

# 공정 모니터링과 조절에 있어 이상원인의 문제 Problems of Assignable Causes in Process Monitoring and Adjustment

1)이 성 전 2)전 상 표

## ABSTRACT

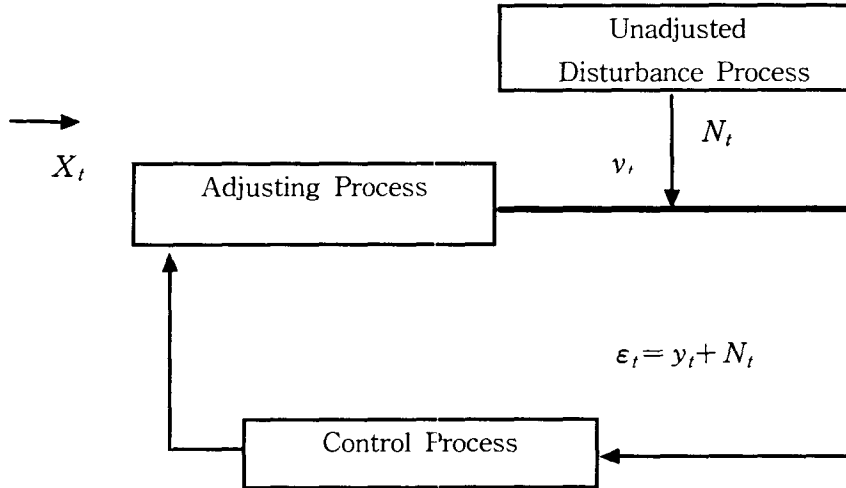
Assignable causes producing temporary deviation from the underlying system can influence on process adjustment and process monitoring in dynamic feedback control system. In this paper, the impact of assignable causes on EWMA forecasts and process adjustment which is based on the EWMA forecasts are derived for optimum control methods.

## 1. 서 론

공정 관리(process control)를 위해 공정 모니터링(process monitoring)과 공정 조절(process adjustment)등이 사용되고 있다. 공정 모니터링을 통해 이상원인의 발생이 탐지될 때, 조정 가능한 입력/보정변수를 최적의 추정값으로 설정하여 공정 특성치의 안정성을 유지하는 공정 조절이 요구된다. 피드백 공정 조절은 그림1에서처럼 무조정편차 과정(unadjusted disturbance process)과 조정 과정(adjustment process), 제어 과정(control process)등으로 구성된다.

1) 남서울대학교 교양학과 교수

2) 인하대학교 통계학과 시간강사

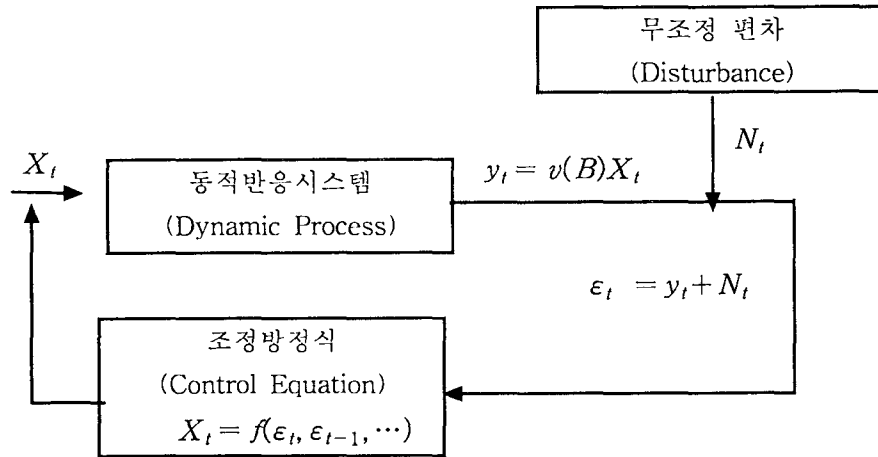


<그림1> 피드백공정조정

피드백 공정 조정에서 무조정편차 과정은 IMA(1,1)의 비정상시계열 과정으로 근사화될 수 있다고 알려져 있고, 이러한 무조정편차를 조절하기 위해 공정시스템의 특성을 고려하여 조정 과정을 통하여 특성치를 보정하게 된다. 보정변수를 조절하여 공정 특성치를 보정할 때에도 조절된 특성치와 목표값사이에 편차가 존재하게 되는데, 과거 시점에서의 무조정편차의 EWMA 예측치를 적용하여 보정변수를 설정할 때 최적의 공정 조정을 수행할 수 있게 된다. (Box & Luceno(1997), Box *et al.*(1997), MacGregor (1988)). 피드백 공정 조정에서 이상원인(spike, mean change 등)이 발생하는 경우에, 기존의 제어과정에 의한 조절방법으로는 최적의 조절을 기대할 수 없다. 동적 공정 조정에서 이상원인의 발생 시, 이에 대한 근본적인 원인과 그에 따른 최적의 조절들을 제시 하였다.

## 2. 동적 피드백 공정 조정

피드백 조정 시스템에서 공정 특성치에 미치는 보정변수 조정의 영향이 공정의 단위시간에 그치지 않고 여러 시간에 걸쳐 나타나는 동적 피드백 공정 조정은 그림과 같이 구성된다.



<그림2> 동적 반응 피드백 공정 조정

용어 설명

SPC : 통계적 공정 관리(Statistical Process Control)

EPC : 공학적 공정 관리(Engineering Process Control)

$N_t$  : 보정변수가 조절되지 않는 경우에 관측되는 공정 특성치가 목표값( $\mu$ )으로부터 벗어나는 편차(disturbance : 무조정편차)로서, 이상원인 발생시 그 영향이 포함된 편차 시계열

$N'_t$  : 이상원인의 영향이 포함되지 않은 무조정편차 시계열(outlier-freeDisturbance series)

$\hat{N}'_t$  : 이상원인의 영향을 추정하여 제거한 편차 시계열

$\hat{N}_t$  :  $N_t$ 의 EWMA (지수가중이동평균)예측값

$\Delta\hat{N}_t$  : 이상원인이 예측에 미치는 영향  $\hat{N}_t(d) - \hat{N}'_t(d) = \hat{N}_t - \hat{N}'_t$

$X_t$  : 공정 특성치에 영향을 미치는 조정 가능한 입력/보정변수 (compensatory variable)

$y_t$  :  $t$ 시점에서 보정변수에 의해 공정 특성치를 조절하는 크기

$Y_t$  : 보정변수 조절 전 공정 특성치의 값 [=  $N_t + \mu$ ]

$g$  : 공정 증가분(process gain)으로서, 보정변수의 한 단위 변화에 대해 공정 특성치를 변화시키는 크기

$\varepsilon_t$  :  $t$ 시점에서 보정변수에 의해 조절된 조정편차 [=  $y_t + N_t$ ]

$e_t(l)$  :  $N_t$ 들로 구한 시점  $t$ 에서의  $t+l$ 시점 무조정편차 예측오차. 즉,  $e_t(l) = N_{t+l} - \hat{N}_t(l)$

$e'_t(l)$  :  $N'_t$ 들로 구한 시점  $t$ 에서의  $t+l$ 시점의 예측오차. 즉,  $e'_t(l) = N_{t+l}' - \hat{N}'_t(l)$

## 2.1. 동적 피드백 시스템

보정변수의 설정효과가 지체기간(dead time)  $f$  를 두고 공정 특성치에 나타나는 경우에 피드백 시스템은 다음과 같은 동적 전이함수(Dynamic Transfer Function)로 표현될 수 있다.

$$L_1(B)y_t = L_2(B)B^{f+1}X_{t+}$$

$$y_t = \frac{L_2(B)}{L_1(B)} B^{f+1}X_{t+} \quad (2.1)$$

여기서,  $L_1(B)$ 와  $L_2(B)$ 는 각각  $B$ 의 유한 차수 다항식이다. 공정 조절에 따른 공정 특성치의 조정편차( $\varepsilon_{t+f+1}$ )는

$$\varepsilon_{t+f+1} = y_{t+f+1} + N_{t+f+1} = \frac{L_2(B)}{L_1(B)} X_{t+} + N_{t+f+1} \quad (2.2)$$

가 되고, 식(2.2)의  $N_{t+f+1}$ 에 예측값  $N_{t+f+1} = \hat{N}_t(f+1) + e_t(f+1)$ 를 적용하면 조정편차는 다음과 같게 된다.

$$\epsilon_{t+f+1} = \frac{L_2(B)}{L_1(B)} X_{t+} + \widehat{N}_t(f+1) + e_t(f+1) \quad (2.3)$$

시점  $t$ 에서 보정변수를  $X_{t+} = -\frac{L_1(B)}{L_2(B)} \widehat{N}_t(f+1)$  로 설정하면 식(2.3)의 조정편차는 다음과 같이 된다.  $\epsilon_{t+f+1} = e_t(f+1)$  즉, 공정 조절 후 공정 특성치가 목표값에서 벗어난 조정편차  $\epsilon_{t+f+1}$ 는 시점  $t$ 에서  $f+1$ 시점 앞 무조정편차 예측오차  $e_t(f+1)$ 와 같게 된다. 무조정편차가 모형 ARIMA(p,d,q)를 따른다고 할 때 무조정편차  $N_{t+f+1} = \left\{1 + \sum_{i=1}^{\infty} \psi_i B^i\right\} a_{t+f+1}$  (단  $a_t$ : white noise series)로 표현되고, 예측치  $\widehat{N}_t(f+1) = \{\psi_{f+1} + \psi_{f+2}B + \dots\} a_t = L_3(B) a_t$ ,와 예측오차  $e_t(f+1) = \{1 + \psi_1 B + \dots + \psi_f B^f\} a_{t+f+1} = L_4(B) a_{t+f+1}$  를  $a_t$ 의 함수로 표현 할 수 있고, 보정변수  $X_{t+} = -\frac{L_1(B)}{L_2(B)} \widehat{N}_t(f+1)$  로 설정하면 조정편차와 예측오차가 같게 되므로,  $\epsilon_t = e_{t-f-1}(f+1) = L_4(B) a_t$ 의 관계에 의해,  $\widehat{N}_t(f+1) = L_3(B) a_t = \frac{L_3(B)}{L_4(B)} \epsilon_t$  가 된다. 따라서, 보정변수는 다음과 같이 표현된다.

$$X_{t+} = -\frac{L_1(B)L_3(B)}{L_2(B)L_4(B)} \epsilon_t \quad (2.4)$$

식(2.4)로 보정변수를 설정시 조정편차는 최소평균제곱오차(MMSE)가 되어 최적의 동적 피드백 공정 조절을 수행할 수 있다 (Box, Jenkins & Reinsel (1994)).

## 2.2. First -Order System 피드백 공정 조정

동적 피드백 시스템중에서 First-Order 시스템은  $t-1$ 시점에서 설정한 보정변수가  $t-1$ 시점과  $t$ 시점의 연속 두 시점에 걸쳐 공정에 영향을 미치는 시스템으로서 다음과 같은 모형으로 표현된다.

$$y_t - \delta y_{t-1} = (1 - \delta)gX_{t-1+} \quad (\delta: \text{상수})$$

$$y_t - \delta B y_t = (1 - \delta) g X_{t-1+}$$

$$y_t = \frac{(1 - \delta)g}{(1 - \delta B)} X_{t-1+} = \frac{L_2(B)}{L_1(B)} X_{t-1+} \quad (2.5)$$

단,  $L_1(B) = 1 - \delta B$ ,  $L_2(B) = (1 - \delta)g$ 이다. 따라서, 시점  $t$ 에서의 보정변수를

$$X_{t+} = - \frac{L_1(B)}{L_2(B)} \hat{N}_t(1) \quad (2.6)$$

로 설정 할 때,  $\varepsilon_{t+1} = e_t(1)$  가 된다. 식(2.6)에서 보정변수  $X_{t+}$ 를 조정편차들의 관계식으로 표현하면  $X_{t+} = k_0 + k_p \varepsilon_t + k_I \sum_{i=1}^t \varepsilon_i$ ,

(단,  $k_0 = X_0$ ,  $k_p = - \frac{\delta \lambda}{g(1 - \delta)} = - \frac{\lambda}{g} \xi$ ,  $k_I = - \frac{\lambda}{g(1 - \delta)}$ ) 이 된다.  $X_{t+}$ 는  $t$ 시점까지의 조정편차  $\{\varepsilon_j, j \leq t\}$ 들의 총합(총조정: total adjustment)이 되는데, 이것은 공학적 공정 관리(EPC)의 연속적인 공정 조정 PID조정 중에서 PI(Proportional Integral)조정을 이산적인 방법으로 표현한 것과 같게 된다 (Box, Jenkins & Reinsel (1994)).

### 3. 이상원인에 대한 문제

#### 3.1. 공정 조절에 대한 진단

설정된 보정변수에 의해 조절된 공정 특성치  $y_t$ 와 그 시점에서의 무조정편차  $N_t$ 라 하면, 조정편차는 다음과 같게 된다.  $\varepsilon_t = y_t + N_t = \frac{L_2(B)}{L_1(B)} X_{t-d-1+} + N_t$  식을 조정편차의  $d$ 차 차분식으로 표현하면,  $\nabla^d \varepsilon_t = \frac{L_2(B)}{L_1(B)} \nabla^d X_{t-1+} + \nabla^d N_t$ 이고  $\varepsilon'_t = \nabla^d \varepsilon_t$ ,  $x_t = \nabla^d X_{t-1+}$ ,  $\nabla^d N_t = \psi(B) a_t$  라고 놓으면,

$$\varepsilon'_t = \nu(B)x_t + \phi(B)a_t \tag{3.1}$$

가 된다. 조절변수를  $x_t = c(B)\varepsilon'_t$ 로 설정하면,  $a_t$ 와의 관계식으로 표현 할수 있다 (Box & MacGregor (1974) (1976)). 피드백 공정 조정에서 제어과정에 의해 보정변수  $X_{t-}$ 의 무조정편차에 대한 설정이 최적으로 이루어진 경우, 공정 특성치가 목표값으로부터 벗어난 잔차를 백셋잡음과정  $a_{0t}$ 로 표현한다면 모수  $(\delta_0, \omega_0, \phi_0, \theta_0)$ 에 의해 다음과 같이 표현이 된다.

$$a_{0t} = \phi_0^{-1}(B)\{1 - \nu_0(B)c(B)\}\varepsilon'_t \tag{3.2}$$

현재 피드백 시스템 공정 조절후 공정 특성치의 목표값으로 부터의 잔차  $a_t$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$a_t = \phi^{-1}(B)\{1 - \nu(B)c(B)\}\varepsilon'_t \tag{3.3}$$

식(3.2)와 (3.3)에서  $\varepsilon'_t$ 를 소거하여 두 편차가 같다면,  $a_{0t} = \frac{\phi(B)\{1 - \nu_0(B)c(B)\}}{\phi_0(B)\{1 - \nu(B)c(B)\}} a_t$   $\phi_0^{-1}(B)\{1 - \nu_0(B)c(B)\} = \phi(B)\{1 - \nu(B)c(B)\}$ 과 같은 식이 된다. 이 모수의 관계를 만족하면, 현재 피드백 공정 조정이 MMSE 공정 조정이 된 것으로 볼 수 있다.(Box & MacGregor (1974).(1976))

### 3.2. 공정 조정에 대한 재조정

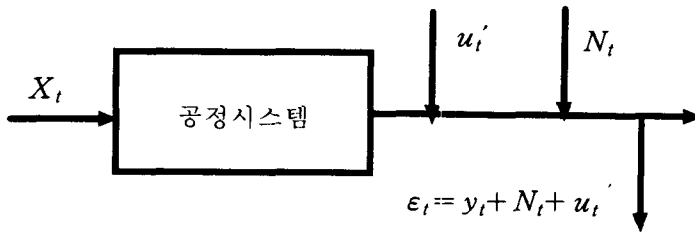
공정 조정에 대한 진단시 모수의 관계식이 만족하게 되지 않는 이유는 다음과 같은 경우로 생각 할 수 있다. 첫째, 조정 과정 정의의 문제, 둘째 무조정편차 모형 정의 문제, 세 번째로 무조정편차에 대한 보정변수의 설정 문제로 추가적인 조정편차 존재하는 경우이고, 마지막으로 무조정편차에 공정 특성치의 공정변화나 이상원인에 의한 영향 등이다. 첫 번째는 조정과정 대한 정확한 해석과 공정 특성치에 영향을 주는 보정변수를 선택하고, 예비 공정등을 통한 최적의 시스템 설계로 해결하고, 두 번째는 무조정편차에 대한 모수들을 추정하여 무조정편차에 대한 모수를 다시 조정하는 방법, 조정편차이외의 추가적인 편차(Noise)  $u'_t$ 를 피드백 공정 조정의 보정변수에 추가하는 방법 등이 있을 수 있다 (Box & Jenkins (1976)).

#### 3.2.1. 조정편차의 추가적인 편차에 대한 보정변수 재조정

일반적으로 무조정편차에 대한 보정변수가 다음과 같을 때

$$X_{t+} = -\frac{L_1(B)L_3(B)}{L_2(B)L_4(B)} \varepsilon_t \quad (3.4)$$

조정편차  $\varepsilon_t$ 에 대한 MMSE 공정 조절이 된다.



<그림3> 추가적인 편차 존재시 조정편차

<그림3>에서처럼 공정에  $N_t$ 와는 다른 추가된 Noise  $u'_t$ 가 존재 하는 경우,  $N_t$ 에 대한 보정변수를 식(3.4)로 설정하고, EWMA 예측값에 의한 조절시 조정편차는 MMSE 공정 조절이 되지 않고 편의(Bias)가 존재하게 된다.  $\varepsilon_t$ 는  $\varepsilon_t + u'_t$ 로 표현되고, 추가된 Noise에 대한 보정변수  $X_{t+}'$ 는 다음과 같아야 한다.

$$X_{t+}' = -\frac{L_1(B)L_3(B)}{L_2(B)L_4(B)} (\varepsilon_t + u'_t) \quad (3.5)$$

식(3.5)의 보정변수로 설정되면 조정편차는

$$\varepsilon_t = N_t - \frac{L_3(B)}{L_4(B)} B^{f+1} (\varepsilon_t + u'_t) \quad (3.6)$$

과 같게 된다. 식(3.6)을 전개하면,

$$\frac{L_3(B)}{L_4(B)} u_{t-f-1}' - N_t = -\left\{ \frac{L_3(B)}{L_4(B)} B^{f+1} + 1 \right\} \varepsilon_t \quad (3.7)$$

이 되고, 무조정편차에 대한 예측값은



$$N_t = \widehat{N_{t-f-1}}(f+1) + e_{t-f-1}(f+1) = \left\{ \frac{L_3(B)}{L_4(B)} B^{f+1} + 1 \right\} e_{t-f-1}(f+1)$$

이고,  $N_t$ 가 ARIMA(p,d,q)를 따르면,  $a_t = L_4^{-1}(B) e_{t-f-1}(f+1)$ 가 되서  $N_t$ 의 차분식은  $\nabla^d N_t = \frac{\theta(B)}{\phi(B)} L_4^{-1}(B) e_{t-f-1}(f+1)$  (단  $\phi(B) = \frac{\theta(B)}{\phi(B)}$ ) 가되고 이것을 식(3.7)에 대입하여 정리하면,

$$\begin{aligned} \nabla^d \left\{ \frac{L_3(B)}{L_4(B)} B^{f+1} + 1 \right\} e_{t-f-1}(f+1) &= \frac{\theta(B)}{\phi(B)} L_4^{-1}(B) e_{t-f-1}(f+1) \\ \nabla^d \left\{ \frac{L_3(B)}{L_4(B)} B^{f+1} + 1 \right\} &= \frac{\theta(B)}{\phi(B)} L_4^{-1}(B) \end{aligned} \tag{3.8}$$

가 된다. 식(3.7)에  $\nabla^d$ 을 곱하고, 식(3.8)에 대입하면 다음과 같게 된다.

$$\begin{aligned} \nabla^d \frac{L_3(B)}{L_4(B)} u_{t-f-1}' &= \frac{\theta(B)}{\phi(B)} L_4^{-1}(B) (e_{t-f-1}(f+1) - \varepsilon_t) \\ \varepsilon_t &= e_{t-f-1}(f+1) - \frac{L_3(B)\phi(B)}{\theta(B)} \nabla^d u_{t-f-1}' \end{aligned} \tag{3.9}$$

$u_i'$ 가 추가된 Noise로 ARIMA모형을 따른다면,  $\nabla^{d_1} u_i' = \frac{\theta_1(B)}{\phi_1(B)} b_i'$  (단,  $b_i'$ 는 백색잡음과정을) 식(3.9)에 대입하면 조정편차는 다음과 같게 된다.

$$\varepsilon_t = L_4(B) a_t - \frac{L_3(B)\phi(B)\theta_1(B)}{\theta(B)\phi_1(B)} \nabla^{d-d_1} b_{t-f-1}'$$

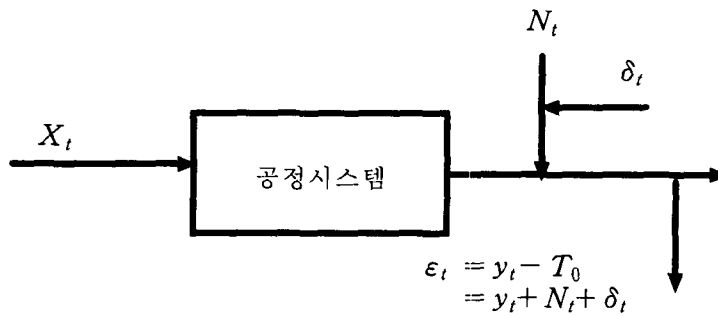
여기서  $d \geq d_1$ 이면 조정편차  $\varepsilon_t$ 는 백색잡음과정이 되므로, 식(3.9)를  $X_{t+}'$ 로 재설정 하여 조절하면  $u_i'$ 에 대한 MMSE 공정 조정이 된다.

### 3.2.2. 무조정편차에 있는 이상영향에 대한 조정

피드백 공정 조정시 조정편차는

$$\varepsilon_t = \frac{L_2(B)}{L_1(B)} B^{f+1} X_{t+} + N_t \quad (3.10)$$

에서 보정변수가  $X_{t+} = -\frac{L_1(B)L_3(B)}{L_2(B)L_4(B)} \varepsilon_t$  로 설정시, MMSE 공정 조절이 된다.



<그림4> 이상원인  $\delta$  존재시

<그림4> 같이  $N_t$ 이외에 공정변화등과 같은 이상원인 존재시,  $\delta_t$ 에 대한 편차가 조절되어야 한다. 즉, 조정편차는

$$\varepsilon_t = \frac{L_2(B)}{L_1(B)} B^{f+1} X_t + \delta_t + N_t \quad (3.11)$$

가 되어 하고, 식(3.11)에 대한 조절은 일반적인 보정변수의 설정으로는 MMSE 공정 조절이 되지 않는다. 식(3.11)에 대한 보정변수는

$$\frac{L_2(B)}{L_1(B)} B^{f+1} X_t = -\delta_t - N_t$$

$$X_{t+}' = -\frac{L_1(B)}{L_2(B)} \delta_t - \frac{L_1(B)}{L_2(B)} N_t = -\frac{L_1(B)}{L_2(B)} \left\{ \delta_t + \frac{L_3(B)}{L_4(B)} \varepsilon_t \right\} \quad (3.12)$$

로 설정시 공정 조절은 불편추정인 MMSE 공정 조절이 된다. 식(3.12)에는 미지인  $\delta_t$ 값이 존재하므로 추정값을 사용해야 한다. 이때  $\delta_t$ 의 추정오차가 존재하게 된다. 추정오차를 최소화하여야 하기 위해 먼저  $\delta_t$ 를 추정하고, 보정변수에 적용한다.  $\delta_t$ 의

추정은  $t$ 시점 이전까지의 자료들을 이용하여 Kalman-Filter방법을 이용하여  $\delta_t$ 에 대한 추정을 한다.(3.11)을  $\epsilon_t - \frac{L_2(B)}{L_1(B)} B^{f+1} X_t = \delta_t + N_t$  라 놓고, 우변을  $Z_t$  라 놓으면,  $Z_t = \epsilon_t - \frac{L_2(B)}{L_1(B)} B^{f+1} X_t$  가 된다.  $N_t$ 가 ARIMA(p,d,q)를 따르면, 식은  $Z_t = \delta + \psi(B)a_t$ 로 표현 할 수 있다. Kalman -Filter의 방법을 사용하여  $\delta_t$ 을 추정하기 위하여, 상태방정식(State Equation)과 관측방정식(Observation Equation)을 다음과 같이 정의하자.

$$\frac{\delta_t}{\psi(1)} = \frac{\delta_{t-1}}{\psi(1)} \tag{3.13}$$

$$\frac{Z_t}{\psi(B)} = \frac{\delta_t}{\psi(1)} + a_t \tag{3.13}$$

$\delta_t$ 에 대한 추정값은 초기값을  $\hat{\delta}_1 = \frac{\psi(1)}{\psi(B)}$ 로 주고, 이 초기값에 의한 다음의 Prediction Equation 으로부터  $\hat{\delta}_t = \frac{t-1}{t} \delta_{t-1} + \frac{1}{t} \frac{\psi(1)}{\psi(B)} Z_t$  를 이용하여  $t$ 시점에서  $\delta_t$ 의 추정치  $\hat{\delta}_t$  를 구한다. 이 추정값  $\hat{\delta}_t$ 을 사용한 보정변수는 다음과 같이 되고,

$X_t = -\frac{L_1(B)}{L_2(B)} \left\{ \hat{\delta}_t + \frac{L_3(B)}{L_4(B)} \epsilon_t \right\}$  이 보정변수에 의해 조정시 공정 특성치는 MMSE 공정 조정이 된다.

### 3.2.3 무조정편차 진단에 의한 재조정

$N_t$ 에 대한 모형 가정 후, 연속공정에서의 조정편차  $\epsilon_t$ 를 줄이기 위해 보정변수를 통하여  $\epsilon_t$ 를 줄이는데  $N_t$ 의 모형 설정이 시점에 따라 이상이 없는지  $N_t$ 를 분석하여 이상 존재시 모수를 재구축을 통하여 이상원인에 대한 조정을 한다.

#### 1) 단반응 시스템인 경우

단반응 시스템에서 MMSE 공정 조정 된 조절식은  $x_t = -\frac{\lambda}{g} \epsilon_t$ 이고, 무조정편차  $V_t$  가 IMA(1,1)를 따른다고 하자. 그러면  $N_t$ 는

$$N_t - N_{t-1} = a_t - \theta a_{t-1} \quad (3.14)$$

가 된다. 조절편차는  $\varepsilon_t = gX_{t-1} + N_t$  이므로 식(3.14)는 다음과 같게 된다.

$$\begin{aligned} N_t - N_{t-1} &= \varepsilon_t - gX_{t-1} - \varepsilon_{t-1} + gX_{t-2} = \varepsilon_t - \varepsilon_{t-1} - gx_{t-1} = \varepsilon_t - \varepsilon_{t-1} + \lambda\varepsilon_{t-1} \\ &= \varepsilon_t - (1-\lambda)\varepsilon_{t-1} \end{aligned} \quad (3.15)$$

식(3.15)에서  $\lambda$ 에 따라  $\theta$ 를 추정하여  $N_t$ 에 대한 재조정이 가능하다.

(1)  $\lambda$ 를 알고 있는 경우,  $W_t = a_t - \theta a_{t-1} = \varepsilon_t - (1-\lambda)\varepsilon_{t-1}$   $W_t$ 는 MA(1)모형으로 정의할 수 있고, 이것에 의해  $\theta$ 를 추정할 수 있다.

(2)  $\lambda$ 를 모르는 경우 ( $1-\lambda = \phi$ 라 놓자)  $W_t = a_t - \theta a_{t-1} = \varepsilon_t - \phi\varepsilon_{t-1}$   $W_t$ 는 ARMA(1,1)를 따르고,  $\phi$ 를 추정하고,  $\lambda$ 를 추정하여  $\theta$ 를 추정할 수 있다.

(3)  $\lambda = 1 - \theta$ 인 경우  $a_t - \theta a_{t-1} = \varepsilon_t - (1-\lambda)\varepsilon_{t-1} = \varepsilon_t - \theta\varepsilon_{t-1}$   $\{e_t\} = \{a_t\}$ 가 되어  $\lambda$ 와  $\theta$ 를 추정할 수 없다. 그러면 조절식을  $gx_t = -\lambda\varepsilon_t + \delta_t$ 로 조절하여 보정변수를 재구축한다.

$$\begin{aligned} N_t - N_{t-1} &= \varepsilon_t - gX_{t-1} - \varepsilon_{t-1} + gX_{t-2} = \varepsilon_t - \varepsilon_{t-1} - g(X_{t-1} - X_{t-2}) \\ &= \varepsilon_t - \varepsilon_{t-1} - gx_{t-1} = \varepsilon_t - \varepsilon_{t-1} + \lambda\varepsilon_{t-1} - \delta_{t-1} \\ &= \varepsilon_t - (1-\lambda)\varepsilon_{t-1} - \delta_{t-1} \end{aligned}$$

$\delta_t$ 를 추정하고 이에 따라  $N_t$ 를 재조정 한다.

2) First -Order 시스템인 경우

f=1인 지체시간이 존재하는 시스템에서 MMSE 피드백 공정 조정 된 조절식은

$$x_t = -\frac{\lambda}{g(1-\delta)} \varepsilon_t + \frac{\delta\lambda}{g(1-\delta)} \varepsilon_{t-1} \text{이고, } N_t \text{가 IMA(1,1)를 따른다.}$$

$N_t - N_{t-1} = a_t - \theta a_{t-1}$  여기서  $\varepsilon_t = \frac{g(1-\delta)}{(1-\delta B)} X_{t-1} + N_t$  이므로 ,

$$\begin{aligned} N_t - N_{t-1} &= \varepsilon_t - \frac{g(1-\delta)}{(1-\delta B)} X_{t-1} - \varepsilon_{t-1} + \frac{g(1-\delta)}{(1-\delta B)} X_{t-2} \\ &= \varepsilon_t - \varepsilon_{t-1} - \frac{g(1-\delta)}{(1-\delta B)} (X_{t-1} - X_{t-2}) = \varepsilon_t - \varepsilon_{t-1} - \frac{g(1-\delta)}{(1-\delta B)} x_{t-1} \\ &= \varepsilon_t - \varepsilon_{t-1} - \frac{g(1-\delta)}{(1-\delta B)} \left[ -\frac{\lambda}{g(1-\delta)} \varepsilon_{t-1} + \frac{\delta\lambda}{g(1-\delta)} \varepsilon_{t-2} \right] \end{aligned}$$

식은  $a_t - \theta a_{t-1} = \varepsilon_t - \varepsilon_{t-1} + \frac{\lambda}{(1-\delta B)} \varepsilon_{t-1} - \frac{\delta\lambda}{(1-\delta B)} \varepsilon_{t-2}$

$$a_t - (\theta + \delta)a_{t-1} + \delta\theta a_{t-2} = \varepsilon_t - (1 + \delta - \lambda)\varepsilon_{t-1} + (\delta - \delta\lambda)\varepsilon_{t-2}$$

$$W_t = a_t - (\theta + \delta)a_{t-1} + \delta\theta a_{t-2} = \varepsilon_t + (1 + \delta - \lambda)\varepsilon_{t-1} - (\delta - \delta\lambda)\varepsilon_{t-2}$$

다라서,  $W_t$  는 ARMA(2,2)모형으로 정의 할 수 있고, 이것에 의해  $\delta$ 와  $\lambda$  가 추정 되면  $\theta$ 를 추정 할 수 있다.

#### 4. 결 론

공정 관리는 공정 특성치가 가능한 한 목적치에 가깝게 유지하기 위해 공정 모니터링과 공정 조절 등이 사용되고 있고, 두가지 방법은 상호 보완적 관계로 피드백 공정 조절이 사용되고 있다. 피드백 공정 조절에서 이상원인이 발생하는 경우에, 기존의 제어과정에 의한 조절방법으로는 최적의 조절을 기대할 수 없다. 이상원인에 대한 기존의 연구 결과는 일반적인 관리도를 사용한 이상의 발생 여부를 탐지하는 방법이거나 피드백 공정 조절에서 특정한 이상원인의 탐지에 관한 결과로서, 일반적인 형태의 이상원인의 발생이 피드백 공정 조절에 미치는 영향을 제시했다. 이상원인의 영향은 공정 조절의 대부분 경우에서 시간의 흐름에 따라 영향이 감소 하지만, 공정의 안정성을 조기에 복원하고 공정 조절 비용 등 제반 문제들을 고려할 때, 이상원인이 공정 조절에 미치는 영향을 파악하여 이를 반영한 조절을 통하여 빠른 시간 내에 공정 특성치를 목표값에 유지하도록 할수있다.

## 참고문헌

- [1] Box, G. E. P., Coleman, D. E., and Baxley, R. Jr.(1997), "A Comparison of Statistical Process Control and Engineering Process Control," *Journal of Quality Technology*, Vol. 29, No. 2, pp. 128-130.
- [2] Box, G. E. P., Jenkins, G. M.,(1976), *Time Series Analysis, Forecasting, and Control*, 2nd ed., Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- [3] Box, G. E. P., Jenkins, G. M., and Reinsel, G. C. (1994), *Time Series Analysis, Forecasting, and Control*, 3rd ed., Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- [4] Box, G. E. P., Luceno, A.(1997), *Statistical Control :By Monitoring and Feedback Adjustment*, John Wiley & Sons, New York.
- [5] Box, G. E. P., MacGregor, J. F.(1974), "The Analysis of Closed-Loop Dynamic Stochastic Systems," *Technometrics*, Vol. 16, No. 3, pp. 391 - 398.
- [6] Box, G. E. P., and MacGregor, J. F.(1976), "Parameter Estimation with Closed-Loop Operating data," *Technometrics*, Vol. 18, No. 4, pp. 371 - 380.
- [7] MacGregor, J. F. (1988), " On -Line Statistical Process Control, " *Chemical Engineering Progress*, pp. 21 - 31.

## 저 자 소 개

**이성철** : 인하대학교 수학과 졸업하고, 인하대학교 대학원 통계학에서 석사 및 박사학위를 취득하였다. 현재는 남서울대학교 교양학부 교수로 재직중이며, 주요 관심 분야는 통계학, 신뢰성공학 등이다.

**전상표** : 인하대학교 수학과를 졸업하고, 인하대학교 대학원 수학과(수리통계전공)에서 석사와 동 대학원에서 통계학과 박사학위(시계열론)을 취득하였다. 주요 관심분야는 시계열분석, 신뢰성분석, 품질관리, 수치해석 등이다.