계가 대수축하에서 선형적으로 나타날 수 있도록 하여야 하는데 경험적으로 0.3 - 0.4 정도의 값을 나타낸다.

삼축압축시험(TX)은 자연함수비 상태의 시료에 대하여 수행하였으며 횡변위를 측정하지 않았으므로 $\hat{\epsilon}_q \approx 2(1 + \nu)\epsilon_a/3$, Poisson 비는 0.25로 가정하였다. 미소변형률 조건에서는 이러한 가정이 실제 거동과 별 차이를 보이지는 않으리라고 여겨진다. 변형률 수준이 높을 경우에는 오차가 발생하겠지만 여타시험과의 비교를 위하여 부득이하게 기준이 되는 변형률을 정의할 수밖에 없었다.

그리고 비틀전단시험(TS), 공진주시험(RC) 결과에서 나타난 전단변형률로부터 축차변형률 $\hat{\epsilon}_q = \gamma/\sqrt{3}$ 을 구

표 2. 화강풍화토의 재료계수

구분	a	b	c	점착력(kPa)	마찰각(°)	E_{max} [구속응력] (MPa) ^a		
						test (1)	test (2)	test (3)
model (1)	0.150	2.50	0.30	12.15	27.9	90 [0.02]	120 [0.04]	175 [0.08]
model (2)	0.816	2.05						

^a시험은 각 구속응력에 대하여 비틀전단, 공진주, 삼축압축시험이 이루어졌으며 시험연번에 따라 명칭을 구분하였다. 예를 들어 구속압이 0.02MPa인 test (1)은 각각 TS(1), RC(1), TX(1)으로 칭하였다.

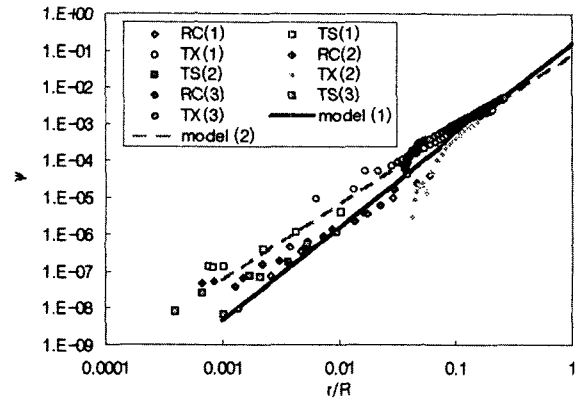


그림 4. 계수 도출과정

할 수 있다. 따라서 소성 축차변형률은 최대(초기) 전단계수를 이용하여 다음과 같이 나타낸다.

$$\hat{\epsilon}_q^b = \hat{\epsilon}_q - \hat{\epsilon}_q^e, \quad \hat{\epsilon}_q^e = q/3G_{max} \quad (23)$$

시료는 구속압이 0.02MPa(test (1)), 0.04MPa(test (2)), 0.08MPa(test (3))인 경우에 대하여 각각 수행되었으며, 그 시험결과를 식 (22)와 (23)을 이용하여 분석하였다(그림 4). 시험 결과는 model (1)과 model (2)로 구분하여 분석

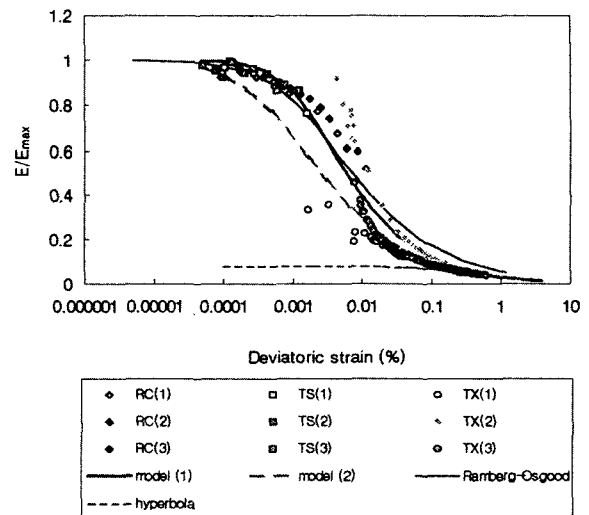


그림 5. 정규화 변형계수 (E/E_{max})에 대한 비교

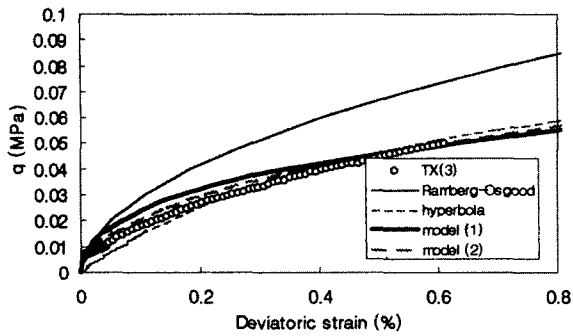


그림 6. 응력-변형률 관계에 대한 비교

하였으며, 표 2에 도출된 모델계수를 정리하였다.

그림 5에는 정규화 변형계수(E/E_{max})에 대한 실험치와 계산치가 비교되어 있다. 제안된 모델의 경우 model (1)은 미소변형률 조건하의 비틀전단시험 및 공진주시험 결과를 잘 예측하였고 model (2)는 삼축시험결과를 비교적 근사하게 계산하였다. 한편 Ramberg - Osgood 모델에 의하면 제안된 모델의 model (1)과 유사하게 E/E_{max} 를 보여주고 있다. 이로부터 제안된 모델이 Ramberg - Osgood 모델이 표현가능한 미소변형률 조건의 응력 - 변형률 관계를 모델할 수 있음을 알 수 있다.

반면 쌍곡선 모델에 의한 관계는 그림 4에서 보여지듯이 0.1%이하의 변형계수를 심하게 과소평가함을 알 수 있다. 쌍곡선 모델은 미소변형률 거동 및 대변형률 거동에 모두 적용가능하지만, 이에 필요한 계수는 변형률 수준에 따라 상이하게 도출된다. 본 절에서는 0.1%이상의 거동을 잘 표현할 수 있는 쌍곡선 모델계수를 도출하였으며, 이로 인하여 그림 4에서는 실제 거동과 극심한 차이를 보이고 있다.

그림 5에서 나타난 관계 중 구속압 0.08MPa에 상응하는 응력 - 변형률 관계가 그림 6에 나타나 있다. 제안된 모델의 경우 model (2)의 경우 삼축시험결과를 매우 근사하게 계산하였고 model (1)은 변형률을 다소 과소평가하였다.

한편 쌍곡선 모델은 0.1%이상에서 나타나는 실제 응력 - 변형률 관계를 매우 유사하게 예측하였다. 그러나 미소 변형률 조건에서의 거동을 잘 모델할 수 있는 Ramberg - Osgood 모델은 0.1%이상의 응력 - 변형률 관계를 예측하기 곤란하였다. 특히 대상 시료의 강도를 과대평가하는 결과를 초래하였다. 이러한 결과로 미루어볼 때 제안된 구성 모델은 탄소성론에 근거하여 미소변형률에서 대변형률까지의 응력 - 변형률 관계를 합리적으로 모델할 수 있음을 알 수 있다.

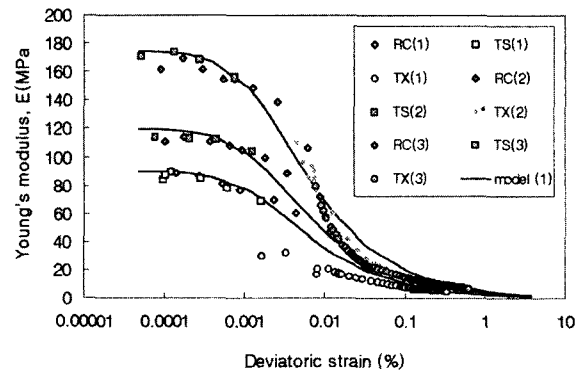
제안된 모델은 각 지층에 상응하는 최대 변형계수(E_{max})

와 전단강도를 적용하여 실제 응력 - 변형률 관계를 적합하게 모델할 수 있다. 표 2에 나타난 Mohr - Coulomb 파괴 기준 계수($c'=12.15\text{kPa}$, $\phi'=27.9^\circ$)로부터 최대 축차응력은 다음과 같은 식을 이용하여 결정할 수 있다.

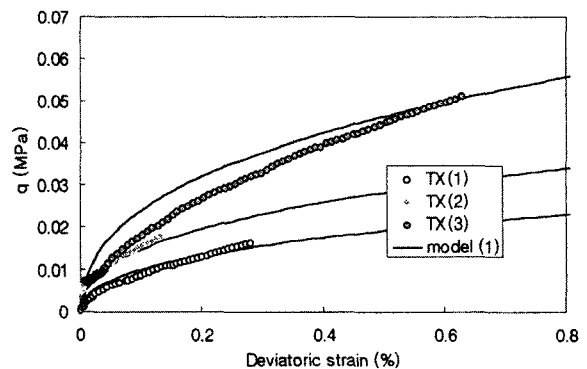
$$q_{max} = \sigma_3 \tan^2(45^\circ + \phi/2) + 2c \tan(45^\circ + \phi/2) - \sigma_3 \quad (24)$$

각 구속압에 상응하는 표 2의 E_{max} 와 식 (24)의 q_{max} 를 적용하여 제안된 모델은 그림 7에 나타난 바와 같이 실제 거동을 예측할 수 있었다. 그림 7 및 8에 나타나는 거동에 대하여 모델계수는 model (2)를 채택하여 적용하였다(표 2).

그림 7(a)에서 보여지듯이 각 구속압에 상응하는 변형계수를 전반적으로 잘 예측하였으며 특히 비틀전단시험 및 공진주시험 결과를 잘 예측하였다. 다만 LDT를 이용한 삼축시험 결과는 분산이 심하였고 제안된 모델은 전반적인 경향을 합리적으로 모델할 수 있었다. 그림 7(b)에서는 응력 - 변형률 관계를 비교하였으며 구속압이 0.08MPa인



(a) 할선계수 관계



(b) 응력-변형률 관계

그림 7. 구속압에 따른 할선계수 관계 및 응력-변형률 관계

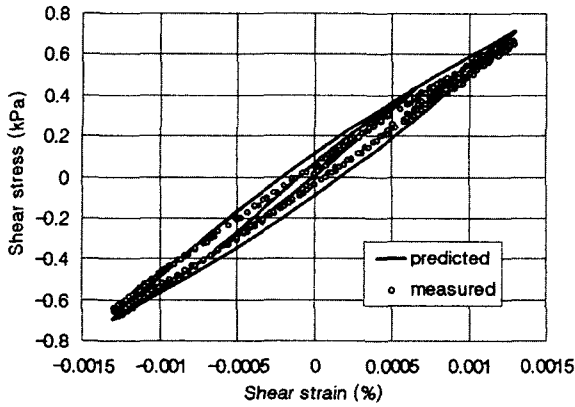


그림 8. 비틀전단시험 결과 비교

경우(TX(3))에는 변형률을 다소 과소평가하였으나 실제 관계를 대체로 정확하게 모델할 수 있었다.

그림 8에서는 제안된 모델을 이용하여 비틀전단시험 결과를 비교하였다. 실험치는 구속압이 0.08MPa인 경우로서 히스테리시스 순환(hysteresis loop)이 나타났다. 제안된 모델은 반복재하시 변형률수준을 두 가지로 구분하여 재하하였는데, 변형률 수준에 따라 상이한 변형계수 및 히스테리시스 순환을 모델할 수 있었다. 특히 예측치(외부의 관계)에서는 실제 순환 거동뿐 아니라 변형계수와 비선형적 응력-변형률 관계를 비교적 정확하게 모델하고 있다.

이러한 결과들로 미루어 볼 때, 제안된 비등방경화 탄소성모델은 미소변형률 조건에서 나타나는 비선형적인 응력-변형률 관계를 모델할 수 있음을 알 수 있다. 특히 제안된 모델이 비등방경화 탄소성론에 근거하기 때문에 다양한 재하조건에 따른 거동을 합리적으로 모델할 수 있었다.

5. 결론

본 연구는 미소변형률 조건에서 나타나는 비선형거동 뿐만 아니라 대변형률에서의 응력-변형률 관계를 표현할 수 있는 구성모델을 탄소성론과 비등방 경화규칙을 토대로 개발하였다. 그 내용을 정리하면 다음과 같다.

- 1) 제안된 구성관계는 기존의 대표적 구성모델중 쌍곡선 모델과 Ramberg-Osgood 모델을 포함하고 있음을 수학적으로 입증하였으며, 이로 인하여 미소변형률에서 대변형률까지의 거동을 합리적으로 모델할 수 있다.
- 2) 공진주시험, 비틀전단시험, 삼축시험 등 일련의 실내시험 결과를 이용하여 모델계수를 용이하게 도출할 수 있었으며, 쌍곡선 모델 및 Ramberg-Osgood 모델과 비교

한 결과 제안된 모델은 미소변형률에서 대변형률까지의 거동을 일관되게 모델할 수 있다. 제안된 모델은 전 응력 개념을 토대로 하기 때문에 대상 지층의 강도 및 최대 변형계수에 따라 지층을 세분하여 비선형해석에 적용할 수 있다.

- 3) 비틀전단시험 결과와의 비교를 통하여 미소변형률 조건에서 나타나는 비선형성을 비교적 정확하게 예측할 수 있었다. 이는 제안된 모델이 탄소성론에 근거하기 때문에 다양한 재하조건에 따른 거동을 합리적으로 모델할 수 있음을 의미한다.

본 연구는 추후 시험자료를 보강하여 변형률 수준에 따른 감쇠 효과를 모델할 수 있도록 구성모델을 보완하고, 유효응력개념을 토대로 하는 비등방경화 구성모델에 대한 연구를 지속적으로 수행할 계획이다.

감사의 글

본 연구는 한국과학재단 99 핵심전문연구(과제번호 981-1203-009-2)에 의하여 연구비 지원을 받아 수행되었으며 이에 깊은 감사를 드립니다.

참고 문헌

1. 김동수, 권기철, 정순용, 박재영 (1997), "실내시험 및 현장시험을 통한 지반의 비선형 변형특성 평가" 한국지반공학회, 제13권, 제5호, pp. 89-100.
2. 이승래, 오세봉 (1995), "일반 등방경화규칙에 의거한 점토의 비등방 탄소성 구성모델," 한국지반공학회지, 10권, 3호, p. 17-32
3. 오세봉 (1999), "비등방경화 구성모델을 적용한 연약 지반의 비배수 거동 해석 : I. 구성모델," 한국지반공학회지, 심사중
4. 최원철, 남선우, 정성교 (1995), "각종 모래에 대하여 보완 Power Model (비선형 탄소성)의 적용", 한국지반공학회 학술발표회, IV15-IV24
5. Buland, J. B. (1989), "Ninth Lauritis Bjerrum Memorial Lecture : Small is Beautiful-The Stiffness of Soils at Small Strains," Canadian Geotechnical Journal, 26, pp. 52-65.
6. Dafalias, Y. F. (1980), "The Concept and Application of Bounding Surface in Plasticity Theory," Physical Non-Linearities in Structural Analysis, IUTAM Symposium, Senlis, France, J. Hult and J. Lemaitre, Eds., Springer Verlag, Berlin, Germany, 1981, 56-63
7. Gunn, M. J. (1992), "The Prediction of Surface Settlement Profiles due to Tunneling", Proceedings, Worth Memorial Symposium, London, 304-316
8. Hardin, B. O. and Drnevich, V. P., (1972), "Shear Modulus and Damping in Soils : Design Equations and Curves," Journal of SMF Div., ASCE, Vol. 98, No. SM7, pp. 667-692.
9. Hardin, B. O. (1978), "The Nature of Stress-Strain Behavior of Soil,"

- Proceedings, Geotech. Eng. Div. Specialty Conference on Earthquake Eng. and Soil Dynamics, Vol. 1 ASCE, Pasadena, June, pp. 3-90.
10. Holtz, R. D. and Kovacs, W. D. (1981). *An Introduction to Geotechnical Engineering*, Prentice Hall
 11. Jardine, R. J., Potts, D. M., Fourie, A. B. and Burland, J. B., (1986), "Studies of the Influence of Non-Linear Stress-Strain Characteristics in Soil-Structure Interaction," *Geotechnique* 36, No. 3, pp. 337-396.
 12. Konder (1963), "Hyperbolic Stress-Strain Response: Cohesive Soils," *Journal of SMF Div., ASCE*, Vol. 89, No. SM1, pp. 115-143.
 13. Lee, S. R. and Oh, S. (1995). "An Anisotropic Hardening Constitutive Model Based on Generalized Isotropic Hardening Rule for Modeling Clay Behavior," *Int. J. Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 19, 683-703
 14. Mroz, Z., Norris, V. A., and Zienkiewicz, O. C. (1981). "An Anisotropic, Critical State Model for Soils Subject to Cyclic Loading," *Geotechnique*, 31, 451-469
 15. Ramberg, W. and Osgood, W. R., (1943), "Description of Stress-Strain Curves by the Three Parameters," Technical Note 902, National Advisory Committee for Aeronautics, Washington, D.C.
 16. Roscoe, K. H. and Burland, J. B. (1968). "On the Generalized Stress-strain Behavior of 'Wet' Clay," in *Engineering plasticity*, J. Heyman and Leckie(Eds.) Cambridge Univ. Press, Cambridge, 535-609
 17. Seed, H. B. and Idriss, I. M., (1970), "Soil Moduli and Damping Factors for Dynamics Response Analysis," Report No. EERC 70-10, Earthquake Engineering Research Center, Univ. of California, Berkeley, Sept., pp. 37.
 18. Tatsuoka, F and Kohata, Y. (1995), "Deformation Characteristics of Soils and Rocks from Field and Laboratory Tests," Report of the Institute of Industrial Science, The University of Tokyo
 19. Whittle, A. J., DeGroot, D. J., Ladd, C. and Seah, T.-H. (1994). "Model Prediction of Anisotropic Behavior of Boston Blue Clay," *J. Geotechnical Engineering Div., ASCE*, 120, 199-224

(접수일자 1999. 8. 9)