

## 유한 요소기법을 이용한 Slug시험 모델의 타당성 및 유용성 연구

### A Study about Effectiveness and Usefulness of a FEM Slug Test Model

한혜정(Hyejoung Han Seo)\* · 최종근 (Jonggeun Choe)\*

**요 약:** Slug시험은 수리전도도 예측에 가장 널리 쓰이는 편리한 대수층 실험법이다. Slug시험 중인 관측정 수위 변동은 관측정 반경, 스크린 길이, 다공 매질의 수리전도도와 비저유계수에 영향을 받는다. 이 연구에서는 유한요소기법을 이용한 새 slug시험 모델을 개발하고 그 유용성을 시험하였다. 모델에서 관측정의 수위변동과 다공매질내 지하수유동을 반복기법(iteration technique)을 적용하여, 스크린상의 유동량 추정으로 연결하였다. 이 모델의 수치적 정확도는 Cooper *et al.* (1967)의 분석해에 대해 검증되었다. 본 방법은 주변 모니터링이 가능한 slug시험의 시뮬레이션, 부분관통과 비저유계수의 반영 등의 장점이 있다. Slug시험을 통한 다공매질 반영 범위는 비저유계수에 민감하다. 작은 비저유계수일수록 수두압 변화 전파범위가 커져 그 반영률이 증가한다. 관측정의 표준곡선 비교를 통해 비저유계수 예측이 어려우므로, 다공매질 내에서 관측된 수두변화의 표준곡선 활용이 유용할 것이다. 지하수유동의 수직 성분이 커질수록 관측정 수위 회복에 대한 비저유계수의 영향은 더 감소한다. 실제 관측정 주변의 수평-수직한 지하수 유동 해석시, 비저유계수의 무시와 관측데이터의 적용구간 선택에 의한 수리전도도 예측 편차는 거의 무시할 만하며, 수평유동의 경우 분석방법상 편차가 약간 발생한다.

**Abstract:** Slug tests are the most widely used field method for quantification of hydraulic conductivity of porous media. Well recovery is affected by well casing, borehole radii, screened length, hydraulic conductivity, and specific storage of porous media. In this study, a new slug tests model was developed through finite element approximation and the validity and usefulness of the model were tested in various ways. Water level fluctuation in a well under slug test and consequent groundwater flow in the surrounding porous medium were appropriately coupled through estimation of well-flux using an iteration technique. Numerical accuracy of the model was verified using the Cooper *et al.* (1967) solution. The model has advantages in simulations for monitored slug tests, partial penetration, and inclusion of storage factor. Volume coverage of slug tests is significantly affected by storage factor. Magnitude and speed of propagation of head changes from a well increases as storage factor becomes low. It will be beneficial to use type curves of monitored head transients in the surrounding porous formation for estimation of specific storage. As the vertical component of groundwater flow is enhanced, the influence of storage factor on well recovery decreases. For a radial-vertical flow around a partially penetrated well, deviations between hydraulic estimates by various methods and data selection of recovery curve are negligible on practical purposes, whereas the deviations are somewhat significant for a radial flow.

## 서 론

Slug시험은 간단한 도구, 적은 비용, 데이터 수집의 용이성 등의 이유로 수리전도도를 결정하는데 가장 널리 이용되는 방법이다. Slug시험 결과의 정확성과 유용성을 높이기 위하여, 지금까지 다양한 실험법 및 분석 방법들이 개발되고 연구되어 왔다(Hvorslev, 1951; Cooper *et al.*, 1967; Ramey *et al.*, 1975; Dagan, 1978; Bouwer and Rice, 1976; Nguyen and Pinder, 1984; Sageev, 1986; Peres *et al.*, 1989; Butler *et al.*, 1990; Belitz *et al.*, 1995). 최근 지하환경문제의 심각성과 우려에 따라 보다 정확한 수리전도도의 산정이 요구되고 있으며, 적합한 slug시험 분석방법을 통한 수리전도도의 결정은 수리지질학 연구에 중요하고 필수적인 과제이다. 이 연구에서는

유한요소기법을 이용해 새로운 slug시험 모델을 개발하고, 다양한 측면에서 이를 시험하였다. 시험 방식은 기존의 잘 알려진 여러 모델들과 표준곡선을 비교 및 분석하고, 수리전도도 예측의 편차들을 수량화하였다. 비교된 모델들은 Bouwer and Rice (1976), Hvorslev (1951), and Cooper *et al.* (1967)의 모델들이다. 본 연구의 목적은 다음과 같다: 1) slug시험의 물리적 현상에 근거한 개념 모델을 개발하고, 이를 유한 수치해법으로 풀어낸다; 2) 개발된 모델의 유용성과 타당성을 입증한다; 3) 새모델의 결과를 기존의 모델들과 비교하여, 수리전도도 예측의 편차를 분석하고 수량화한다; 그리고 4) 수리전도도 예측에 있어 분석자의 데이터구간 결정의 영향을 알아본다.

## 모델 기술

Slug시험에 의한 관측정의 수위 변화는 전통적인 수리원리(즉, Darcys 법칙과 질량 보존의 법칙)에 따른 지하 다공매질 내의 지하수유동 및 수두변화의 예측으로 풀이될 수 있다(Todd, 1959; Walton 1970; Freeze and Cherry, 1979). 여기서 관측정

\*서울대학교 공과대학 지구환경시스템 공학부(Seoul National University, Department of Civil, Urban, and Geosystem Engineering, Seoul, 151-742, Korea)

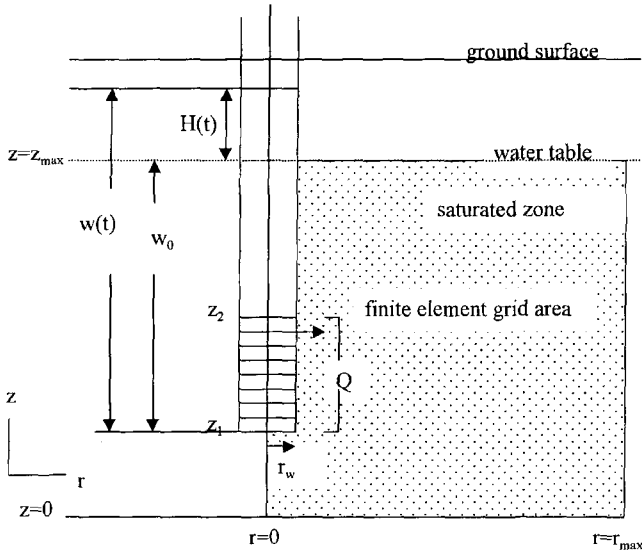


Figure 1. Groundwater well and saturated porous media of the physical conceptual model in this study.

Table 1. Comparison of underlying assumptions for the slug test models

Assumptions	Cooper <i>et al.</i> solution (1967)	FEMSLUG model in this study	Bouwer and Rice (1976)	Hvorslev (1951)
Radial flow	✓	✓	✓	✓
Vertical flow		✓	✓	✓
Storage factor	✓	✓		
Anisotropy		✓		
Heterogeneity		✓		

스크린은 관측정과 다공매질 사이의 지하수 유동이 일어나는 경계조건으로 간주된다. 즉 slug의 주입으로 관측정 스크린 안팎의 수두구배가 형성되어 지하수유동을 초래하고, 관측정 수위가 변한다. 스크린을 통한 지하수 유동량은 포화 매질내의 지하수 유동과 연계되어 수리적으로 해석되고, 그 정확한 양이 반복기법을 통해 측정되었다. 적용된 지하수 유동은 2차원 부정류이며 유한요소기법으로 수치 모델링 하였다. 모델이 가정한 지하관측정의 도식화된 모습은 Figure 1과 같다. 이 연구의 slug시험 모델은 이하 FEMSLUG라 칭한다. Table 1에 FEMSLUG 모델에 적용된 조건들을 다른 모델들과 비교하여 요약하였다. 부분관통과 비저유계수의 반영, 더 나아가 비등방성을 고려한 수리전도도의 분리 해석도 가능하며, 격자 요소내 수리인자 데이터 조절로 어느정도의 비균질성 묘사도 가능하다.

### 지배방정식과 경계조건

FEMSLUG에 적용된 2차원 부정류의 지배방정식은 다음과 같다.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( K_r r \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) - S_o \frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

여기서  $K_r$ 과  $K_z$ 는 각각 수평방향과 수직방향의 수리전도도

( $L/T$ )이며,  $S_o$ 는 비저유계수( $1/L$ ),  $\Phi$ 는 수두( $L$ )이다. 가정된 초기 조건과 경계 조건은 다음과 같다.

$$\Phi(r, z, t) = w_0 \text{ for all } r \text{ and } z \text{ at } t < 0 \quad (2)$$

$$\Phi(r, z, t) = w_0 + H_0 \text{ for } r = r_w \text{ and } z_1 \leq z \leq z_2 \text{ at } t = 0 \quad (3)$$

$$\Phi(r, z, t) = w_0 \text{ for } r \rightarrow \infty \text{ and } 0 \leq z \leq z_{max} \text{ at all } t \quad (4)$$

$$\Phi(r, z, t) = w(t) \text{ for } r = r_w \text{ and } z_1 \leq z \leq z_2 \text{ at } t > 0 \quad (5)$$

그런데,  $w(t) = w_0 + H(t)$  따라서,  $\Phi(t) = w_0 + H(t)$  (6) 여기서  $w$ 는 관측정 수위( $L$ )이며,  $w_0$ 은 그 초기값이다.  $H_0$ 은 slug 주입량( $L$ )이며,  $H(t)$ 는 초기값  $w_0$ 으로부터의 차(water level displacement)를 나타낸다.  $r_w$ 는 관측정 반경을 표시한다.  $z_2$ 과  $z_1$ 는 스크린의 상하위치를 표시한다 (즉,  $z_2 - z_1$ 이 스크린 길이  $L$ 이다).

관측정 수위변동율은 다음식으로 표시된다.

$$\frac{dw}{dt} = -\frac{Q}{\pi r_c^2} \quad (7)$$

여기서  $Q$ 는 관측정 스크린을 통한 지하수 유동량( $L^3/T$ )을 나타내며, 위의 식의 적분으로 식(5)의 경계조건의  $w(t)$  풀어낼수 있다.

$$\Delta w = \int_{w(t)}^{w(t+\Delta t)} dw = -\int_t^{t+\Delta t} \frac{Q}{\pi r_c^2} dt \quad (\Delta t \ll t) \quad (8)$$

$$w(t) = w_0 + w \quad (9)$$

즉, 관측정수위로 대신되는 스크린 지점의 수두는 스크린상의 유동량에 상관하며, 관측정스크린의 전체크기를 통한 총 유동량은 다음과 같다.

$$Q = \int_{z_1}^{z_2} 2\pi r_w q|_{r=r_w} dz \quad (10)$$

Darcy 법칙을 통해, 지하수유동속도,  $q(L/T)$ 가 다음식으로 결정된다.

$$q|_{r=r_w} = -K_r \frac{\partial \Phi}{\partial r} \Big|_{r=r_w} \quad (11)$$

$$\text{따라서, } Q = -2\pi r_w \int_{z_1}^{z_2} -K_r \frac{\partial \Phi}{\partial r} \Big|_{r=r_w} dz \quad (12)$$

위의 식으로  $Q$ 는 관측정 안팎의 수두구배로 나타낼 수 있다. 종합하면, 수두구배가 지하수 유동량을 결정하고, 유동량에 근거해 수위가 변하면서 관측정의 새수두압이 결정되고, 계속적인 지하수 유동으로 이어진다. 즉  $\Phi(t)$ ,  $w(t)$  그리고  $Q(t)$ 가 연속 방정식을 통해 서로 연관되어 나타난다.

### 반복연산 기법

관측정의 경계조건을 만족하는  $Q(t)$ 와  $w(t)$ 의 해를 동시에 구하기 위해 반복기법의 해법이 적용되었다. 우선 slug 주입후, 그 주입량보다 약간 작은 값의 수두를 초기 경계수두에 더해 줌으로서 임의의 관측정 수두를 추측한다. 그리고 이 값에 근거해 수두구배를 계산하고,  $Q$ 를 결정한다(식 12). 결정된  $Q$  값

으로 관측정 수위를 계산해 낸다 (식 8). 계산되어진 수위를 처음 추측한 관측정 경계수두와 비교한다. 결국 두 값이 일치할 때까지 ( $\Delta\Phi < 0.0001$  cm), 경계수두의 보정으로 반복 계산을 수행한다. 아주 작은 시간간격으로 경계수두와 관측정 지하수유동량이 계산되었으며, 이들이 다공매질 내 수두 경계조건을 만족한다.  $w(t)$ 와  $H(t)$ 의 직접적 연관에 근거해(식 6),  $H(t)/H_0$ 이 관측정 수위회복 함수로 쓰였다.

**유한요소 수치해법**

식(1)의  $\Phi$ 에 대한 해는 Galerkin의 유한요소 근사법을 사용해 구했으며, 중심축 대칭의 삼각요소 기법을 적용하였다 (Narasiman *et al.*, 1978; Huyakorn and Pinder, 1983; Zienkiewicz and Taylor 1991). 유한요소 방정식은 지하수 유동면에서 어느 방향으로든지 공간 수두압구배를 파악해낼 수 있는 Galerkins weighted volume integration을 통해 세웠다 (Pinder and Frinder, 1972). 지배방정식(1)에 weighted residual method를 적용하면 다음과 같다.

$$\iint_{A^e} w_i \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( K_r r \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) + S_0 \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right] 2\pi r dr dz = 0 \quad (13)$$

$i=1, 2, 3, \dots, n$  ( $n$ : 총 격자수)

여기서  $w_i$ : the weighting function for node  $i$

$w_i = N_i$ (basis functions) in the Galerkin method

$$N_i(r, z) = 1/2A_e \times \{ (r_j z_k - r_k z_j) + (z_j - z_k)r + (r_k - r_j)z \} \quad (14)$$

$$N_j(r, z) = 1/2A_e \times \{ (r_k z_i - r_i z_k) + (z_k - z_i)r + (r_i - r_k)z \} \quad (15)$$

$$N_k(r, z) = 1/2A_e \times \{ (r_i z_j - r_j z_i) + (z_i - z_j)r + (r_j - r_i)z \} \quad (16)$$

$$2A_e = (r_j z_j - r_j z_i) + (r_k z_i - r_i z_k) + (r_j z_k - r_k z_j) \quad (17)$$

$$\Phi(r, z) = N_1 \Phi_1 + N_2 \Phi_2 + \dots + N_n \Phi_n \quad (18)$$

입의의 유한요소에 대한 세 방정식은 다음과 같다.

$$\iint_{A^e} N_i \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( K_r r \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) - S_0 \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right] 2\pi r dr dz = 0 \quad (19)$$

$$\iint_{A^e} N_j \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( K_r r \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) - S_0 \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right] 2\pi r dr dz = 0 \quad (20)$$

$$\iint_{A^e} N_k \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( K_r r \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) - S_0 \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right] 2\pi r dr dz = 0 \quad (21)$$

식(19)는 다음과 같이 전개된다.

$$\begin{aligned} & \iint_{A^e} N_i \frac{\partial}{\partial r} \left( K_r 2\pi r \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) dr dz + \iint_{A^e} N_i 2\pi r \frac{\partial}{\partial r} \left( K_r \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) dr dz \\ & + \iint_{A^e} N_i S_0 \pi r \left( \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) dr dz = 0 \end{aligned} \quad (22)$$

Gauss-Green 정리에 의하면

$$\int_A \beta \frac{\partial p_r}{\partial r} dA = \int_C \beta P_r n_r dC - \int_A \frac{\partial \beta}{\partial r} P_r dA \quad (23)$$

$$\int_A \beta \frac{\partial p_z}{\partial r} dA = \int_C \beta P_r n_r dC - \int_A \frac{\partial \beta}{\partial r} P_r dA \quad (24)$$

다음을 가정한다.

$$\beta = N_i, P_r = K_r 2\pi r \frac{\partial \Phi}{\partial r} \quad \text{그리고} \quad \beta = N_i, P_z = 2\pi r \frac{\partial}{\partial r} \left( K_z \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)$$

식(22)는 다음과 같이 전개된다

$$\begin{aligned} & \int_C N_i \left( K_r 2\pi r \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) n_r dC - \int_A \frac{\partial N_i}{\partial r} \left( K_r 2\pi r \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) dA \\ & + \int_C N_i \left( K_z 2\pi r \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) n_z dC - \int_A \frac{\partial N_i}{\partial z} \left( K_z 2\pi r \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) dA \\ & - \int_{A^e} N_i S_0 2\pi r \left[ N_i \frac{\partial \Phi_i}{\partial t} + N_j \frac{\partial \Phi_j}{\partial t} + N_k \frac{\partial \Phi_k}{\partial t} \right] dA = 0 \end{aligned} \quad (25)$$

여기서  $C$ 는 요소의 경계를 나타낸다.

식(25)의 첫째, 셋째 항의 경계적분을 통합하면 다음 식으로 표시된다.

$$\int_C N_i \left( K_r 2\pi r \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) n_r dC - \int_C N_i \left( K_z 2\pi r \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) n_z dC = \int_C N_i q_n dC \quad (26)$$

여기서  $q_n$ 은 요소경계에 수직한 지하수거동 성분을 나타낸다. 식(25)를 다시 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \int_{C^e} N_i q_n dC = \int_{A^e} \frac{\partial N_i}{\partial r} \left( K_r 2\pi r \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) dA + \int_{A^e} \frac{\partial N_i}{\partial z} \left( K_z 2\pi r \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) dA \\ & + \iint_{A^e} N_i S_0 2\pi r \left[ N_i \frac{\partial \Phi_i}{\partial t} + N_j \frac{\partial \Phi_j}{\partial t} + N_k \frac{\partial \Phi_k}{\partial t} \right] dA \end{aligned} \quad (27)$$

다음 관계식을 사용하여, 식(27)의 우변 첫 항을 전개하였다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_i}{\partial r} &= \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{1}{2A^e} [(r_j z_k - r_k z_j) + (z_j - z_k)r + (r_k - r_j)z] \right\} \\ &= \frac{(z_j - z_k)}{2A^e} = \frac{a_r}{2A^e} \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_j}{\partial r} &= \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{1}{2A^e} [(r_k z_i - r_i z_k) + (z_k - z_i)r + (r_i - r_k)z] \right\} \\ &= \frac{(z_j - z_k)}{2A^e} = \frac{b_r}{2A^e} \end{aligned} \quad (29)$$

$$\frac{\partial N_k}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{1}{2A^e} [(r_i z_j - r_j z_i) + (z_i - z_j)r + (r_j - r_i)z] \right\}$$

$$= \frac{(z_i - z_j)}{2A^e} = \frac{c_r}{2A^e} \quad (30)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} = (N_i \Phi_i + N_j \Phi_j + N_k \Phi_k) + \Phi_i \frac{\partial N_i}{\partial r} + \Phi_j \frac{\partial N_j}{\partial r} + \Phi_k \frac{\partial N_k}{\partial r} \quad (31)$$

여기서  $r=r_i N_i + r_j N_j + r_k N_k$

그리고  $N_i, N_j, N_k=f(r, z)$ ,  $A^e$ 는 요소의 면적을 나타낸다.

식(27) 우변 첫 항의 적분 풀이 과정을 아래에 예시하였다.

$$\begin{aligned} & \int_{A^e} \frac{\partial N_i}{\partial r} (K_r 2\pi r \frac{\partial \Phi}{\partial r}) dA \\ &= \int_{A^e} \frac{\partial N_i}{\partial r} K_r 2\pi r \left[ \Phi_i \frac{\partial N_i}{\partial r} + \Phi_j \frac{\partial N_j}{\partial r} + \Phi_k \frac{\partial N_k}{\partial r} \right] dr dz \\ &= \int_{A^e} \frac{\partial N_i}{\partial r} K_r 2\pi r (r_i N_i + r_j N_j + r_k N_k) \left[ \Phi_i \frac{\partial N_i}{\partial r} \right. \\ & \quad \left. + \Phi_j \frac{\partial N_j}{\partial r} + \Phi_k \frac{\partial N_k}{\partial r} \right] dr dz \\ &= \frac{\partial N_i}{\partial r} K_r 2\pi \left[ \Phi_i \frac{\partial N_i}{\partial r} + \Phi_j \frac{\partial N_j}{\partial r} + \Phi_k \frac{\partial N_k}{\partial r} \right] \\ & \quad \int_{A^e} (r_i N_i + r_j N_j + r_k N_k) dr dz \\ &= \frac{\partial N_i}{\partial r} K_r 2\pi \left[ \Phi_i \frac{\partial N_i}{\partial r} + \Phi_j \frac{\partial N_j}{\partial r} + \Phi_k \frac{\partial N_k}{\partial r} \right] \\ & \quad \left( r_i \int_{A^e} N_i dr dz + r_j \int_{A^e} N_j dr dz + r_k \int_{A^e} N_k dr dz \right) \\ &= \frac{\partial N_i}{\partial r} K_r 2\pi \left[ \Phi_i \frac{\partial N_i}{\partial r} + \Phi_j \frac{\partial N_j}{\partial r} + \Phi_k \frac{\partial N_k}{\partial r} \right] \\ & \quad \left( r_i \frac{1}{3} 2A^e + r_j \frac{1}{3} 2A^e + r_k \frac{1}{3} 2A^e \right) \\ &= K_r 2\pi \frac{2A^e}{3} (r_i + r_j + r_k) \frac{\partial N_i}{\partial r} \left[ \Phi_i \frac{\partial N_i}{\partial r} + \Phi_j \frac{\partial N_j}{\partial r} + \Phi_k \frac{\partial N_k}{\partial r} \right] \end{aligned}$$

$$2\pi A^e \frac{(r_i + r_j + r_k)}{3} \begin{pmatrix} K_r \frac{\partial N_i}{\partial r} \frac{\partial N_i}{\partial r} + K_z \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial N_i}{\partial z}, K_r \frac{\partial N_i}{\partial r} \frac{\partial N_j}{\partial r} + K_z \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial N_j}{\partial z}, K_r \frac{\partial N_i}{\partial r} \frac{\partial N_k}{\partial r} + K_z \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial N_k}{\partial z} \\ K_r \frac{\partial N_j}{\partial r} \frac{\partial N_i}{\partial r} + K_z \frac{\partial N_j}{\partial z} \frac{\partial N_i}{\partial z}, K_r \frac{\partial N_j}{\partial r} \frac{\partial N_j}{\partial r} + K_z \frac{\partial N_j}{\partial z} \frac{\partial N_j}{\partial z}, K_r \frac{\partial N_j}{\partial r} \frac{\partial N_k}{\partial r} + K_z \frac{\partial N_j}{\partial z} \frac{\partial N_k}{\partial z} \\ K_r \frac{\partial N_k}{\partial r} \frac{\partial N_i}{\partial r} + K_z \frac{\partial N_k}{\partial z} \frac{\partial N_i}{\partial z}, K_r \frac{\partial N_k}{\partial r} \frac{\partial N_j}{\partial r} + K_z \frac{\partial N_k}{\partial z} \frac{\partial N_j}{\partial z}, K_r \frac{\partial N_k}{\partial r} \frac{\partial N_k}{\partial r} + K_z \frac{\partial N_k}{\partial z} \frac{\partial N_k}{\partial z} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_i \\ \Phi_j \\ \Phi_k \end{bmatrix}$$

$$+ \frac{\pi S_o A^e}{30} \begin{bmatrix} 6r_i + 2r_j + 2r_k & 2r_i + 2r_j + 2r_k & 2r_i + r_j + 2r_k \\ 2r_i + 2r_j + r_k & 2r_i + 6r_j + 2r_k & r_i + 2r_j + 2r_k \\ 2r_i + r_j + 2r_k & r_i + 2r_j + 2r_k & 2r_i + 2r_j + 6r_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi_i}{\partial t} \\ \frac{\partial \Phi_j}{\partial t} \\ \frac{\partial \Phi_k}{\partial t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \int N_i q_n dC \\ c^e \\ \int N_j q_n dC \\ c^e \\ \int N_k q_n dC \\ c^e \end{bmatrix} \quad (33)$$

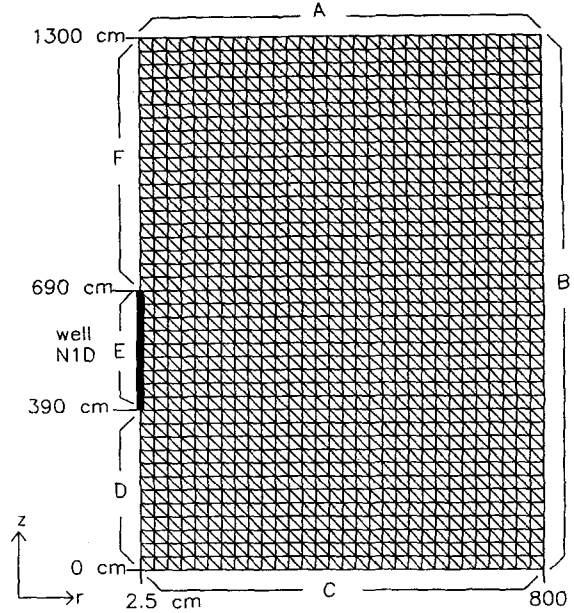


Figure 2. Finite element grid regime for radial and vertical groundwater flow.

$$\begin{aligned} &= 2\pi A^e K_r \frac{(r_i + r_j + r_k)}{3} \frac{\partial N_i}{\partial r} \left[ \Phi_i \frac{\partial N_i}{\partial r} + \Phi_j \frac{\partial N_j}{\partial r} + \Phi_k \frac{\partial N_k}{\partial r} \right] \\ &= 2\pi A^e K_r \frac{(r_i + r_j + r_k)}{3} \left[ \frac{\partial N_i}{\partial r} \frac{\partial N_i}{\partial r} + \frac{\partial N_j}{\partial r} \frac{\partial N_j}{\partial r} + \frac{\partial N_k}{\partial r} \frac{\partial N_k}{\partial r} \right] \begin{bmatrix} \Phi_i \\ \Phi_j \\ \Phi_k \end{bmatrix} \quad (32) \end{aligned}$$

식(27)의 나머지 두 항에 같은 적분방법을 적용하였고, 식(20)과 (21)의 요소방정식에 대하여 식(19)에 적용한 식(22)에서 (32)의 풀이과정을 되풀이하였다.

Gauss-Green theorem을 사용하여 지배방정식을 풀어냈으며, 결국  $\Phi$ 의 해를 구하기 위해 유한요소 방정식의 적분에 적용된 원리는 질량보존의 법칙이다. 임의의 유한요소에 대한 행렬 형태의 요소방정식이 식(33)과 (34)에 정리되었다. 시간함수의 고려(fully implicit method)와 행렬 전개과정은 Seo (1999)의 부록에 상세히 기술되어있다.

$$\pi \frac{(r_i + r_j + r_k)}{6A^e} \begin{bmatrix} K_r a_r^2 + K_z a_z^2, & K_r a_r b_r + K_z a_z b_z, & K_r a_r c_r + K_z a_z c_z \\ K_r a_r b_r + K_z a_z b_z, & K_r b_r^2 + K_z b_z^2, & K_r b_r c_r + K_z b_z c_z \\ K_r c_r a_r + K_z c_z a_z, & K_r c_r b_r + K_z c_z b_z, & K_r c_r^2 + K_z c_z^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_i \\ \Phi_j \\ \Phi_k \end{bmatrix} + \frac{\pi S_0 A^e}{30} \begin{bmatrix} 6r_i + 2r_j + 2r_k, & 2r_i + 2r_j + 2r_k, & 2r_i + r_j + 2r_k \\ 2r_i + 2r_j + r_k, & 2r_i + 6r_j + 2r_k, & r_i + 2r_j + 2r_k \\ 2r_i + r_j + 2r_k, & r_i + 2r_j + 2r_k, & 2r_i + 2r_j + 6r_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi_i}{\partial t} \\ \frac{\partial \Phi_j}{\partial t} \\ \frac{\partial \Phi_k}{\partial t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \int N_i q_n dC \\ c^e \\ \int N_i q_n dC \\ c^e \\ \int N_i q_n dC \\ c^e \end{bmatrix} \quad (34)$$

여기서  $a_r = z_j - z_k, a_z = r_k - r_j, b_r = z_k - z_j, b_z = r_i - r_k, c_r = z_i - z_j, c_z = r_j - r_i$

한 예로, 적용된 격자 크기는 800 cm×1300 cm이며, 총 격자(node)수와 요소(element)수는 각각 1200와 2262이다 (Figure 2). Figure 2의 A는 고정수두의 자유지하수면을, E는 관측정 수위변동을 지닌 스크린경계조건을 각각 나타낸다. D와 F에서는 zero-flux 경계조건을 적용하였고, B와 C는 고정수두 경계조건을 적용하였다. B와 C의 고정수두 경계조건이 slug시험 중인 관측정 수위 회복에 영향을 미치지 않는다는 기준에 맞는 충분한 격자망 크기를 적용하였다.

### 결과 및 토론

#### FEMSLUG 모델의 정확성과 장점

FEMSLUG 모델의 수치적 정확도가 Cooper et al. (1967)의 해에 대하여 검증되었다 (Figure 3). FEMSLUG와 Cooper et al.의 모델의 공통점은 정확한 유한 반경의 관측정의 포함이다. 다른 모델들(Bouwer and Rice와 Hvorslev)에서는 관측정이 line source로 가정되고, 스크린상의 유동량에 대한 근사치를 구함으로써 관측정 수위변동만을 풀어 내었다. 그리고 이들

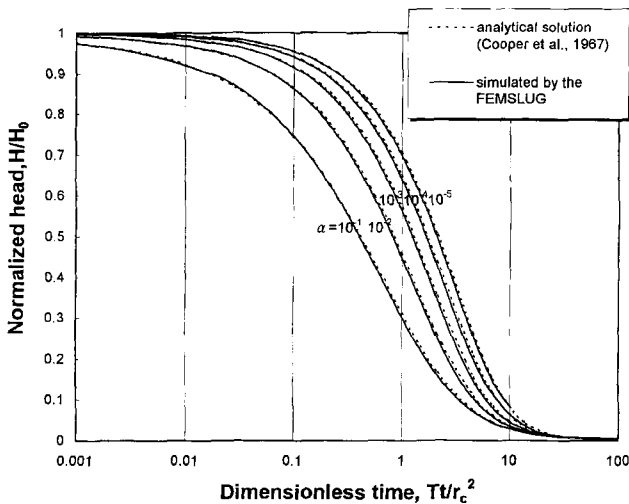


Figure 3. Verification of the FEMSLUG model against the Cooper et al. (1967) solution.

은 다공매질내의 비저유계수를 무시한다(Chirlin, 1989; Demir and Narasimhan, 1994). FEMSLUG 모델은 관측정 자체 뿐만 아니라, 주변 다공매질 내의 지하수 거동 묘사가 가능하다(e.g. Karasaki et al., 1987). Figure 3의 관측정 수위회복에 상응하는, 다공매질 내에서 관측된 slug시험의 시뮬레이션 결과가 Figure 4에 나타나있다. 관측정으로부터 각기 다른 세점에서의 수두압 변동을 예측하였다. 수두압 변동은 거리가 멀수록, 비저유계수가 커질수록 작아진다. 역으로 작은 비저유계수가 큰 수두압확산을 초래하므로, 주어진 slug주입에 의한 수두압변동이 더 멀리, 더 크게 전파된다. Figure 4의 세 경우를 비교해, slug시험에 의한 다공매질 시험 범위가 비저유계수에 의해 영

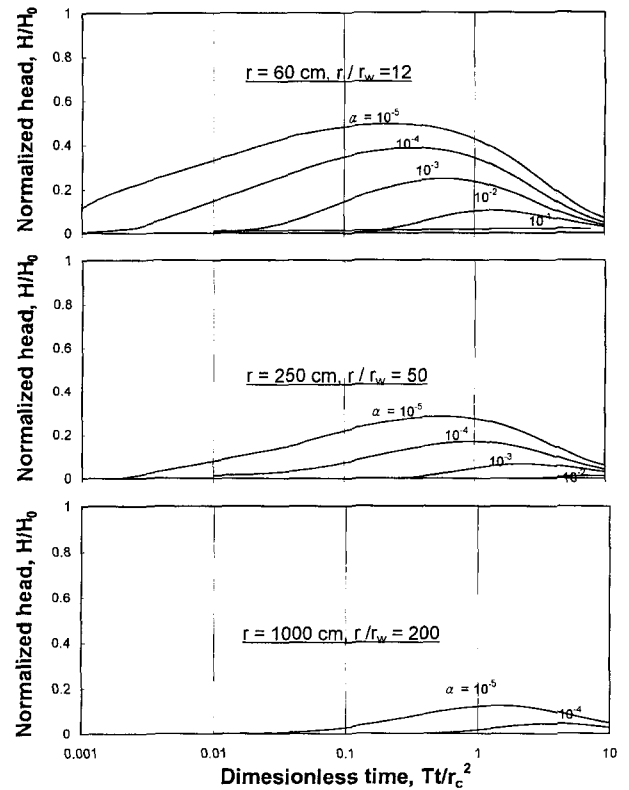


Figure 4. Head transient for a radial flow in the interfered region during slug tests.

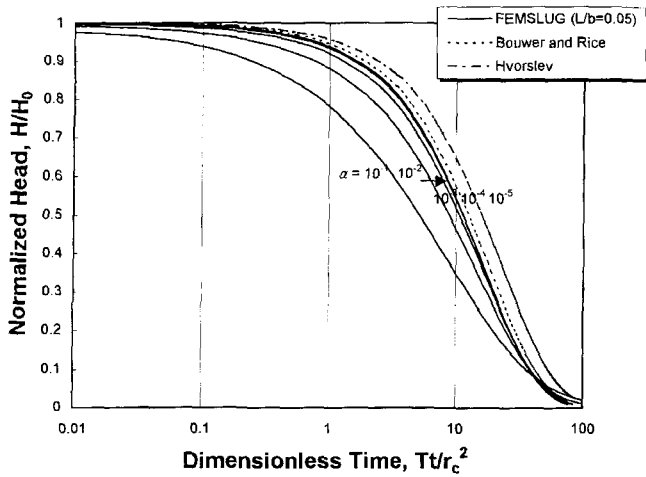


Figure 5. Type curves for slug tests in a partially penetrated well by the FEMSLUG model.

Table 2. Example setting for FEMSLUG type curve generation.

Radius of well casing, $r_c$	2.54 cm
Radius of borehole, $r_w$	5 cm
Saturated thickness, $b$	10 m
Screen length, $L$	0.5 m
Depth of well below water table, $D$	5.25 m
Aspect ratio ( $L/r_w$ )	10
Penetration ratio ( $b/L$ )	20

향받는 다는 것을 알 수 있다.  $\alpha$ (dimensionless storage factor,  $S \times r_c^2/r_w^2$ )가 작을 수록 다공매질의 체적 반영량이 커진다. 예를 들면,  $\alpha=10^{-5}$ 일때, 관측점 10 m 밖에서도 주입된 slug의 10%에 반응하는 수두변동이 감지된다.

### 표준곡선의 비교 분석

부분관통에 의한 지하수 수직유동의 영향을 고려하려면, 수평유동을 가정한 Cooper *et al.* (1967) 모델로는 충분치 못하다. 부분관통을 고려한 FEMSLUG의 수평-수직 유동에 대한 표준곡선이 Figure 5에 나타나있다. 이 표준곡선 구성에 사용된 시뮬레이션 인자 값들이 Table 2에 수록되었다. 표준곡선은  $\alpha < 10^{-3}$  인 경우 비저유계수에 대해 차별되지 않으며, 오랜 시간 경과 후엔 큰 값의 곡선에 의해 교차된 모습이 나타난다. 이는 큰  $\alpha$  값의 매질에서는 지하수 거동이 수평유동의 성향이 지배적인 반면, 작은  $\alpha$  값에서는 수직유동의 영향이 더 드러난다는 것이다. 또 지하수의 수직유동이 관측점 수위 회복에 영향을 미치면, 관측점 수위 변동은 비저유계수에 덜 민감해진다. 비저유계수를 무시한 Bouwer and Rice (1976)와 Hvorslev (1951)의 방법에 따른 표준곡선은 FEMSLUG값의 최외각에 자리잡고 있다 (Figure 5의 점선). 즉 이들 모델에 의한 slug시험 시뮬레이션에서는, 주어진 수리전도도하의 관측점 회복이 FEMSLUG보다 더 오래 걸린다는 것이다. 표준곡선 모양에서 보듯, 비저유계수에 의한 곡률의 차이는 수평 또는 수평-수직 유동에서 모두 크지 않으며 (Figures 3 and 5), 이것이 slug시험 결과로 비저유계수 예측이 어려운 이유이다. Slug시험 결과에

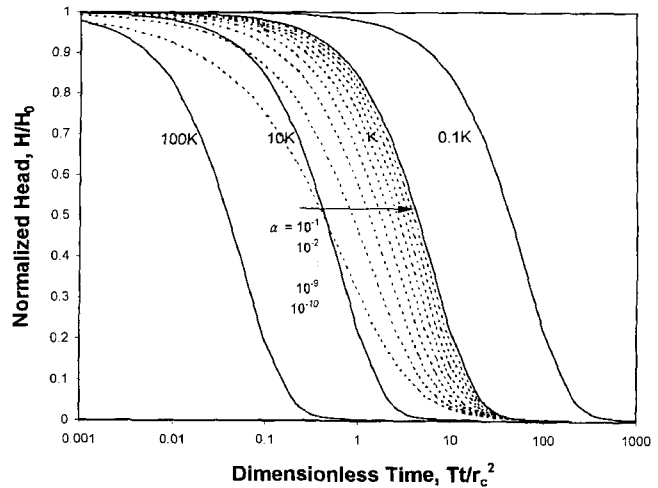


Figure 6. Extended Cooper *et al.* series with hydraulic conductivity lines.

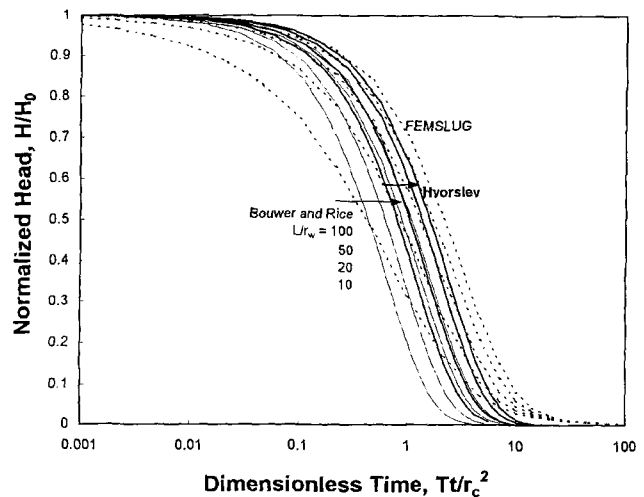


Figure 7. Comparison of type curves for a radial flow in slug tests.

대한 수리전도도와 비저유계수의 영향을 동시에 도식화하기 위하여, 연장된 된 Cooper *et al.* 연속해에 (Papadopoulos *et al.*, 1973) 수리전도도 선을 추가하였다 (Figure 6). 10개의 다른 비저유계수에 대한 표준곡선들이 한 단위 정도의 수리전도도 차이에 상응한다. 관측점이 전체관통일 경우, 네 모델의 type curves를 비교하였다 (Figure 7). Bouwer and Rice와 Hvorslev 방법은 스크린 길이에도 영향을 받으며, aspect ratio가  $5 \leq L/r_w \leq 300$  인 경우 그들의 표준곡선이 Cooper *et al.* (1967)의 연속해 내에 포함된다.

### 계수예측의 편차 수량화

적용된 분석 방법에 따른 수리전도도 예측의 편차를 수량화하기 위하여, Bouwer and Rice (1976) 모델을 기준방법으로, Figures 3(수평유동)와 5(수평-수직 유동)의 표준곡선을 분석하고 수리전도도를 측정하였다. 사용된 전산 프로그램은 BRSLUG2 (Jones, 1994)이다. 우선 수평-수직 유동의 경우 (Figure 8 (a)), 각 방법을 통한 예측값 편차는 작은 비저유계수하에서는 미미하고,

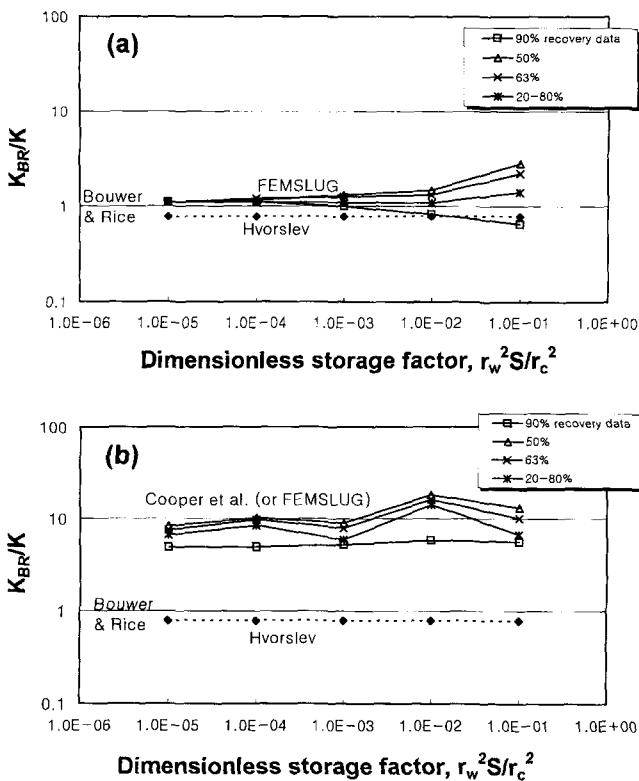


Figure 8. Comparison between estimates of hydraulic conductivity by four models for (a) a radial-vertical flow and (b) a radial flow.

$\alpha$ 가  $10^{-2}$  이상에서는 조금씩 커지나, 전체적으로 수리전도도 값의 한 단위차를 넘지는 못한다. 수평유동의 경우 각 방법에 따른 편차는 수평-수직 유동의 경우보다 커진다(Figure 8(b)). Hvorslev 방법과 FEMSLUG 모델에 의한 예측 편차는 한 단위정도이다. 즉 주어진 관측정 회복데이터 분석시 Hvorslev 방법과 Bouwer and Rice 방법에서는 약간 과대평가되는 경향을 보인다. Figure 8에서와 같이, 근본적으로 Bouwer and Rice 방법으로는 Hvorslev 방법보다 수리전도도 예측이 0.78의 비율로 과소평가된다. 실제 slug시험의 관측정 수위 변동은(log scale에서  $H_0$ 에 normalized 된  $H(t)$ ) 직선으로 나타나는 경우가 드물기 때문에, Bouwer and Rice 나 Hvorslev의 형태 곡선에 맞추어 수리전도도를 최적화 하기가 어렵다. 또 경우에 따라서는 시간 제약 때문에 초기 수위 회복 데이터만 관측하고, 관측정 주위의 sand-pack 효과를 지우기 위해 초기 데이터를 무시한다 (Bouwer, 1989). 이러한 경우 주어진 환경을 반영하는 분석자의 선택에 따라 원래 데이터가 손실된 후 분석 방법이 적용되는 것이다. 주어진 데이터 구간의 선택으로 생기는 수리전도도 예측 편차들을 FEMSLUG 표준곡선 분석으로 수량화하였다(Figure 8의 FEMSLUG). 데이터 선택에 의한 편차는 수평-수직 유동의 경우 높은 비저유계수에서 의미가 있을 뿐이며, 수평유동의 경우는 약간의 편차가 비저유계수와 상관 없이 크게 나타난다.

### 결 언

이 연구의 FEM slug시험 모델은 지하수유동의 통례적 지배

방정식을 채택하고, 정확한 관측정의 묘사를 경계조건에 포함시켰다. FEMSLUG 모델은 다른 모델에 비해 관측정과 수리지질 조건들이 세밀히 고려되어 보다 상세한 관측정 회복합수 예측이 가능하다. 부분관통에 의한 수평-수직 유동의 묘사가 가능하며, 비저유계수의 영향이 고려되었다. 관측정에서 떨어진 다공매질 내의 수두압 변동을 모니터링한 결과 비저유계수에 대한 민감도가 관측정 회복합수에서 보다 두드러진다. 이는 slug 시험에서도 고감도의 수두압측정기를 사용하여 주변 다공매질 내 수두압을 측정하여 비저유계수 예측이 가능함을 시사한다. 지하수 거동상 부분관통에 의한 수직적 요소가 커질수록 비저유계수의 영향은 감소하여, 다른 분석방법(Cooper *et al.*, Hvorslev, and Bouwer and Rice methods)과의 수리전도도 예측 편차는 거의 무시할 만하다. 수평유동의 경우는 분석방법 간의 편차와 분석 데이터 구간에 따른 편차도 약간 심화되었다. 결론적으로, 분석 방법상의 수리전도도 예측 편차는 관측정이 전체관통일 경우, 큰 비저유계수에서 크게 나타난다. 즉 적은 비저유계수의 다공매질 내에 부분 관통된 관측정의 slug 시험 결과에 대해서는, 적용된 네 모델로부터 거의 일치된 수리전도도 측정값을 얻을 수 있다.

Slug시험의 분석방법에 따라 자연히 측정 오차가 발생하며, 이는 각 모델에 전제된 가정에 주로 기인한다. 시험된 다공매질과 관정의 조건이 전제된 가정을 충족하는지 판단하고 분석방법을 적용해야, 수리지계수 예측시 slug시험의 유용성을 높일 수 있다.

### 참고문헌

Belitz, K., Dripps, W., and Fairchild, J. E., 1995, Slug tests in elastic, unconfined aquifers: Incorporating the free surface, *Water Resources Research*, 31(12), p. 3329-3336.

Bouwer, H. and Rice, R. C., 1976, A slug tests for determining hydraulic conductivity of unconfined aquifers with completely or partially penetrating wells, *Water Resource Research*, 12(3), p. 423-428.

Bouwer, H., 1989, The Bouwer and Rice slug test-An update, *Ground Water*, 27(3), p. 304-309.

Butler, J. J., McElwee, Jr. C. D. and Hyder Z., 1990, Slug tests in unconfined aquifers, *Water Resource Research*, 26(2), p. 291-306.

Chirlin, G. R., 1989, A critique of Hvorslev method for slug test analysis: The fully penetrating well, *Ground Water Monitoring Review*, 9(2), p. 130-138.

Cooper, H. H., Bredehoeft, J. D. and Papadopoulos, I. S., 1967, Response of a finite-diameter well to an instantaneous charge of water, *Water Resource Research*, 3(1), p. 263-269.

Dagan, G., 1978, A note on packer, slug, and recovery tests in unconfined aquifers, *Water Resource Research*, 14(5), p. 929-934.

Demir, Z. and Narasimhan, T. N., 1994, Towards an improved interpretation of Hvorslev tests, *Journal of Hydraulic Engineering*, 120(4), p. 477-494.

Freeze, R. A. and Cherry, J. A., 1979, *Groundwater*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ. 604 p.

Huyakorn, P. S. and Pinder, G. F., 1983, *Computational methods in surface flow*, Academic Press, New York. 473 p.

- Hvorslev, M. J., 1951, Time lag and soil permeability in groundwater observations, U.S. Army Corps of Engineers, Waterways Experiment Station, Bull. 36, 50 p.
- Jones, L. C., 1994, BRSLUG2, Iowa State University, Ames, Iowa.
- Narasiman, T. N., Neuman, S. P. and Witherspoon P. A., 1978, Finite element method for subsurface hydrology using a mixed explicit-implicit scheme, *Water Resource Research*, 14(5), p. 863-877.
- Neuman, S. P. and Witherspoon, P. A., 1971, Analysis of non-steady flow with a free surface using the finite element method, *Water Resources Research*, 7(3), p. 611-623.
- Nguyen, V. and Pinder, G. F., 1984, Direct calculation of aquifer parameters in slug test analysis, In *Groundwater hydraulics*, ed. J. Røsenstein and G. D. Bennett. AGU Water Resour. Monogr. no. 9, p. 222-239. Washington, D. C. American Geophysical union.
- Peres, A. M., Onur, M. M. and Reynolds, A. C., 1989, A new analysis procedure for determining aquifer properties from slug test data, *Water Resource Research*, 25(7), p. 1591-1602.
- Pinder, G. F. and Frinder, E. O., 1972, Application of Galerkins procedure to aquifer analysis, *Water Resource Research*, 8(1), p. 108-120.
- Ramey, H. J., Agarwal, Jr. R. G. and Martin, I., 1975, Analysis of slug tests or DST flow period data, *Journal of Can. Pet. Technol.*, 14, p. 37-47.
- Sageev, A., 1986, Slug tests analysis, *Water Resource Research*, 22(8), p. 1323-1335.
- Seo, H. H., 1999, Modeling the response of groundwater levels in wells to changes in barometric pressure, Ph. D. Dissertation, Iowa State University, Ames, Iowa.
- Todd, D. K., 1959, *Ground Water Hydrology*, John Wiley & Sons, New York, 579 p.
- Walton, W. C., 1970, *Groundwater Resource Evaluation*, McGraw-Hill, New York.
- Zienkiewicz, O. C. and Taylor, R. L., 1991, *The finite element method (4th edition)*, McGraw-Hill, New York, 1, 648 p.