
입력제어신호 변형을 이용한 유연한 빔의 제어

박윤명*, 김승철*, 박양수**, 박선국**, 최부귀***

The Control of Flexible Beam using A Simple Command Control Shaping

Yoon-Myung Park, Seung-Cheol Kim, Yang-Su Park,
Sun-Goog Park, Boo-Kwi Choi

요 약

입력제어신호 변형은 유연한 빔의 진동을 감소시키는 중요한 수단이다. 본 논문에서는 유한 시간에서 다중 모드인 유연한 빔의 오차 진동을 제거하는 매우 단순한 입력제어신호 변형 방법을 소개한다. 제어신호는 선형 방정식의 풀이에 의해 구성되어 진다. 유한시간 동안 원하는 동작의 모터 각도는 임의의 한정된 오차 진동을 제거함으로써 도달된다. 페루프 구성에서 모터 각도에 대한 기준입력으로서의 제어신호 사용에 대한 필요한 조건들 또한 다루게 된다. 제안된 시스템 구성의 효과는 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 증명된다.

Abstract

Command shaping is an important method to reduce vibration in flexible beam. This paper presents a very simple command control shaping which eliminates multiple mode residual vibration in a flexible beam in finite time. The command is constructed by solving linear equations. The finite time duration in which the desired motion of joint angle is achieved along with elimination of the residual vibration can be arbitrarily specified. The necessary conditions for using command as a reference input for the joint angle in a closed-loop configuration are also discussed. The effectiveness of proposed scheme is demonstrated through computer simulation.

* 동아대학교 전자공학과

** 경남정보대 제어시스템정보과 교수

*** 동아대학교 전자공학과 교수

접수일자 : 1999년 11월 19일

I. 서 론

현재 산업 현장의 자동화와 생산성 증대 및 해양, 항공, 우주 등 여러 분야에서 강체 로봇은 많이 응용되고 있다. 그러나 강체 로봇 자체의 무게와 크기로 인하여 넓은 공간 차지, 구동 장치가 커짐, 구동 에너지 증가, 동작 속도 증가의 어려움 등 많은 단점을 가지고 있다. 이를 개선하기 위해 로봇의 무게를 보다 가볍게 함으로써 유연성, 에너지의 효율성, 안정성 등을 증대시키는 유연한 빔의 관한 연구가 필요하게 되었다. 하지만 유연한 빔의 유연성으로 인해 동작시 진동을 일으키므로 정밀한 위치 제어나 궤적 제어를 위해서는 진동을 효율적으로 제어해야 한다는 문제점을 가지고 있다. 이를 보완하기 위해서는 탄성을 고려한 시스템의 모델을 개발하여 보다 정밀한 동역학 방정식과 효율적인 제어 알고리즘이 필요하게 된다.[1] 그러므로 본 논문에서는 입력제어신호 변형을 이용한 유연한 빔의 탄성과 위치를 능동적으로 제어하는 것을 목적으로하는 시스템을 설계하고자 한다.[2-4]

유연한 빔의 진동 감소는 피드백 제어, 입력제어신호 변형등 여러 가지 방법으로 얻어질 수 있다. 대다수 작업이 시스템 상태 즉 센서의 측정이나, 관찰자의 평가, 진동을 줄이기 위한 피드백 제어 법칙으로 사용되어지는 피드백 제어가 행해졌다.[5-7] 반면, 입력제어신호 변형 기술은 진동을 줄이기 위한 설정기준 또는 액츄에이터 출력을 바꾼다. 그리고 이러한 기술들을 이행하기 위해 필요한 측정들이 감소한다. 입력제어신호 변형과 관련된 연구자들에 의해 여러편의 연구 결과가 발표되었다.[2-3] 비록 대부분의 이러한 입력제어신호 변형이 효과적으로 진동을 줄일 수 있지만, 포함된 계산은 거대하고 또 복잡한 시스템에 대한 제어신호 입력해는 엄청난 짐이 된다. 그러므로 오차 진동을 최소화하거나 제거하기 위한 단순한 입력제어신호 변형이 필요하게 된다. 본 논문에서는 유한시간에서 오차 신호를 제거하는 다중 모드 시스템(유연한 빔)에 대한 단순한 입력제어신호 변형을 위한 방법을 소개한다. 입력제어신호 변형 기술의 특징으로는 다음과 같다.

- 1) 선형 방정식의 설정 풀이에 의해 구성되었기

때문에 매우 단순하다.

- 2) 오차 진동이 제거되는 유한시간 즉 동작주기는 신호제어의 특징이 유지되는 동안 임의적으로 결정되어질 수 있다.
- 3) 신호 제어는 유한시간에 유연한 빔의 진동을 감소시키기 위해, 단순한 PD제어 법칙을 사용하는 페루프 배치에서 기준 입력으로서 사용되어질 수 있다.

II. 유연한 빔의 모델

가정모드방법(Assumed mode approach)을 이용하여 고정 자유단(clamped free) 구조를 갖는 유연한 빔을 간단히 모델링하고 제안된 동역학 방정식에서 상태공간 방정식을 구한다. 수학적 모델을 얻기 위한 유연한 빔의 좌표를 그림 1.에 나타내었다.

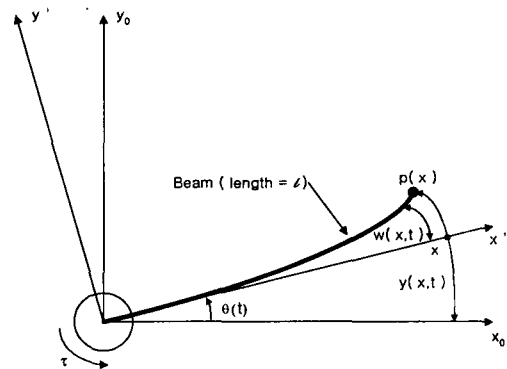


그림 1. 유연한 빔
Fig. 1. The flexible beam

유연한 빔의 한쪽 끝은 모터에 고정되어 있고 다른 한쪽 끝은 자유로운 고정 자유단 구조의 상태공간 방정식을 유도한다. 빔은 관성모멘트 I, 길이 l을 가지며, 빔의 각 변형은 $\theta(t)$ 로써 표시되고 모터가 (x_0, y_0) 축에서 (x', y') 축으로 $\theta(t)$ 각도로 회전할 경우 유연한 빔은 $w(x,t)$ 의 빔의 휨 즉 탄성변형이 발생한다. $y(x,t)$ 는 제어시스템의 출력으로서 유연한 빔의 끝단에 대한 Tip 위치이고, $P(x)$ 는 x 지점에서의 위치벡터이다. 임의의 점 x 에 대한 탄성변형 $w(x,t)$ 는 가정된 모드 방법을 이용

하면 다음과 같이 표현된다.

$$w(x, t) = \sum_{i=1}^n \phi_i(x) q_i(t) \quad (i = 1, 2, \dots, n-1) \quad \dots (1)$$

여기서 $\phi_i(x)$ 는 빔의 i 번째 가정된 모드 형태로 고정 자유단의 고유함수이며 다음식으로 주어진다.

$$\begin{aligned} \phi_i(x) &= (\sin \beta_i x - \sinh \beta_i x) \\ &- \frac{\sin \beta_i l + \sinh \beta_i l}{\cos \beta_i l + \cosh \beta_i l} (\cos \beta_i x - \cosh \beta_i x) \end{aligned} \quad \dots (2)$$

위 식에서 β_i 는 다음식에 대한 해이다.

$$1 + \cos \beta_i l \cosh \beta_i l = 0 \quad \dots (3)$$

유연한 빔의 고유진동수는 다음과 같이 나타낸다.

$$\omega_i = \beta_i^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho}} \quad \dots (4)$$

여기서 EI 는 유연한 빔의 굽힘강성이고, ρ 는 밀도이다. 상태공간 방정식을 유도하기 위해 유연한 빔의 전체변위 $y(x, t)$ 는 길이가 l 일 경우 다음과 같이 나타낸다.

$$y(l, t) = \theta(t)l + w(l, t) \quad \dots (5)$$

위 식을 근거로 유연한 빔의 운동에너지 K 와 위치에너지 V 를 구하고, Lagrangian 함수 $L=K-V$ 와 식(6),(7) Euler-Lagrange 방정식 이용하면 식(8),(9)와 같은 유연한 빔의 최종출력 미분방정식이 유도된다.

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0, \quad \dots (6)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} - \frac{\partial L}{\partial \theta} = \tau \quad \dots (7)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{\tau + \sum_{i=1}^n q_i \omega_i^2 \int_0^l \phi_i x \, dm}{I_h} \quad \dots (8)$$

$$\ddot{q}_i = -\frac{\tau}{I_h} \int_0^l \phi_i x \, dm - q_i \omega_i^2 \left[1 + \frac{(\int_0^l \phi_i x \, dm)^2}{I_h} \right] \quad \dots (9)$$

$$a_i = \int_0^l \phi_i x \, dm \quad \dots (10)$$

식(8),(9)에 식(10)을 대입하여 정리하면

$$\ddot{\theta} = \frac{\omega_i^2 a_i}{I_h} q_i + \frac{1}{I_h} \tau \quad \dots (11)$$

$$\ddot{q}_i = -\omega_i^2 \left[1 + \frac{a_i^2}{I_h} \right] q_i - \frac{a_i}{I_h} \tau \quad \dots (12)$$

식(11)을 식(12)에 대입하여 풀면 입력제어신호 변형에 사용될 원하는 결과식이 유도된다.

$$\ddot{q}_i + \omega_i^2 q_i = -a_i \ddot{\theta} \quad \dots (13)$$

식(11),(12)에서 다음 수식으로 치환하면 상태공간 방정식이 구해진다

$$\begin{aligned} K_1 &= \frac{\omega_i^2 a_i}{I_h}, K_2 = \frac{1}{I_h}, K_3 = \omega_i^2 \left[1 + \frac{a_i^2}{I_h} \right], K_4 = \frac{a_i}{I_h} \\ \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{q}_1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & K_1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -K_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ q_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_2 \\ 0 \\ -K_4 \\ 0 \end{bmatrix} \tau \end{aligned} \quad \dots (14)$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & l & 0 & \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ q_1 \end{bmatrix} \quad \dots (15)$$

III. 입력제어신호 변형의 공식화 및 제어기 구성

1. 입력제어신호 변형의 공식화

앞에서 다룬 유연한 빔의 상태공간 방정식에서 모터 각 $\theta(t)$ 가 0도에서 D도 까지 움직이고, 유한 시간 T_f 에서 끝단의 진동 성분을 감소시킬 수 있는 기준 궤적 신호 $\theta_r(t)$ 를 구하기 위해서 변형된 Fourier 급수식을 이용한 식(16)과 같이 신호 성분의 합성식으로 가정한다.

$$\theta_j(t) = b_0 + \sum_{j=1}^n b_j \cos(2j-1)rt \quad (j=1,2,\dots,n-1)$$

.....(16)

여기서 $r = \frac{\pi}{T_f}$, b_0 와 b_j 는 상수이고, T_f 는 진동을 제거할 수 있는 유한시간이다.

동작각도에 대한 초기치 최종치 조건에서 다음과 같이 된다.

$$\theta_r(0) = 0, \quad \theta_r(T_f) = D \quad \text{.....(17)}$$

식(17)을 (16)에 대입하면 풀면 식(18)이 구해진다.

$$b_0 = \frac{D}{2}, \quad \sum_{j=1}^n b_j = -\frac{D}{2} \quad \text{.....(18)}$$

$\theta(t) = \theta_r(t)$ 라고 가정하면

$$\ddot{\theta}_r(t) = \ddot{\theta}(t) = - \sum_{j=1}^n (2j-1)^2 r^2 b_j \cos(2j-1)rt$$

.....(19)

식(13)에 식(19)을 대입하면 다음과 같이 q_i 에 대한 상미분방정식이 구해진다.

$$\ddot{q}_i + \omega_i^2 q_i = -a_i \ddot{\theta} = \sum_{j=1}^n (2j-1)^2 r^2 a_i b_j \cos(2j-1)rt$$

.....(20)

식(20)의 미분방정식을 풀면 (일반해=보조해+특수해) 공식에서 보조해는

$$q_{ih}(t) = A \cos \omega_i t + B \sin \omega_i t \quad (A, B \text{는 상수})$$

특수해는 $q_{is}(t) = \sum_{j=1}^n \frac{a_i b_j (2j-1)^2}{(\omega_i/r)^2 - (2j-1)^2} \cos(2j-1)rt$

그러므로 일반해는 다음과 같다.

$$q_i(t) = A \cos \omega_i t + B \sin \omega_i t + \sum_{j=1}^n \frac{a_i b_j (2j-1)^2}{(\omega_i/r)^2 - (2j-1)^2} \cos(2j-1)rt$$

.....(21)

$$c_j^{(i)} = a_i b_j \frac{(2j-1)^2}{(\omega_i/r)^2 - (2j-1)^2} \quad \text{.....(22)}$$

$q_i(t)$ 에 대한 초기조건 $q_i(0) = \dot{q}_i(0) = 0$ 에서

$$q_i(0) = A + \sum_{j=1}^n c_j^{(i)} = 0, \quad A = c_0^{(i)} = - \sum_{j=1}^n c_j^{(i)}$$

$$\dot{q}_i(0) = \omega_i B = 0, \quad B = 0$$

위 과정에서 식(21)은 다음과 같이 나타낸다.

$$q_i(t) = c_0^{(i)} \cos \omega_i t + \sum_{j=1}^n c_j^{(i)} \cos(2j-1)rt$$

.....(23)

$q_i(t)$ 에 대한 연속조건 $q_i(T_f) = \dot{q}_i(T_f) = 0$ 을 식(23)에 대입하면

$$c_0^{(i)} \cos \omega_i T_f - \sum_{j=1}^n c_j^{(i)} = 0 \quad \text{.....(24)}$$

$$-c_0^{(i)} \omega_i \sin(\omega_i T_f) = 0 \quad \text{.....(25)}$$

식 (25)에서 $c_0^{(i)} = 0$ 이고

식 (24)에서 위 결과를 대입하면 식(26)이 된다.

$$\sum_{j=1}^n c_j^{(i)} = 0 \quad \text{.....(26)}$$

식(22)을 식(26)에 대입하면 다음과 같은 최종식이 유도 된다.

$$\sum_{j=1}^n \frac{(2j-1)^2}{(\omega_i/r)^2 - (2j-1)^2} b_j = 0 \quad \text{.....(27)}$$

식(18)과 식(27)에서 b_j 계수를 구할 수 있고 결과적으로 식(16)의 입력제어신호 변형 방정식은 유연한 빔의 운동 방정식과 연관됨을 알 수 있다. 그리고 식(27)에서 입력제어신호를 계산하는데 필요한 파라미터는 원하는 결합각도 D , 동작주기 T_f , 그리고 유연한 빔의 고유주파수로서, 특징적인 것은 시스템의 고유주파수 파라미터로 입력제어신호를 변형시킬 수 있다는 것이다.

2. 제어기 구성

3.1절에서 구현한 기준 궤적 신호를 본절에서는 다음 그림과 같은 PD 제어기를 사용한 페루프 제어 시스템을 구성하여 적용시켜 보고자 한다.

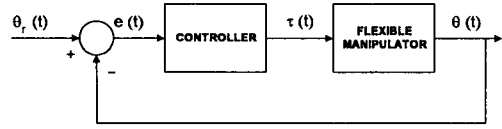


그림 2. 페루프 제어 시스템 구성
Fig. 2. Closed loop system with command shaping

위 그림에서 제어기 블록의 출력을 표시하면 다음과 같다.

$$\tau(t) = k_p e(t) + k_d \frac{de(t)}{dt} \dots\dots\dots(28)$$

IV. 시뮬레이션 및 결과

시뮬레이션에서 사용되어진 유연한 빔의 파라메터는 다음과 같고, 유연한 빔의 모드 수는 1차 모드로 한다.

$$l = 1.2 [m], \quad \rho = 0.2332 [Kg/m]$$

$$EI = 6.715 [N.m^2] \quad I_h = 0.005 [Kg/m^2]$$

유연한 빔의 구동 각도는 0에서 1까지의 라디안 값으로 한다. 그림 3에서 그림 8까지는 나타난 시뮬레이션 결과는 유연한 빔을 각도 성분과 진동 성분으로 나누어 설계하고, 3.2절에서 나타낸 PD 제어기로 구성한 것으로 그림 3, 4는 스텝 입력 응답에 대한 각도와 진동 성분의 결과를 보여주고 있으며, 그림 5, 6, 7, 8은 입력제어신호 변형에 대한 결과를 보여주고 있다.

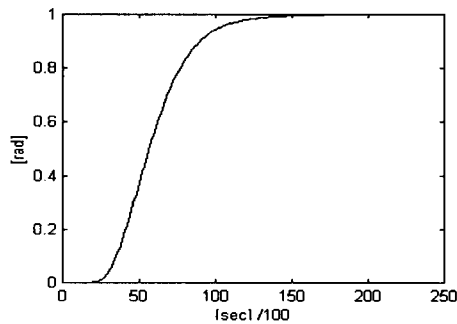


그림 3. 스텝 입력 응답에 대한 모터각도
Fig. 3. Step response of the joint angle

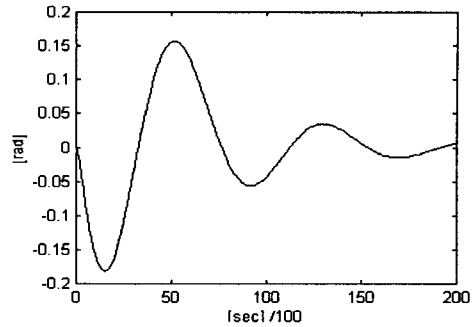


그림 4. 스텝 입력 응답에 대한 탄성변형
Fig. 4. Step response of tip deflection

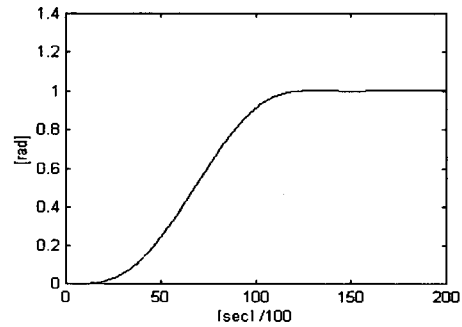


그림 5. 입력제어신호 변형 응답에 대한 모터각도 (Tf=1, D=1)
Fig. 5. Shaped command response of joint angle

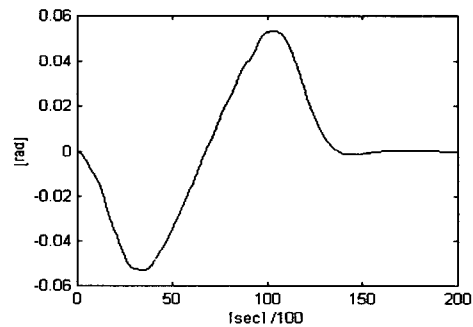


그림 6. 입력제어신호 변형 응답에 대한 탄성변형 (Tf=1, D=1)
Fig. 6. Shaped command response of tip deflection

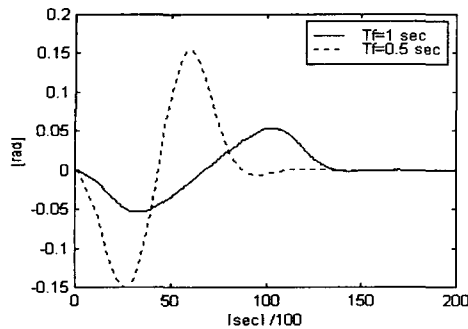


그림 7. T_r 차이에 따른 탄성변형
Fig. 7. Tip deflection under different T_r

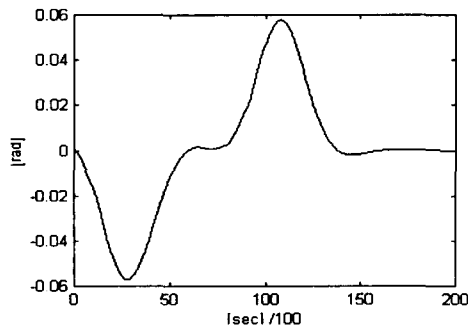


그림 8. 유연한 빔의 고유 진동수가 5%의 오차를 가질 경우에 대한 탄성변형 ($T_r=1, D=1$)
Fig. 8. Tip deflection if frequencies have 5% error

V. 결 론

본 논문에서 제안한 입력제어신호 변형 기술은 유연한 빔의 진동 성분을 제어하는데 중요한 기술이 된다. 또한 입력제어신호 변형의 구현은 매우 단순하고, 신호를 생성하는데 필요한 유일한 정보는 실험적으로 얻어질 수 있는 유연한 빔의 고유 주파수이다.

그리고 필요한 측정들과 주변장치의 감소와 유연한 시스템인 다중 모드에도 적합함을 보여주고 있다.

또한 기존의 복잡한 병렬형 피드백 제어 시스템과 비교해서 PD 제어기와 같이 단순한 시스템으로 구성될 수 있다.

비록 특정 지수에서는 최적의 조건이 못된다하

더라도 어떤 유한 시간에서 진동을 제로로 감소시킬 수 있고, 이것은 다양한 실제적 고려에서 서로 보완할 수 있는 선택적 조건이 된다.

참고문헌

- [1] Wang, D. and Vidyasagar, M. 1991. "Transfer functions for a single flexible link," The International Journal of Robotics Research Vol.10.No 5, October 1991, pp. 540-549.
- [2] H.Yang, H.Krishnan and M.H.Ang Jr. 1997. "A simple rest to rest control command for a flexible link robot," In proc, IEEE Conf. on Robotics and Automation, April 1997, pp. 3312-3317
- [3] V.Feliu, K.S.Rattan and H.B.Brown,Jr 1992 "Modeling and control of single link flexible arms with lumped masses." Journal of Dynamic Systems Measurement and Control, March 1992, vol. 114/59
- [4] Krishnan,H. and Vidyasagar, M. 1988. "Bounded input discrete-time control of a single-link flexible beam," Master's thesis, Department of Electrical Engineering, University of Waterloo, Canada.
- [5] Wang, D. and Vidyasagar, M. 1990 (Cincinnati, May). "Passive control of a single flexible link," In proc, IEEE Conf. on Robotics and Automation, IEEE computer Society press, silver Spring, Md., pp. 1432-1437.
- [6] Wang, D. and Vidyasagar, M. 1992. "Passive control of a Stiff Flexible Link," The International Journal of Robotic Vol.11.No 6, December 1992, pp. 572-578.
- [7] 권세현, 이형기, 최부귀, "쌍입력 기술합수를 갖는 비선형 보상기를 이용한 유연한 빔의 제어" 제어.자동화.시스템공학회 논문지 제4권 5호 1998, pp. 644-650

박 윤 명(Yoon-Mynug Park)

1992년 동아대학교 전자공학과 졸업(학사)
1992년~1997년 LG전자 조리기기설계실 주임연구원
1999년 동아대학교 대학원 전자공학과 졸업(석사)
1999년~현재 동아대학교 대학원 전자공학과 박사
과정

* 관심분야 : 지능형 제어, 비선형 제어, 이동로봇
제어



김 승 철(Seung-Chul Kim)

1995년 동아대학교 전자공학과
졸업(학사)
1997년 동아대학교 대학원 전자
공학과 졸업(석사)
1997년~현재 동아대학교 대학
원 전자공학과(박사과정)

* 관심분야 : 퍼지제어, 유전알고리즘, 진화프로그래밍



박 양 수(Yang-Su Park)

1987년~1989년 동아대학교 전
자공학과(공학석사)
1998년 동아대학교 전자공학과
(공학박사)
1992년~1995년 경남전문대학
전자과 전임강사

1995년~현재 경남정보대학 제어시스템정보과 조교수



박 선 국(Sun-Goog Park)

1970년~1974년 경북대학교 전
자과(공학사)
1979년~1981년 동아대학교 전
자과(공학석사)
1992년 동아대학교 대학원(공학
박사)

1978년 경남전문대학 전자과 전임강사

1992년~현재 경남정보대학 제어시스템정보과 교수



최 부 귀(Boo-Kwi Choi)

1960년 연세대학교 전기공학과
졸업(학사)
1980년 경희대학교 대학원 전자
공학과 졸업(석사)
1970년~현재 동아대학교 전자

공학과 교수

* 관심분야 : 지능형제어, 최적제어