

---

# 곡면을 가진 물체의 모델링을 위한 새로운 CPFDTD 알고리즘

이 민 수\*, 박 영 태\*

## A Novel Contour Path Finite Difference Time Domain (CPFDTD) Algorithm for Modeling Objects with Curved Surfaces

Min-Soo Lee, Young-Tae Park

### 요 약

이 논문에서는 완만한 곡면을 모델링하기 위한 새로운 CPFDTD 알고리즘을 제안한다. 이 구조에서는 기존의 근접 전개 대역 근사법을 피하기 위하여, 변형된 격자상의 전개 성분을 확장 격자 전개, 무변형 격자 전개, 그리고 준-사용 전개로 세분한다. 기존의 몇몇 방법들과 개선된 방법을 E-면 혼 안테나의 해석에 적용하여 각각의 방법으로 계산된 원거리 필드 패턴을 측정치와 비교함으로써, 개선된 CPFDTD법의 정확도를 검증한다.

### Abstract

A novel CPFDTD algorithm for modeling the smooth curved surfaces is presented. This scheme subdivides electric fields on the distorted grid into the extended contour field, the non-distorted field, and the quasi-available field to avoid the collinear borrowing approximation. Several preceding methods are applied to the E-plane sectoral horn antenna to get far-field patterns. The accuracy of the presented method is demonstrated by comparison with measured values.

---

\* 대전대학교 전자통신공학부

접수일자 : 2000. 11. 27.

## I. 서 론

완만한 곡면을 갖는 물체에 대해 기존 FDTD법을 적용함에 있어서 가장 문제가 되는 점은 실제 해석하고자 하는 물체의 곡면을 계단형(staircase)으로 근사한다는 것이다. 곡면을 이와 같이 근사 처리함으로써, 계산 결과에 오차가 생김은 물론, 격자(공간 스텝)를 아무리 세밀하게 하여도 정확한 해로 수렴하지 않을 수 있다. 비록, 낮은-Q 도체 캐비티(cavity)에서의 전자파 투과나 산란 모델링에서는 심각한 문제점이 발생되지 않으나, 30~80정도의 Q 인자를 갖는 곡면 벽과 어퍼쳐의 해석에서는 그 구조의 공진주파수를 1~2% 이동시킨다. 또한, 표면 거칠기도, 정확한 곡면 마들링, 그리고 표면 재질 모델링이 RCS(radar cross section)를 결정하는데 중요한 요소가 되는 복잡한 형태의 산란체를 해석할 경우에도 많은 오차가 생긴다.[1]

정확한 곡면 모델링을 위해 많은 기법들이 제안되었다. 그 중에서 국부 적합 격자 기법은 물체 표면상의 격자들만 물체의 곡면에 맞게 하고, 나머지 모든 공간 격자에 대해서는 직사각 격자를 그대로 사용하는 기법이다. 이 방법중의 하나가 궤적 경로 유한 차분 시간 영역법(Contour Path Finite Difference Time Domain Method : CPFDTD)이다[1,2]. 이는 기존의 일반적인 유한 차분 시간 영역법(Finite Difference Time Domain Method : FDTD)이 맥스웰 방정식의 미분형에 기초하는 것과는 달리 적분형을 유한 차분화한 방식으로 기존 계단형 근사 FDTD법의 일반화된 방식이다.

다른 표면 적합(conformal) 방식에 비해 CPFDTD법은 계산영역의 대부분은 간결하고 효율적인 직사각 격자를 사용하고, 경계면 근처에서만 곡면에 맞게 격자를 변형시키므로써, 기존 FDTD법에서 사용되는 소스 모델링(source modeling), 흡수 경계 조건(absorbing boundary condition), 근거리-원거리 필드 변환(near field to far field transform)을 그대로 사용할 수 있다. 그러나, 일반적인 CPFDTD법은 매우 복잡한 물체의 해석에 효율적임에도 불구하고, 비논리적이고, 비상호적인 근접 전계 대역(collinear borrow) 근사법으로 인한 수치 불안정성 때문에 사용상 제약이 따른다[3]. 또한, 이웃 격자에 의해 대

여되는 전계와 이 전계값을 대역하는 자계에 대한 갱신 식의 공간 차분 방식은 에너지 보존 법칙과 부합되지 않는다[4].

이러한 문제를 해결하기 위해 CPFDTD법을 약간 변형한 Railton법[4]이 발표되었고, 최근 Dey법이 발표되었다[5]. 전자는 CPFDTD법의 근접 전계 대역 근사법을 그대로 유지하면서, 대역되는 전계에 대한 갱신 식을 변형시키는 방법이고, 후자는 격자가 비어있든, 도체로 부분적으로 채워 있든 상관없이 자계를 직각셀의 중앙에 위치시키고 CP엘거리즘을 적용하는 방법이다.

Railton법은 근접 전계 대역 근사법을 그대로 사용하므로, 불안정성의 여지가 남아있는 단점이 있고, Dey법은 갱신 식 유도가 복잡하고, 격자 모델링이 비물리적이고 비논리적인 단점이 있다. 이 논문에서는 이러한 단점들을 보완하고, 좀 더 효율적이고 정확한 모델링을 위한 새로운 CPFDTD법을 제시한다. CPFDTD법에서 문제가 되는 근접 전계 대역 근사를 필요로 하지 않고, 격자 모델링이 물리적, 논리적으로도 타당한 엘거리즘이다.

계단형 FDTD법과 일반적인 CPFDTD법, Railton법, Dey법 그리고 새로운 CPFDTD법을 E-면 혼 안테나의 해석에 적용시켜 각각의 원거리 필드 패턴을 계산하고, 측정치와 비교하여 새로운 CPFDTD법의 효율성과 정확도를 검증한다. 측정치와의 비교를 위해, 이 해석에 이용된 곡면이 아닌 경사형 직선구조를 가진 E-면 혼 안테나에 각 방법을 적용하였다.

## II. 새로운 CPFDTD 엘거리즘

이 논문에서는 지금까지 발표된 Railton법, Dey법과 더불어 CPFDTD법의 근접 전계 대역 근사법의 불안정성을 보완하기 위한 방법으로 변형된 Railton법을 응용한 또 하나의 방식을 제시한다. 일반적인 CPFDTD법에서 문제가 되는 근접 전계 대역 근사를 필요로 하지 않으므로 수치적으로 안정하고, 물리적, 논리적으로 매우 타당한 엘거리즘이다.

새로운 CPFDTD법은 이웃 전계값을 대역하는 전계값에 대해 특별한 엘거리즘을 적용한다. 그림 1에서  $E_x(1.5, 2)$  값은 갱신에 필요한  $H_z$  값 중 하

나가 도체 안에 존재하여 수치적으로 사용 불가능하므로,  $H_z(1.5, 2.5)$  값의 갱신을 위해 근접 전계 대역 근사법이 필요하다. 그러나, 새로운 앨거리즘은  $E_x(1.5, 2)$  값이 자유 공간 영역에 포함되므로 사용할 수 있는 것으로 가정한다. 그러므로, 근접 전계 대역을 피하기 위해서,  $H_z(1.5, 2.5)$  값을 갱신할 때,  $E_x(1.5, 2)$  값을 그대로 갱신 식에 사용한다. 여기서,  $E_x(1.5, 2)$  값을 사용불가와 사용가능의 중간 단계로 준-사용 전계값으로 정의하며,  $E_{xQUAS}(1.5, 2)$  로 표기한다. 그림 1에서 별표가 준-사용 전계값을 표시한다.

$E_{xQUAS}(1.5, 2)$  값의 설정을 위해, 확장된 격자의 길이 150상의 전체  $E_x(E_{xALL})$  값으로 간주한다. 그러므로,  $E_{xQUAS}(1.5, 2)$  값은  $E_{xALL}(0.5, 2)$  의 50/150 만큼의 값을 갖게 된다.

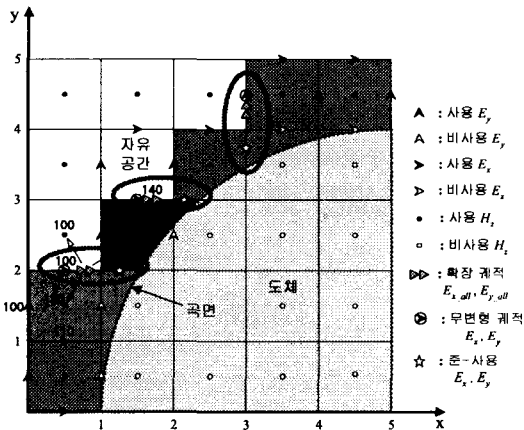


그림 1. 곡면에 대한 개선된 CPFDTD법의 적용 예  
Fig. 1. The novel CPFDTD method applied to the curved surface

그림 1에서 이중-화살표로 표시된 전계값 ( $E_{xALL}$ ) (0.5, 2) 이 격자 길이 150상의 총 전계를 표시하며, 이 값은  $H_z(0.5, 1.5)$  값을 갱신할 때,  $E_x(0.5, 2)$  값 대신 쓰이게 된다. 그렇지만,  $H_z(0.5, 2.5)$  값을 갱신할 때는 무변형 격자의  $E_{xNEW}(0.5, 2)$  값을 그대로 사용하고,  $E_{xNEW}(0.5, 2)$  값은  $E_{xALL}(0.5, 2)$  의 100/150

만큼의 값을 갖게 된다.

새로운 CPFDTD법에서는 그림 1에서 타원으로 표시된 부분의 전계값 설정(확장 격자 전계값, 무변형 격자 전계값, 준-사용 전계값)이 중요하게 된다.  $H_z(1.5, 2.5)$ ,  $H_z(0.5, 1.5)$ ,  $H_z(0.5, 2.5)$ , 확장 격자 전계값 ( $E_{xALL}(0.5, 2)$ ), 무변형 격자 전계값 ( $E_{xNEW}(0.5, 2)$ ), 그리고 준-사용 전계값 ( $E_{xQUAS}(1.5, 2)$ )의 갱신 식은 다음과 같다.

$$H_z^{n+1}(1.5, 2.5) = H_z^n(1.5, 2.5) + \frac{\delta t}{\mu \delta} \left( \frac{100}{90} E_y^{n+\frac{1}{2}}(1.2, 5) + \frac{140}{90} E_{xALL}^{n+\frac{1}{2}}(1.5, 3) - \frac{50}{90} E_{xQUAS}^{n+\frac{1}{2}}(1.5, 2) \right) \dots \dots \dots (1)$$

$$H_z^{n+1}(0.5, 1.5) = H_z^n(0.5, 1.5) + \frac{\delta t}{\mu \delta} \left( \frac{100}{130} E_y^{n+\frac{1}{2}}(0, 1.5) + \frac{150}{130} E_{xALL}^{n+\frac{1}{2}}(0.5, 2) - \frac{110}{130} E_x^{n+\frac{1}{2}}(0.5, 1) \right) \dots \dots \dots (2)$$

$$H_z^{n+1}(0.5, 2.5) = H_z^n(0.5, 2.5) + \frac{\delta t}{\mu \delta} \left( E_y^{n+\frac{1}{2}}(0, 2.5) - E_x^{n+\frac{1}{2}}(1, 2.5) + E_x^{n+\frac{1}{2}}(0.5, 3) - E_{xNEW}^{n+\frac{1}{2}}(0.5, 2) \right) \dots \dots \dots (3)$$

$$E_{xALL}^{n+\frac{1}{2}}(0.5, 2) = E_{xALL}^{n-\frac{1}{2}}(0.5, 2) + \frac{\delta t}{\epsilon \delta} \left( \frac{100}{150} H_z^n(0.5, 2.5) + \frac{50}{150} H_z^n(1.5, 2.5) - H_z^n(0.5, 1.5) \right) \dots \dots \dots (4)$$

$$E_{xNEW}^{n+\frac{1}{2}}(0.5, 2) = \frac{100}{150} E_{xALL}^{n+\frac{1}{2}}(0.5, 2) \dots \dots \dots (5)$$

$$E_{xQUAS}^{n+\frac{1}{2}}(1.5, 2) = \frac{50}{150} E_{xALL}^{n+\frac{1}{2}}(0.5, 2) \dots \dots \dots (6)$$

여기서  $\delta t$ 는 시간 스텝이고  $\delta$ 는 공간 스텝이다.

### III. 수치해석 결과 및 고찰

계단형 근사 FDTD법, 일반적인 CPFDTD법, Railton 법, Dey법, 그리고 새로운 CPFDTD법을 E-면 혼 안테나의 해석에 적용하여 각각의 방법으로 계산된 원거리 필드 패턴을 실측치와 비교, 분석한다. 분석에 쓰인 E-면 혼 안테나는 그림 2와 같으며, 사양은 다음

과 같다.

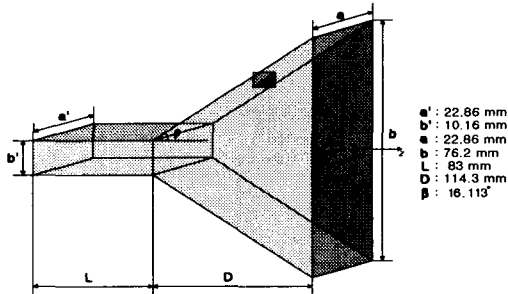


그림 2. 씨물레이션에 적용한 E-면 혼 안테나  
Fig. 2. The E-plane sectoral horn antenna applied to the simulation

직각 WR-90 도파관(0.9 inch×0.4 inch)에 의하여 급전되고, 주파수 대역은 X-밴드(8.2GHz~12.4GHz)이며, 중심 주파수는 10GHz( $\lambda = 30\text{mm}$ )이다. FDTD 모델링을 위한 공간 스텝은  $\delta x = \delta y = \delta z = 1.27\text{mm}$ 인 정육면체 Yee 셀[6]을 사용하며, 이 값은 중간주파수 10GHz 파장의 1/23.6이다.

수치 안정화를 위한 시간 스텝  $\delta t$ 의 값은  $2.444 \times 10^{-12}$ 을 사용한다. 그러나, Dey법의 수치 안정화를 위한 시간 스텝값은 이 값의 60%의 값을 사용한다. 전체 계산 영역의 셀 수는  $90 \times 55 \times 195$ 이며, 혼 안테나 구조의 대칭성으로  $y=0$ (xz-평면)에 PMC(perfect - magnetic conductor)를 사용해서 계산 영역을 반으로 줄인다.

혼 안테나의 도체 두께는 2.325mm이며, 편의상 1개의 셀로 구현한다. 사용된 흡수 경계 조건은 8층의 완전 정합층(Perfectly Matched Layer : PML)[7]이며, 안테나와 PML간의 간격은 어퍼쳐 정면(17셀)만 제외하고, 6개의 셀을 유지한다.

안테나의 급전은  $Z_0 = 50\Omega$ 인 동축선을 사용하며, 중앙 도체(프로우브)의 반경  $a_{probe} = 0.2\text{mm}$ 이고, 길이  $h_{probe} = 6.35\text{mm}$ 이다. 도파관 뒷면으로부터  $l_{probe} = 5.08\text{mm}$  이격시킨다. 이 이격거리는 도파관 뒷면으로부터의 반사파를 최소화하는 수치 결과이다.

포스 모델링은 개선된 단순 급전 모델[8]을 사용하며, 인가 전압  $V_{inc}(t)$ 는 다음과 같이 미분된 가

우시안 펄스를 사용한다.

$$V_{inc}(t) = -V_0 \left( \frac{t}{\tau_p} \right) \exp \left\{ -\left[ \left( \frac{t}{\tau_p} - 1 \right)^2 \right] / 2 \right\} \dots\dots\dots (7)$$

여기서,  $V_0 = 1\text{V}$ ,  $\tau_p = 1.59 \times 10^{-11}$  이다.

중간 주파수 10GHz에서 원거리 필드 패턴을 계산하기 위해, 주파수 영역 근거리-원거리 필드 변환 앨거리즘[9]을 사용한다.

그림 3은 이 해석에 사용한 셀 모델링을 보여준다.

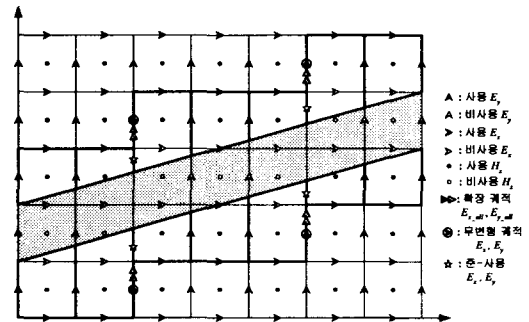


그림 3. 개선된 CPFDTD법에 의한 E-면 혼 안테나의 셀 모델링

Fig. 3. The cell modeling for the E-plane sectoral horn antenna using the novel CPFDTD

그림 4는 계단형 근사 FDTD법과 일반적인 CPFDTD법으로 구한 원거리 필드 패턴 ( $\phi = 90^\circ$ ,  $-180^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ )과 측정치를 나타낸다. 계단형 근사 FDTD법은 측정치에 비해, 주엽 패턴에서는 3dB 낮은 수치를 보였고, 부엽 패턴에서는 대략 2dB 높은 수치를 보인다. 일반적인 CPFDTD법은 전체적으로는 측정치와 잘 부합되지만, 주엽패턴에서는 0.7dB의 오차를 보였으며, 130~150도 사이의 부엽 패턴에서는 측정치에 비해 2dB의 오차가 생긴다. 계산에 쓰인 공간 스텝값이 안테나 해석에는 상대적으로 큰 값( $\lambda/20$ )이므로 계단형 근사 FDTD법에서 많은 오차가 발생한 반면, 같은 공간 스텝값의 사용에도 불구하고, 일반적인 CPFDTD법은 측정치와 비교적 잘 부합되었다.

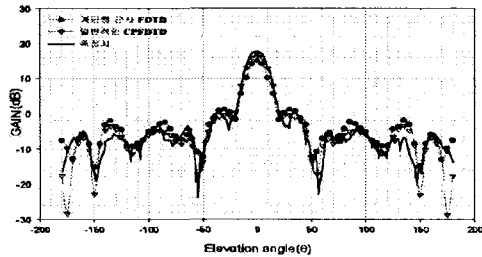


그림 4. 계단형 근사 FDTD법과 일반적인 CPFDTD 법에 의한 원거리 필드 패턴

Fig. 4. Far-field patterns calculated using the staircase FDTD and the standard CPFDTD

그림 5는 Railton법[4], Dey법[5], 그리고 새로운 CPFDTD법을 이용하여 구한 원거리 필드 패턴을 ( $\phi=90^\circ$ ,  $-180^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ ) 나타낸다. 그림 4의 일반적인 CPFDTD법 보다는 세 가지 면에서 오차가 적다. Railton법은 Dey법과 새로운 CPFDTD법에 비해 50도와 180도 부근의 부엽 패턴에서 상대적으로 오차가 크다. 주엽 패턴에서는 새로운 CPFDTD법이 측정치와 0.01dB의 오차를 보인 반면, 부엽 패턴에서는 Dey법이 대략 0.03dB의 오차를 보인다. 전체적으로는 Railton법, Dey법, 그리고 새로운 CPFDTD법 모두 측정치와 잘 부합된다.

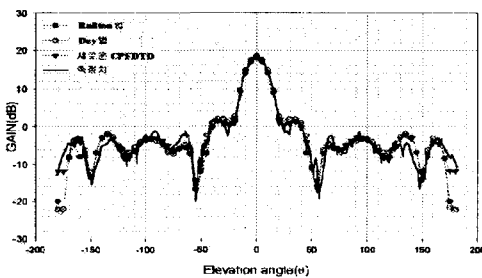


그림 5. 여러가지 개선된 CPFDTD법에 의한 원거리 필드 패턴

Fig. 5. Far-field patterns calculated using various improved CPFDTD methods

#### IV. 결론

완만한 곡면을 갖는 물체의 정확하고 효율적인

해석을 위해, 기존 방법들의 단점을 보완한 새로운 CPFDTD법을 제시하였다. E-면 혼 안테나에 적용 결과, 새로운 CPFDTD법은 주엽 패턴에서 측정치와 0.01dB의 아주 미소한 오차를 보였으며, 부엽 패턴에서도 전체적으로 측정치와 거의 일치하였다. 적용된 모델의 곡면이 간단한 2차원 직선 형태인 관계로 Railton법, Dey법과의 정확도 차이는 거의 없었다. 그러나, 새로운 CPFDTD법은 일반적인 CPFDTD법의 근접 전개 대역법에 의한 불안정성을 제거하였고, 격자 모델링 규칙이 물리적으로 모순된 Dey법보다는 수치적으로 안정성이 있었다. 또한, 새로운 CPFDTD법은 일반적인 CPFDTD법, Railton법들과 서로 호환성있게 발전된 방식이기 때문에, CPFDTD법으로 프로그래밍된 코드를 그대로 이용하면서 제시된 앨거리즘을 갱신 식에 간단히 적용함으로써, 더 좋은 결과를 얻을 수 있었다.

새로운 CPFDTD법에서는 일반적인 CPFDTD법이나 Railton법, Dey법보다는 더 세밀한 격자 모델링 규칙을 적용하므로, 갱신 식에 좀 더 세심한 주의가 필요하다. 계산 시간은 기존 계단형 근사 FDTD법에 비해 1.5배 가량 증가되었고, 나머지 방법들과 차이는 없었다. 안테나 해석이기 때문에, 계산 시간에 가장 많은 부분은 복소수가 포함된 근거리-원거리 필드 변환에서 소모되었다.

새로운 CPFDTD법의 정확도를 증명하기 위해서 3차원적으로 좀 더 복잡한 곡면을 갖는 물체에 대한 해석이 필요하며, 다른 해석법에 비해, 시간 영역에서의 전자파 진행 과정을 시각화할 수 있는 뛰어난 장점을 지닌 FDTD법에 이러한 개선된 CP 앨거리즘의 적용을 통해서, 좀 더 정확한 해석을 요하는 안테나와 산란체 해석에 좀 더 많은 연구가 진행될 것으로 기대된다.

#### V. 참고문헌

[1] T. G. Jurgens, A. Taflove, K. Umashankar, and T. G. Moore, "Finite-difference time-domain modeling of curved surfaces," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 40, pp. 357-366, 1992.  
 [2] T. G. Jurgens, A. Taflove, "Three-dimensional contour FDTD modeling of scattering from

- single and multiple bodies," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 41, pp. 1703-1708, 1993.
- [3] C. J. Railton and I. J. Craddock, "Analysis of general 3-D PEC structure using improved CPFDTD algorithm," *Electron. Lett.*, vol. 31, pp. 1753-1754, 1995.
- [4] C. J. Railton, I. J. Craddock and J. B. Schneider, "Improved locally distorted CPFDTD algorithm with provable stability," *Electron. Lett.*, vol. 31, pp. 1585-1586, 1995.
- [5] S. Dey and R. Mittra, "A locally conformal finite difference time domain (FDTD) algorithm for modeling 3-D objects with curved surfaces," *Proc. IEEE Antennas Propagat. Soc. Int. Symp.*, 1997 Dig, Montreal, Canada, July 1997, pp. 2172-2175.
- [6] K. S. Yee, "Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 14, pp. 302-307, 1966.
- [7] Daniel S. Katz, Eric T. Thiele, and Allen Taflove, "Validation and extension to three dimensions of the Berenger PML absorbing boundary condition for FD-TD Meshes," *IEEE Microwave Guided Wave Lett.*, vol. 4, pp. 268-270, 1994.
- [8] James G. Maloney, Kurt L. Shlager and Glenn S. Smith, "A simple FDTD model for transient excitation of antennas by transmission lines," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 42, pp. 289-292, 1994.
- [9] Allen Taflove, *Advances in Computational Electrodynamics (The Finite-Difference Time-Domain Method)*, Artech House, Norwood, MA, 1998.
- 이 민 수(Min-Soo Lee)  
1984. 2 : 한양대학교 전자통신공학과 (공학사)  
1987. 2 : 한양대학교 대학원 전자통신공학과 (공학 석사)  
1994. 2 : 한양대학교 대학원 전자통신공학과 (공학 박사)  
1995. 3 ~ 현재 : 대진대학교 전자통신공학부 조교수  
관심분야 : RF회로설계, 이동통신 및 위성통신 시스템
- 박 영 태(Young-Tae Park)  
1983. 2 : 한양대학교 전자통신공학과 (공학사)  
1986. 2 : 한양대학교 대학원 전자통신공학과 (공학 석사)  
1991. 8 : 한양대학교 대학원 전자통신공학과 (공학 박사)  
1991. 9 ~ 1998. 2 : 동의대학교 전자공학과 부교수  
1998. 3 ~ 현재 : 대진대학교 전자통신공학부 조교수  
관심분야 : EMI/EMC, 이동통신용 안테나, 마이크로 파회로, 전자파 수치해석