
통과대역에서 마이크로 리플과 선형 위상 특성을 갖는 폴리페이즈 필터에 관한 연구

김 승 영*, 김 남 호*

A Study on the Polyphase Filter with Micro-ripple and almost Linear phase Characteristic in Pass-band

Seung-Young Kim*, Nam-Ho Kim*

요 약

본 논문은 통과대역내에서 마이크로 리플 특성을 가지는 5차, 7차 폴리페이즈 필터를 제시하였다. 이 필터는 병렬구조의 디지털 올패스 필터로 구성되어 있고, 단위원상에서 모든 영점을 가지는 반대역 필터이며, 하드웨어를 쉽게 구현하기 위해서 고정 소숫점 16bit 1.15 형식으로 계수를 정하였다. 그리고 필터의 성능을 입증하기 위해 각각의 branch상에서의 위상 특성을 비교분석하였고, 통과대역과 저지대역의 위상 특성, 군 지연 특성 등을 시뮬레이션하였으며, 그 결과 통과대역에서 마이크로 리플 특성과 선형 위상을 얻었다.

Abstract

In this paper, the polyphase filter which has micro ripple characteristic in the passband is proposed. This filter consists of the digital all-pass filter of parallel structure and it is the half-band filter with all zeros in unit circle. To approach easily in designing hardware, we determined the coefficients to the 16bit 1.15 format. To evaluate the performance of this filter, we analyzed the phase characteristic in each branch and each filter with small coefficients. Also, we simulated the phase characteristic of passband and stopband, group delay. As the result, we obtained the micro ripple characteristic and linear phase in the passband.

* 부경대학교 공과대학 전기제어계측공학부
접수일자 : 2000년 9월 9일

1. 서론

오늘날 산업사회의 발전에 따라 신호처리 분야에 디지털 필터의 사용이 급격히 증가하고 있다. 생체 신호분석(biomedical signal analysis), 음성의 합성과 인식(speech synthesis and recognition), 지진파 해석(seismic wave analysis), 의용 공학(biomedical engineering), 특히 에코 제거(echo canceller), 모뎀(modem), 적응 등화기(adaptive equalizer), 화상 회의(video conference)시스템 등의 통신 분야에 많이 사용되고 있다.

디지털 신호처리를 하기 위해서는 AD 변환기와 DA 변환기가 필수적이다. 현재 연구된 ADC의 변환기법은 크게 나이퀴스트율(nyquist rate), 오버샘플링(oversampling)으로 나누어지며, 오버샘플링에는 시그마델타(sigma-delta) ADC가 있다^[1]. 시그마델타 ADC는 저주파 오디오 신호에 사용되고, 높은 분해능을 가지며, 분해능에 직결되는 신호대 잡음비가 우수하다. 시그마델타 ADC는 크게 변조기와 디지털 필터로 구성되어 있으며, 변조기에서의 오버샘플링에 의해 생긴 양자화 잡음은 디지털 필터에 의해 제거된다^[2]. 이러한 디지털 필터는 선형 위상 FIR 필터로 설계한다면 가능하지만, 많은 양의 하드웨어 부담이 발생하는 단점이 생긴다.

따라서, 본 연구에서는 통과대역에서 우수한 리플 특성을 갖는 폴리페이지(polyphase)필터를 설계하였다. 이 필터는 병렬구조의 디지털 올패스(all-pass) IIR 필터로 구성되어 있고, 단위원상에 모든 영점을 가진 반대역 필터이며, 하드웨어 구현 시 보다 쉽게 접근하기 위해, 16bit 1.15 형식의 고정 소숫점(fixed-point)으로 계수를 정하였다^{[3][4]}. 그리고 설계된 필터를 입증하기 위해 2, 3개의 계수를 가진 5, 7차 폴리페이지 필터의 각각의 branch와 합성된 경우에서 위상 특성을 비교 분석하였다.

또한, 계수 값을 설정하여 통과대역과 저지대역의 진폭 특성, 위상 특성, 군지연 특성, 천이대역폭과 저지대역 감쇠 특성을 비교 분석하였다.

II. 폴리페이지 필터

5차 폴리페이지 필터는 재귀형 구조를 가진 올

패스 필터 2개를 사용하여 그림 1과 같은 병렬구조로 구성된다. 이 필터의 특징은 극점은 허수축상에서, 영점은 단위원 선상에서 이동시킴에 따라 필터의 특성이 변화된다. 그림 1에서 폴리페이지 구조의 top, bottom branch에서 올패스 필터의 극점과 영점 패턴(PZP)은 그림 2와 같다.

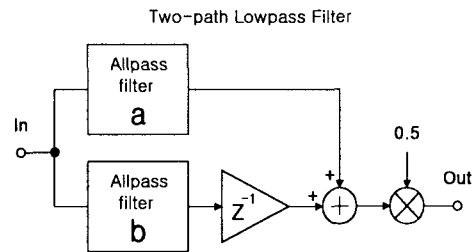


그림 1. 5차 폴리페이지 필터
Fig. 1. The fifth-order polyphase filter.

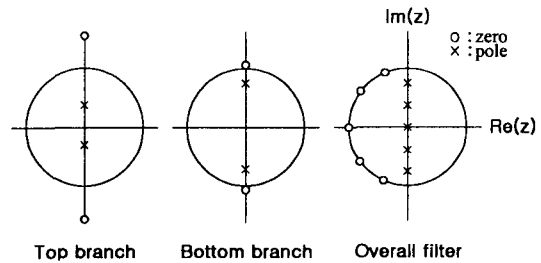


그림 2. 각각의 노드상에서 올패스 필터 극점과 영점의 위치

Fig. 2. The PZP of all-pass filters in both branches of the two-path polyphase structure.

계수 a와 b의 5차 폴리페이지 필터의 전달함수는 식 (1)과 같다.

$$H(z) = 0.5 \left[\frac{a+z^{-2}}{1+az^{-2}} + z^{-1} \frac{b+z^{-2}}{1+bz^{-2}} \right] \dots\dots (1)$$

그림 2에서 올패스 필터의 차수와 계수에 관계없이 필터는 dc (z = 1)에서 이득은 1이고, 나이퀴스트 주파수(z = -1)에서는 이득이 0이며, 반 나이퀴스트 주파수(z = j)에서는 이득이 약 0.707까지 내려간다^[5].

폴리페이즈 필터의 안정성을 고려하기 위하여 계수 값은 0에서 1까지이고, 영점은 좌반평면의 단위원 선상의 위치에 따라 특성이 바뀌어진다. 주어진 특성에 맞는 계수 a 와 b 의 관계를 얻기 위해서 두가지 방법을 제시하였다. 첫번째는 단위원의 좌반평면 선상에 3개의 고정된 영점과 단위원을 따라 움직이는 1쌍의 공액인 영점의 경우와 전달함수의 분자를 비교하면, 식(2)와 같다.

$$b = \frac{5a+1}{3-a} \dots\dots\dots (2)$$

두번째는 1개의 고정된 영점과 단위원 선상을 따라 움직이는 이중 공액인 영점의 경우와 전달함수의 분자를 비교하면, 식(3)과 같다.

$$b = [a(2a-1) - 2(a-1)\sqrt{a(a+1)}], \dots\dots\dots (3)$$

$$a \in \{0, 1\}$$

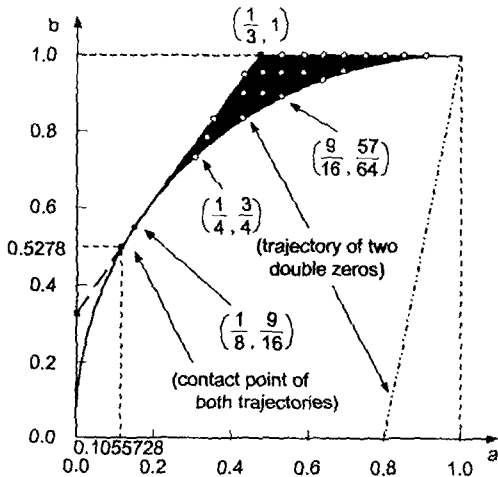


그림 3. 5차 폴리페이즈 필터의 계수관계
Fig. 3. The fifth-order coefficient interrelation.

그림 3은 식 (2), (3)을 이용한 5차 폴리페이즈 필터 계수들을 나타낸 그림이며, 어두운 부분은 단위원상의 좌반평면에서 원을 따라 움직이는 영점인 경우에 안정한 영역의 계수 값이다.

7차 폴리페이즈 필터는 재귀형 구조의 올패스 IIR 필터 3개를 사용하여 그림 4와 같이 직.병렬

구조이다. 7차 폴리페이즈 필터의 전달함수는 식 (4)와 같다.

$$H(z) = 0.5 \left[\frac{(a_0+z^{-2})(a_1+z^{-2})}{(1+a_0z^{-2})(1+a_1z^{-2})} + z^{-1} \frac{(b_0+z^{-2})}{(1+b_0z^{-2})} \right] \dots\dots (4)$$

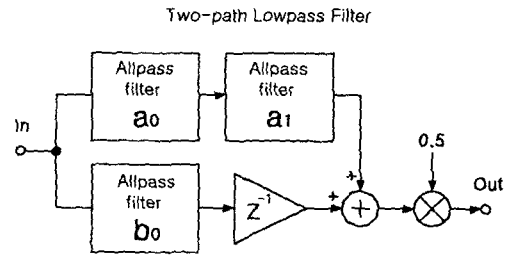


그림 4. 7차 폴리페이즈 필터
Fig. 4. The seventh-order polyphase filter.

같은 차수에 대해서 높은 저지대역 감쇠를 얻기 위한 조건은 넓은 천이대역폭이다. 반대로 좁은 천이대역폭을 가지기 위해서는 필터의 차수를 증가시키면 가능하다⁶⁾. 영점의 위치를 알기 위해서 5차인 경우에 제시한 방법을 이용하여 식 (4)의 분자와 비교하면, 식 (5), (6), (7)과 같다.

$$\frac{b_0}{a_0 a_1} = 5 - 2m \dots\dots\dots (5)$$

$$\frac{1}{a_0} + \frac{1}{a_1} + b_0 = 11 - 10m \dots\dots\dots (6)$$

$$\left[\frac{1}{a_0} + \frac{1}{a_1} \right] b_0 + \frac{1}{a_0 a_1} = 15 - 20m \dots\dots (7)$$

단위원상에 존재하는 영점에 대해 동시에 만족하는 계수 조건은 $0 \leq (a_0, a_1, b_0) \leq 1$ 이다. 7차 폴리페이즈 필터는 계수가 한 개, 두 개, 세 개의 경우를 모두 포함하는데, 계수가 한 개인 경우에는 다른 두 개의 계수는 고정시키고, 계수가 두 개인 경우에는 한 개를 고정시킨다. 이런 방법으로 7차 필터의 계수 중에 어느 하나를 안정한 범위 내에 고정시키면 나머지 두 개의 계수는 5차 필터의 경우와 같이 해석이 가능하다.

IV. 시뮬레이션 및 결과

통과대역에서의 우수한 리플 특성과 저지대역의 특성을 비교하기 위해 각각의 branch상에서 위상을 비교 분석하였고, 올패스 IIR 필터로 구성된 5차, 7차 폴리페이즈 필터를 표 1, 2와 같이 영역내의 계수 값을 16bit 1.15 형식으로 구하여 시뮬레이션 하였다^[7].

표 1. 5차 폴리페이즈 필터 계수 (a, b)

Table 1. The value of the coefficient *a* and *b* in fifth-order polyphase filter.

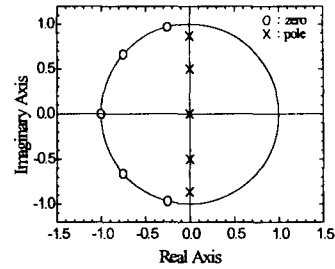
	Case I	Case II
<i>a</i>	0.25	0.125
<i>b</i>	0.75	0.5625

표 2. 7차 폴리페이즈 필터 계수 (*a*₀, *b*₀, *a*₁)

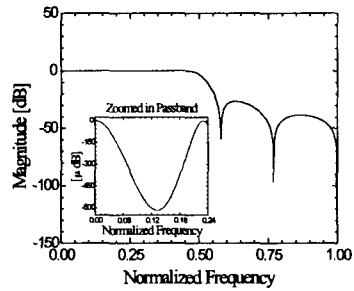
Table 2. The value of the coefficient *a*₀, *a*₁, *b*₀ in seventh-order polyphase filter.

	Case III	Case IV
<i>a</i> ₀	0.12841796875000	0.06271362304688
<i>a</i> ₁	0.79061889648438	0.66580200195313
<i>b</i> ₀	0.429443359375005	0.26370239257813

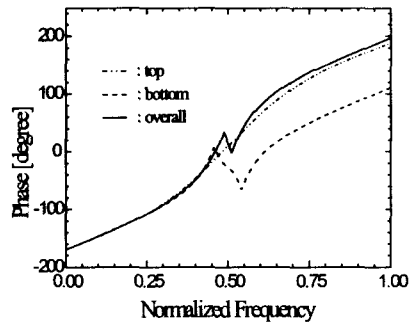
그림 5, 6, 7, 8은 각각 계수가 Case I, Case II, Case III, Case IV인 경우이며, 여기서 그림 5, 6은 5차 폴리페이즈 필터들의 특성을 나타낸 그림이고, 그림 7, 8은 7차 폴리페이즈 필터들의 특성을 나타낸 그림이다. 그리고 (a)는 z평면상에서 극점과 영점의 위치, (b)는 진폭 특성과 통과대역 리플 특성, (c)는 위상 특성을 나타낸 결과이다. 그림 5, 6의 5차 폴리페이즈 필터의 경우에서 Case II일때 통과대역과 저지대역 특성은 우수하지만, 천이대역 특성은 다소 나쁘고, Case I인 경우에는 저지대역의 감쇠 특성은 다소 나쁘지만, 천이대역 특성은 우수하다. 그림 7, 8의 7차 폴리페이즈 필터의 경우에서 Case IV일때 통과대역과 저지대역 특성은 우수하지만, 천이대역 특성은 나쁘고, Case III인 경우에는 저지대역 감쇠 특성은 나쁘지만, 천



(a) z평면에서 극점과 영점의 위치
(a) The pole-zero location in z-plane



(b) 크기 응답
(b) The magnitude response



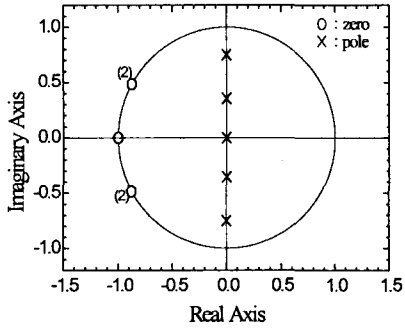
(c) 위상 응답
(c) The phase response

그림 5. Case I에서 필터특성
Fig. 5. The filter characteristics in Case I.

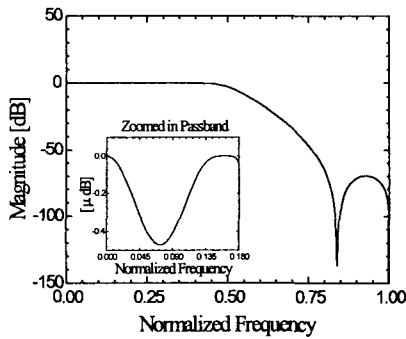
이대역 특성은 우수하다.

그림 5, 6, 7, 8에서 위상 특성은 통과대역내에서 거의 선형적인 응답을 가지고 있음을 알 수가 있다^[8]. 표 3은 5차, 7차 폴리페이즈 필터의 통과대역내에서의 리플 값과 차단 주파수에서의 균지

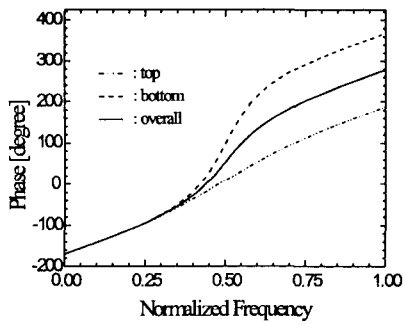
연 값들이다.



(a) z평면에서 극점과 영점의 위치
(a) The pole-zero location in z-plane

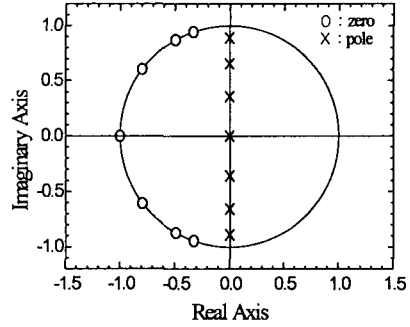


(b) 크기 응답
(b) The magnitude response

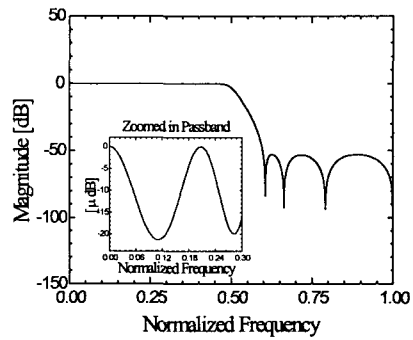


(c) 위상 응답
(c) The phase response

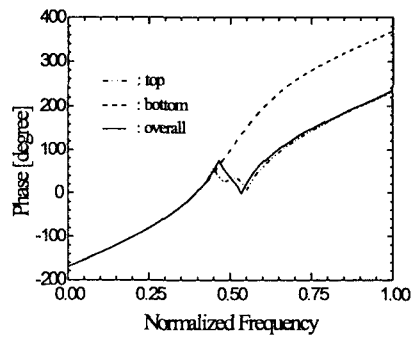
그림 6. Case II에서 필터 특성
Fig. 6. The filter characteristics in Case II.



(a) z평면에서 극점과 영점의 위치
(a) The pole-zero location in z-plane

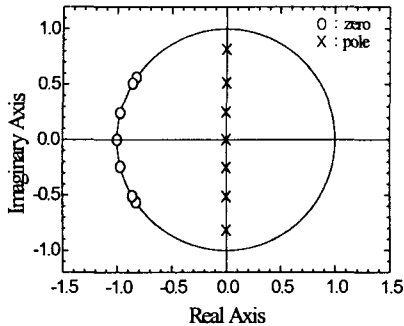


(b) 크기 응답
(b) The magnitude response

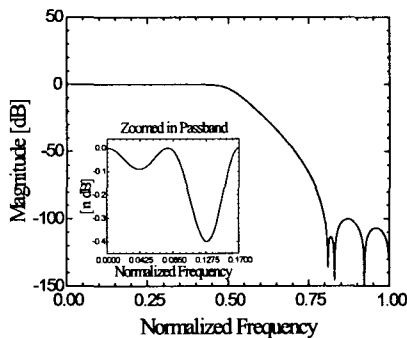


(c) 위상 응답
(c) The phase response

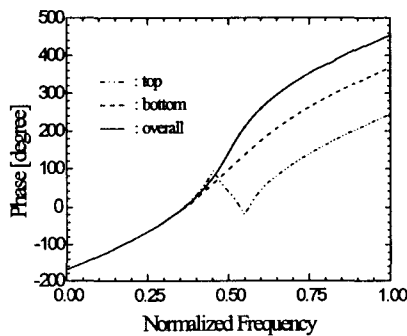
그림 7. Case III에서 필터 특성
Fig. 7. The filter characteristics in Case III.



(a) z평면에서 극점과 영점의 위치
(a) The pole-zero location in z-plane



(b) 크기 응답
(b) The magnitude response



(c) 위상 응답
(c) The phase response

그림 8. Case IV에서 필터 특성
Fig. 8. The filter characteristics in Case IV.

표 3. 5, 7차 폴리페이즈 필터의 통과대역의 리플과 군지연 특성

Table 3. The ripple in the passband and group-delay.

	the ripple in passband (μ dB)	group-delay (samples)
Case I	617	9
Case II	0.47	5
Case III	21	13
Case IV	0.0004	8

표 4. 5, 7차 폴리페이즈 필터의 천이대역폭과 저지대역 감쇠

Table 4. The comparison of transition bandwidth and stopband attenuation in fifth and seventh-order filter.

	천이대역폭(Hz)	저지대역 감쇠(dB)
Case I	0.06576884987475	-26.75449587304400
Case II	0.30624991127891	-69.65623303680695
Case III	0.09993281525481	-52.99196142518000
Case IV	0.30609916428787	-111.7505444026140

표 4는 5차, 7차 폴리페이즈 필터의 천이대역폭과 저지대역 감쇠비 관계를 나타내었다.

IV. 결론

본 연구에서는 통과대역에서 우수한 리플 특성을 갖는 폴리페이즈 필터를 설계하였다. 이 필터는 병렬구조의 2차 올패스 IIR 필터로 구성되어 있고, 단위원상에 모든 영점을 가진 반대역 필터이다. 하드웨어 구현시 보다 쉽게 접근하기 위해, 필터의 계수를 16bit 1.15 형식의 고정 소숫점으로 정하였다. 그리고 2, 3개의 계수를 가진 5차, 7차 폴리페이즈 필터의 성능을 입증하기 위해 각각의 branch 상에서의 위상 특성을 비교 분석하였고, 통과대역과 저지대역의 진폭 특성, 위상 특성, 군지연 특성 등을 시뮬레이션하였으며, 그 결과 5차에서는 Case I 인 경우와 7차에서는 Case IV인 경우에 통과대역에서 아주 우수한 마이크로 리플 특성을 얻었다. 따라서 이 필터는 신호처리 분야, 각종 통신 시스템 등에 유용하게 사용되리라 생각된다^[9].

V. 참고 문헌

[1] Aziz PM, Sorensen HV, Vanderspiegel, "An overview of Sigma-Delta Converters", IEEE Signal Processing Magazine, V.13 N.1, 61-84, 1996.

[2] Kale I., R. C. S. Morling, A. Krukowski, D. Devine, "Architectural Design Simulation and Silicon Implementation of a Very High Fidelity Decimation Filter for Sigma-Delta Data Converters", accepted for presentation at IMTC/94, Hamamatsu, Japan, April, 1994.

[3] F Argenti, V. Cappellini, A. Sciorpes. and A. N. Venetsanopoulos, "Desinn of IIR Linear-Phase QMF Banks based on Complex Allpass Sections," IEEE Trans. Signal Processing. vol. 44, pp. 1262-1267. May, 1996.

[4] Lawson, S. and T.Wicks, "Improved Design of Digital Filters Satisfying a Combined Loss and Delay Specification", IEE Proceedings, vol. 140, Part G, no. 3, pp. 223-229, June, 1993.

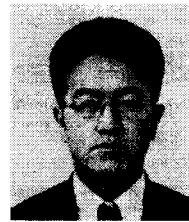
[5] Artur Krukowski, Izzet Kale, Richard C.S. Morling, "The Desine of Polyphase-based IIR Multiband Fillters", 1997 International Conference on Accustics, Speech and Signal Processing, ICASSP'97, Munich, Germany, 21-24, April, 1997.

[6] I. W. Selesnick, C. Burrus. "Generalized digital butterworth filter design", IEEE Trans. Signal Processing. col. 46, pp. 1688-1694. June, 1998.

[7] Artur Krukowski, Izzet Kale, "Two Approaches for Fixed-Point Filter Design: Bit-Flipping Algorithm and Constrained Downhill Simplex Method", 5th international Symposium on Signal Processing and its Applications (ISSPA99), Brisbane, Australia, August 22-25, 1999.

[8] Artur Krukowski, Izzet Kale, "Almost Linear-Phase Polyphase IIR Lowpass/Highpass Filter Approach", 5th international Symposium on Signal Processing and its Applications (ISSPA99), Brisbane, Australia, August, 22-25, 1999.

[9] Artur Krukowski, Izzet Kale, "Simulink /Matlab-to-VHDL Route for Full-Custom /FPGA Rapid Prototyping of DSP Algorithms", Malab DSP Conference 1999, Tampere, Finland, 16-17th November, 1999.



김 승 영 (Seung-Young Kim)
1998년 2월 부경대학교 제어계
측공학과 졸업(공학사)
1999년 3월 - 현재 부경대학교
전기제어계측공학 대
학원 졸업예정

*관심분야 : 신호처리, 통신시스템, ASIC



김 남 호 (Nam-Ho Kim)
1984년 2월 영남대학교 전자공
학과 졸업(공학사)
1986년 2월 영남대학교 대학원
전자공학과 졸업(공
학석사)

1991년 8월 영남대학교 대학원 전자공학과 졸업(공
학박사)
1992년 3월 - 현재 부경대학교 공과대학 전기제어
계측공학부 부교수
1999년 6월 - 현재 한국통신학회 부산경남지부 총
무이사
1999년 3월 - 현재 한국해양정보통신학회 편집위원
*관심분야 : 회로 및 시스템, 신호처리