
혼합 선형계획법을 이용한 고정소수점 파형 성형 FIR 필터의 설계

오 우 진*

Design of Fixed-point Pulse Shaping FIR Filters Using Mixed Integer Linear Programming

Woo-Jin, Oh

이 논문은 1999년도 금오공과대학교 학술연구비에 의하여 연구되었음

요 약

디지털 통신시스템에 사용되는 파형 성형 필터를 고정소수점으로 설계하는 방법에 대하여 제시한다. 기존에는 설계가 간단한 RCF(Raised Cosine Filter) 또는 Root Squared RCF를 많이 사용했으나 대역제한 특성이 나쁘고, 부동소수점 계수로 설계되는 단점이 있다. 본 논문에서는 혼합 선형계획법을 이용하여 고정소수점 파형 성형 필터를 설계하는 방법을 제시하고, 정합 필터로 사용하기 위한 Root Squared 형태에 대해서도 소개한다. 몇 개의 설계 예제를 통하여 제안된 설계 방식이 기존의 RCF나 Root Squared RCF와 비교하여 동일한 성능에서 20%이상 간단히 설계가 가능함을 보이고 있다. 특히 급격한 대역제한이 요구되는 IS-95와 같은 무선 통신시스템에서 표준 필터보다 ISI가 75%이상 개선된 결과를 제시하고 있다.

Abstract

This paper proposes the optimal design method of PSF(pulse shaping filter) with fixed-point coefficients, often used in digital communication system. Though RCF (Raised Cosine Filter) and Root-Squared RCF have less attenuation in stopband and are designed with floating point coefficients, those are selected by the reason that the design is simple. In this paper, I introduce the optimal design method for fixed point PSF

* 금오공과대학교

접수일자 : 1999년 12월 8일

including Root Squared type by using mixed integer linear programming. Through some design examples, it is shown that the proposed method better performs in ISI and requires less complexity. The complexity of the proposed filter is reduced to 20% as compared to conventional RCF and Root Squared RCF. For IS-95, that is the standard of CDMA system, the proposed filter reduces ISI up to 75% compared to the standard transmission filter.

1. 서 론

디지털 필터는 통신시스템을 비롯한 대부분의 디지털 시스템에서 널리 사용되면서도 설계에 있어서 깊은 고려 없이 고전적인 방식을 그대로 이용하는 경우가 많으며, 그 구현은 비용상의 문제로 고정소수점을 많이 사용하게 된다. 특히 FIR 필터는 선형성과 안정성 때문에 구현이 간단한 IIR 필터보다는 많이 사용되는데, 설계 방식에 따라 구현의 복잡도가 상당한 차이가 있을 뿐만 아니라 최적 설계된 고정소수점 필터와 그렇지 않은 것은 성능에서도 큰 차이를 보이게 된다.

통상적으로 디지털 필터의 설계는 다소 복잡하여 직접 설계하지 않고, 상용화된 Matlab, HDS, COSSAP 등의 툴을 이용하게 된다. 그러나 대부분의 상용 소프트웨어들은 부동소수점 필터의 설계에는 *remez exchange*, *polynomial* 방식 등을 이용하여 최적 설계 결과를 보여주고 있으나, 고정소수점 필터에 대해서는 그렇지 못한 실정이다. 전문 필터 설계 소프트웨어를 제외하고는 일반적인 경우 고정소수점 필터 설계에 방법은 가장 간단한 방식인 부동소수점 필터를 Parks-McClellan의 *remez exchange*로 최적 설계한 후 고정소수점으로 양자화하여 성능이 만족되지 못한 경우 재 설계하는 반복 방식이다. 이는 간단한 국부탐색(Local Search) 기법보다 훨씬 나쁜 결과를 보임에도 불구하고 간단하고 이해하기 쉽다는 이유로 쉽게 선택되고 있다[1],[8].

디지털 통신시스템에서 사용하는 디지털 필터중의 하나인 송신 필터 또는 파형 성형 필터는 송신 심볼을 전송대역에 맞도록 대역제한을 하면서 심볼간 간섭(ISI; Inter Symbol Interference)을 최소화하는 기능을 갖고 있다. 유선 통신시스템에서는 Closed-Form으로 표현되는 RCF(Raised Cosine Filter) 또는 Root Squared-RCF를 종종 사용하지만, 이를 그대로 무선 시스템에 적용하게 되면 여러가

지 문제점이 따른다. 무선 통신시스템은 인접 채널 간의 간섭에 민감하여 저지대역(stop band)에서 상당히 큰 감쇄를 요구하므로 RCF로 설계할 경우에 필터의 길이가 과도하게 길어지는 단점이 있다. 또한 고정소수점 필터로 설계하기 위해서는 양자화를 통한 반복 설계가 필요해질 뿐만 아니라 탭 길이가 상대적으로 길어진다는 단점이 있다.

고정소수점 필터의 설계방법은 80년대부터 많이 연구되어 왔으며, 최근에는 컴퓨터의 연산능력 향상으로 최적 설계가 가능한 다소 복잡한 알고리즘들이 제시되고 있다. 부동 소수점 필터를 설계하고 각 계수를 양자화한 후 인접한 양자화 값에 대하여 계수를 변경하면서 탐색하는 국부탐색 방법[1]과 같은 준 최적 방법과 필터를 양자화 영역에서 직접 설계하는 선형계획법(linear programming)[2]-[4], simulated annealing[5] 등의 최적 설계 방식이 있다. 준 최적 설계방법은 빠른 설계시간을, 최적 설계방법은 최적 성능면에서 장점이 있으나, 고정소수점 필터는 많은 경우에 고정적으로 사용되므로 설계시간이 다소 오래 걸리더라도 최적 설계방법을 선호하고 있다.

선형계획법의 특징은 최적 설계를 제공할 뿐만 아니라, 선형으로 표현할 수 있는 모든 설계 조건을 쉽게 추가할 수 있는 장점이 있다. 일 예로 구현이 간단한 필터를 설계할 때 최소 길이로 설계하는 것이 아니라, 계수가 0인 탭을 포함하도록 설계하여 다소 길이가 길어지더라도 0이 아닌 탭수가 가장 적은 최소의 Multiplier를 갖는 필터를 설계할 수 있다는 것이다[3]. 본 논문에서는 ISI 조건식을 선형으로 표현하여 파형 성형 필터의 설계방법을 제시하고, Root-squared 형태로 사용될 경우에 대한 방안을 논의한다. 제안된 방식으로 설계된 필터는 최소의 ISI를 갖는 것으로써, IS-95 CDMA 시스템을 위한 필터는 기존의 방식에 비하여 ISI가 75%, 필터의 길이와 계수의 소요 비트로 추산한 복잡도는 약 20% 개선된다.

본 논문의 구성은 2장에서 선형계획법을 이용한 FIR 필터의 설계방법에 대하여 간단히 소개하고, 3장과 4장에서는 최적 ISI를 갖는 설계방법과 Root-squared로 분리하기 위한 설계 방안을 각각 제안한다. 5장에서 설계 예제로써 유선 통신에서 많이 쓰이는 RCF를 대치하는 것과 이동 통신인 IS-95을 위한 송신 필터의 설계 결과를 보이고, 6장에서 결론을 맺도록 하겠다.

II. 선형계획법을 이용한 FIR 필터 설계

선형계획법은 어떤 조건식들이 선형적으로 표현 될 경우 최적해를 제공해 주는 최적화(optimization) 방법 중의 하나이다. 이를 이용하여 FIR 필터를 설계하는 방법에 대해서 설명하겠다. 먼저, 길이가 $2N+1$ 인 형식 I의 FIR 필터 $h(n)$ 의 주파수 응답은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$H(\omega) = h(0) + \sum_{n=1}^N h(n) \cos(n\omega)$$

주파수 응답 특성이 equiripple을 갖는 최적 해는 리플 가 다음의 min-max 조건을 만족할 때 얻어진다.

$$\delta = \min \lim_{\omega \rightarrow \omega_0} [D(\omega) - H(\omega)]^n \\ = \min \max [D(\omega) - H(\omega)]$$

여기서 $D(\omega)$ 는 설계할 주파수 응답이다. 위 식은 주파수 특성을 규정한 대역의 주파수 ω 에 대한 최대 오차를 최소화하도록 설계하는 것이므로 다음과 같이 다시 적을 수 있다.

$$\text{Minimize } \delta \\ \text{subject to } |D(\omega) - H(\omega)| \leq \delta \quad \dots\dots\dots (1)$$

설계하고자 하는 필터가 형식 I의 대칭형 실수 계수일 때 주파수 응답은 실수형 진폭응답으로 표현되고, $D(\omega)$ 는 통과대역에서 1, 저지대역에서 0의 크기를 가지므로 (1)식은 다음과 같은 최종 필터 설계식으로 표현될 수 있다.

$$\text{Minimize } \delta \\ \text{subject to } -h(0) - \sum_{n=1}^N h(n) \cos(n\omega_i) - W_p \delta \leq -1 \\ h(0) + \sum_{n=1}^N h(n) \cos(n\omega_j) - W_s \delta \leq 1$$

$$-h(0) - \sum_{n=1}^N h(n) \cos(n\omega_i) - W_p \delta \leq 0 \\ h(0) + \sum_{n=1}^N h(n) \cos(n\omega_j) - W_s \delta \leq 0 \\ \dots\dots\dots (2)$$

여기서 $\omega_i \in [\text{통과대역}]$, $\omega_j \in [\text{저지대역}]$ 인 주파수 격자이고, W_p 와 W_s 는 각각 통과대역 및 저지대역 리플의 가중치이다. 주파수 격자(grid) 수는 설계 계산량과 필터의 성능과 연관이 있으며 보통 필터 탭 수의 8~16배 정도를 권장하고 있다. 너무 큰 값을 선택한 경우에는 계산량이 급격히 증가하여 낭비요인이 발생하므로 적응 격자(adaptive grid)를 사용하여 계산량을 줄이는 방법[3]이 있지만, 본 논문에서는 고정 간격의 격자를 탭수의 8배로 사용하여 필터를 설계하였다.

지금까지 선형계획법으로 FIR 필터를 설계하는 방법에 대하여 간단히 살펴보았다. 선형계획법의 유용성은 앞서 언급한 바와 같이 임의의 선형적인 조건들을 쉽게 추가하여 설계할 수 있다는 것이므로, 이를 이용하여 고정소수점 필터 설계로 확장해 보겠다. 고정소수점 필터는 각 계수 $h(n)$ 이 정수형으로 표현되는 것을 뜻하므로, b 비트를 사용할 경우에 $h(n)$ 은 $\pm 2^{b-1}$ 의 범위를 갖는 정수가 된다. 따라서 식(2)는 고정소수점 필터에 대해 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\text{Minimize } \delta \\ \text{subject to } -h(0) - \sum_{n=1}^N h(n) \cos(n\omega_i) / 2^{b-1} - W_p \delta \leq -1 \\ \dots \\ h(0) + \sum_{n=1}^N h(n) \cos(n\omega_j) / 2^{b-1} - W_s \delta \leq 0 \\ -h(n) \leq 2^{b-1} \\ h(n) \leq 2^{b-1} \\ \text{variables } \delta \text{ is real} \\ h(n) \text{ is integer} \\ \dots\dots\dots (3)$$

이 설계식과 (2)식과의 차이는 계수 $h(n)$ 의 변수가 정수형으로 한정되는 것으로 이의 해를 구하기 위해서는 선형계획법의 특수형인 혼합 선형계획법(MILP; mixed integer linear programming)을 사용해야 한다.

이외에도 여러가지 선형 조건을 추가하여 최소 탭수[2], 최소 복잡도[3], 최적 직렬연결 필터[4] 등 다양한 필터들을 설계할 수 있다.

필터 설계 조건이 (2), (3)식과 같은 선형식으로 표현되면 이들은 선형계획법으로 해결될 수 있음을 보였다. 그러나 필터 설계 문제는 통상적인 선형계획법과 달리 대규모이고, 밀집(dense)된 형태이므로 상용 소프트웨어를 사용하는 것보다 독자적인 프로그래밍을 이용하는 것이 설계시간을 단축할 수 있다고 알려져 있다[2]. 그러나 최근에는 CPLEX, MPL, LINDO, OSL등과 같은 최적화된 상용 소프트웨어가 개발되고 컴퓨터의 연산 능력도 대폭 향상되어 그 격차가 줄어들고 있다. 따라서 본 논문에서도 Maximal Software사의 PC용 MPL/CPLEX[6]를 이용하여 설계하기로 한다

III. 고정소수점 파형 성형 필터 설계

디지털 데이터의 전송에서 심볼간 간섭을 줄이고 전송 선로에 의한 대역제한 특성을 얻기 위하여 특정 필터를 사용하게 된다. 이상적으로 ISI를 제거하기 위해서는 전송된 심볼을 수신단에서 표본화하는 시각에 이웃하는 심볼들로부터의 간섭이 0이 되어야 하므로 각 심볼마다 전송하는 파형이 심볼 구간마다 반복적으로 0을 가져야 한다. 이러한 파형을 만들기 위한 필터를 나이퀴스트 필터(Nyquist filter), 송신 필터(Transmission filter) 또는 파형 성형 필터(Pulse Shaping filter)라 하며, 그 주파수 특성은 다음 조건을 만족해야 한다[7], [10].

$$X_{\omega}(F) = \begin{cases} T & |F| \leq \frac{1}{2T} \\ 0 & |F| > \frac{1}{2T} \end{cases} \text{ when } X_{\omega}(F) = \sum_n X(F + \frac{n}{T})$$

전통적으로 사용되어온 나이퀴스트 필터중의 하나가 다음 식으로 표현되는 RCF이다.

$$X_{RC}(F) = \begin{cases} T & 0 \leq |F| \leq \frac{(1-\beta)}{2T} \\ \frac{T}{2} \left[1 - \frac{\sin \pi T(F - \frac{1}{2T})}{\beta} \right] & \frac{(1-\beta)}{2T} \leq |F| \leq \frac{(1+\beta)}{2T} \\ X_{RC}(f) = \frac{\sin \pi f/T}{\pi f/T} \frac{\cos \beta \pi f/T}{1 - (2\beta f/T)^2} \end{cases}$$

여기에서 β 는 롤 오프 인자(roll off factor)로써 임펄스 초과대역(excess band)의 크기와 필터의 임펄스 응답의 꼬리(tail) 크기를 결정한다. 즉, 가 커질수록 초과대역의 크기는 증가하고 꼬리의 길이는 감소하게 되며, $\beta=0$ 인 경우에는 이상적인 저역

통과 필터와 같아지고 임펄스 응답은 sinc 함수가 된다. 이상적인 저역 통과필터는 구현하기 어렵고 꼬리의 크기가 $1/t$ 에 비례하여 감소하면서 긴 시간 동안 꼬리부분이 잔류하므로 정확한 시간에 표본화 하지 못할 경우에 여러 심볼로부터 영향을 받아 오히려 ISI가 증가하게 된다.

RCF는 설계가 간단하고 ISI가 없어 많이 사용되고 있으나 롤 오프 인자 β 에 의해 대역제한 특성이 결정되어 임의의 주파수 특성을 갖도록 설계하기 어려운 단점이 있다. 또한 이 필터를 고정소수점 필터로 구현하기 위하여 계수 양자화 및 한정된 탭 수로 구현할 경우에 주파수 특성이 더욱 나빠지게 된다.

임의의 대역제한 특성과 최소 ISI를 갖는 고정소수점 파형 성형 필터의 설계방법으로 최적 설계가 가능한 선형 계획법을 제안한다. 이미 언급한 바와 같이 선형 계획법은 선형으로 표현 가능한 수식의 최적 해를 제공해주기 때문에 파형 성형 필터의 설계는 고정소수점 FIR 필터 설계방식에 ISI 조건을 선형화하여 추가하면 가능하다.

먼저, 주기가 T이고 심볼 파형이 $p(t)$ 일때 k번째 샘플에서의 심볼간 간섭 I는

$$I = \sum_{m \neq k}^{\infty} p(kT - mT) \dots\dots\dots (4)$$

으로 나타낼 수 있으며, 매 송신 심볼이 1 또는 1의 값을 갖고 형식 I의 FIR 필터 $h(n)$, $n=0, 1, \dots, N$ 에 의해 파형 성형이 될 경우에 심볼 간섭식 (6)은 다음과 같이 표현된다.

$$I = \sum_{1 \leq k \leq L, N/L} |h(kL)|$$

여기서 $\lfloor x \rfloor$ 는 x보다 작은 가장 큰 정수이고, L은 oversampling rate이다. 이 심볼 간섭식을 선형으로 표현하기 위해 $I_k = |h(kL)|$ 라 두면,

$$I = \sum_k I_k$$

로 된다. 따라서 각각의 I_k 는 $h(kL) \leq I_k$, $h(kL) \geq -I_k$ 로 선형화가 가능하며, 파형 성형 필터의 선형방정식은 다음과 같이 정리할 수 있다.

Minimize $\delta + W_{ISI}I$
 subject to ripple 조건식들
 ISI 조건식들

여기서 WISI는 리플과 ISI를 하나의 목적함수(objective function)로 표현하기 위한 가중치이다. 두 변수의 가중치 합은 실험적으로 구해야 하지만 일반적으로 파형 성형 필터 설계에서는 리플의 허용치가 결정되어 있으므로 이를 목적함수에서 제외시키고 ISI만으로 최소화가 가능하다.

Minimize I
 subject to $\delta \leq \delta_r$
 the other constraints

여기서 δ_r 은 설계하고자 하는 필터의 최대 허용 리플 값이다. 위 식으로 설계된 필터는 δ_r 보다 작거나 같은 리플과 최소의 ISI를 갖게 된다.

형식 II 필터의 ISI는 대칭형 짝수 길이이므로 표본 지점 및 간섭이 계수 값 사이에 존재하므로 ISI는 보간된 값을 사용해야 한다. 계산의 편리성을 위하여 1차 보간 필터를 사용하여 다음과 같은 선형식으로 나타낼 수 있다.

$$I_k = \left| \frac{h(kL) + h(kL+1)}{2} \right| \text{ for } k=1,2,\dots, \lfloor N/L \rfloor$$

.....(5)

고정소수점 파형 성형 필터를 설계하는 MILP 문제를 풀기 위한 방법으로 branch-and-bound 기법 등에 의한 직접적인 프로그래밍도 가능하지만, 앞

서 언급한 바와 같이 상용 소프트웨어 툴을 적절히 이용하는 방법이 편리하다.

IV. Root-Squared 필터 설계

디지털 통신시스템에서 최적 수신을 위해 종종 정합 필터를 사용하게 되며, AWGN 채널 환경인 경우에 대해서는 전체 응답 특성 $X(f)$ 는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$X(f) = G_T(f)G_R(f) = G_T(f)G_R^*(f) = G_T^2(f)$$

이때 $G_T(f)$, $G_R(f)$ 는 각각 송신 및 수신 필터이다. 따라서 $G_T(f)$ 는 $X(f)$ 와 다음과 같은 관계로 나타낼 수 있으며, $X(f)$ 를 파형 성형필터로 정의할 경우, 최적 수신 및 최적 ISI를 갖는 Root-squared filter를 설계할 수 있게 된다.

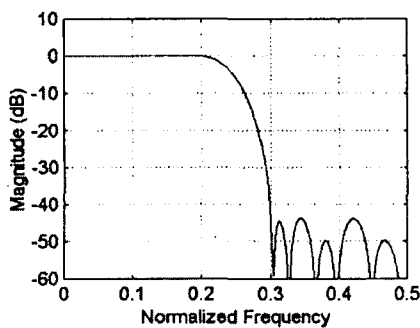
$$G_T(f) = \sqrt{X(f)}e^{-jat_0}$$

여기서 위상을 나타내는 지수항은 구현을 위한 선형의 시간 지연이므로 무시할 수 있고 $G_T(f)$ 를 직접 설계할 수 있게 된다.

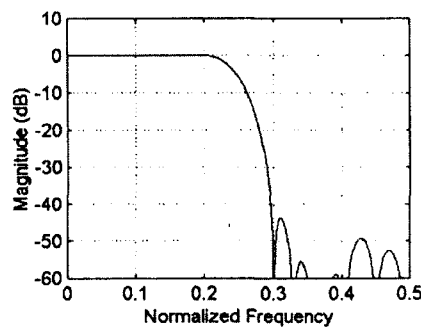
Root-Squared 필터의 설계는 일반 필터의 설계 과정과 거의 유사하며, 다만 통과대역 및 저지대역의 리플 허용 값이 다음과 같이 정해진다.

$$1 + \delta_p^T = \sqrt{1 + \delta_p^X}, \quad \delta_s^T = \sqrt{\delta_s^X}$$

여기서 δ^X , δ^T 는 각각 전체 필터 및 root-squared



(a) 기존 RCF(29탭)



(b) 제안된 필터(23탭)

그림 1. $\beta=0.2$ 인 RCF필터의 주파수 특성

Fig. 1 Frequency responses of RCFs with $\beta=0.2$.

(a) Conventional RCF and (b) the proposed filter

필터를, δ_p 와 δ_s 는 각각 통과대역 및 저지대역의 리플을 의미한다. 이러한 리플 특성과 ISI 조건을 만족하도록 설계할 경우 전체 필터도 주어진 리플과 ISI 특성을 갖게 된다. 여기서 전체필터와 Root Squared 필터의 리플 가중치가 다르다는 사실을 주의해야 한다. ($\delta_p^T/\delta_s^T \neq \delta_p^X/\delta_s^X$)

V. 설계 예제

1. RCF 및 Root-Squared RCF

RCF는 롤 오프인자 β 에 의해 주파수 특성이 결정되며, 필터의 길이에 의해 통과대역 및 저지대역의 리플이 결정된다. 동등한 주파수 특성을 갖는 파형 성형 필터에 대하여 RCF와 제안된 방식으로 설계한 것을 비교하겠다. RCF는 β 에 의해서 통과 및 차단 주파수가 결정되며, 표본 주파수를 1로 하는 정규 주파수(normalized frequency)로 나타내면 $f_p=(1-\beta)/4$, $f_s=(1+\beta)/4$ 이 된다. 이 RCF는 f_p 와 f_s 가 0.25를 중심으로 대칭형인 나이퀴스트 필터가 되어 항상 ISI=0을 가지며, 통과대역과 저지대역의 리플 비는 거의 1이 된다. $\beta=0.2$ 이고, 40dB의 저지대역 감쇄를 갖는 파형 성형 필터를 10비트의 계수로 설계하면, 그림 1과 같이 RCF의 경우 29탭, 제안된 방식은 23 탭으로 설계된다. 제안된 방식의 계수는 표 1에 보였으며, RCF에 비하여 탭수가 약 20.7% 줄어든다.

표 1. 제안된 RCF 호환 필터 계수($\beta=0.2$, 23탭, 10비트)
Table 1. The coefficients of the proposed RCF compatible filter with $\beta=0.2$, 23tap, and 10bit

n	h(n)	n	h(n)	n	h(n)
0, 22	-3	4, 18	-13	8, 14	-49
1, 21	0	5, 17	0	9, 13	0
2, 20	7	6, 16	25	10, 12	61
3, 19	0	7, 15	0	11	256

Root-Squared 형태의 파형 성형 필터는 앞서 언급한 바와 같이 리플의 특성이 제곱 형태로 만들어 진다는 점을 제외하고는 동일한 형태로 설계할 수 있으며, 예로써 위의 설계 조건과 동일한 송신 필터를 설계하겠다. 10비트, 29탭으로 설계된

Root-Squared RCF와 전체 필터 특성을 그림 2에 보였으며, 송신 필터만을 보면 ISI가 존재하나, 전체 필터특성은 ISI가 거의 0이 된다. 제안된 방식에서는 전체필터의 통과대역 (δX_p) 및 저지대역 리플(δX_s)이 각각 약 0.05dB, -55dB이므로 송신필터의 리플은 각각 0.0029, 0.042으로 14.5의 가중치를 가져야 한다. 실제 설계과정에서는 가중치가 14.5인 경우에는 전체 필터가 작은 값의 ISI가 존재하므로 가중치를 28으로 설계해야 하며, 이는 고정소수점 설계로 인한 영향이 통과 대역과 저지대역이 서로 다르기 때문에 나타나는 것으로 추정된다. 그림 2에서 보인 것처럼 제안된 방식은 29탭 Root-Squared RCF와 동일한 성능을 가지면서도 표 2와 같이 23탭으로 설계가 가능하여 앞서와 마찬가지로 복잡도가 약 20.7% 감소한다.

표 2. 제안된 Root-Squared 필터($\beta=0.2$, 23탭, 10비트)
Table 2. The coefficients of the proposed Root-Squared PSF filter with $\beta=0.2$, 23tap, and 10bit

n	h(n)	n	h(n)	n	h(n)
0, 22	3	4, 18	-15	8, 14	-69
1, 21	-10	5, 17	-13	9, 13	-16
2, 20	9	6, 16	32	10, 12	226
3, 19	8	7, 15	16	11	374

2. IS-95 필터의 설계

CDMA 방식의 디지털 이동 통신시스템은 대역 확산 방식을 사용하기 때문에 심볼을 확산한 후에 한 두개의 칩이 ISI로 인해 왜곡되어도 성능에는 큰 영향을 미치지 않는 것으로 알려져 있다. 따라서 IS-95에서도 제시된 기준 송신 필터는 ISI의 고려 없이 설계된 것을 사용하고 있다. 그러나 전송 환경이 열악한 경우에는 불필요한 ISI에 의하여 오류가 발생할 가능성도 존재하므로 ISI를 최소화하도록 설계해 보겠다.

현재 사용중인 CDMA 방식의 디지털 이동 전화인 IS-95에서는 송신 필터의 규격을 주파수와 시간 영역의 두 가지로 규정하고 있다. 시간 영역에서는 48 탭 부동소수점 기준 필터 계수를 제시하고 설

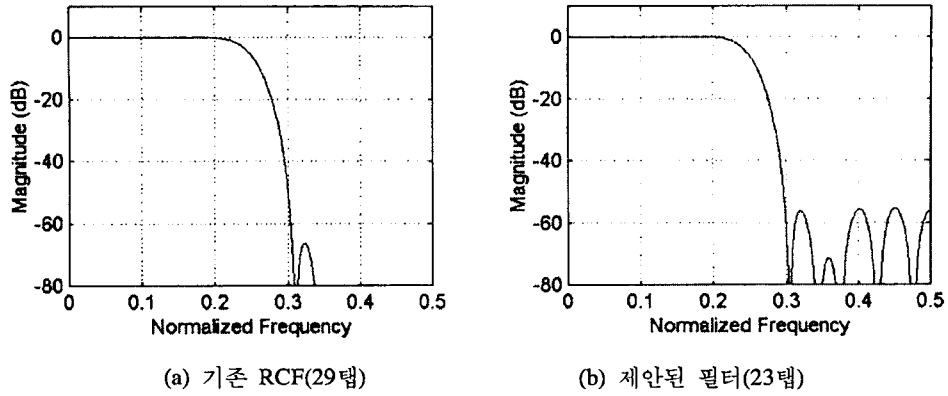


그림 2. $\beta=0.2$, 10비트 Root-Squared RCF와 제안된 필터의 특성
 Fig. 2. Frequency responses of RCFs with 10bit coefficients and $\beta=0.2$.
 (a) Conventional RCF with 29 taps and (b) the proposed filter with 23 tap

제한 필터의 임펄스 응답과 누적 자승오차가 한계 이내에 들도록 정의하였다.

$$\sum_{k=0}^{\infty} [ah(kT_s - \tau) - h_{i95}(k)]^2 \leq 0.03 \quad \dots\dots\dots (6)$$

여기서 $T_s = T_c/4$ 이고 a 와 τ 는 오차의 최소화를 위한 상수이다.

주파수 규격은 통과(Fp) 및 차단(Fs) 주파수 각각 590KHz, 740KHz이며, 칩율($1/T_c$)은 1.2288Mcps, 즉 614.4KHz이다. 이 필터의 출력 칩율($1/T_s$)은 4배 오버샘플링된 4.9152Mcps, 즉 2.4576MHz가 된다. 따라서 Fp의 정규 주파수는 $590/2457.6/2=0.120$, Fs는 0.150이 된다. 통과대역 리플은 ± 1.5 dB, 저지대역 리플은 40dB, 따라서 각 대역간의 리플 가중치는 $W_p/W_s=18.85$ 이다.

시간 영역의 조건식 (6)은 제곱 형태이므로 선형화할 수 없어 나타낼 수 없어 본 논문에서는 간단히 다음식과 같은 MAE(Mean Absolute Error)를 사용하였다.

$$\begin{aligned} h_{i95}(n) - h(n) &\leq m_n \\ -h_{i95}(n) + h(n) &\leq m_n \\ \sum_{n=0}^{\infty} 2m_n &= M_c \end{aligned}$$

M_c 는 설계된 필터가 MSE 조건을 만족하도록 반복적인 설계를 통하여 결정되며, 실제 설계 결과, 최적 설계된 필터에 M_c 의 영향은 거의 없었

다. 따라서 LP solver가 각 변수들을 최소화 시키는 경향때문에 IS-95의 PSF 설계 있어서는 M_c 를 목적함수에 포함시키지 않고 bound를 제한하는 조건식으로만 사용하였다. 최소 ISI 조건식은 필터 길이가 짝수이므로 식(5)에서 $L=4$ 인 경우이다.

필터 설계를 위한 MILP의 생성은 C 언어로, 해는 CPLEX 계열의 MPL을 사용하였다. 몇 개의 필터에 대한 설계 결과를 표 3에 보였으며, 각 펜티엄 II-333 (96MB RAM) PC에서 소요 시간을 제시하였다. 비록 많은 설계시간이 소요되지만 대부분의 경우에 한번만 최적 설계하여 고정 계수로 사용되므로 그 시간은 크게 문제되지 않을 것으로 판단된다. 기존의 IS-95 송신 필터가 0.353의 ISI를 갖는데 비하여, 제안된 필터는 0.08로 77.3%가 줄어든다(그림 3).

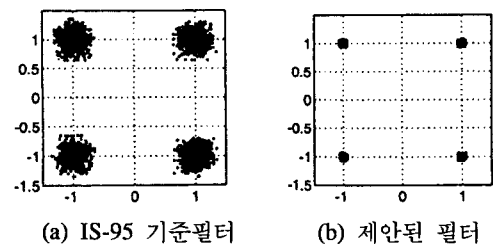


그림 3. IS-95 송신 필터의 성상도
 Fig. 3 Constellations of PSF for IS-95.

(a) IS-95 reference filter and (b) the proposed filter

표 3. IS-95 규격의 필터

Table 3. The coefficients of the proposed filter for IS-95

탭수	비트	ISI	설계시간 (초)
40	10	0.0898	238
42	10	0.0703	391
46	9	0.1641	194
48	9	0.0703	642

V. 결 론

본 논문에서는 통신시스템에 흔히 사용되는 파형 성형 필터를 고정소수점 계수로 설계하고 최소의 ISI를 갖도록 최적 설계하는 방법에 대하여 제안하였다. 제안된 방법은 기존의 RCF를 이용하는 것보다 주파수 규격 등에서 다양한 유연성과 우수한 대역 저지 특성을 제공하며, 특히 IS-95의 송신 필터와 같은 경우에는 기준으로 제시된 것보다 70%이상의 ISI를 개선하면서도 훨씬 간단히 구현할 수 있음을 보이고 있다.

다양한 탭수 및 비트 수 중에서 어느 것을 선택할 지는 성능과 구현의 효율성 및 처리 속도 등의 관계를 분석하여 선택해야 할 것으로 생각되며, 약간의 ISI 개선을 위하여 탭수나 계수의 비트 수를 늘리는 것보다는 구현이 간단한 것을 선택하는 것이 바람직할 것으로 판단된다. 구현의 효율성에 관해서는 I/Q 채널을 사용하는 Quadrature 방식의 송수신 시스템에서 송신필터를 통합하여 복잡도를 줄이기 위한 연구도 제시되고 있다[11].

최근에는 다양한 무선 접속 규격을 필요에 따라 쉽게 변경할 수 있는 Software Radio 개념이 제시되고 IF단을 디지털로 구현하려는 연구가 많이 진행되고 있다. 따라서 제안된 고정소수점 필터의 설계 기법을 응용하여 각종 필터들의 상호 결합적인 설계 및 그에 따른 부수적인 구현 문제들에 대한 고찰이 더욱 필요해 질 것이다.

참고문헌

[1] H. Samueli, "An improved search algorithm

for the design of multiplierless FIR filters with powers-of-two coefficients", *IEEE Tr. Circuits Syst.*, pp. 566-570, July 1988.

[2] Y. C. Lim, "Design of discrete coefficient value linear phase FIR filters with optimum normalized peak ripple magnitude", *IEEE Tr. Circuits Syst.*, pp.1480-1486, Dec. 1990.

[3] J. T. Kim and W. J. Oh and Y. H. Lee, "Design of non-uniformly spaced linear phase FIR filters using mixed integer linear programming", *IEEE Tr. Signal Processing*, pp.123-126, Jan. 1996.

[4] W. J. Oh and Y. H. Lee, "Design of efficient FIR filters with cyclotomic polynomial prefilters using mixed integer linear programming", *IEEE Tr. Signal Processing Letters*, pp. 239-241, Aug. 1996.

[5] N. Benvenuto, M. Marchesi, and A. Unich, "Application of simulated annealing for the design of special digital filters", *IEEE Tr. Circuits Syst.*, pp. 1044-1047, July 1989.

[6] Maximal Software Home page, <http://www.maximal-usa.com/index.html>

[7] R. E. Crochiere and L. R. Rabiner, *Multirate Digital Signal Processing*, Prentice Hall, 1983.

[8] P. P. Vaidyanathan, *Multirate Systems and Filter Banks*, Prentice Hall, 1993.

[9] Y. Neuvo, D. Cheng-Yu, and S. K. Mitra, "Interpolated impulse response filters", *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, pp. 563-570, May 1984.

[10] J. G. Proakis, *Digital Communications*, McGraw-Hill

[11] 오우진, "이동통신시스템을 고정소수점 파형 성형 FIR 필터의 설계 및 구현", 1999년 정보통신 합동학술대회, 1권, pp. 301~305



오 우 진(Woo-Jin, Oh)

1989년 2월 한양대학교 전자공
학과 (공학사)

1991년 9월 한국과학기술원 전
기 및 전자공학부 (석사)

1996년 2월 한국과학기술원 전
기 및 전자공학부 (박사)

1996년 2월 ~ 1998년 7월 SK 텔레콤 중앙연구원
선임연구원

1998년 8월 ~ 현재 금오공과대학교 전자공학부 전
임강사

*관심분야: 이동통신, 디지털 시스템 구현, 통신신
호처리