산학기술성공학회논문지
Vol. 1, No. 1, pp. 83~89, 2000

참조점 방법을 이용한 DEA 모형의 프론티어 탐구

오 동 일

Searching an Efficient Frontier in the DEA Model based on the Reference Point Method

Dong Il O

요 약 의사결정단위의 효율성 평가 도구로 사용되는 DEA 모형은 효율적 프론티어를 구해 의사결정단위를 평가하는 모형이다. 효율적 프론티어상의 참조집합이 무엇이냐에 따라 평가 단위의 효율성과 비효율을 제거하기 위한 대안이 다르게 된다. 다목적 선형계획법에서 프론티어를 구하기 위해 사용되는 참조점 방법은 제약 조건과 목적함수 간의 상충관계를 고려하면서 자유롭게 효율적 프론티어를 찾아 주는 장점이 있다. 또한 그 구조가 DEA 모형과는 유사하므로 DEA 모형을 참조점 방법의 방식으로 재 표현할 수 있다. 의사결정자가 단지 방사형 투사만에 의한 효율성 분석에 만족하지 못하거나 의사결정자의 선호구조에 의해 곡면상의 다른 점을 가장 선호한다면 이 점을 기준으로 대상을 평가하는 것이 올바른 결과에 도달 할 수 있을 것이다. 따라서 본 연구에서는 DEA 모형을 참조점 방법에 따라 재해석하고 4 개의 의사결정단위로 이루어진 표본을 이용하여 다양한 유형의 DEA 모형에 의한 효율성을 평가하고 참조점 방법에 의한 확장된 형태의 효율적 프론티어를 구한다. 이를 통해 참조점 방법이 DEA 모형의 적용과 해석에 있어 많은 도움을 줄 수 있다는 점을 보인다.

Abstract DEA is a newly developed analyzing tool to measure efficiency evaluation of decision making units (DMU). It compares DMU by radial projection on the efficient frontier. The purpose of this study is to show reference point approach used for searching solution in multiple objective linear programming can be usefully used to determine flexible efficient frontier of each DMU. In reference point approach, the minimization of ASF produces an efficient points in frontier and enhances the usefulness of DEA by providing flexibility in DEA and optimally allocating resources to DMU. Various DEA models can be supported by reference point method by changing the projection direction in order to choose the targets units, standards costs and management benching-marking.

Key Words : DEA, MOLP, Reference point method, Performance evaluation

1. 서 론

의사결정단위가 효율적인 생산활동을 한다는 것은 동일하거나 더 적은 투입물을 소비하면서 더 많은 생산을 하거나(산출물 중심의 관점) 더 적은 투입물을 이용하여 동일한 생산을 하는(투입물 중심의 관점) 경우가 있을 수 없는 상태를 말한다.

DEA 모형은 생산함수의 모양이 알려져 있지 않거나 통계적 가정이 어려운 경우 의사결정단위의 효율성 평가를 위해 유용하게 사용되고 있다[1].

DEA 모형에서 효율성을 구하기 위해서는 효율적 프론티어상에 참조집합을 구해야 하는데 다목적 선형계획법(multiple objective linear programming: MOLP)에서 사용되는 참조점 방법을 이용하여 효율적 프론티어를 구한 후 이를 DEA 모형에 접목시킨다면 DEA 모형의 결과를 해석하고 분석을 수행하는데 도움이 될 것이다.

본 연구에서는 DEA 모형을 참조점 방법에 의해 보다 일반적인 모양으로 표현한 후 참조점 방법을 도입해 효율적 프론티어를 다양하게 변화시키고 이를 근거로 효율성 분석을 수행할 수 있음을 보인다. 그리고 참조점 접근법을 DEA 모형과 같이 사용함으로써 DEA 모형에서 구한 효율적 프론티어의 의미가 더욱 중대하고 DEA 모형이 더 많은 탄력성을 가질 수 있음을 보이고자 한다.

마지막으로 본 연구에서는 참조점 방법을 이용하여 DEA 모형의 프론티어를 탐구함으로써 경영자는 의사결정단위를 평가하기 위한 보다 다양한 참조집합을 선정할 수 있고, 이를 바탕으로 의사결정단위가 취해야 할 자원 배분과 관련하여 현실적으로 더욱 의미있는 해를 가질 수 있음을 보이고자 한다.

2. 본 론

DEA 모형과 다목적 선형계획법간의 관계를 알아보고 참조점 접근법에 의한 DEA 일반형을 제시한다. 그

*상명대학교 금융보험학부 증권금융전공

리고 참조점 접근법에 따른 효율적 프론티어가 DEA모형을 해석하고 확장하는데 도움이 될 수 있음을 간단한 사례를 통해 알아본다.

2.1. DEA 기본형

n 개의 의사결정단위가 m 개의 투입물을 이용하여 p 개의 산출물을 생산하며 $X \in R^{m} \times {}^{n}$, $Y \in R^{p} \times {}^{n}$ 는 의사결정단위로 부터 실제 관찰된 투입물과 산출물로 구성된 투입 · 산출 행렬이라고 하자. x_j는 $X \in R^{m} \times {}^{n}$ 행렬의 j 번째 행이라고 하면 이는 의사결정단위 j가 산출을 위해 소비한 투입물 벡터를 나타내며, x_{ij} 는 j 번째 의사결정단위가 소비한 i 번째 투입물의 량이라고 하자. j 번째 의사결정단위의 투입물과 산출물을 각 각 (x_j, y_j) 라 하고 생산가능집합은 T 이며 T가 다음 조건을 만족시키도록 구성하자[2].

$A1)$ 모든 j에 대해 $(x_j, y_j) \in T$ 이고 $\sum_j \lambda_j = 1$, $\lambda_j \geq 0$ 이면 $(\sum_j \lambda_j x_j, \sum_j \lambda_j y_j) \in T$

$A2)$ 만약 $(x_j, y_j) \in T$ 이고 $x' \geq x$ 이면 $(x'_j, y_j) \in T$이다. 또한 $(x_j, y_j) \in T$이고 $y' \leq y$ 이면 $(x_j, y'_j) \in T$이다

$A3)$ $(x_j, y_j) \in T$ 이면 $(kx_j, ky_j) \in T$ (단, $k \geq 0$)

$A4)$ $T = \bigcap T'$ (단, T'는 위의 조건을 만족하는 집합)

위와 같이 정의되는 생산 가능 집합은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$T = \{(x, y) \mid hX \geq k\sum_j \lambda_j x_j,\ y \leq k\sum_j \lambda_j y_j,\ \sum_j \lambda_j = 1,\ \lambda_j, k \geq 0\} \qquad (1)$$

Charnes 등은 위의 생산가능집합으로 부터 작은 양수(ε)를 도입하여 효율성 척도로서의 h값을 도입하였다[3]. 이 함수 h는 주어진 제약조건하에서의 극대화로 주어지는데 이를 선형계획모형으로 나타내면 CCR비율 모형으로 불리는 다음과 같은 투입물 중심의 DEA 기본 모형을 구성할 수 있다[4].

$$\begin{aligned}
h(x, y) = \min\ & \theta - \varepsilon\Big[\sum_{i=1}^{m} s_i + \sum_{r=1}^{p} s_r\Big] \\
s.t\ \ & \theta x_{io} - \sum_j^{n} \lambda_j x_{ij} - s_i = 0 \\
& y_{i0} = \sum_j^{n} \lambda_j y_{rj} - s_r \\
& \sum_j \lambda_j = 1 \\
& (i = 1, 2, \ldots, m,\ \ j = 1, 2, \ldots n,\ \ r = 1, 2, \ldots p, \\
& \lambda_j \geq 0,\ \ s_r \geq 0,\ s_i \geq 0)
\end{aligned} \qquad (2)$$

x_{ij} : 단위 j가 소비한 i 번째 투입물

y_{rj}, : 단위 j가 산출한 r번째 생산물

이 모형을 이용해서 해를 구하면 의사결정단위의 효율성이 구해지는데 의사결정단위가 효율적이라고 판정되기 위해서는 다음 식(3)이 만족되어야 한다[5].

$$\theta^* = 1 \ \ \text{이고} \quad \forall s_{i=0},\ \forall s_i = 0 \qquad (3)$$

일단 효율성 조건에 의해서 비효율적인 단위로 밝혀지면 비효율적인 의사결정단위는 다음과 같은 CCR투사(projection)1)에 의하여 파레또 최적(Pareto Optimal)인 상태로 될 수 있다. 이렇게 투사된 투입 · 산출물이 효율적인 프론티어를 구성하게 되고 비효율적인 의사결정단위가 지향하여야 할 목표수준이 된다.

(효율성 달성을 위한 조건)

투입물 투사 : $x_j{*} = \theta_0 x_j - s_i$ (4)

산출물 투사 : $y_j^* = y_j + s_r$

2.2. 다목적 선형계획법과 참조점접근법

식(2)로 주어진 DEA 모형과 다목적 선형계획법(multiple objective linear programming : MOLP)을 연결하기 위해 다음과 같은 다목적 선형계획법을 살펴보자.

$$\begin{aligned}
& Max\,Y\lambda \\
& Min X\lambda \\
& s.t. \quad \lambda \in \Lambda = \{\lambda \mid \lambda \in R^n \text{ 이고 } A\lambda \leq b\}
\end{aligned} \qquad (5)$$

(단, $A \in R^k \times {}^n$, $b \in R^k$)

식(5)와 같은 다목적 선형계획법은 기본적으로 다차원 의사결정문제(multiple criteria decision making)의 한 유형이므로 유일한 해가 존재하지 않는 것이 일반적이다. 따라서 해의 개념도 합리적 수준의 해를 구하는 것으로 만족해야 하며 이런 해를 통상적으로 효율적인 해라고 한다[6].

(정의 1) 식(5)에서 $Y\lambda > Y\lambda^*$ 이고 $X\lambda < X\lambda^*$인 $\lambda \in \Lambda$ 가 존재하지 않으면 $\lambda^* \in \Lambda$는 약효율적이다.

(정의 2) 식(5)에서 $Y\lambda \geq Y\lambda^*$ 이고 $X\lambda \leq X\lambda^*$ 이며 $(Y\lambda, X\lambda) \neq (Y\lambda, {}^*X\lambda^*)$인 $\lambda \in \Lambda$ 가 존재하지 않으면 $\lambda^* \in \Lambda$는 효율적이다.

위에서 정의된 효율성의 개념은 DEA 모형에서도 그대로 적용되므로 다목적 선형계획법의 해를 DEA 모형에서도 사용할 수 있다. 다목적선형계획법의 효율적 곡

1) 투입 · 산출물을 원점에 대해서 비례적으로 증감시킴으로써 효율적 프론티어에 도달하므로 방사형 투사(radial projection)를 사용하고 있음.

면 위에서 해를 찾는 가장 일반적인 방법은 Wierzbicki의 표현에 의하면[7] 참조점 방법(reference point methods)로 불리는 성취도함수(achievement scalarizing function : ASF)에 의한 방법이다. 이 방법은 식(5)의 해를 구하기 위해서 다음과 같은 함수를 구성해서 참조점 $g \in R^{p \times m}$(주어진 g의 수준을 희망수준(aspiration level)이라고 함.)이 주어지는 경우 이 점을 식(5)의 효율적 프론티어 위로 투사해서 해를 구한다.

$$\min s(g, u, w, \delta) = \min \{ \max_{i \in P} [\alpha_i \frac{(g_i - u_i)}{w_i}] + \delta \sum_{i \in P} \alpha_i (g_i - u_i) \} \tag{6}$$

단, $u = (y, x) \in T, \quad s = ASF, \quad w > 0 \in R^{p \times m}$

$$\begin{cases} \alpha_i = 1, & i = 1, 2, \ldots p \\ \alpha_i = -1, & i = p+1, p+2, \ldots p+m \end{cases}$$

$\delta > 0$ 인 작은 수, $\quad P = \{1, 2, \ldots m+p\}$

g는 투입물과 산출물로 구성되어 있으며 w_i 는 투입물과 산출물에 주어진 가중치를 의미하며 식(6)의 두 번째 항은 (정의 2)를 만족시키는 해를 구하기 위해 도입한 식이다. g 값을 지속적으로 변화시킴으로써 식(6)의 선형계획법의 우변의 값을 계속 변화시킬 수 있다. 참조점 방법은 적용하기가 쉽다는 장점이 있다. 식(6)에서 주어진 $g \in R^{m \times n}$하에서 $\min s(g, u, w, \delta)$의 값은 다음과 같은 선형계획법에 의하여 풀 수 있다.

$$\begin{aligned} \min \quad & \varepsilon + \delta \sum_{i=1}^{i=p+m} (g_i - u_i) \\ s.t. \quad & x \in X \\ & \varepsilon \geq (g_i - u_i)/w_i, \quad i = 1, 2, \ldots p+m \end{aligned} \tag{7}$$

이 식은 다시 다음과 같은 식(8)로 변형가능하다.

$$\begin{aligned} \min \quad & \varepsilon + \delta \sum_{i=1}^{i=p+m} (g_i - u_i) \\ s.t. \quad & x \in X \\ & u + \varepsilon w - z = g \\ & z \geq 0 \end{aligned} \tag{8}$$

참조점 방법을 사용하면 의사결정자의 효용함수를 모르므로 효용함수에 대한 구체적인 모양에 대한 가정을 하지 않고 실행가능영역내에서 목적함수와 관련된 의사결정자의 희망수준에 근거하여 접근할 수 있다. 희망수준은 이미 언급한 바와 같이 g의 조정을 통해 이루어진다. 따라서 이 방법을 DEA 모형에 응용하면 경영자가 효율적인 해를 찾는 과정이 자유롭다는 장점이 있다. 의사결정자가 자유롭게 효율적 프론티어를 찾기 위해서는 식(8)을 다음과 같이 변형하면 된다[8].

$$\begin{aligned} \min \quad & \varepsilon + \delta \sum_{i=1}^{i=p+m} (g_i - u_i) \\ s.t. \quad & x \in X \\ & u + \varepsilon w - z = g + tr \\ & z \geq 0 \\ & t: 0 \to \infty \text{ 이고 } r \in R^{p+m} \text{는 참조방향} \end{aligned} \tag{9}$$

2.3. 참조점 방법에 의한 DEA 일반형

Joro 등은 위에서 살펴본 참조방향접근법을 이용해서 CCR모형과 BCC 모형3)을 모두 포함하는 다음과 같은 DEA 모형의 일반형을 제시하였다[6].

Table 1.에서 g^y, g^x 를 각 각 산출물과 투입물에서 희망수준으로 정의하면 식(6)에서와 같이 식(10)의 g도 투입 · 산출물의 희망수준인 $g = \begin{pmatrix} g^y \\ g^x \end{pmatrix}$로 나타낼 수 있고 $w = \begin{pmatrix} w^y \\ w^x \end{pmatrix}$는 각 각 산출물과 투입물에 대한 가중치이다. Table 1의 일반형에 나타난 w^x, g^x, w^y, g^y을 무엇으로 두느냐에 따라 Table 2에 나타난 것과 같은 다양한 유형의 DEA 모형을 얻을 수 있다[9]. 여러 유형의 DEA 모형은 분석가가 투입물과 산출물 중 어느 것에 더 많은 분석을 할애하는 가하는 점과 분석의 용이성에 따라 선택하면 된다.

식(10)을 식(9)와 같은 모양으로 표현하면 다음 식(11)과 같다. 이 경우 참조방향은 현재의 해에서 출발하여 희망수준을 통과하는 벡터로 주어진다. 의사결정자에 의해 주어진 방향벡터를 r이라 하면 의사결정자가

Table 1. DEA모형의 일반형2)

참조점 접근법에 의한 DEA 모형의 일반형 (원문제)	참조점 접근법에 의한 DEA 모형의 일반형 (상대문제)
max $Z = \sigma + \varepsilon I^T (s^+ + s^-)$ $s.t.$ $Y\lambda - \sigma w^y - s^+ = g^y$ $X\lambda + \sigma w^x + s^- = g^x$ (10.1) $\lambda \in \Lambda$ $\lambda,\ s^+,\ s^- \geq 0,\ \varepsilon > 0$	min $W = \nu^T g^x - \mu^T g^y + \xi b$ $s.t.$ $-\mu^T Y + \nu^T X + \xi A^T \geq 0^T$ $\mu^T w^y + \nu^T w^x = 1$ (10.2) $\mu, \nu \geq \varepsilon I$ $\xi \geq 0,\ \varepsilon > 0$

*여기서의 σ는 식(2)의 θ에 대응되며 s^-, s^+는 각 각 식(2)의 s_i, s_r에 대응됨.

2) Table 1.의 원문제와 상대문제는 CCR 모형에서는 각각 상대문제와 원문제로 정의됨.

3) Banker · Charnes · Cooper 는 규모에 대한 보수가 가변적인 BCC모형을 유도함[8].

Table 2. 참조점 접근법에 따른 다양한 DEA 모형4)

	모형의 종류	w^x	g^x	w^y	g^y	Λ	효율성 조건
1	산출지향적 CCR 모형 (Charnes 등(1978))	0	x^0	y^0	0	R^n_+	$Z^* = W^* = 1$
2	투입지향적 CCR 모형 (Charnes 등(1978))	x^0	0	0	y^0	R^n_+	$Z^* = W^* = -1$
3	결합 CCR 모형 (Joro 등(1998))	x^0	x^0	y^0	y^0	R^n_+	$Z^* = W^* = 0$
4	산출지향적 BCC 모형 (Banker 등(1984))	0	x^0	y^0	0	$\lambda_i \geq 0,\ \sum_{i=1} \lambda_i = 1$	$Z^* = W^* = 1$
5	투입지향적 BCC 모형 (Banker 등(1984))	x^0	0	0	y^0	$\lambda_i \geq 0,\ \sum_{i=1} \lambda_i = 1$	$Z^* = W^* = -1$
6	결합 BCC 모형 (Joro 등(1998))	x^0	x^0	y^0	y^0	$\lambda_i \geq 0,\ \sum_{i=1} \lambda_i = 1$	$Z^* = W^* = 0$
7	일반 결합 모형	-	x^0	y^0	-	R^n_+	$Z^* = W^* = 0$

규정하는 r의 변화를 통해서 효율적인 프론티어를 지속적으로 추적할 수 있다.

$$
\begin{aligned}
\max\ & Z = \sigma + \varepsilon I^T(s^+ + s^-) \\
s.t.\ & \\
& Y\lambda - \sigma w^y - s^+ = g^y + tr^y \\
& X\lambda + \sigma w^y + s^- = g^x + tr^x \\
& \lambda \in \Lambda \\
& \lambda,\ s^+,\ s^- \geq 0,\ \varepsilon > 0
\end{aligned} \tag{11}
$$

식(11)의 해는 현재의 해로부터 효율적 프론티어의 특정 꼭지점으로 이동하면서 효율적 프론티어를 제시해 주며 의사결정자는 이 경로상에서 자신의 효용함수를 최대화 해 주는 만족 수준의 최선호점을 구하면 된다.5) Korhonen과 Wallenius은 참조점근법에 바탕을 두고 이용자들이 시각적으로 결과를 볼 수 있고 동시에 의사결정자가 입력하는 선호에 따라서 자동적으로 효율적 프론티어를 구해주는 VIG프로그램을 개발하였다[10]. 이 프로그램에서는 의사결정자의 자유로운 프론티어 선택이 가능하므로 의사결정단위를 평가하기 위한 참조집합을 자유롭게 선택할 수 있다. 그 결과 DEA 모형과 관련한 의사결정단위의 성과평가에 보다 많은 정보를 제공해 줄 수 있게 된다.

2.4. 사례 분석

참조점 접근법에 의한 효율적 프론티어의 탐구가 DEA 모형에 어떻게 이용될 수 있는 가를 다음과 같은 간단한 예를 통해 살펴보자.6)

[사례]

경영자는 시스템 개발 부서의 네 가지 프로젝트를 "인력 및 예산의 제약 하에서 고객의 만족도를 높이고 시스템 개발 소요시간을 최소화한 프로젝트를 가장 성공적인 프로젝트"로 규정하는 방식으로 평가하고자 한다.

이에 따라 시스템 개발과 관련된 효율성 평가를 투입요소로는 시스템개발에 투입된 전담 인원수(명수), 시스템 욕구 파악으로 부터 개발 완료시 까지 투입된 직접비(백만원)의 두 가지 지표를 선정하고 산출요소로는 시스템 개발완료시까지 소요된 시간(개월)을 점수화 한 자료(소요시간이 길수록 점수가 낮음), 시스템에 대한 이용자의 만족도(5 점 척도로 만족도가 가장 높은 경우는 5 점, 만족도가 가장 낮은 경우는 1 점)의 두 가지 지표를 선정하여 4 개의 프로젝트로 구성된 가상적 프로젝트 효율성을 평가한다.

이제 비효율적인 의사결정단위로 밝혀진 #4에 대해 위 자료를 산출지향적 CCR모형에 의해 효율성을 구하면 각 의사결정단위의 효율성은 Table 4와 같다.

Table 3. 사례 자료

프로젝트	투입인원 (×1)	직접비 (×2)	이용자 만족도(×3)	시간점수 (×4)
1	4	20	5	7
2	3	18	3	13
3	5	21	5	8
4	5	20	4	9

Table 4. 산출지향적 CCR모형에 의한 효율성 값

	#1	#2	#3	#4
산출지향적 CCR	효율성 =1	효율성 =1	효율성 =1	1/1.092

4) 효율적인 점에서는 모든 여유변수 s+, s-의 값이 0 이어야 함.

5) 다양한 소프트웨어의 이용이 가능한데 Korhonen과 Wallenius(1988) 가 개발한 Pareto Race 도 그 중 하나의 방법임.

6) 이 사례는 [4]의 사례를 간략히 변형한 것임.

추가적인 분석을 수행한다. DEA 모형에 따른 # 4의 목적함수, 여유변수 그리고 참조집합의 변화는 Table 5와 같다.

Table 5로 부터 다음과 같은 사실을 알 수 있다.

- 어느 모형을 사용하든 # 1, # 2, # 3은 모두 효율적인 것으로 나타났으며 # 1, # 2, # 3은 모두 참조집합이 자기 자신으로 결정되었다. 다만 # 4는 모형 모든 모형에서 비효율적인 것으로 평가되었다. 이는 이미 알려진 바와 같이 DEA 결과가 각 모형에 대해서 안정적이다는 결과와 일치한다.
- 각 모형에 따라서 σ의 값이 상이하기는 하나 각 모형에 따른 σ는 다음과 같은 관계에 있으므로 서로 환산해서 평가할 수 있다.

투입지향적 CCR의 효율성 값 = 0.916

$$= \frac{1}{\text{산출지향적 } CCR\text{의 효율성값}} = \frac{1}{1.092}$$

$$= \frac{(1-\sigma*)}{(1+\sigma*)} = \frac{(1-0.044)}{(1+0.044)} \quad (\text{단 } \sigma^{*}\text{는 결합모형의 값})$$

- # 4는 모형과는 무관하게 투입 인원이 상대적으로 많은 것으로 나타나고 있으며 # 4의 참조집합은 # 1 과 # 2 로 구성된다. # 3과 # 4의 투입·산출구조를 비교해 보면 투입면에서 매우 비슷함을 알 수 있다. 즉 투입면에서 매우 유사한 구조를 가지고 있음에도 불구하고 # 3은 효율적인 단위로 평가되고 # 4는 비효율적인 단위로 평가되었으며 # 4의 참조집합도 # 3이 아닌 투입 구조면에서 상당한 차이를 나타내고 있는 # 1, # 가 선택되었다. 즉 DEA모형은 비교집단을 선택할 때 투입물 뿐만 아니라 산출물까지 고려해서 참조집합을 선택해서 평가함을 알 수 있다.
- Table 4에서 알 수 있는 바와 같이 모형에 따라서 # 4에 대한 참조집합은 일정하게 유지되나 참조집합에 대한 가중치는 지속적으로 변화한다. 산출지향적 CCR모형에서는 현재의 투입물 수준에서 여유변수의 값을 제거한 나머지($x_0 - s^-$)의 투입물 수준을 유지한다는 조건하에서 효율적이 되기 위해 산출물 수준을 어느 정도까지 높여야 하는 가를 구하고 있다. 따라서 프론티어상의 산출물 수준은 $Y\lambda$ 또는 $\sigma y_0 + s^+$ 수준까지 증가되어야 한다.

그 반면 투입지향적 CCR모형에서는 현재의 산출물 수준에서 여유변수의 값을 더한 정도($y_0 + s^+$)의 산출물 수준을 유지한다는 조건하에서 효율적이 되기 위해 투입물 수준을 어느 정도까지 낮추어야 하는 가를 보여준다. 따라서 프론티어상의 투입물 수준은 $X\lambda$ 또는 $\sigma x_0 - s^-$수준까지 감소되어야 한다. 마지막으로 결합 CCR모형에서는 산출물 수준을 효율적 프론티어($Y\lambda$ 또는 $(1+\sigma)y_0 + s^+$)까지 산출을 증대시켜야 함과 동시에 투입물의 경우에도 효율적 프론티어인 $X\lambda$ 또는 $(1-\sigma)x_0 - s^-$수준까지 투입물을 감소시켜야 한다.

이제 참조점 방법을 사용하여 DEA 모형과 참조점 방법에 의한 효율적 프론티어를 비교하여 보자. Table 7에서는 현재의 투입수준을 일정하게 유지하면서 산출수준만을 변화시켜가면서 구한 효율적 프론티어가 있다. 이 프론티어를 이용하여 정책입안자나 경영자는 특정의 의사결정단위의 성과평가를 위한 기준을 설정할 수 있다.

참조점 방법에 따라 해를 구하기 위해서 식(11)을 사용하였다. 이를 위해서 우선 DEA 산출지향적 모형에서 구한 효율적 프론티어를 최초의 주어진 입력값으로 두고 이 점 주변의 작은 영역에서 효율적 프론티어가 어떻게 변화될 수 있는 가를 구하면 된다. 참조점 방법에 의한 해를 구하기 위해서 Korhonen이 개발한 Pareto Race로 불리는 VIG프로그램을 이용하였다. 식(9)에서 지배당하지 않는 효율적 프론티어를 구하기 위해서 방향(direction)을 움직여주는 참조벡터(r)와 어느 정도의 이동과 속도를 유지할 것인가를 결정하는 수치 파라메타(t)의 두 가지를 사용하여 효율적 프론티어를 구하면 된다. 그러므로 경영자는 희망하는 목적함수의 값을 개선시키기 위하여 r을 변화시키거나 t를 조절함으로써 속도를 변화시키면 된다.

Table 6. 각 모형에 따른 효율적 투입물과 산출물 수준

모형 / 투입·산출물	산출지향적 CCR	투입지향적 CCR	결합 CCR
투입물 1	3.75	3.43	3.58
투입물 2	20.00	18.96	19.11
산출물 1	4.37	4.00	4.17
산출물 2	9.83	9.00	9.39

Table 5. 각 모형에 따른 # 4 의 참조집합의 변화

모 형	σ	여 유 변 수				참 조 집 합		
		투입물 1	투입물 2	산출물 1	산출물 2	#1	#2	#3
산출지향적 CCR	1.092	1.253	0	0	0	0.620	0.422	0
투입지향적 CCR	0.916	0.232	0	0	0	0.568	0.386	0
결합 CCR	0.044	1.198	0	0	0	0.593	0.403	0

Table 7. DEA 모형과 참조점 접근법에 의한 효율적 프론티어

	경우 1	경우 2	경우 3	경우 4	경우 5
투입인원	7	3.75	3.75	3.75	3.75
직접비	13	20.00	20.00	20.00	20.00
이용자만족도	8	4.37	4.38	3.33	4.69
시간점수	9	9.83	9.73	14.44	6.56
참조집합					
# 1	n.a	0.620	0.631	-	0.938
# 2	n.a	0.422	0.409	1.111	-
# 3	n.a	-			

경우 1 : # 4의 현재의 투입 · 산출구조
경우 2 : # 4의 DEA 모형에 의한 최적 투입 · 산출구조 (산출지향적 CCR 모형)
경우 3 : # 4의 Pareto Race에 의한 최적 투입 · 산출구조 (경우 4와 경우 5의 중간 경우)
경우 4 : # 4의 Pareto Race에 의한 최적 투입 · 산출구조 (시간점수 최대화하는 경우)
경우 5 : # 4의 Pareto Race에 의한 최적 투입 · 산출구조 (고객만족도를 최대화하는 경우)

Table 8. DEA 모형과 VIG에 의한 효율적 프론티어

	경우 1	경우 2
투입인원	3.58	3.00
직접비	19.11	16.00
이용자만족도	4.17	3.49
시간점수	9.39	7.88
참조집합		
# 1	0.593	0.4966
# 2	0.403	0.3387
# 3	-	-

경우 2 : # 4의 DEA 모형에 의한 최적 투입 · 산출구조 (산출지향적 CCR 모형)
경우 3 : # 4의 Pareto Race에 의한 최적 투입 · 산출구조 (투입 · 산출을 자유로이 변경)

분석 목적을 위해서는 경우 1의 투입 · 산출구조와 DEA 모형에 의한 투입 · 산출구조를 비교해서 비효율의 원인과 바람직한 자원배분의 관계를 밝히고, 추가적으로 필요한 경우에는 DEA모형이 원점에 대해서 방사형 투사(radial projection)만을 하는 약점을 보완하기 위하여 참조점 방법에 의해 자유롭게 효율적 프론티어를 찾아 경우 1과 비교하면 된다.

경우 4는 주어진 투입 수준에서 시간 점수를 최대화 할 수 있는 산출 수준인데 이 점이 꼭지점이 되며, 경우 5는 주어진 투입 수준에서 고객 만족도가 최대화되는 산출 수준을 구한 것으로 각 각은 더 이상 개선이 불가능한 파레토 최적의 상태이다. 경우 3은 두 경우의 중간 정도의 수준인데 각 경우를 이용하여 경영자는 의사결정단위를 평가할 수 있다.

경우 4 와 경우 5를 비교해 보면 고객 만족도를 높이기 위해서는 개발완료시간이 추가적으로 더 소요되는데 그 정도가 심하여 이용자 만족도를 1.36 향상시키는데 개발 시간 면에서는 점수가 크게 약화되어 7.88이나 줄어든다. 이는 고객 만족도를 향상시키는데 상당한 어려움이 있으며 이를 만족시키기 위해서는 개발소요시간이 너무 많이 필요해 시장에서 선도적 지위를 상실할 가능성이 있음을 시사한다.

Table 8은 경영자가 투입 인원은 가능한 줄이고 직접비도 가능한 줄이는 조건하에서 최적 해를 보여준다. 최초 해를 경우 1로 두고 참조점 방법을 사용하는 경우 투입 인원과 직접비는 줄일 수 있는 대신 이용자 만족도 측면이 크게 약화되고 개발 시간도 더 많이 소요된다. 이런 경우에는 경영자가 어느 생산 요소가 더 중요한 지를 추가적으로 판단하여 최선호점을 구한 후 분석을 수행하는 방법이 있을 수 있다.

3. 결 론

DEA 모형과 다목적 선형계획법은 기본적으로 구조가 유사하다. 각 모형은 서로 상이한 가정과 전제위에서 출발하였음에도 불구하고 유사한 구조를 가진다는 점이 흥미롭다. 따라서 이 두 모형의 통합적인 연구가 필요할 것으로 보인다. DEA 모형은 기존의 다목적 선형계획법과는 독립적으로 의사결정단위의 효율성을 평가하는데 많은 기여를 하고 있으며 경영 관리목적으로 위해 지속적으로 응용되고 있다.

그 반면 다목적 선형계획법을 풀기 위한 참조점 방법은 의사결정자의 효용함수에 대한 어떠한 가정도 요구하지 않으면서 효율적 프론티어를 찾고 의사결정자의 최선호점을 제공해 주는 역할을 한다. 참조점 방법을 DEA 모형과 같이 사용함으로써 DEA 모형에서 구한 효율적 프론티어를 보다 의미있게 해 주고 DEA 모형에 더 많은 탄력성을 부여할 수 있다.

경영자들은 의사결절단위를 평가하기 위한 참조집합을 선정함에 있어 이러한 다양성을 바탕으로 의사결정단위가 취해야 할 자원배분에 대한 보다 탄력성이 있는 해를 제공해 줄 수 있을 것이다. 참조점 방법은 성취도함수(ASF)를 이용해서 목적 함수의 희망 수준을 변화시킴으로써 효율적인 프론티어를 자유롭게 구해 준다.

DEA 모형과 참조점 방법을 같이 이용해서 경영자가 바라는 바람직한 목표 수준의 설정이나 원가의 절감, 주어진 투입 수준에서 고객 만족도나 시간의 절감과 같은 다양한 유형의 목표를 추구할 수 있을 것으로 판단된다. 한 걸음 더 나아가 기업 경영의 기준설정(bench marking)에도 도움을 줄 수 있을 것이며 합리적인 자원 배분에도 기여할 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

[1] Charnes, A., W. W. Cooper, A. Y. Lewin and L. Seiford, *Data Envelopment Analysis, theory, methodology and Applications,* Kluwer Academic Publishers, 1994.

[2] Banker, R. D., "Estimating Most Productive Scale Size Using Data Envelopment Analysis", European Journal of Operational Research 17, pp. 35-44, 1984.

[3] Banker, R. D., Conrad, R. F. and Strauss, R. P., "A Comparative Application of Data Envelopment Analysis and Translog Methods: An Illustrative Study of Hospital Production", Management Science 32, pp. 30-44, 1986.

[4] Charnes, A., and W. Cooper., and E. Rhodes, "Measuring the Efficiency of Decision Making Units", European Journal of Operational Research 2(6), pp. 429-444, 1978.

[5] Banker, R. D., A. Charnes, W. W. Cooper, J. Swarts and D. Thomas, "An Introduction to Data Envelopment Analysis with Some of Its Model and Their Uses", *CCR Report 619,* The University of Texas at Austin, 1998.

[6] Joro, T., P. Korhonen, and J. Wallenius, "Structual Comparision of Data Envelopment Analysis and Multiple Objective Linear Programming", Management Science 44, pp. 962-970, 1995.

[7] Wierzbicki, A., "The use of Reference Objectives in Multiobjective Optimization", in G. Fandel and T. Gal(eds.), Multiple Objective Decision Making Theory and Application, Springer-Verlag, New York, 1980.

[8] Korhonen, P., "Searching the Efficient Frontier in Data Envelopment Analysis", IIASA Interim Report IR, pp. 97-79, 1997.

[9] Halmen M., Joro, T., and Korhonen, P, "A Value Efficiency Approach to Incorporating Preference Information in Data Envelopment Analysis", Management Science 45, pp. 103-115, 1998.

[10] Korhonen, P., "Multiple Objective Programming Support", IIASA Interim Report IR pp. 98-010, 1998.