

2차원 초음속 노즐에서의 2차 유동분사에 의한 추력 방향 제어 특성의 수치적 해석

오 대 환* · 손 창 현** · 이 충 원**

Numerical Analysis of Secondary Injection for Thrust Vector Control on 2-Dimensional Supersonic Nozzle

D. H. Oh* · C. H. Sohn** · C. W. Lee**

ABSTRACT

The advantages of the SITVC (Secondary Injection for Thrust Vector Control) technique over mechanical thrust vectoring systems include a reduction in both the nozzle weight and complexity due to the elimination of the mechanical actuators that are used in conventional vectoring. The optimal operating conditions of SITVC were investigated using in-house developed compressible flow analysis codes. Numerical experiments were used to examine the impact of the thrust vector direction with a variety of injection positions, mass flow rates, and injection angles on the two-dimensional expansion cone of a supersonic nozzle. The computational results showed that the optimal position of the secondary injection, with the maximum deviation angle and side thrust, was where the oblique shock generated by the secondary injection reached the end of the nozzle exit.

초 록

2차 유동 분사에 의한 추력 방향 제어 방법은 기계적인 방법에 비해 복잡한 기계적 작동장치가 배제됨으로 무게를 줄일 수 있다. 본 연구에서는 압축성 유동 해석을 위해 개발한 코드를 이용하여 SITVC의 최적 작동 조건을 구하였다. 수치 실험은 2차원 초음속 수축-팽창 노즐 유동에서 2차 유동의 분사 위치, 분사 유량 및 분사 각도 등이 추력 방향에 미치는 영향을 조사하였다. 유동 해석 결과 2차 유동의 분사 위치는 생성된 경사 충격파가 노즐 출구까지 분포되는 지점이 최대 전향각과 횡추력을 가지는 분사 위치임을 알 수 있었다.

*경북대학교 대학원(Kyungpook National University, Graduate School)

**경북대학교 기계공학과(Kyungpook National University, Dept. of Mechanical Engineering)

1. 서론

2차 유동 분사에 의한 추력 방향 제어(Secondary Injection Thrust Vector Control: SITVC)는 로켓 엔진 또는 제트 엔진의 노즐에서 분출되는 초음속 유동에 2차 유동을 분사시킴으로써 주 흐름의 방향을 바꾸어 추력의 방향을 제어하는 방법이다.

현재 전투기 및 우주 발사체 등에 사용되고 있는 추력 방향 제어 방법은 노즐을 움직이거나, 제트 흐름 속에 베인(vane)과 같은 부품을 삽입하여 유동을 기계적으로 방해하여 추력의 방향을 변화시키는 방법으로, 부가적인 복잡한 기계적 작동 장치와 이에 따른 무게의 증가가 필수적으로 따르게 된다. 그러나 2차 유동 분사에 의한 추력 방향 제어(이하 SITVC) 방법은 복잡한 기계적 장치와 무게의 증가 없이 주 유동의 방향을 바꾸어 추력의 방향을 제어할 수 있을 뿐만 아니라 운용 비용 절감에도 효과적인 방법으로 재인식되어 이에 대한 실험 및 수치적 연구가 활발히 진행되고 있다.⁽¹⁾⁻⁽⁵⁾ 수축-팽창 노즐(convergent-divergent nozzle) 출구에서의 초음속 흐름은 Fig. 1에서 보이는 바와 같이 2차 유동으로 인한 충격파가 발생하게 되고, 이 충격파와 경계층과의 상호 작용으로 박리가 생기며, 충격파와 노즐 벽면의 간섭 등 이차 유동으로 복잡한 유동 현상이 발생한다.

SITVC 방법은 1960년대부터 로켓의 방향 제어 방법으로 연구되기 시작하였는데 Wu⁽⁶⁾ 등은 2차 분사 유동에 따른 충격파의 생성 및 주 유동 변화 각도를 선형 해법을 도입하여 해석적으로 구하였다. Yamanaka⁽⁷⁾는 비 반응 공기의 2차원 및 3차원 초음속 노즐 실험을 수행하여 2차 분사 유동의 강도에 따른 유동 특성과 충격파의 생성 형상에 대한 상관관계식을 실험과 비교하였다. Gilbert⁽⁸⁾ 등은 2차원 노즐에서의 분사에 따른 실험과 해석을 수행하였고, Masuya⁽⁹⁾ 등은 로켓의 노즐에 3가지 액체 산화제의 2차 분사를 통한 실제적인 횡추력의 크기를 측정하였다. Grasso⁽¹⁰⁾ 등은 평판에서의 초음속 유동에 2차 유동 분사에 의한 유동 현상을 수치 해석하였으며 난류모델에 따라 유동 해석 결과에 차이가 있음을 밝혔다. 1995년 NASA Langley Research Center에서 SITVC에 관련된 회의가 있었으며,

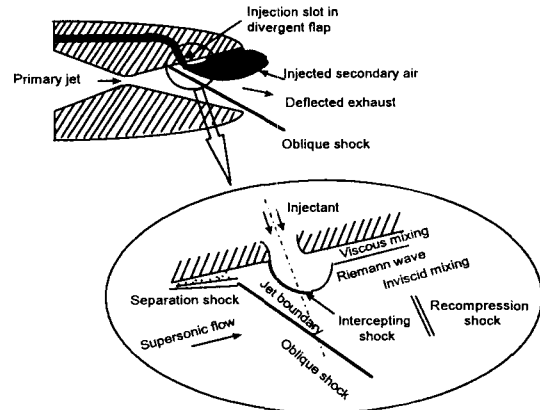


Fig. 1. Schematic of typical flow pattern for secondary injection

NASA/LaRC의 자원을 받는 연구를 Wing이^{(1),(5)} 추진하게 되었다. Wing은 Pratt & Whitney에서 제공된 노즐과 실험 설비를 이용하여 연구한 결과 주 유량의 7.5%의 2차 분사로 20도의 추력 방향을 제어한 것으로 보고하였다.

SITVC의 제어 성능 평가는 2차 유동의 분사에 따른 주 유동의 전향(turning or deviation)되는 각의 크기 즉 전향각 또는 주 유동의 전향에 따라 발생하는 횡추력의 크기 등으로 판단하며, 노즐의 팽창비, 2차 유동의 분사 위치 및 분사 유량 등의 변수에 의해 주 유동의 전향각이 크게 바뀌어 지므로 초음속 노즐 유동에 대한 이들 변수들의 최적의 조건과 상관관계를 구하는 것이 필요하다. 본 연구에서는 이러한 SITVC 특성 해석을 위해서 2차의 정확도를 갖는 양해법(explicit method)을 이용한 압축성 해석 프로그램을 개발하였다. 그리고 2차원 초음속 수축-팽창 노즐 유동에 2차 유동을 분사하는 경우에 대하여 초음속 노즐에서의 2차 유동의 분사 위치, 분사 유량 및 분사 각도 등이 추력의 방향 및 크기에 직접 관계하는 주 유동의 전향각 및 유동 상태량에 미치는 영향을 밝혀 이들 상호간의 상관관계를 구하고자 한다.

2. 지배방정식 및 수치해석 방법

2차원, 비정상상태 Navier-Stokes 방정식을 보

존형태(conservative form)로 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

여기서,

$$U = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho E \end{pmatrix}$$

$$F = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p - \tau_{xx} \\ \rho uv - \tau_{xy} \\ \rho Hu - (\bar{\tau} \cdot \vec{v})_x - k \frac{\partial T}{\partial x} \end{pmatrix}$$

$$G = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv - \tau_{yx} \\ \rho v^2 + p - \tau_{yy} \\ \rho Hv - (\bar{\tau} \cdot \vec{v})_y - k \frac{\partial T}{\partial y} \end{pmatrix} \quad (2)$$

여기서, ρ 는 밀도, u, v 는 x, y 방향 속도 성분, p 는 압력, E 는 전에너지, H 는 전엔탈피, T 는 온도, k 는 열전도율, τ 는 응력, 그리고 $\bar{\tau}$ 와 \vec{v} 는 각각 응력 텐서와 속도 벡터를 나타낸다.

지배방정식을 이산화하기 위해 Ni가⁽¹¹⁾ 제안한 2차의 정확도를 갖는 양해법(explicit scheme)을 이용하였다. 양해법의 가장 큰 장점은 알고리즘이 간단하고 계산 속도가 빠르다는 것이다. 단점으로는 CFL(Courant-Friedrichs-Lewy) 조건에 의해 수렴에 필요한 시간 단계가 제약을 받게된다. 그러나 다중격자(multi-grid) 기법을 사용함으로써 큰 시간 단계를 사용할 수 있고 비정상 유동 해석을 할 때에는 시간 정확도를 높일 수 있기 때문에 장점이 있다고 생각된다. 최근 최⁽¹²⁾가 수행한 연구 결과에서도 Runge-Kutta나 Crank-Nicolson을 이용한 양해법이 음해법에 비해 수렴에 소요된 전체 계산 시간이 작음을 보고하였다. Ni의 알고리즘은 궁극적으로 2차의 정확도를 갖는 Crank-Nicolson 방법과 동일하며 Denton⁽¹³⁾ 등의 코드에 응용이 되고 있다. 간단한 알고리즘은 다음과 같다. 지배방정식 (1)은 (3)식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial U}{\partial t} = - \left[\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} \right] \quad (3)$$

여기서, 수정항($\delta U_i = U_i^{n+1} - U_i^n$)을 정의하고 유한 체적법을 이용하여 (3)식을 이산화 하면 변화량, ΔU 는 다음과 같이 나타난다.

$$\Delta U_C = \left[\frac{(F_1 + F_2)}{2} \Delta Y - \frac{(F_3 + F_4)}{2} \Delta Y + \frac{(G_1 + G_4)}{2} \Delta X - \frac{(G_2 + G_3)}{2} \Delta X \right] \frac{\Delta t}{\Delta X \Delta Y} \quad (4)$$

여기서, 하첨자 C는 Fig. 2에 나타난 격자점 1, 2, 3, 4에 의해 정의된 검사면으로써 괄호 안의 4개의 항은 각각 네 개의 검사면을 통과하는 플럭스를 나타낸다.

검사면 C를 둘러싼 네 개의 격자점에 대한 수정값은 다음의 분배식에 의해 결정된다.

$$\begin{aligned} (\delta U_1)_A &= \frac{1}{4} \left[\Delta U_C + \frac{\Delta t}{\Delta x} \Delta F_C + \frac{\Delta t}{\Delta y} \Delta G_C \right] \\ (\delta U_1)_B &= \frac{1}{4} \left[\Delta U_C + \frac{\Delta t}{\Delta x} \Delta F_C - \frac{\Delta t}{\Delta y} \Delta G_C \right] \\ (\delta U_1)_C &= \frac{1}{4} \left[\Delta U_C - \frac{\Delta t}{\Delta x} \Delta F_C - \frac{\Delta t}{\Delta y} \Delta G_C \right] \\ (\delta U_1)_D &= \frac{1}{4} \left[\Delta U_C - \frac{\Delta t}{\Delta x} \Delta F_C + \frac{\Delta t}{\Delta y} \Delta G_C \right] \end{aligned} \quad (5)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \Delta F_C &\equiv \left(\frac{\partial F}{\partial U} \right)_C \Delta U_C \\ \Delta G_C &\equiv \left(\frac{\partial G}{\partial U} \right)_C \Delta U_C \end{aligned} \quad (6)$$

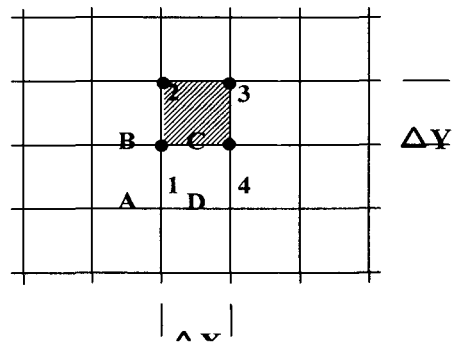


Fig. 2. Control Volume

따라서 최종적으로 격자점 1의 값은 다음과 같이 구해진다.

$$U_1^{n+1} = U_1 + \delta U_1 \quad (7)$$

$$\delta U_1 = (\delta U_1)_A + (\delta U_1)_B + (\delta U_1)_C + (\delta U_1)_D$$

여기서 하첨자 A, B, C, D는 격자점 1을 둘러싼 네 개의 검사면을 뜻한다.

수렴에 필요한 시간 단계는 다음의 조건에 의해 결정된다.

$$\Delta t \leq \min \left(\frac{\Delta x}{u+c}, \frac{\Delta y}{v+c} \right) \quad (8)$$

여기서, c 는 음속을 뜻한다.

그리고 난류 모델로는 간단한 Baldwin-Lomax 모델을⁽³⁾ 이용하였다.

3. 수치해석 방법의 검증

3.1 Bump 유동

비점성, 압축성 유동장의 대표적인 검증 예로 하부 벽면에 Bump가 존재하는 채널에서의 아음속, 천음속, 초음속 유동장을 풀어 보았다.

Fig. 3에 수치 검증에 사용한 Bump 형상을 나

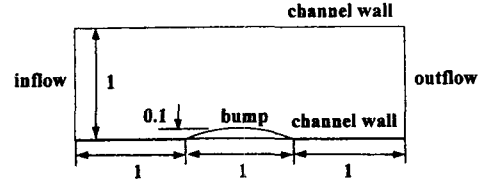


Fig. 3 Channel with a circular arc bump

타내었다. 채널의 높이는 Bump 길이와 같고 Bump의 두께는 아음속과 천음속에서 Bump길이의 10%이며 초음속의 경우 4%로 설정되어 있다. 격자수는 Ni의 결과와 같은 조건에서의 비교를 위해 65×17 을 사용하였으며, Bump의 양쪽 끝단과 아래쪽 벽면으로 격자를 밀집시켰다. 그리고 운동량 방정식의 잔차가 1×10^{-5} 이하일 때를 수렴 판정 기준으로 하였다.⁽¹¹⁾

아음속 유동의 입구속도는 $Ma_\infty = 0.5$ 이며 채널 입구로 균일한 속도 분포로 유입되고 있다. 상·하부 채널 벽면에서의 경계 조건은 비점성 유동 조건인 Slip 조건을 설정하였고, 출구 경계조건은 외삽법을 적용하였다. Fig. 4에는 등마하선도를 Ni의 결과와 비교하였다. 아음속 계산 결과에서 보듯이 Bump를 중심으로 마하수 분포가 거의 대칭을 이루고 있다.

천음속 유동의 입구속도는 $Ma_\infty = 0.675$ 이며, Fig. 4에서 나타난 바와 같이 천음속에서는 Bump

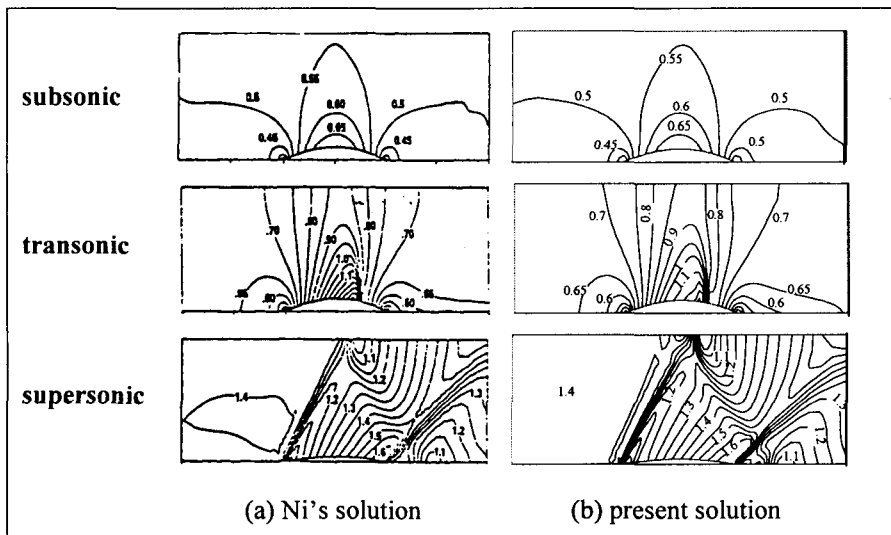


Fig. 4. Isomach lines of subsonic, transonic, supersonic solutions

길이의 72% 지점에 충격파가 생성됨을 볼 수 있다.

초음속 유동의 입구속도는 $Ma_\infty = 1.4$ 이며 Bump의 두께는 길이의 4%로 설정되어 있다. 계산 결과에서 보듯이 초음속 유동에서는 Bump의 양쪽 끝단에서 경사 충격파가 발생하고 있으며, Bump 앞쪽의 충격파는 상부 벽면에서 반사되고 있음을 볼 수 있다. 앞의 결과들은 모두 Ni의 결과와 잘 일치하고 있다.

3.2 노즐 유동

압축성 유동의 또 다른 검증 예로 2차원 초음속노즐 유동장을 풀어 보았다. 노즐의 형상은 Fig. 5와 같으며, 격자 구성은 47×23 으로 축 방향으로 노즐 목 부분에 격자수를 밀집해서 구성하였다.⁽¹⁴⁾

입구 조건으로는 마하수 0.2의 속도와 출구 압력에 대한 입구 정체 압력(stagnation pressure)의 비가 0.1135로 설정되어 있다.

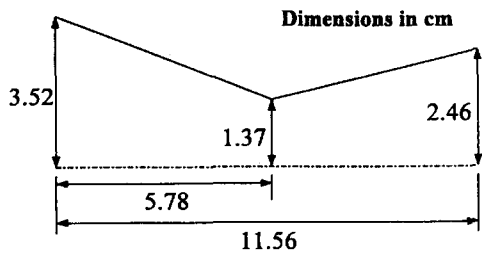


Fig. 5. Planar converging-diverging nozzle

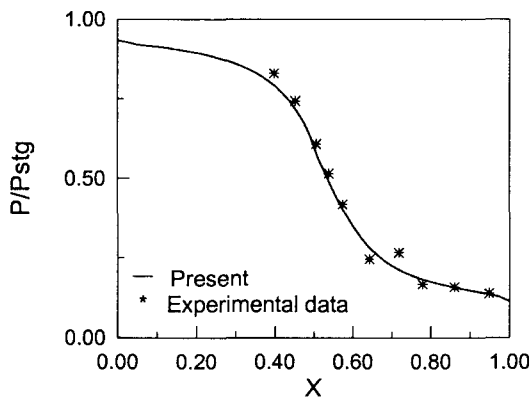


Fig. 6. Pressure distribution at the centerline

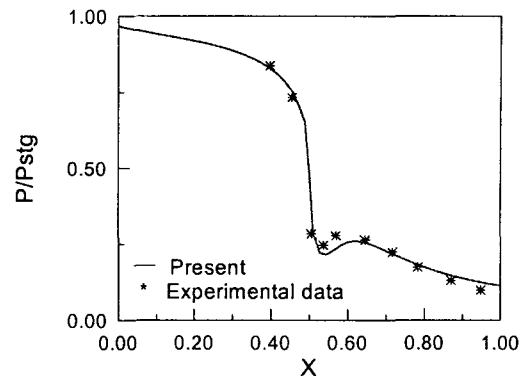


Fig. 7. Pressure distribution at the wall

Fig. 6와 Fig. 7에 노즐 중심과 벽면에서의 압력비를 Mason et al의⁽¹⁵⁾ 실험치와 비교하여 나타내었다. 새로측은 입구 정체 압력에 대한 x방향의 압력비를 나타내고 있다. 결과에서 보듯이 실험치와 잘 일치하고 있음을 볼 수 있다.

4. SITVC 특성 해석 결과

4.1 수치해석 조건

수치해석에 사용된 노즐은 Fig. 8에서와 같이 노즐의 목(throat)과 출구를 직선으로 연결하는 2차원 노즐로써, 목 부분의 크기(d^*)는 10 mm이고 노즐 확산부의 반각(半角) α 는 15° 이다. 계산에 사용된 격자는 Fig. 9에서와 같이 노즐의 목 부분과 2차 분사 노즐 부분에 격자를 밀집하여 설정하였고 격자수는 126×21 이다. 2차 분사 노즐의 위치는 노즐 목에서 22 mm 떨어진 위치에서 2 mm 씩 노즐 출구 쪽으로 이동 시켰으며, 분사 노즐 폭은 1 mm,

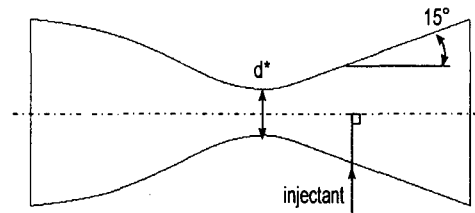


Fig. 8. Schematic of nozzle geometry

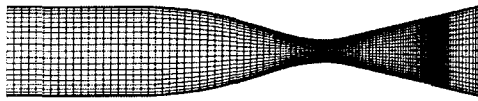


Fig. 9. Computational grid

분사 각도는 노즐 중심 축에 90° 각도로 주었다. 또한 노즐 입구의 압력과 2차 분사 노즐의 압력은 1.63 MPa로 동일하게 주었고, 분사 노즐의 속도는 음속으로 하였다. 이상의 조건들은 Yamanaka의⁽⁷⁾ 원뿔 노즐에 대한 실험 논문을 토대로 설정하였다.

4.2 분사 노즐위치에 따른 전향각의 변화

Fig. 10는 2차 분사 노즐의 위치가 22 mm와 44 mm인 경우의 등마하선도를 나타내고 있다. 2차 분사 앞쪽으로 경사 충격파가 생성됨을 볼 수 있으며 충격파를 지난 유동이 전향되고 있음을 볼 수 있다. 여기서 전향각은 축방향 추력 F_x 와 횡추력(side force) F_s 의 비로 (9)식과 같이 구해진다.

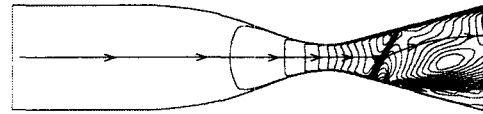
$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{F_s}{F_x} \right) \quad (9)$$

여기서, 추력은 (10)식으로 구할 수 있다.

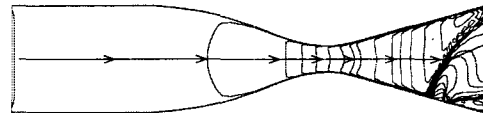
$$F = \dot{m}u_j + (P_e - P_a)A_e \quad (10)$$

여기서, \dot{m} 는 배기가스 질량유량, u_j 는 배기제트 속도, P_e 는 노즐 출구압, P_a 는 대기압, 그리고 A_e 는 노즐 출구면적을 나타낸다.

Fig. 11은 2차 분사 노즐의 위치를 노즐 목에서 부터 22 mm 위치에서 2 mm씩 출구쪽으로 이동함에 따른 전향각의 변화를 나타내고 있다. 분사 위치가 노즐 출구쪽으로 갈수록 전향각이 점차 증가하다가 44 mm 위치에서 19.5°의 최대값을 가진 후 완만히 감소하는 결과를 보여 주고 있다. 이러한 변화를 나타내는 이유는 분사 위치가 앞쪽일 때는 벽면에서 반사되는 충격파에 의해 주유동이 재전향되므로 전향각이 작다가 분사 위치가 출구 쪽으로 갈수록 점차 커져서 충격파가 노즐 끝단에 위치하게 되는 44 mm 위치에서는 더 이상 반사 충격파가 생성되지 않으므로 여기서 최대 전향각을 가지게 된



(a) Injection at 22 mm



(b) Injection at 44 mm

Fig. 10. Isomach lines with different injection position

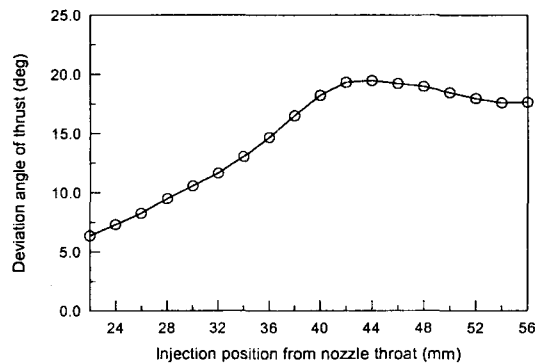


Fig. 11. Deviation angle vs injection position

다. 그리고 이후에 다시 감소하는 것은 충격파가 대기영역 밖으로 벗어나면서 충격파를 지나지 않고 노즐을 빠져 나오는 유동에 의해 다시 감소하는 것으로 판단된다. 따라서 최대 전향각을 가지는 분사 위치는 2차 분사로 인해 생성된 경사 충격파가 노즐 끝단에 분포되는 지점이라고 볼 수 있다. 이러한 수치해석 결과는 Wing^{(1),(5)}이 사각 형태의 노즐에서 7.5%의 2차 유동 분사로 약 20도의 추력 제어한 실험 결과와 비교하여 유사한 결과로 생각된다.

또한 분사 위치에 따른 추력비의 변화를 살펴보면, 2차 분사 노즐을 설치하지 않았을 때의 추력을 F_0 라고 할 때 횡추력 F_s 와의 비를 Fig. 12에 나타내었다. 추력비의 변화도 전향각의 변화와 같은 경향을 나타내고 있으며 역시 최대 전향각을 나타내었던 44 mm 위치에서 약 0.25의 최대 추력비를 나타내고 있다. 즉, 주 추력의 25%의 횡추력을 발생

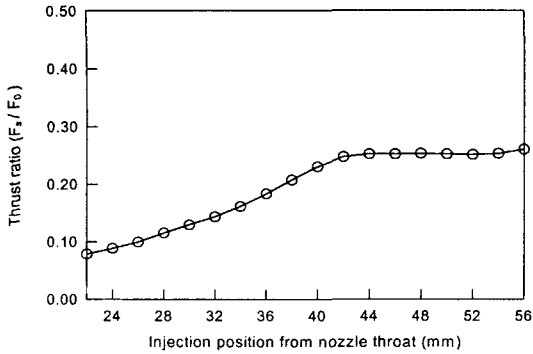


Fig. 12. Thrust ratio vs injection position

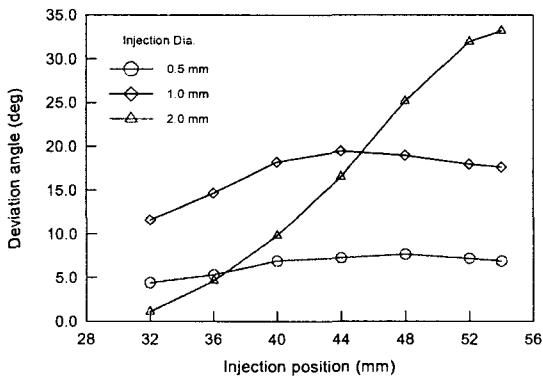


Fig. 13. Deviation angle vs injection dia.

시켰음을 알 수 있다. 또한 이러한 횡추력의 크기는 최대 전향각이 생기는 위치까지는 전향각의 크기와 비례한다고 볼 수 있다.

4.3 분사 노즐 유량에 따른 전향각의 변화

2차원에서 유량은 2차 분사 노즐 폭에 비례하기 때문에 2차 분사 노즐 크기 변화에 따른 전향각 변화를 Fig. 13에 나타내었다. 분사 노즐 폭이 0.5 mm 일 때, 즉 5%의 2차 분사 유량에서는 전향각의 변화가 거의 없음을 알 수 있다. 이는 주유동의 5% 정도의 유량으로는 경사충격파의 강도가 충분하지 않기 때문이라고 판단된다. 2차 노즐 폭이 1.0 mm와 2.0 mm 일 때는 2차 분사 노즐 크기에 비례하여 전향각이 변화하는 기울기가 점차 커지고 있다. 하지만 유량이 증가할수록 전향각이 증가하는 것이 꼭 좋은 성능을 가진다고는 볼 수 없다. 왜냐하면 최소 유량을 가지고 최대 전향각을 발생시키는

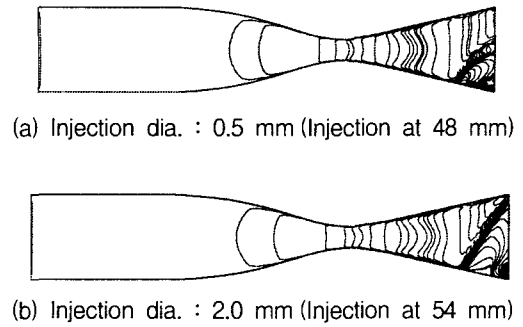


Fig. 14. Isomach lines with different injection dia

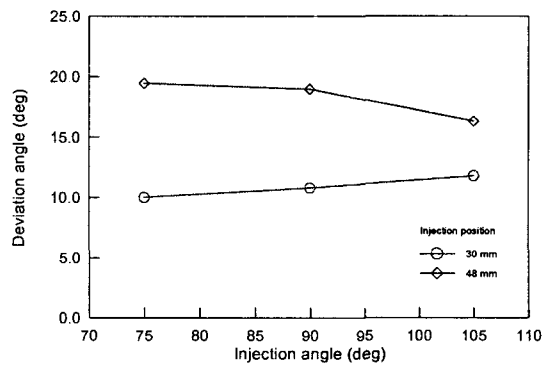


Fig. 15. Deviation angle vs injection dia.

것이 보다 좋은 성능을 가진다고 볼 수 있으므로 사용목적에 맞는 전향각을 발생시키는 최소 유량을 선택하는 것이 중요하다고 판단된다. Fig. 14에는 최대 전향각을 가지는 분사 위치에서의 마하 선도를 나타내었다. Fig. 14 (a)는 분사 직경이 0.5 mm일 때이고 Fig. 14 (b)는 분사 직경이 2.0 mm일 때이다. 0.5 mm 직경일 때는 충격파의 강도가 약해서 충격파가 노즐 끝까지 뺄지 못하고 있다. 반면에 2.0 mm 직경일 때는 1.0 mm 직경일 때와 마찬가지로 충격파의 끝이 노즐 출구의 끝단에 위치하고 있다. 따라서 이 지점에서 전향각은 최대가 됨을 알 수 있다.

4.4 분사 각도에 따른 전향각의 변화

Fig. 15에 분사 각도에 따른 전향각의 변화를 분사 위치에 따라 비교한 결과를 나타내었다. 2차 분사 각도인 90°를 중심으로 주 유동의 역 방향으로 15°(분사각도 75°), 순방향으로 15°(분사각도 105°)

각도를 주었을 때, 전향각이 점차 증가하는 위치인 30 mm 위치에서는 분사 각도가 증가함에 따라 전향각도 증가하고 있다. 그러나 전향각이 점차 감소하는 위치인 48 mm 위치에서는 분사 각도의 증가에 따라 전향각은 감소하고 있다. 즉 최대 전향각이 발생한 44 mm 이전의 전향각이 증가하는 위치에서 주 유동의 역 방향으로 분사 각도를 주면 전향각이 감소하고 전향각이 감소하는 44 mm 이후의 위치에서 주 유동의 역 방향으로 분사 각도를 주면 전향각은 증가한다. 이것은 분사 각도에 따라 충격파의 위치가 조금씩 이동함에 따른 것으로 분사 위치를 같은 방향으로 조금씩 이동했을 때의 결과와 동일하다고 볼 수 있으므로 최적의 분사 위치가 정해진다면 분사 각도는 고려하지 않아도 될 것으로 판단된다.

5. 결 론

SITVC의 성능 특성 해석을 위해 양해법을 이용한 압축성 유동 해석 프로그램을 개발하여 2차원 초음속 노즐에 대해 2차 유동의 분사에 따른 전향각과 추력 등을 수치 계산한 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

1. 2차 유동의 분사 위치에 따른 전향각과 추력을 비교한 결과, 생성된 경사 충격파의 끝이 노즐 출구의 끝단에 분포되는 지점이 최대 전향각과 횡 추력을 가지는 분사 위치임을 알 수 있었다.
2. 2차 유동의 분사유량이 증가하면 전향각이 변화하는 기울기도 증가하며 최대 전향각 또한 증가함을 볼 수 있었다.
3. 2차 유동의 분사각도 변화시 분사각도 방향으로 충격파의 생성 위치가 조금씩 이동하며 이것은 분사 위치를 같은 방향으로 이동했을 때의 결과와 같으므로 최적의 분사 위치만 정해진다면 분사 각도는 고려하지 않아도 될 것으로 판단된다.

본 계산 결과는 2차원 유동 해석을 통한 초음속 노즐에서의 추력 방향제어 특성을 연구한 것으로 향후 3차원 해석을 통해 실제적인 실험결과와 비교가 요구된다.

후 기

이 논문은 1998년도 경북대학교 공모과제 연구비에 의하여 연구되었으며 이에 감사드립니다.

참 고 문 헌

1. David J. Wing and Victor J. Giuliano, Fluidic Thrust Vectoring of an Axisymmetric Exhaust Nozzle at Static Conditions, ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting, Vancouver, B.C., Canada, FEDSM97-3228, June 22~26, 1997, pp. 6
2. Cebeci, T and Smith, A.M.O "Analysis of Turbulent Boundary Layers", Applied Mathematics and Mechanics, Vol. 15. Academic Press, New York. 1974
3. Baldwin, B. S. and Lomax, H., "Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Flow," Paper No. AIAA-78-257
4. Patel, V.C., Rodi, W. and Scheuerer, G., "Turbulence Models for Near-Wall and Low Reynolds Number Flows: A review." AIAA Journal, Vol. 23, No. 9, pp.1308~1319
5. Thrust Vectoring for Turbine Engines, <http://www.minmet.uq.oz.au/~djwwu/e4413.html>
6. Wu, J.M., Chapkis, R.L. and Mager, A. "Approximate Analysis of Thrust Vector Control by Fluid Injection," ARS Journal, December 1961, pp.167~168
7. Yamanaka, T., "An Investigation of Secondary Injection Thrust Vector Control," NAL TR-286T, May 1972
8. Gilbert, G.B.; and Hill, P.G. "Analysis and Testing of Two-Dimensional Slot Nozzle Ejectors With Variable Area Mixing

- Sections," NASA CR-2251, 1973.
9. Masuya, G., Chinzei, N., Ishii, S., Kudo, K and Komuro, T., "Liquid Injection Thrust Vector Control in High Expansion Rocket Nozzles," NAL TR458, May 1976
 10. Grasso, F. and Magi, V., "Simulation of Transverse Gas Injection in Turbulent Supersonic Air Flows." AIAA Journal, Vol. 33, No. 1, pp.56~62, 1995
 11. Ron-Ho Ni, "A Multigrid Scheme for Solving The Euler Equations", Paper No. AIAA-81-1025.
 12. 최정열, 정인석, 윤영빈, "비정상 충격파-유도 연소 해석을 위한 전산유체 알고리즘의 검증", p89~96, 제9차 유도무기 학술대회 논문집, 1999.
 13. J. D. Denton, "An Improved Time Marching Method for Turbomachinery Flow Calculation", ASME Paper No. 82-GT-239, 1982.
 14. K. C. Karki and S. V. Patankar, "Pressure Based Calculation Procedure for Viscous Flows at All Speeds in Arbitrary Configurations" AIAA Journal, Vol. 27, No. 9, 1989
 15. Mason, M. L., Putnam, L. E., and Re, R. J., "The Effect of Throat Contouring on Two-Dimensional Converging-Diverging Nozzles at Static Conditions", NASA TP 1704, 1980