

# 횡하중을 받는 지반-말뚝 상호작용계의 동적 주파수 응답해석

## Laterally Loaded Soil-Pile Interaction Analysis in Frequency Domain

김 문 겸\*  
Kim, Moon-Kyum

임 윤 묵\*\*  
Lim, Yun-Mook

김 민 규\*\*\*  
Kim, Min-Kyu

조 석 호\*\*\*  
Cho, Seok-Ho

### 요 지

본 연구에서는 외부의 동하중에 의한 다층 지반-말뚝 상호작용계의 해석을 위한 동적 유한요소-경계요소 조합 주파수 응답해석 알고리즘을 개발하였다. 전체 상호작용계를 내부영역과 외부영역으로 나누고, 내부영역에 보요소를 도입하여 말뚝을 모형화 하고 평면변형률 요소로 모형화된 지반과 조합하였다. 말뚝머리 절점에 집중질량을 이용하여 상부구조물을 고려하므로써 전체 지반-말뚝 상호작용계의 내부영역을 형상화하였다. 외부영역에 동적 기본해를 이용한 경계요소 해석을 도입하고 유한요소로 구성된 내부영역과 조합하므로써 반무한체에 대한 방사조건을 만족시키고 내부의 복잡한 기하학적 성질과 다양한 물성의 고려가 가능한 수치해석 기법을 개발하였다. 개발된 지반-말뚝-구조물계의 상호작용 해석법에 대한 타당성을 알아보기 위해 다층반무한 지반에 근입되어진 말뚝에 조화하중을 가하여 동적 응답해석을 실시하고 기존의 연구결과 및 실험값과 비교 검증하였다. 또한 상호작용계의 주요 인자들의 변화를 통한 다양한 해석을 수행하므로써 다층 반무한 지반에 근입되어진 말뚝의 동적 특성을 고찰하였다.

**핵심용어** : 지반-말뚝 상호작용, 유한요소, 경계요소, 주파수영역, 동적해석

### Abstract

In this study, a numerical analysis method for soil-pile interaction in frequency domain problem is presented. The total soil-pile interaction system is divided into two parts so called near field and far field. In the near field, beam elements are used for a pile and plain strain finite elements for soil. In the far field, dynamic fundamental solution for multi-layered half planes based on boundary element formulation is adopted for soil. These two fields are coupled using FE-BE coupling technique. In order to verify the proposed soil-pile interaction analysis, the dynamic responses of pile on multi-layered half planes are simulated and the results are compared with the experimental results. Also, various numerical analyses of piles considering different conditions of soil-pile interaction system are performed to examine the dynamic behavior of the system. It has been found that the developed method which satisfies the radiation conditions of multi-layered half planes can be applied to various structure systems effectively in frequency domain.

**Keywords** : soil-pile interaction, boundary element, finite element, dynamic response analysis, frequency domain

\* 정회원 · 연세대학교 토목공학과, 교수  
\*\* 정회원 · 연세대학교 토목공학과, 조교수  
\*\*\* 연세대학교 토목공학과, 박사과정

· 이 논문에 대한 토론을 2001년 3월 31일까지 본 학회에 보내주시면 2001년 6월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

## 1. 서론

구조물의 건설이 복잡화되고 있는 현실에서 말뚝기초는 직접기초와 더불어 구조물을 지지하는 대표적인 기초형식으로서 널리 사용되고 있다. 현재까지 이러한 말뚝기초의 설계 및 해석시에는 지반과 강결된 것으로 가정하여 해석을 수행하는 것이 일반적이다. 그러나, 이러한 강결조건에 의한 해석결과는 실제의 거동과는 상이한 결과를 발생시킨다. 특별히 동적인 문제에서는 말뚝기초가 지반과 강결된 것으로 가정할 경우 동적모드의 변화로 인하여 전체구조물의 실제 거동과는 많은 차이가 발생하게 된다. 이와 같은 이유로 근래에 들어 지반-구조물 상호작용 해석기법의 발전과 함께 말뚝기초에 대한 지반-구조물 상호작용해석의 필요성이 대두되고 있는 실정이다. 따라서 본 연구에서는 말뚝기초의 동적거동 분석을 위하여 말뚝기초-지반 상호작용 해석 방법을 개발하고 이를 이용하여 다양한 경우에 대한 해석을 수행함으로써 말뚝기초의 거동특성을 분석한다.

말뚝기초의 동적 응답을 구하기 위해 사용되어왔던 방법은 크게 세가지로 분류되는데, 첫 번째 방법은 Winkler 가정을 이용하는 방법으로 Penzen<sup>1)</sup> 등과 Prakash 그리고 Chandrasekaran<sup>2)</sup>은 스프링을 이용하여 지반을 모형화하고 집중질량과 감쇠기를 사용함으로써 관성에 의한 질량의 동적 작용과 파의 감쇠 효과를 고려하였다. Nogami<sup>3)</sup>와 El-Sharnouby<sup>4)</sup>는 Novak<sup>5)</sup>의 이론을 이용하여 파일간의 상호작용을 해석하였다. Gazetas와 Makris<sup>6)</sup>는 수직과 수평 하중 하에서의 말뚝 기초를 해석 할 수 있는 해석적 방법을 개발하였다. 이러한 스프링을 이용하여 지반을 모형화하는 방법은 간편하기는 하나 엄밀한 수치해석 방법과 비교할 때 그 정확성이 떨어지는 단점을 가진 것으로 알려져 있다. 둘째로 유한요소를 사용하여 말뚝과 지반을 모형화하는 방법은 말뚝의 동적 해석시 가장 널리 사용되어지는 방법으로 Angelides와 Rosset<sup>7)</sup>, Wass<sup>8)</sup>, 그리고 Wolf<sup>9)</sup>는 몇 개의 가정을 통해 효과적으로 지반과 말뚝을 모형화하여 동적 해석을 수행하였다. 마지막으로는 경계요소를 사용하는 방법으로 Mamoon 과 Banerjee<sup>10)</sup>, Kaynia와 Kausel<sup>11)</sup> 그리고 Mamoon<sup>12)</sup>은 경계요소를 이용하여 무한한 영역을 효과적으로 모형화하여 말뚝의 해석을 실행하였다.

각각의 방법을 비교하여 보았을 때 유한요소법은 동적 해석에 있어서 매우 유용한 방법이나 반무한 영역의

모형화가 어렵고, 많은 계산과 시간이 소요되는 단점을 가지고 있고, 경계요소법은 반무한 영역의 모형화는 용이하나 복잡한 모양을 갖는 구조물을 형상화하기 어려운 단점을 갖는다. 따라서 본 연구에서는 주파수 영역에서 유한요소와 경계요소를 조합한 방법에 접촉면 거동특성을 고려한 말뚝 요소를 도입하여 구조물과 구조물 주변 지반은 유한요소를, 경계면과 그 외의 지반은 동적 기본해를 이용한 경계요소를 적용하여 지반-말뚝-구조물 상호작용계의 동적해석을 수행한다.

## 2. 내부영역의 모형화

### 2.1 유한요소의 정식화

전체계의 동적 운동방정식은 식(1)과 같이 행렬형태로 나타낼 수 있다.

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{F\} \quad (1)$$

여기서  $[M]$ ,  $[C]$ ,  $[K]$  그리고  $\{F\}$ 는 각각 질량행렬, 감쇠행렬, 강성행렬 그리고 하중벡터를 나타낸다. 식(1)을 시간변수에 대해 Fourier 변환을 수행하면 시간의 함수인 하중벡터  $\{F\}$  및 변위벡터  $\{u\}$ 는 식(2)와 같이 표현된다.

$$\{u(\omega)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \{\bar{u}(t)\} \exp\{-i\omega t\} dt \quad (2a)$$

$$\{F(\omega)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \{\bar{F}(t)\} \exp\{-i\omega t\} dt \quad (2b)$$

그러므로 식(1)은 식(3)과 같이 주파수영역에서의 운동방정식으로 나타낼 수 있다.

$$[S(\omega)]\{u(\omega)\} = \{F(\omega)\} \quad (3)$$

여기서,  $[S(\omega)]$ 는 임피던스행렬로서 식(4)와 같이 표현되는 동적강성행렬을 나타낸다.

$$[S(\omega)] = [K^*] + i\omega[C] - \omega^2[M] \quad (4)$$

여기서,  $[K^*]$ 는 정적 강성행렬을 나타낸다.

### 2.2 지반-말뚝 상호작용계의 운동방정식

그림 1과 같은 전체 지반-말뚝 상호작용계에서의 직접법에 의한 해석은 말뚝과 지반을 직접 모형화한 것으로서 하중이 작용되는 동안 지반영역은 말뚝과 지반경계면에서 발생된 응력파가 전달되지 않을 정도로 멀리 설정된 가상적인 외부경계까지의 영역까지 설정되어야 한다<sup>13)</sup>. 그림에서 보는 바와 같이 말뚝이 지반에 매립되어 있을 경우에, 직접법에 의한 전체 지반-말뚝 상호작용계는 말뚝과 주변지반을 포함하는 내부영역과 나머지 지반인 외부영역으로 나누어 해석할 수 있다.  $p$ 와  $i$ 는 각각 말뚝의 자유도와 지반-말뚝의 경계면의 절점을 나타내며,  $r$ 과  $e$ 는 각각 지반의 내부영역의 절점과 외부경계면의 절점을 나타낸다. 내부영역에 하중이 작용되는 경우 말뚝과 지반의 운동방정식을 합하여 식(5)와 같은 내부영역에서의 전체 지반-구조물 상호작용계의 운동방정식을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} [M_{pp}] & [M_{pi}] \\ [M_{ip}] & ([M_{ii}^p] + [M_{ii}^g]) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [M_{ir}] \\ [M_{rr}] & [M_{re}] \\ [M_{er}] & [M_{ee}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_p(t) \\ \ddot{u}_i(t) \\ \ddot{u}_r(t) \\ \ddot{u}_e(t) \end{Bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} [C_{pp}] & [C_{pi}] \\ [C_{ip}] & ([C_{ii}^p] + [C_{ii}^g]) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [C_{ir}] \\ [C_{rr}] & [C_{re}] \\ [C_{er}] & [C_{ee}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_p(t) \\ \dot{u}_i(t) \\ \dot{u}_r(t) \\ \dot{u}_e(t) \end{Bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} [K_{pp}] & [K_{pi}] \\ [K_{ip}] & ([K_{ii}^p] + [K_{ii}^g]) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [K_{ir}] \\ [K_{rr}] & [K_{re}] \\ [K_{er}] & [K_{ee}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_p(t) \\ u_i(t) \\ u_r(t) \\ u_e(t) \end{Bmatrix} \\ & = \begin{Bmatrix} P(t) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (5)$$

여기서, 벡터  $\{u(t)\}$ ,  $\{\dot{u}(t)\}$ 와  $\{\ddot{u}(t)\}$ 는 시간의 함수로써 각각 해당절점에서의 변위, 속도와 가속도를

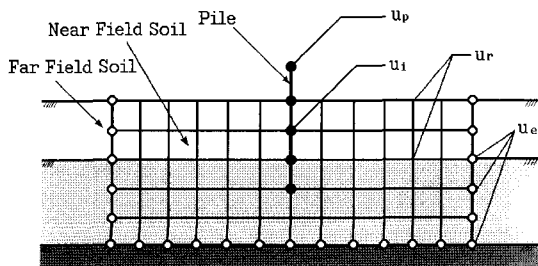


그림 1 지반-말뚝 상호작용계

나타내며, 행렬  $[M]$ ,  $[C]$ 와  $[K]$ 는 각각 질량행렬, 감쇠행렬 그리고 정적강성행렬을 나타낸다. 그리고 벡터  $\{P\}$ 는 내부영역에 가해진 하중벡터를 나타낸다.

식(5)에서 내부영역과 외부영역의 경계면을 제외한 내부영역과 말뚝의 자유도를  $p$ 로 나타내고, 내부영역과 외부영역의 경계면에서의 자유도를  $b$ 로 나타내면 시간 영역에서의 운동방정식을 식(6)과 같이 간단히 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} [M_{pp}] & [M_{pb}] \\ [M_{bp}] & ([M_{bb}^p] + [M_{bb}^g]) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_p \\ \ddot{u}_b \end{Bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} [C_{pp}] & [C_{pb}] \\ [C_{bp}] & ([C_{bb}^p] + [C_{bb}^g]) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_p \\ \dot{u}_b \end{Bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} [K_{pp}] & [K_{pb}] \\ [K_{bp}] & ([K_{bb}^p] + [K_{bb}^g]) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_p \\ u_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P(t) \\ 0 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (6)$$

여기서, 위첨자  $p$ 는 내부영역지반과 말뚝을 나타내며, 위첨자  $g$ 는 외부영역의 지반을 나타낸다. 작용하중이 내부영역에 가해진 경우 지반-구조물 상호작용계의 운동방정식인 식(6)을 내부영역과 외부영역의 경계면에서의 상호작용력을 사용하여 식(7)에서와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} [M_{pp}] & [M_{pb}] \\ [M_{bp}] & [M_{bb}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_p(t) \\ \ddot{u}_b(t) \end{Bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} [C_{pp}] & [C_{pb}] \\ [C_{bp}] & [C_{bb}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_p(t) \\ \dot{u}_b(t) \end{Bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} [K_{pp}] & [K_{pb}] \\ [K_{bp}] & [K_{bb}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_p(t) \\ u_b(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P(t) \\ -R_b(t) \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (7)$$

여기서,  $\{R_b(t)\}$ 는 외부영역으로의 파전파시 내부영역과 외부영역의 경계면에서 작용하는 상호작용력으로 식(8)로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \{R_b(t)\} &= [M_{bb}^g] \{ \ddot{u}_b(t) \} + [C_{bb}^g] \{ \dot{u}_b(t) \} \\ &+ [K_{bb}^g] \{ u_b(t) \} \end{aligned} \quad (8)$$

지반-구조물 상호작용계에서 내부영역과 외부영역의 경계면을 제외한 내부영역과 말뚝의 자유도를  $p$ 로 나타내고, 내부영역과 외부영역의 경계면에서의 자유도를  $b$ 로 나타내고  $\{R_b(\omega)\}$ 을 사용하여 주파수영역

에서의 운동방정식을 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} [S_{pp}(\omega)] & [S_{pb}(\omega)] \\ [S_{bp}(\omega)] & [S_{bb}(\omega)] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u_p(\omega)\} \\ \{u_b(\omega)\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{P(\omega)\} \\ -\{R_b(\omega)\} \end{Bmatrix} \quad (9)$$

여기서,  $\{R_b(\omega)\}$ 는 외부영역으로의 파 전파시 내부영역과 외부영역의 경계면에서 작용하는 상호작용력으로 내부영역과 외부영역의 경계면에서의 주파수영역 동적 변위강성도행렬  $[S_{bb}^g(\omega)]$ 를 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\{R_b(\omega)\} = [S_{bb}^g(\omega)]\{u_b(\omega)\} \quad (10)$$

### 3. 외부영역의 경계요소해석

다층 반무한 평면에서의 동적 기본해는 다음과 같다<sup>14),15)</sup>.

$$\begin{aligned} \widetilde{u}_{qr}^*(\omega, x, z, z_s) &= \frac{C_n}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [k^n e^{(-kz^* - ikx^*)}] dk \\ q, r &= x, z \end{aligned} \quad (11)$$

여기서,  $C_n$ 은 파동수  $k$ 에 독립적인 상수이고  $z^*$  및  $x^*$ 는 각각 수진점과 가진점간의 수직거리 및 수평거리이다.

변위성분 및 응력성분은 최종적으로 식(12)와 같이 점근해가 변위의 동적해와 일치하는 구간까지 수치적분을 수행하고 그 이상의 구간에 대해서는 점근해의 이론적분값을 이용할 수 있다.

$$\begin{aligned} u_{pq}^e(\omega, x, z, z_s) &= \frac{1}{2\pi} \left[ \int_{-a}^{+a} \{ (D_{mq}^j) e^{-ikx^*} \} dk \right. \\ &+ \left. \int_{-\infty}^{-a} \{ (\widetilde{D}_{mq}^j) e^{-ikx^*} \} dk + \int_{+a}^{+\infty} \{ (\widetilde{D}_{mq}^j) e^{-ikx^*} \} dk \right] \\ p, q &= x, z \end{aligned} \quad (12)$$

점근식의 피적분항은 지수적으로 감쇠하는  $e^{-k(z-iz)}$ 의 항을 포함하고, 깊이  $z$ 의 함수이며, 파동수가 증가함에 따라 발산하는 항을 포함하지 않으므로 점근식에 대해 무한 Fourier 적분을 수행하면 식(13)과 같은 형태의 적분식이 되고 각각의 무한 적분 이론해를 구할

수 있다.

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2\pi} \int [(\widetilde{D}_q^j) e^{-ikx^*}] dk \\ &= \frac{A}{2\pi} \int [k^n e^{(-kz^* - ikx^*)}] dk \end{aligned} \quad (13)$$

여기서,  $A$ 는 파동수  $k$ 에 독립적인 상수이다.

식(14)는 영역  $\Omega$ , 경계  $\Gamma$ 로 이루어진 다층반무한 구조계에서  $\Omega$ 영역 내 임의의 한 점  $F$ 에서의 응력 평형방정식을 응력텐서  $\sigma_{ki}$ , 물체력  $b_k$ 와 변위  $u_k$ 를 이용하여 나타낸 것이며, 가상일의 원리에 의해서 적분방정식을 형성하면, 식(15)와 같은 체적적분방정식이 구해진다.

$$\sigma_{ki,j} + \rho b_k - \rho \ddot{u}_k = 0 \quad (14)$$

$$\int_{\Omega} \sigma_{ki,j} u_k^* d\Omega + \int_{\Omega} \rho b_k u_k^* d\Omega - \int_{\Omega} \rho \ddot{u}_k u_k^* d\Omega = 0 \quad (15)$$

여기서,  $u_k^*$ 는 영역  $\Omega$ 에서 정의되는 응력  $\sigma_k^*$ 와 물체력  $b_k^*$  하의 가상의 단위 동하중에 의한 변위이다. 만약 물체력이 고려되지 않는 경우, 특이점의 영향을 고려한 구조계의 직접 경계적분방정식은 식(16)과 같이 나타낼 수 있다.

$$c_{ik} u_i + \int_{\Gamma} p_{ik}^* u_k d\Gamma = \int_{\Gamma} u_{ik}^* p_k d\Gamma + \int_{\Omega} u_{ik}^* \chi_k d\Omega \quad (16)$$

여기서,  $c_{ik}$ 는 경계면의 기하학적 형상에 의해서 결정되는 상수이고,  $p_k$ 와  $p_{ik}^*$ 는 각각 실제 하중과 가상의 단위동하중에 의한 경계면  $\Gamma$ 에서의 표면력이다.

이산화된 요소사이에 모서리점이 포함되는 경우 표면력의 불연속이 발생될 수 있으므로 이 절점을 중복시켜서 풀어야 한다. 즉, 2개의 요소의 사이에서 앞부분의 절점과 뒷부분에서의 절점으로 나눈다. 그러나 변위는 일정하여야 하므로 절점을 중복시킬 필요가 없다.

이 식을 이용해 전체 절점에 대하여 행렬을 구성하면 식(17)과 같다.

$$[H^{BE}] \{u^{BE}\} = [G^{BE}] \{p^{BE}\} \quad (17)$$

여기서, 절점의 수가  $N$ 이고 요소의 수가  $NE$ 라면 행렬  $[H^{BE}]$ 와  $[G^{BE}]$ 는 면내운동의 경우 각각  $2N \times 2N$ 의 차원과  $2N \times 2NE$ 의 차원을 형성하며 면외운동의 경우는 각각  $N \times N$ 의 차원과  $N \times NE$ 의 차원을 이룬다. 절점 당 지지항과 미지항의 수는 같으므로 식(17)은 다원 일차 연립방정식의 형태로 표현되며 다시 식(18)과 같이 나타낼 수 있다.

$$[A^{BE}]\{X^{BE}\} = \{F^{BE}\} \quad (18)$$

여기서,  $[A^{BE}]$ 는  $[H^{BE}]$ 와  $[G^{BE}]$ 를 이용하여 구성된 행렬이고,  $\{X^{BE}\}$ 는 미지의 변위와 하중의 벡터이며,  $\{F^{BE}\}$ 는 기지의 변위와 하중에 대한 벡터이다. 그러므로 행렬식(18)에 대한 해를 구하여 경계요소해석을 수행할 수 있다.

#### 4. 지반-말뚝 상호작용 해석 및 접촉면 거동특성의 모형화

##### 4.1 내부영역과 외부영역의 조합

일반적으로 유한요소와 경계요소를 조합하는 방법은 유한요소의 계방정식을 경계요소 형태로 변환하는 방법과 경계요소의 계방정식을 유한요소 형태로 변환하여 조합하는 방법의 두가지 경우가 있으며 본 연구에서는 경계요소의 계방정식을 유한요소의 계방정식 형태로 변환하여 조합하는 방법을 사용한다<sup>16)</sup>.

유한요소의 동적 강성도행렬  $[S^{FE}]$ 와 경계요소의 동적 강성도행렬  $[S^{BE}]$ 는 모두 같은 형태의 하중-변위관계를 갖고 있으므로 이들의 조합이 가능하다. 즉, 유한요소와 경계요소간의 접합면에서 공유하는 절점에 대해 강성도행렬과 하중을 조합함으로써 전체 동적 강성도행렬과 하중을 구성하여 식(19)와 같이 유한요소의 형태로 나타낼 수 있다.

$$[[S^{FE}] + [S^{BE}]]\{\{u^{FE}\} + \{u^{BE}\}\} = \{\{F^{FE}\} + \{F^{BE}\}\} \quad (19)$$

이로부터 전체 동적 강성도행렬과 하중형태로 나타내면 식(19)는 식(20)과 같이 된다.

$$[S^G]\{u\} = [F^G] \quad (20)$$

여기서,  $[S^G]$ 는 조합된 전체 동적 강성도행렬이고  $\{u^G\}$ 는 조합된 전체 변위이며,  $\{F^G\}$ 는 조합된 전체 외부 작용하중을 나타낸다.

##### 4.2 지반과 말뚝의 접합면거동 모형화

지반의 변위 벡터를  $\{u_s\}$ , 그리고 말뚝의 변위를 나타내는 벡터를  $\{u_p\}$ 라고 할 때 직접법을 사용하여 말뚝과 주변 지반의 일부를 유한요소로 모형화한 경우, 말뚝과 지반은 완전히 서로 부착되어진 것으로 간주된다. 이 때 두 변위를 나타내는 벡터는 그림 2(a)에서와 같이 다음의 관계를 만족하게 된다.

$$\{u_s\} = \{u_p\} \quad (21)$$

그러나 실제 지반-말뚝 상호작용계의 동적 거동에 있어서 미끄러짐현상 (slip), 분리현상 (gap) 등으로 인해 지반과 말뚝의 변위 사이에는 차이가 발생하게 된다. 이 차이를 고려하기 위해 접촉면에 탄성의 interface 요소를 도입하고, 지반과 말뚝 그리고 interface 요소의 관계를 지반과 말뚝의 변위의 관계식으로 표시하면 그림 2(b)에서 제시한 바와 같이 다음 식(22)로 나타낼 수 있다.

$$[K_i](\{u_s\} - \{u_p\}) = \{F_p\} \quad (22)$$

여기서,  $[K_i]$ 는 interface 요소의 강성도 행렬이다. 본 연구에서 사용되는 interface 요소는 탄성으로 식(23)과 같이 나타낼 수 있다.

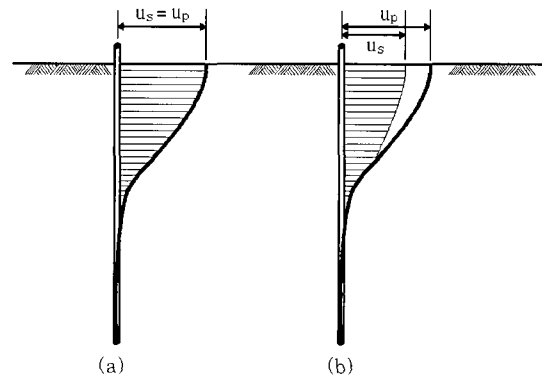


그림 2 지반과 말뚝의 접합면에서의 변위

$$K_i = \bar{K} (1 + 2i\beta_s) \quad (23)$$

여기서,  $\beta_s$ 는 이력거동 감쇠비를 나타내며 지반반력계수  $\bar{K}$ 는 식(24)로 나타낼 수 있다<sup>17)</sup>.

$$\bar{K} = \frac{E_s}{D} \quad (24)$$

여기서,  $E_s$ 는 특정 깊이에서 지반의 탄성계수를 나타내며,  $D$ 는 말뚝의 직경을 나타낸다.

### 5. 수치해석 및 결과분석

#### 5.1 해석 기법의 검증

본 절에서는 앞에서 개발되어진 유한요소-경계요소 조합 프로그램의 타당성을 검증하기 위해서 다층 반무한 지반에 근입되어진 말뚝에 횡방향 동하중을 가하여 그 응답을 산정하고 기존의 연구 결과 및 실험치와 비교하였다. 비교대상인 Novak<sup>18)</sup>의 연구는 이론식을 이용하여 말뚝의 동적응답을 산정하였으며, 지반의 동적 강성도 산정을 위한 방법 중 계산적 이점을 가지는 중첩법 (superposition method)을 이용하여 강성도 행렬을 구하고 이를 통하여 상호작용계에 대한 기본식을 구성하였다. Marsafawi<sup>19)</sup>는 동일한 대상에 대한 동적실험을 실시하였다.

해석 대상은 그림 3과 같은 다층 지반에 근입되어 있는 말뚝으로서 말뚝머리에 가진기로 하중을 가하여 지표면 수준에서의 말뚝의 동적응답을 구하였다. 사용되어진 말뚝은 콘크리트 말뚝으로 물성은 표 1에 나타난 것과 같다. 말뚝의 두부에 0.3m의 두께로 설치되어 있는 캡핑 콘크리트는 740kg의 하중을 가지며 지반에서 0.1m 위에 설치되어 있다. 말뚝이 근입되어 있는 지반은 비교적 균질한 물성을 갖는 모래질의 점토 (Sandy clay) 이며 각 층에 대한 물성은 표 2에 나타나 있다. 말뚝에 가해진 하중은 조화하중 (Harmonic vibration) 으로 가진기에 의해 발생된다. 가진기는 캡핑 콘크리트에 부착되어져 가해진 주파수 ( $\omega$ )의 제곱에 비례하는 하중을 발생시킨다. 실험에 사용되어진 가진기의 발생 가능 주파수는 6Hz에서 62Hz 이며 발생 하중은 식(25)와 같이 나타낼 수 있다.

$$P(t) = (m_e e) \omega^2 \cos \omega t \quad (25)$$

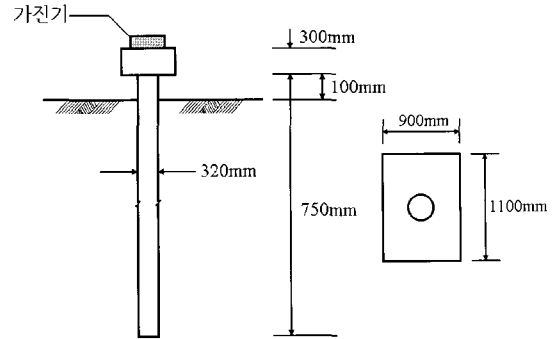


그림 3 검증에 사용된 말뚝의 형상<sup>7)</sup>

표 1 말뚝의 물성 및 가진기의 구성

내 용	물성치		
	탄성계수	$E_p$	$19.6 \times 10^6 \text{ kN/m}^2$
포아송비	$\nu_p$	0.3	
밀 도	$\rho_p$	$2.450 \text{ t/m}^3$	
길 이	$L$	7.5m	
감쇠비	$\zeta_p$	0.05	
반지름	$R$	0.16m	
캡핑콘크리트	질 량	$m_c$	0.76t
가진기 하 중	형 태	$P(t) = (m_e e) \omega^2 \cos \omega t$	
	크기	$m_e e$	120kg · mm

표 2 검증대상 지반의 물성

깊이 (m)	전단파속도 $V_s$ (m/s)	밀 도 $\rho_s$ (t/m <sup>3</sup> )	탄성계수 $E_s$ (kN/m <sup>2</sup> )	포아송비 $\nu_s$	감쇠비 $\zeta_s$
0-1	130	2.060	92363.6	0.3	0.035
1-2	193	2.060	203577.2	0.3	0.035
2-3	200	1.890	200571.4	0.3	0.035
3-4	180	1.890	162462.9	0.3	0.035
4-5	234	2.010	291994.8	0.3	0.035
5-6	272	2.010	394531.2	0.3	0.035
6-7	272	2.010	394531.2	0.3	0.035
7-30	280	2.040	424320.1	0.3	0.035

여기서,  $m_e$ 는 가진기내 두 개의 추의 질량이며  $e$ 는 가진기 팔의 길이이다.

실험에서는 120kg · mm의  $m_e e$  값이 사용되었으며, 결과 그래프에 사용되어지는 응답의 진폭은 식(26)과 같이 무차원화 되어진다.

$$Amp = \left( \frac{m_c}{m_e e} \right) u_h \quad (26)$$

여기서,  $u_h$ 는 횡방향으로의 변위이며  $m_c$ 은 캡핑 콘크리트의 질량이다.

그림 4는 본 연구의 수치해석 결과의 타당성을 검증하기 위해 Novak의 이론해와 Marsafawi의 실험값, 그리고 본 연구의 결과를 비교하여 나타낸 것이다. 제시된 Novak의 이론값은 말뚝이 지반과 완전 부착된 경우와 연화영역을 고려한 두가지 경우에 대해 보여지고 있다. Novak의 두 경우의 이론값을 비교할 때 연화영역을 고려할 경우 완전부착의 경우에 비해 공명(resonant)이 발생하는 주파수가 9.6Hz 만큼 감소했으며 공진주파수에서 무차원화된 진폭의 값이 3.93에서 약 72% 증가한 6.76이 되었다. 이는 말뚝과 지반의 상호 부착력이 감소하여 발생하는 현상으로 사료된다. 한편 본 연구의 수치 해석 결과는 공진주파수가 20Hz로써 연화영역이 고려된 이론값 보다는 4.2Hz 큰 공명주파수를 보였으나 완전부착 되었을 때의 이론값 보다는 5.4Hz 작은 값을 보였다. 또한 공진주파수에서의 진폭은 연화영역이 고려된 이론식과 1.1 그리고 완전부착시의 이론값과 3.93 차이를 보였다.

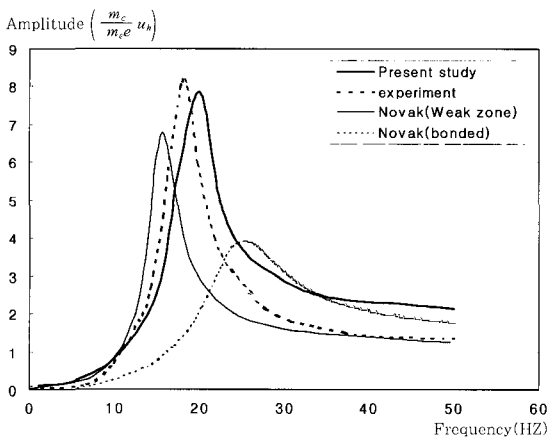


그림 4 본 수치해석 결과의 비교

해석방법에 따른 공진 발생 주파수와 공진주파수에서의 진폭으로 정리해 보면 그림 5와 같다. 표에서와 같이 보요소를 도입한 본 연구의 수치해석 결과는 공진주파수와 진폭에 있어서 실험값에 가장 근접하는 결과를 얻었다. 진폭의 경우 실험값과 3.32%의 오차를 보였으나 본 연구에서 발생한 오차는 실제 구조계를 수치해석에 적용하는 과정에서 발생하는 것으로 분석된다. 특히 실제 지반을 수치해석에서 모형화하는 과정에서

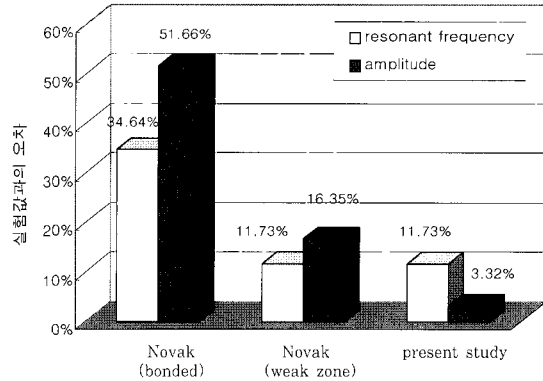


그림 5 연구방법에 따른 실험값과의 오차

모든 지반을 균일한 두께를 가지는 균질의 층으로 가정하는 과정이나 지반의 물성을 기존의 범용 식을 사용하여 구하는 과정 등에서 실제 지반과 차이를 보이게 되고 따라서 실험값과의 오차를 발생하게 되는 것으로 판단된다. 또한 본 연구에서의 해석결과가 전반적으로 실험값과 비교하여 유사한 결과를 보이지만 전반적으로 고주파로 갈수록 실험값과 차이가 발생하는 것을 알 수 있다. 이것은 본 연구에서 대상 지반을 2차원 평면문제 가정하므로써 방사감쇠가 실제 지반의 경우보다 적게 나타남에 기인한 것으로 판단된다.

## 5.2 주요인자들의 변화에 따른 동적응답 비교

본 절에서는 5.1 절에서 검증된 유한요소-경계요소 조합 해석 기법을 이용하여 지반-말뚝 상호작용계의 주요인자들을 변화시키며 응답 특성 변화를 고찰하였다.

### 5.2.1 상부구조물의 집중질량 및 말뚝의 절점 위치에 따른 동적응답

상부구조물의 무게 변화에 따른 동적 해석을 실시하므로써 그 영향을 고찰하였으며, 말뚝의 위치에 따른 동적응답을 관찰하여 깊이에 따른 말뚝의 거동을 살펴보았다. 해석 대상의 모형은 그림 3에 나타낸 것과 같으며 말뚝과 지반의 물성은 표 1과 표 2에 보인 바와 같다. 상부구조물의 영향을 알아보기 위해 집중질량을 0, 240, 480, 720 그리고 960kg으로 변화시키며 해석하였다.

그림 6은 각 상부구조의 집중질량에 따른 주파수별 진폭을 나타낸 것이다. 그림에서 가로축은 주파수(Hz)를 나타내며, 세로축은 말뚝의 지표면 수준에서의 진폭

을 나타낸다. 결과에서 보는 바와 같이 동일한 조화하중 하에서 상부구조의 집중질량이 증가함에 따라 공진주파수의 감소와 함께 공진주파수에서 진폭이 감소하는 경향을 나타낸다. 또한 공진이 발생하기 전의 주파수인 15Hz 정도까지는 집중질량의 크기에 관계없이 거의 일정한 진폭을 나타내었으며 공진이 일어난 이후 주파수에서는 집중질량이 증가함에 따라 진폭이 감소하였다.

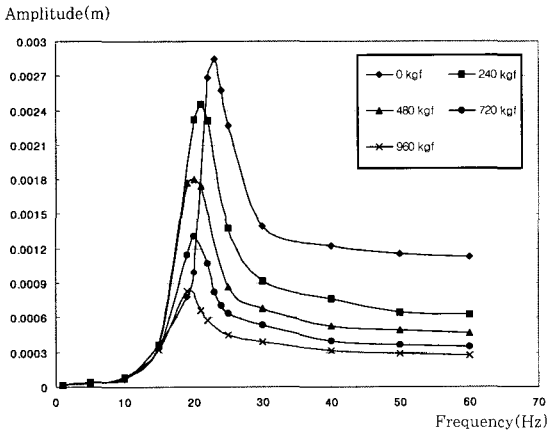


그림 6 상부구조의 무게에 따른 동적응답

집중질량의 증가에 따른 공진주파수의 감소현상은 구조계의 고유주파수 (natural frequency) 가 질량의 증가로 인해 감소하기 때문으로 분석되며 전체 구조계의 질량에 비해 상부구조의 집중질량비가 작으므로 공진주파수의 변화가 크지 않은 것으로 분석된다. 공진주파수에서의 진폭은 집중질량이 증가하면서 감소하는 경향을 나타냈다. 이는 동하중 작용시 상부구조물의 집중질량이 관성력을 발생하게 되고, 이 관성력이 하중의 반대방향으로 작용하여 구조계에 작용하는 가속도를 감소시키는 것으로 분석되어진다.

그림 7은 집중질량이 760kg 인 경우 동일한 구조계에서 말뚝의 깊이에 따른 동적응답을 나타낸다. 계측 지점은 지표면, 지표면으로부터 4m 지점, 그리고 말뚝 하단으로 하였다. 그림에서 나타나듯 공진 주파수는 20Hz로 모두 동일하였으며, 공진주파수에서의 진폭이 4m 지점일 때 지표면 수준에서의 진폭에 비해 58.3% 감소하였다. 또한 말뚝 하단의 경우 다시 4m 지점의 값에서 43.2% 감소하여 지표면 수준에 비해 총 76.4% 감소된 진폭을 나타내므로써 상대적으로 지표면으로 갈수록 진폭의 증가가 큰 것으로 나타났다.

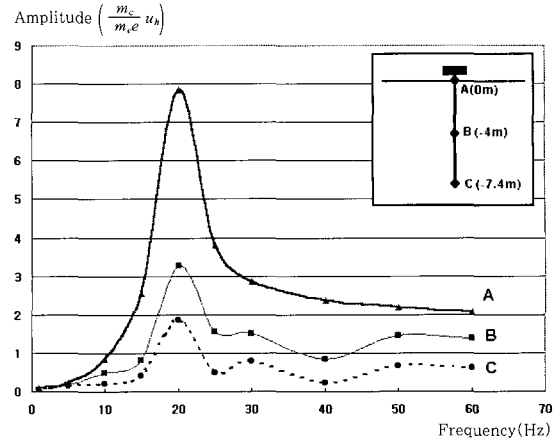


그림 7 말뚝 위치에 따른 동적응답

### 5.2.2 말뚝의 기하학적 특성 및 물성에 따른 동적 응답

#### 가. 말뚝의 세장비에 따른 동적응답

우선 말뚝의 직경과 길이의 상관 관계가 동적 응답에 미치는 영향을 파악하기 위해서 말뚝 길이를 고정시키고 직경을 0.7, 0.23, 0.116 그리고 0.0875m로 변화하므로써 세장비 L/D 의 값이 각각 10, 30, 60, 80이 되도록 하였다. 해석 대상의 구조계는 균일한 지반에 근입되어진 길이 7m의 단말뚝으로서 사용되어진 지반과 말뚝의 물성은 표 3에 주어진 바와 같다. 이 때 말뚝의 탄성계수는 20GPa, 지반의 탄성계수는 200MPa로 고정하였다. 해석된 결과는 그림 8에 보여지는 바와 같다. 그림에서 보듯이 세장비가 작을수록 공진이 상대적으로 큰 주파수에서 발생하는 경향을 보였다. 이는

표 3 해석대상 말뚝 및 지반의 물성

내 용		물 성 치	
말 뚝	포아송비	$\nu_p$	0.3
	밀 도	$\rho_p$	2.450t/m <sup>3</sup>
	길 이	L	7.0m
	감 쇠 비	$\zeta_s$	0.05
	직 경	D	0.32m
	탄성계수	$E_p$	$20 \times 10^6$ kN/m <sup>2</sup>
지 반	포아송비	$\nu_s$	0.3
	밀 도	$\rho_s$	2.0t/m <sup>3</sup>
	감 쇠 비	$\zeta_s$	0.035
	탄성계수	$E_s$	$20 \times 10^4$ kN/m <sup>2</sup>



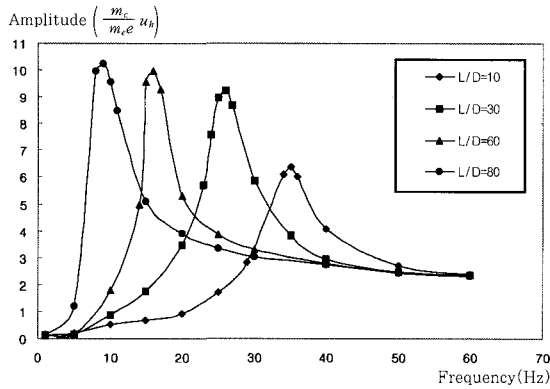


그림 8 말뚝의 세장비에 따른 동적응답

직경이 커지면서 증가하게 되는 말뚝의 강성도가 말뚝의 체적이 증가함에 따른 질량의 증가율을 초과하여 구조계의 고유주파수가 증가하는 것으로 분석된다. 한편 진폭의 경우 주파수가 증가하면서 구조계에 가해지는 하중도  $\omega^2$ 에 비례하여 증가하므로 식(27)과 같이  $\omega^2$ 으로 나누어서 그 절대값을 비교하였다.

$$Amp = \left( \frac{m_c}{m_e e \omega^2} u_h \right) \quad (27)$$

그림 9는 세장비에 따른 각 공진주파수에서의 식(27)로 무차원화된 진폭을 나타낸 것으로 세장비 80일 때에 비해 60일 때와 30일 때, 그리고 10일 때 진폭이 큰 폭으로 줄어드는 경향을 보였다. 이로써 세장비의 증가는 지반-말뚝 상호작용계의 해석에 있어서 공진주파수의 감소와 함께 진폭의 증가를 가져온다는 사실

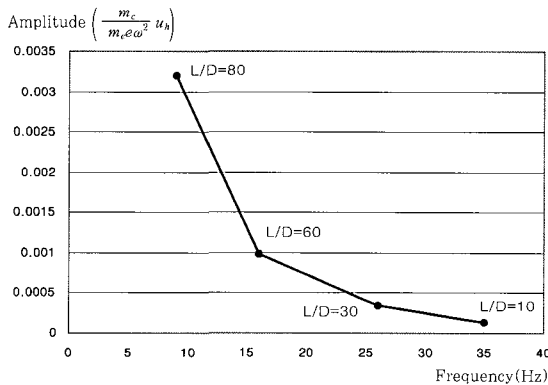


그림 9 세장비에 따른 무차원화된 최대진폭

을 알 수 있었으며 상대적으로 저주파대에서 세장비에 동적응답이 민감하게 작용하였다.

나. 말뚝의 탄성계수변화에 따른 동적응답

다음으로 말뚝의 탄성계수가 전체 지반-말뚝 상호작용계에 미치는 영향을 파악하기 위한 해석을 실시하였다. 해석에 사용된 구조계의 물성 및 채원은 앞서 행한 세장비 변환 해석시와 동일하며, 단지 지반의 탄성계수를 100MPa로 고정하고 말뚝의 탄성계수를 각각 10, 20, 100 그리고 200GPa로 변환 해석 하여 그 결과를 그림 10에 나타내었다. 결과에서 보여지듯이 말뚝의 탄성계수가 10GPa 인 경우와 20GPa 인 경우, 그리고 100GPa 경우와 200GPa 경우의 주파수대별 진폭이 서로 유사한 값을 나타내었고 탄성계수의 증가율에 비해 작은 비율로 공진주파수의 증가가 발생하는 경향을 나타내었다. 말뚝의 탄성계수가 증가하면서 공진주파수가 증가하는 것은 탄성계수의 증가로 인한 말뚝의 강성 증가로 지반-말뚝 상호작용계 전체의 고유주파수가 증가하는 현상을 가져온 것으로 분석되어진다. 그림 11에서 식(27)로 무차원화한 진폭을 비교하므로써 동일한 하중하에서 말뚝의 탄성계수가 증가함에 따라 공진주파수에서 발생하는 진폭이 감소하는 경향을 확인하였다. 특히 상대적으로 작은 값의 탄성계수를 갖는 경우 진폭의 변화량이 큰 값의 탄성계수를 갖는 경우에 비해 큰 비율로 나타났다. 이러한 경향으로 부터 말뚝이 어느 정도 이상의 휨강성을 갖게 되면 말뚝의 강성이 진폭에 미치는 영향이 줄어든다는 결론을 얻을 수 있었다.

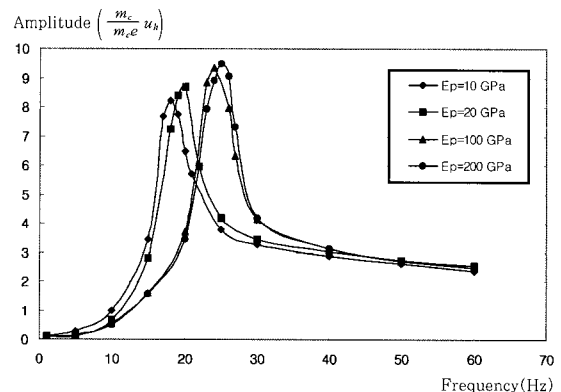


그림 10 말뚝의 탄성계수에 따른 동적 응답

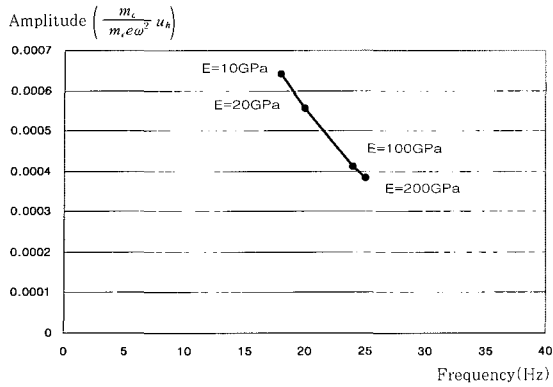


그림 11 말뚝의 탄성계수에 따른 무차원화된 진폭

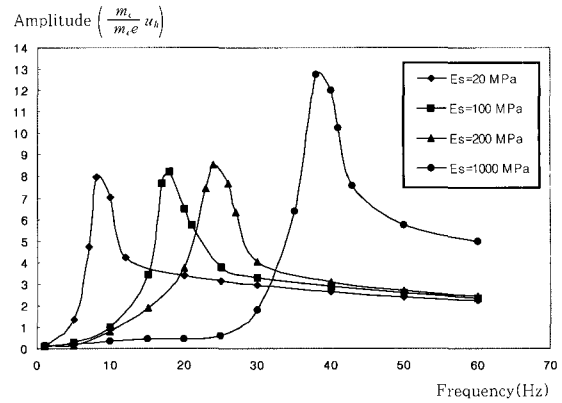


그림 12 지반의 탄성계수에 따른 동적 응답

### 5.2.3 지반의 탄성계수에 따른 동적응답

다음으로 지반의 탄성계수의 변화에 따른 동적응답의 차이를 확인하기 위해서 말뚝의 물성을 고정시킨 상태에서 지반의 탄성계수를 각각 20MPa, 100MPa, 200MPa, 1000MPa로 변화시키면서 해석하였다. 해석결과는 그림 12에서 각 주파수(Hz)에 대한 식(26)에 의해 무차원화된 진폭을 나타내었다. 전체적으로는 지반의 탄성계수가 증가함에 따라 공진주파수가 함께 증가하는 경향을 보였으며 이는 전체 구조계의 질량이 일정한 상태에서 지반의 탄성계수의 증가가 전체 구조계의 강성을 증가시므로써 구조계의 고유주파수를 증가시키기 때문인 것으로 분석되어진다. 지반의 탄성계수의 증가에 따른 공진주파수의 증가 현상을 분석하여 보면  $E_s$ 가 20MPa에서 5배 증가한 100MPa이 되었을 경우 125% 증가한 18Hz가 되었다.  $E_s$ 가 100MPa에서 200MPa로 2배 증가한 경우에는 18Hz에서 33% 증가한 24Hz의 공진주파수가 발생하였고  $E_s$ 가 200MPa에서 1000MPa로 5배 증가한 경우에는 58% 증가한 38Hz에서 공진이 발생하였다. 이것으로 지반이 상대적으로 약할 경우에 전체 구조계의 동적응답에 대한 지반탄성계수의 영향이 큰 것으로 분석된다. 그림 13에서는 각 해석경우의 최대 진폭에 대하여 식(27)을 이용하여 무차원화 한 값을 표시하였다. 그림에서 보는 바와 같이 지반의 탄성계수가 상대적으로 약할 경우 전체 구조계의 거동이 지반 탄성계수에 더 민감한 것으로 나타났고 이는 그림 13에서 기울기가 완만해 지는 현상으로 보여지고 있다.

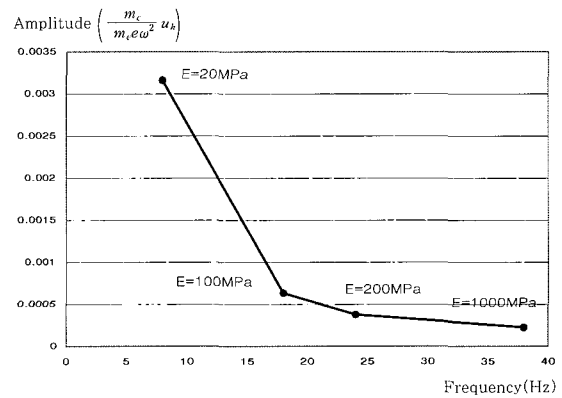


그림 13 지반의 탄성계수에 따른 무차원화된 진폭

## 6. 결 론

본 연구에서는 경계요소 해석을 이용하여 외부영역을 모형화하고, 보요소와 평면변형률요소의 조합으로 구성되어 있는 내부영역과 조합하여 층상 지반-말뚝 상호작용해석 알고리즘을 개발하였다. 본 수치해석 알고리즘을 다층반무한 지반상에 포함된 말뚝으로 지지되어지는 구조계에 적용하여 그 타당성 및 효율성을 검토하였다.

1. 지반을 모형화한 평면변형률요소에 말뚝을 모형화하기 위한 보요소를 도입하고 조합하여 내부영역을 구성하였다. 이를 경계요소로 모형화된 외부영역과 조합하므로써 반무한체의 방사조건을 효과적으로

고려할 수 있는 지반-말뚝 상호작용계의 해석을 위한 수치해석기법을 개발하였다. 또한 말뚝과 지반의 경계에서 발생할 수 있는 변위차를 고려할 수 있도록 interface 요소를 도입하여 지반과 말뚝의 접촉면 거동을 만족할 수 있도록 하였다.

2. 본 연구에서 개발한 수치해석 기법을 다층반무한 지반에 근입된 말뚝에 적용하여 동적 해석을 수행하고 이를 Novak의 이론값, 그리고 Marsafawi의 실험값과 비교하여 본 연구방법의 타당성을 검증하였다.
3. 집중질량을 이용한 상부구조물의 무게 변화에 따른 말뚝의 동적 해석을 실시한 결과 상부구조의 무게 증가는 공진주파수의 감소와 함께 진폭을 감소시키는 경향을 보였다. 따라서 단말뚝에서 상부구조물의 무게 증가는 관성력에 의한 가속도의 감소 효과를 증가시켜 지반-말뚝 상호작용계의 동적 응답에 이로운 효과를 나타내는 것으로 판단된다.
4. 말뚝의 세장비 감소 및 말뚝 탄성계수의 증가는 전체 구조계의 강성 증가에 따른 고유주파수의 증가를 발생하므로 공진이 발생하는 주파수대역이 증가하는 경향을 보였다. 또한 강성의 증가는 진폭의 감소를 동반하는데 공진이 발생하는 주파수 대역이 상대적으로 저주파일 경우 매개변수의 변화에 더욱 민감하게 작용하였다. 또한 지반이 상대적으로 작은 탄성계수를 가지는 경우 주파수가 증가할수록 가진점 거리증가에 따른 급격한 진폭의 감소를 나타내 동하중의 영향이 큰 폭으로 감소함을 확인하였다.

### 감사의 글

이 논문은 1999년도 두뇌한국21사업의 지원에 의하여 수행된 연구의 일부로서 연구비를 지원해준 당국에 깊은 감사를 드립니다.

### 참 고 문 헌

1. Penzen, J., *Earthquake Engineering*, Prentice-Hall, 1970
2. Prakash, S.F. and Chandrasekaran, V., "Free Vibration Characteristics of Piles," *Soil Me-*

*chanics Foundation Engineering*, Vol. 2, 1977, pp.333~336

3. Nogami, T., "Dynamic Stiffness and Damping of Pile Groups in Homogeneous Soil," *In Proceeding Session Dynamic Response of Pile Foundations*, 1980, pp.31~52
4. El-Sharnouby, B. and Novak, M., "Stiffness Constants and Interaction Factors for Vertical Response of Pile Groups," *Canadian Geotechnical Journal*, 1990, pp.813~822
5. Novak, M., "Dynamic Stiffness Damping of Piles," *Canadian Geotechnical Journal*, 1974, pp.574~598
6. Gazetas, G. and Makris, N., "Dynamic Pile-Soil-Pile Interaction, Part I," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 20, 1991, pp.115~132
7. Angelides, D. and Rosset, J.M., "Nonlinear Dynamic Stiffness of Piles," *Technical Report R80-13*, M.I.T., Department of Civil Engineering, Cambridge, MA., 1980
8. Waas, G., "Linear Two-Dimensional Analysis of Soil Dynamics Problems in Semi-Infinite Layered Media," Ph.D. Thesis, University of California at Berkeley, California, 1972
9. Wolf, J.P., *Dynamic Soil-Structure-Interaction*, Prentice-Hall, 1985
10. Mamoon, S.M. and Banerjee, P.K., "Time-Domain Analysis of Dynamically Loaded Single Piles," *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 118, 1992, pp.140~160
11. Kaynia, A.M. and Kausel, E., "Dynamic Stiffness and Seismic Response of Pile Groups," Technical Report, Massachusetts Inst. of Technology
12. Mamoon, S.M., "Dynamic and Seismic Behavior of Deep Foundations," Ph.D. Thesis, State University of New York, Buffalo, 1990
13. Manolis, G.D. and Beskos, D.E., *Boundary Element Methods in Elastodynamics*, Unwin Hyman, 1988
14. 김문겸, 이종우, 이필규, 김민규, "점근해를 이용한

- 동적 2차원 다층 반무한 경계요소," 대한 토목학회 논문집, 제18권, 제I-5호, 1998. 9, pp.625~636
15. Kim, M.K., Lim, Y.M., and Rhee, J.W., "Dynamic Analysis of Layered Half Planes by Coupled Finite and Boundary Elements," *Engineering Structures*, Vol. 22, No. 6, February, 2000, pp.670~680
16. Hartmann, F., *Introduction to Boundary Elements: Theory and Applications*, Springer-Verlag, 1989
17. Guin, J. and Banerjee, P.K., "Coupled Soil-Pile-Structure Interaction Analysis under Seismic Excitation," *Journal of Structural Engineering*, Vol. 124, 1998, pp.434~444
18. Novak, M., "Piles under Dynamic Load," *Proceedings of 2nd International Conference on Recent Advances in Geotechnical Engineering and Soil Dynamics*, Mar., 1991, pp.250~273
19. El-Marsafawi, H., Han, Y.C., and Novak, M., "Dynamic Experiments on Two Pile Groups," *Journal of Geotechnical Engineering, ASCE*, Vol. 118, No. 4, 1992, pp.576~592  
(접수일자 : 2000. 5. 29)