
산란행렬에 의한 2단자망 RF 공동공진기의 Q 측정

한 대 현*

Q measurement of two port RF cavity by scattering parameters

Dae-Hyun Han*

요 약

산란행렬을 이용하여 2단자망 RF 공동공진기의 Q 측정 방법을 제안하였다. 집중소자를 이용한 등가회로 모델을 이용하여 공동공진기의 Q를 포함한 파라미터의 함수로 산란행렬을 구했다. 산란행렬은 회로망분석기를 이용하여 직접 측정할 수 있다. 제안한 방법으로 측정한 결과는 기존에 잘 알려진 방법과 일치함을 보였다. 제안한 방법의 Q 측정 절차는 기존의 방법에 비해서 간단할 뿐만 아니라 RF 공동공진기가 전자빔을 가속시킬 때 중요한 파라미터인 결합전력비를 구할 수도 있다.

Abstract

A method of measuring Q of a two port cavity by scattering parameters is proposed. The scattering parameters of a two port cavity resonator are derived by a lumped equivalent circuit model as a function of cavity parameters, including the cavity Q. These can be also obtained by direct measurement with a modern network analyzer. The results show good agreement with those from other well-known methods. This two port measurement can provide additional information such as the coupled power ratio, which is one of the important parameters for the beam accelerating cavities.

I. 서 론

공동공진기는 매우 많은 공진모드를 가지며 각각의 모드는 각각 한 개의 공진주파수를 갖는다. 각 공진모드의 공진주파수 근처의 주파수에서는

등가적인 집중소자 회로로 나타낼 수 있다[1]. 공동공진기의 파라미터인 공진주파수, 결합계수(coupling coefficient), 그리고 무부하 Q(unloaded quality factor)는 등가회로를 분석함으로서 구할 수 있다.

* 동의대학교 전자공학과

공동공진기의 고전적인 측정 방법은 몇 몇 책에 자세히 기술되어 있다.[1-3] 또한 Khanna와 Garault는 유전체 공진기가 마이크로스트립 선로에 결합되어서 입력 결합계수와 출력 결합계수가 동일한 경우의 유전체 공진기의 Q 측정을 하였다.[4] McKinstry와 Patton은 스카라 회로망 분석기를 사용하여 부하 Q(loaded quality factor)를 측정하였다.[5] 2단자망 공동공진기의 Q 측정 방법은 부하 Q를 측정하고나서 입력결합계수와 출력결합계수를 측정하여 무부하 Q를 구한다. Khanna의 방법은 입력결합계수와 출력결합계수가 같을 경우에 적용할 수 있다. McKinstry의 방법은 무부하 Q를 측정하는 데는 적절하지 않다.

본 논문에서는 벡터 회로망 분석기(vector network analyzer)를 사용하여 측정한 산란행렬(scattering parameter)을 이용하여 입력결합계수와 출력결합계수가 다른 경우에서도 2단자망 RF 공동공진기의 파라미터를 측정하는 절차를 기술한다. 측정된 산란행렬로부터 Q 뿐만 아니라 공동공진기의 다른 파라미터를 구할 수 있다. 이 측정 방법은 기존의 고전적인 방법에 비해서 절차도 간단하고 결합전력비(coupled power ratio)를 구할 수도 있다. 공동공진기가 전자빔을 가속시키는 용도로 사용될 때 중요한 파라미터 중의 하나인 결합전력비는

$$C(dB) = 10 \log \left(\frac{P_c}{P_{out}} \right) \dots\dots\dots (1)$$

이며, P_{out} 은 공동공진기의 내부의 전기장의 세기를 알기 위해서 사용되는 결합 단자망에 결합되는 전력이고, P_c 는 공동공진기의 내부 벽면에서의 전력손실이다.

II. 등가회로의 산란행렬

2단자망의 산란행렬은

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (2)$$

로 정의되며[6], a_1 과 a_2 는 정규화된 입사전압파(normalized incident voltage wave)이며 b_1 과 b_2 는

정규화된 반사전압파(normalized reflected voltage wave)이다. 산란행렬의 각 성분은

$$S_{ij} = \frac{b_i}{a_j} \bigg|_{a_{k \neq j} = 0} \dots\dots\dots (3)$$

이며, 2단자망의 각 특성임피던스가 서로 다른 경우에 산란행렬의 각 성분을 입사전압파와 반사전압파로 표시하면

$$S_{ij} = \frac{V_i^+ / \sqrt{Z_{0i}}}{V_j^- / \sqrt{Z_{0j}}} \bigg|_{V_k^+ = 0 \text{ for } k \neq j} \dots\dots\dots (4)$$

이며, Z_{0i} 는 i 번째 단자망의 특성임피던스이다.

공동공진기와 입력단과 출력단이 그림1(a)와 같이 자기적 결합(magnetic coupling)되었을 때의 등가회로는 그림1(b)이며, 그림1(c)는 중간 루프를 기준으로 한 등가회로이다.[2] 공진주파수에서 많이 벗어 났을 때 개방회로로 보이는 지점(detuned open position) 1-1'과 2-2'에서 산란행렬은 식(4)을 적용해서 구하면

$$S_{11} = \frac{1 - \beta_1 + \beta_2 + j 2 Q_u \delta}{1 + \beta_1 + \beta_2 + j 2 Q_u \delta} \dots\dots\dots (5a)$$

$$S_{12} = S_{21} = \frac{\sqrt{\beta_1 \beta_2}}{1 + \beta_1 + \beta_2 + j 2 Q_u \delta} \dots\dots\dots (5b)$$

$$S_{22} = \frac{1 + \beta_1 - \beta_2 + j 2 Q_u \delta}{1 + \beta_1 + \beta_2 + j 2 Q_u \delta} \dots\dots\dots (5c)$$

이며, δ 는 비동조 인자(detuning factor)이고, β_1 과 β_2 는 입력 및 출력 결합계수이다. 공동공진기는 가역성 소자(reciprocal device)이기 때문에 S_{12} 와 S_{21} 이 동일하다. 비동조 인자는

$$\delta = \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} \dots\dots\dots (6)$$

이며, 첨자 0는 공진주파수를 나타낸다. 입력 결합계수 β_1 와 출력 결합계수 β_2 는 공진주파수에서 공동공진기의 입력단 외부저항 R_{e1} 과 출력단 외부저항 R_{e2} 와 공동공진기의 저항의 비, 즉

$$\beta_1 = \frac{R_{e1}}{R} = \frac{n_1^2 Z_1}{R} \dots\dots\dots (7)$$

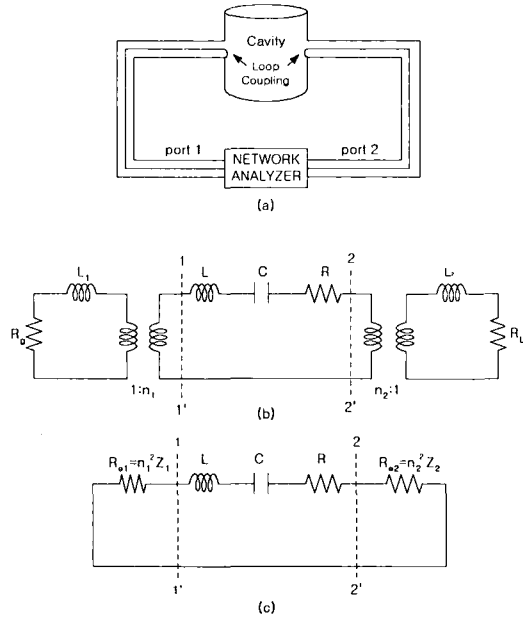


그림 1. (a) 공동공진기 측정 시스템 (b) 루프 결합된 공동공진기의 등가회로 (c) 중간 루프를 기준으로 한 등가회로

Fig. 1. (a) The measurement system, (b) equivalent circuit of a loop coupled cavity, (c) equivalent circuit referred to the middle loop

$$\beta_2 = \frac{R_{e2}}{R} = \frac{n_2^2 Z_2}{R} \quad (8)$$

이다. 이 결합계수들은 여러 가지 Q 인자와는

$$Q_u = (1 + \beta_1 + \beta_2) Q_1 = \beta_1 Q_{e1} + \beta_2 Q_{e2} \quad (9)$$

관계가 있으며, Q_u , Q_b , Q_{e1} , 그리고 Q_{e2} 은 무부하, 부하, 입력외부 및 출력외부 Q 이다.

2단자망 공동공진기의 부하 Q를 구하는 방법은 Ginzton 책[1]에 자세히 설명되어 있기 때문에 여기에서는 전체적인 흐름을 이해할 수 있도록 간단히 나타내었다. 2단자망 공동공진기의 전송특성의 상대적인 크기는

$$\left| \frac{S_{21}(\omega)}{S_{21o}} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + 4 Q_i^2 \delta^2}} \quad (10)$$

이다. 식(10)에서 반전력점 $2Q\delta = \pm 1$ 의 두 개의 주파수 f_1 과 f_2 는 다음 식을 만족하는 주파수 이다.

$$\left| \frac{S_{21}(\omega)}{S_{21o}} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (11)$$

반전력점의 주파수로부터 부하 Q는

$$Q_i = \frac{f_0}{f_2 - f_1} \quad (12)$$

이다.

공진주파수에서 산란행렬이

$$[S_o] = \begin{bmatrix} S_{11o} & S_{12o} \\ S_{21o} & S_{22o} \end{bmatrix} \quad (13)$$

이면

$$1 + \beta_1 + \beta_2 = \frac{2}{S_{11o} + S_{22o}} \quad (14)$$

이다. 따라서 무부하 Q는

$$Q_u = (1 + \beta_1 + \beta_2) Q_i = \frac{2}{S_{11o} + S_{22o}} Q_i \quad (15)$$

로 구할 수 있다. 식 (14)의 정확성을 확인하기 위해서 $\beta_2 \rightarrow 0$, $S_2 \rightarrow 1$ 일 때, 즉 출력단자망을 제거한 공동공진기의 결합계수와 SWR사이의 관계식을 구하면 $\beta_2 \rightarrow 0$, $S_2 \rightarrow 1$ 일 때 β_1 은

$$\beta_1 = \frac{1 - S_{11o}}{1 + S_{11o}} \quad (16)$$

이 되며, 과결합(overcoupled)인 경우는 $S_{11o} = -\rho$ 이므로

$$\beta_1 = \frac{1 + \rho}{1 - \rho} = SWR \quad (17)$$

이 되고, 아결합(undercoupled)인 경우는 $S_{11o} = \rho$ 이므로

$$\beta_1 = \frac{1 - \rho}{1 + \rho} = \frac{1}{SWR} \quad (18)$$

이 된다. 이 결과는 Ginzton의 단일 단자망의 결합계수와 SWR과의 관계식과 동일하다.

공동공진기의 벽면손실 P_c 는

$$P_c = P_{in} - P_r - P_{out} = (1 - |S_{11o}|^2 - |S_{21o}|^2) P_{in} \quad (19)$$

이며, P_r 과 P_{in} 은 공동공진기에서 반사전력과 입력전력이다. 따라서 식(1)에서 정의된 결합전력비는

$$C[dB] = 20 \log |S_{21o}| - 10 \log (1 - |S_{11o}|^2 - |S_{21o}|^2) \quad (20)$$

이다.

III. 측정결과

표 1과 표 2에서 두 가지 공동공진기에 대해서 제안한 방법인 산란행렬을 이용하여 측정한 Q 값과 Ginzton의 방법을 측정한 Q 값을 비교하였다. 표 1에서는 반지름이 2.56 cm 이고 길이가 8.14 cm 인 원통형 공동공진기(cylindrical cavity)의 측정결과를, 표2에서는 반지름이 23.4 cm 이고 길이가 42 cm 인 reentrant 공동공진기(reentrant cavity)의 측

표 1. 원통형 공동공진기를 제안한 방법과 Ginzton의 방법으로 측정한 결과

Table 1. Measurement results with this method and Ginzton's method for a cylindrical cavity

	fo	β_1	β_2	S_{110}	S_{220}	Q_t	Q_0	
							Ginzton's method	This method
Cylindrical Cavity	3.858 GHz	0.504	0.314	0.449	0.649	2917	5302	5315

표 2. Reentrant 공동공진기를 제안한 방법과 Ginzton의 방법으로 측정한 결과

Table 2. Measurement results with this method and Ginzton's method for a reentrant cavity

	fo	β_1	β_2	S_{110}	S_{220}	Q_t	Q_0	
							Ginzton's method	This method
Reentrant Cavity	500.12 MHz	1.192	0.051	-0.102	0.993	17288	38766	38803

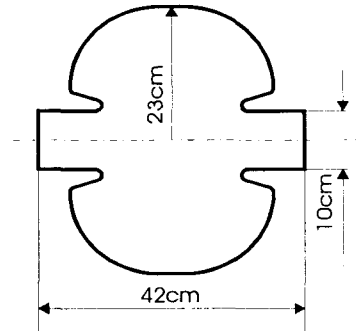


그림 2. Reentrant 공동공진기의 단면도

Fig. 2. Cross section of reentrant Cavity

정결과를 보였다. 그림 2에서는 reentrant 공동공진기의 단면을 나타내었다. Reentrant 공동공진기는 TM_{010} 모드에서 원통형 공동공진기는 TE_{111} 모드를 입력단과 출력단에서 자기적 결합을 하였다. 측정 기준면이 공진점에서 벗어났을 때 개방으로 보이는 지점이 되도록 회로망 분석기의 전기적 지연기능(electrical delay function)을 사용하였다. 두 가지 측정 방법으로 측정한 결과를 표1에 보였다. 두 결과가 매우 잘 일치함을 보였다. Reentrant 공동공진기의 결합전력비는 -43.4 dB 였다.

IV. 결 론

공동공진기를 공진주파수 부근에서 집중소자를 이용하여 나타낸 등가회로를 이용하여 무부하 Q와 결합계수의 함수로 2단자망 공동공진기의 산란행렬을 구했다. 이 산란행렬의 정확성은 출력단자망을 제거했을 때는 1단자망 공동공진기의 결과와 비교함으로써 확인했다.

제안한 방법인 산란행렬을 이용하여 측정한 Q 값과 잘 알려진 측정 방법으로 측정한 값이 잘 일치함을 보였다. 제안한 방법은 측정 절차를 줄였으며 결합전력비와 같은 추가적인 정보도 얻을 수 있는 장점이 있다.

참고문헌

- [1] E. L. Ginzton, *Microwave Measurement*, McGraw-

- Hill, New York, 1957
- [2] M. Sucher and J. Fox, *Handbook of Microwave Measurement*, Wiley, New York, 1963
- [3] C. G. Montgomery, *Techniques of Microwave Measurement*, MacGraw-Hill, New York, 1947
- [4] A. Khanna and Y. Garault, "Determination of loaded, unloaded, and external quality factors of a dielectric resonator coupled microstrip line", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 31, no. 3, Mar. 1983.
- [5] K. D. McKinstry and C. E. Patton, "Methods for determination of microwave cavity quality factors from equivalent electronic circuit models", *Rev. Sci. Instrum.*, vol. 60, no. 3, pp. 439-443, 1989

- [6] D. M. Pozar, *Microwave Engineering*, Addison-Wesley, New York, 1990



한 대 현(Dae-Hyun Han)

1986년 8월 경북대학교 전자공학
학과(공학사)

1990년 2월 포항공과대학교 전자
전기공학과(공학석사)

1996년 8월 포항공과대학교 전

자전기공학과(공학박사)

1996년 8월~1999년 2월 경북대학교 전자전기공학
부 국책교수

1999년 3월~현재 동의대학교 전자공학과 전임강사
주관심분야 : RF 수동 및 능동 소자 설계 및 해석