

# DCOC를 이용한 철근 콘크리트보의 최소경비설계

## Minimum Cost Design of Reinforced Concrete Beam Using DCOC

조 흥 동\*  
Cho, Hong-Dong

한 상 훈\*\*  
Han, Sang-Hoon

### 요 지

본 연구에서는 이산성 연속형 최적성규준방법(DCOC)을 이용하여 직사각형 단면을 갖는 철근콘크리트 연속보의 최적설계 알고리즘을 유도하였고, 최적설계 프로그램을 개발하였다. 목적함수로서 건설경비는 콘크리트 경비, 철근 경비 그리고 거푸집 경비를 포함하였으며 이를 최소화하였다. 설계제약조건으로는 시방서상의 최대처짐제약, 휨 및 전단강도 제약, 연성제약 그리고 설계변수에 대한 상·하한 제약을 고려하였다. 쿤-터커 필요조건을 이용하여 최적성 규준을 설계변수의 함수로 명시적으로 유도하였으며, 이때 설계변수로는 보의 유효깊이와 철근비를 취하였다. 구조물 자중의 영향을 실제 시스템의 평형방정식에서 고려하였다. 설계변수들의 개선을 위한 반복과정과 컴퓨터 프로그램을 개발하였으며, 수치예를 들어 개발된 기법의 적용성과 효율성을 보였다.

**핵심용어** : 이산성 연속형 최적성 규준, 쿤-터커 필요조건, 설계제약조건, 실제 시스템

### Abstract

This paper describes the application of discretized continuum-type optimality criteria(DCOC) and the development of optimum design program for the reinforced concrete continuous beams with rectangular cross-section. The cost of construction as objective function which includes the costs of concrete, reinforcing steel and formwork is minimized. The design constraints include limits on the maximum deflection, flexural and shear strengths, in addition to ductility requirements, and upper and lower bounds on design variables as stipulated by the design Code. Based on Kuhn-Tucker necessary conditions, the optimality criteria are explicitly derived in terms of the design variables-effective depth, and steel ratio. The self-weight of the beam is included in the equilibrium equation of the real system. An iterative procedure and computer program for updating the design variables are developed. Two numerical examples of reinforced concrete continuous beams are presented to show the applicability and efficiency of the DCOC-based technique.

**Keywords** : Discretized continuum-type optimality criteria(DCOC), Kuhn-Tucker necessary conditions, design constraints, real system

### 1. 서 론

지금까지의 구조물 최적화는 크게 수학적계획법을 이용한 수치적인 기법과 최적성규준에 의한 해석적 기

법의 두 갈래로 발달되어왔다. 일반적으로 수치적 방법들은 설계변수와 제약조건의 수가 제한적인 경우에 해석적 방법들보다 좀 더 효율적이라고 알려져 왔다. 그러나, 설계변수의 수가 증가하게 되면 최적해에 도달

\* 정희원 · 충북대학교 토목공학과, 박사과정 수료  
\*\* 정희원 · 충북대학교 토목공학과, 교수

• 이 논문에 대한 토론을 2001년 3월 31일까지 본 학회에 보내주시면 2001년 6월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

도달하기 위해 재설계과정에 요구되는 시간과 구조 해석의 수가 증가하게 되어 수치적 구조 최적화 방법들의 능력에 제한을 받게 된다<sup>1)</sup>. 하지만 설계변수와 제약조건의 수가 많아지면 해석적 방법들은 일반적으로 효율성이 더 좋게 된다. 이러한 점은 응력제약들과 하나의 변위제약을 갖는 문제들에 연속형 최적성규준(Continuum type Optimality Criteria, COC)방법과 유한요소해석을 연결하여 반복 알고리즘을 개발한 Rozvany와 Zhou<sup>2)</sup>에 의해 입증되었다. 그러나, COC에 근거한 방법들은 이산성향을 갖는 복잡한 구조물의 수반시스템(adjoint system)의 해석에서 기변형을 효과를 다루는데 어려움이 있기 때문에 실제 구조물에서의 적용성이 결여되어, 간단한 구조물에만 제한적으로 적용되었다. 이러한 제한적 요소를 제거하기 위하여 이산성 연속형 최적성 규준(Discretized Continuum type Optimality Criteria, DCOC)에 근거한 방법들이 Zhou와 Rozvany<sup>3),4)</sup>에 의해 개발되었다. 이들은 구조시스템에 대한 일반적인 최적성 규준을 유연도 정식화에 의한 구조해석과 Kuhn-Tucker 필요조건을 이용하여 유도하였다. 그러나, 실제 수치과정에서의 구조해석은 보다 효율적인 강성도법을 이용하여 수행되고 있다.

본 논문에서는 DCOC 방법을 철근콘크리트보의 최소경비설계에 적용하였다. 여기서, 제반 설계기준은 콘크리트구조설계기준<sup>5)</sup>을 따랐다. 최소화되는 비용에는 콘크리트, 철근, 거푸집에 관한 경비가 포함되고, 설계 제약조건으로는 주어진 지간에서의 최대 처짐에 관한 제약과 휨 및 전단강도에 관한 제약, 그리고 설계변수에 대한 상한과 하한치에 관한 제약을 고려하였다.

## 2. 최적설계문제 형성

### 2.1 일반적인 최적화 문제

한 개의 변위제약과 몇몇 강도제약을 갖는 RC보의 최소비용설계를 위한 일반적인 정식화는 다음과 같다.

$$\text{Minimize } \phi(x) : x \in x^* \quad (1)$$

$$\text{Subject to } u_m - \Delta_{at} \leq 0 \quad (2a)$$

$$g_j^e(x) \leq 0 \quad (2b)$$

$$x_i' \leq x_i \leq x_i'' \quad (2c)$$

여기서,  $\phi(x)$ 는 목적함수,  $x$ 는 요소  $x_i$  ( $i=1, \dots, n_e$ )를 갖는 설계변수벡터,  $x^*$ 는 그것의 유용영역,  $u_m$ 과  $\Delta_{at}$ 은 주어진 절점에서의 처짐과 허용 처짐값이다. 그리고  $g_j^e(x)$ , [ $j=1, \dots, J_e$ ]는  $e$ 번째 요소에서  $j$ 개의 강도제약조건을 나타내며,  $e=1, \dots, N_e$ 에서  $N_e$ 는 이산되어 있는 부재내의 요소들의 수이다.  $x_i''$ 와  $x_i'$ 은 설계변수의 상·하한치를 나타낸다.

#### 2.1.1 처짐제약

지정된 자유도에서 처짐  $u_m$ 은 가상일의 원리를 이용하여 다음 식과 같이 표현할 수 있다.

$$u_m = \{ \bar{F}_f \}^T [f] \{ F_f \} + \{ \bar{F}_f \}^T \{ \hat{u}_f \} \quad (3)$$

여기서,  $\{ F_f \}$ 는 실제하중벡터에 상응하는 실제절점력벡터이고,  $\{ \bar{F}_f \}$ 는 그 절점에 재하된 가상 dummy 하중벡터와 상응하는 수반절점력벡터이다. 그리고  $[f]$ 는 전체 유연도 매트릭스이며,  $\{ \hat{u}_f \}$ 는 초기변위벡터이다.

만족되어야 하는 실제와 수반시스템의 평형방정식은 다음 식과 같다.

$$\{ P \} = [ B ] \{ F_f \} \quad (4)$$

$$\{ \bar{P}^v \} = [ B ] \{ \bar{F}_f \} \quad (5)$$

여기서,  $[B]$ 는 평형 매트릭스 또는 정역학 매트릭스이다.

#### 2.1.2 강도제약

강도제약은 일반적으로 다음 식과 같이 표현할 수 있다.

$$g_j^e = \{ R_j^e \}^T \{ F_j^e \} + \{ \hat{R}_j^e \}^T \{ \hat{F}_j^e \} - \hat{c}_j \quad (6)$$

여기서,  $\{ R_j^e \}$ 는 구조요소의 상호단면특성과 재료의 강도에 의한 절점력에서  $j$ 번째 강도제약에 대한 저항력을 관련시키는 벡터이고,  $\{ \hat{F}_j^e \}$ 는 요소내에 적용된 분포하중에 의해 발생하는 지정된 점에서의 힘이다.  $\{ \hat{R}_j^e \}$ 는  $\{ \hat{F}_j^e \}$ 에서  $j$ 번째 강도제약에 대한 저

항력 관련 벡터이다.  $\hat{c}_j$ 는  $j$ 번째 제약에 대한 임계하중과 저항력의 비(比)에 관한 상수이다.

설계변수의 한계제약과 식(3), (4), (5), (6)에 기초하여, 최적화 문제 식(1)은 증대 라그랑지안(augmented Lagrangian)을 사용하여 수학적으로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{Minimize } \bar{\Phi} = & \phi(x) + \mu[\{ \bar{F}_f \}^T \{ f \} \{ F_f \} \\ & + \{ \bar{F}_f \}^T \{ \hat{u}_f \} - \Delta_{at} + \eta] \\ & + \sum_{e=1}^N \sum_{j=1}^L \lambda_j^e [\{ \bar{R}_j^e \}^T \{ F_f \} \\ & + \{ \hat{R}_j^e \}^T \{ \hat{F}_j^e \} - \hat{c}_j + \omega_j^e] \\ & + \{ a^r \}^T \{ P \} - [ B ] \{ F_f \} \\ & + \{ a^v \}^T \{ \bar{P}^v \} - [ B ] \{ \bar{F}_f \} \\ & + \sum_{e=1}^N \sum_{i=1}^{n_e} \beta_i^e (-x_i^e + x_{iu}^e + s_i^e) \\ & + \sum_{e=1}^N \sum_{i=1}^{n_e} \gamma_i^e (x_i^e - x_{iu}^e + \bar{s}_i^e) \end{aligned} \quad (7)$$

여기서,  $\mu$ ,  $\lambda_j^e$ ,  $\{ a^r \}$ ,  $\{ a^v \}$ ,  $\beta_i^e$ 와  $\gamma_i^e$ 는 라그랑지 상수이며,  $\eta$ 는 상수 이완변수이고,  $\omega_j^e$ ,  $s_i^e$ ,  $\bar{s}_i^e$ 는 이완함수이다. 기본변수는 요소  $x_i$  ( $i=1, \dots, n_e$ )를 포함하는 요소단면 벡터  $x$ 와 실제시스템의 요소절점력  $\{ F_f \}$ , 그리고 수반시스템의 요소절점력  $\{ \bar{F}_f \}$ 이다.

### 2.2 최적성 기준 유도

정류해를 갖기 위한 필요조건은 Kuhn-Tucker 조건에 의해 다음과 같이 주어진다.

#### 2.2.1 설계변수( $x_i$ )에 의한 $\bar{\Phi}$ 의 변분

$$\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial x_i^e} = 0 \quad (8a)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial x_i^e} - \mu \left[ \{ \bar{F}_f \}^T \left[ \frac{\partial f}{\partial x_i^e} \right] \{ F_f \} \right. \\ \left. + \{ \bar{F}_f \}^T \left\{ \frac{\partial \hat{u}_f}{\partial x_i^e} \right\} \right] + \sum_{j=1}^L \lambda_j^e \left[ \left\{ \frac{\partial R_j^e}{\partial x_i^e} \right\}^T \{ F_f \} \right. \\ \left. + \left\{ \frac{\partial \hat{R}_j^e}{\partial x_i^e} \right\}^T \{ \hat{F}_j^e \} \right] - \beta_i^e + \gamma_i^e = 0 \end{aligned} \quad (8b)$$

#### 2.2.2 실제 절점력 ( $F_f$ )에 의한 $\bar{\Phi}$ 의 변분

$$\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial F_f} = 0 \quad (9a)$$

$$\begin{aligned} \mu [f] \{ \bar{F}_f \} + \sum_{e=1}^N \sum_{j=1}^L \lambda_j^e \{ \bar{R}_j^e \} \\ - [B]^T \{ a^r \} = 0 \end{aligned} \quad (9b)$$

처짐제약이 항상 활성화라고 가정( $\mu > 0$ )하여 식(9b)를  $\mu$ 로 나누면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} [f] \{ \bar{F}_f \} + \sum_{e=1}^N \sum_{j=1}^L \frac{\lambda_j^e}{\mu} \{ \bar{R}_j^e \} \\ - \frac{1}{\mu} [B]^T \{ a^r \} = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

수반초기 변위는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\{ \hat{u}_f \} = \frac{1}{\mu} \sum_{j=1}^L \lambda_j^e \{ R_j^e \} \quad (11)$$

그리고 식(10)은 식(12)와 같이 나타낼 수 있다.

$$[f] \{ \bar{F}_f \} + \{ \hat{u}_f \} = [B]^T \{ \bar{u} \} \quad (12)$$

여기서,

$$\{ \bar{u} \} = \frac{1}{\mu} \{ a^r \} \quad (13)$$

#### 2.2.3 수반 절점력 ( $\bar{F}_f$ )에 의한 $\bar{\Phi}$ 의 변분

$$\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial \bar{F}_f} = 0 \quad (14a)$$

$$\mu [f] \{ F_f \} + \{ \hat{u}_f \} - [B]^T \{ a^v \} = 0 \quad (14b)$$

식(14b)를  $\mu$ 로 나누고 재배열하면, 다음과 같이 식(15)로 나타낼 수 있다.

$$[f] \{ F_f \} + \{ \hat{u}_f \} = [B]^T \{ u \} \quad (15)$$

여기서,

$$\{ u \} = \frac{1}{\mu} \{ a^v \} \quad (16)$$

최적성 규준식 (12)와 (15)는 증대 라그랑지안 (7)에 포함되지 않은 수반시스템과 실제시스템의 적합방정식을 나타낸다.

부가적으로 모든 라그랑지안 승수들은 음(-)이 아니어야 하며, 다음 조건을 만족해야 한다.

$$\mu > 0 \text{ only if } \left[ \sum_{e=1}^{N_e} (\{ \bar{F}_f^e \}^T [ f^e \{ F_f^e \} + \{ \bar{F}_f^e \}^T \{ \hat{u}_f^e \}) - \Delta_{al} ] = 0 \right. \quad (17)$$

$$\lambda_j^e > 0 \text{ only if } [ \{ R_j^e \}^T \{ F_f^e \} + \{ \hat{R}_j^e \}^T \{ \hat{F}_f^e \} - \hat{c}_j ] = 0 \quad (18)$$

$$\beta_j^e > 0 \text{ only if } [ -x_i^e + x_{ii}^e ] = 0 \quad (19)$$

$$\gamma_j^e > 0 \text{ only if } [ x_i^e - x_{ii}^e ] = 0 \quad (20)$$

해는 다음과 같은 반복과정을 통해 얻어진다.

- 1) 실제와 수반시스템의 해석이 평형조건과 적합조건을 만족하면서 수행된다.
- 2) (8), (17), (18), (19)와 (20)에 기초하여 단면 벡터 x와 라그랑지 승수가 적절하게 갱신된다.

### 3. 직사각형 단면을 갖는 R.C. 보구조물의 최적설계문제 형성

2장에서 유도된 정식화 및 최적성규준에 따른 철근 콘크리트보의 최소경비문제를 정식화하면 최소화되는 건설경비에는 콘크리트, 철근, 거푸집 경비가 포함되며, 설계제약조건으로 주어진 지간에서의 최대허용처짐과 각 요소에서의 휨강도 및 전단강도, 그리고 설계변수에 대한 상·하한치를 고려하였다. 부재의 자중은 실제시스템의 해석 부분에 포함된다. 단면의 폭은 전지간에 걸쳐 일정한 상수로 처리하였으며, 미지 설계변수

인 유효깊이는 시공성을 고려하여 각 지간에 따라 일정하나, 철근비는 요소에 따라 자유롭게 변화할 수 있도록 하였다.

#### 3.1 목적함수

$N_m$ 개의 지간으로 구성된 다지간 보에 대하여 고려하면, 각 지간은  $N_e$ 개의 요소로 이산화되고  $L^m$ 으로 지간의 길이를 표시하면 각 요소의 길이는  $L^{em} = L^m/N_e$ , ( $e=1, \dots, N_e; m=1, \dots, N_m$ )과 같다. Fig. 1과 같은 단철근 직사각형 보에서 설계변수인 유효깊이  $x_2$ 는 지간마다 일정하지만, 철근비  $x_3$ 는 변화한다고 가정하고, 이를 구분하기 위하여 2개의 설계변수는 지간  $m$ 의  $e$ 번째 요소를 나타내는 상첨자  $e$ 와  $m$ 을 사용하여 각각  $x_2^m$ 과  $x_3^{em}$ 으로 표시된다.

이러한 다지간보의 목적함수는 식(21)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \phi &= \sum_{m=1}^{N_m} \sum_{e=1}^{N_e} \psi^{em}(x_2^m, x_3^{em}) \\ &= \sum_{m=1}^{N_m} \sum_{e=1}^{N_e} [x_2^m(x_3^{em} m_2 + m_1) + \bar{c}_1] L^{em} \quad (21) \end{aligned}$$

여기서,

$$\bar{c}_1 = [x_1 d' + (x_1 + 2d') c_{fc}] c_c$$

$$m_1 = (x_1 + 2c_{fc}) c_c$$

$$m_2 = x_1(c_{sc} - 1) c_c$$

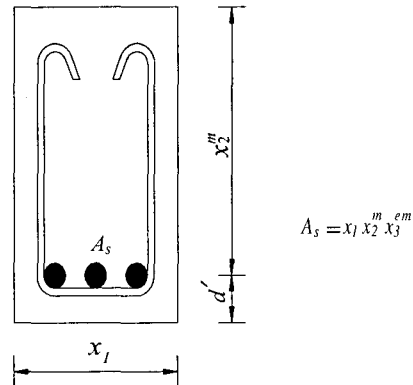


Fig. 1 The cross section of R.C. beam

### 3.2 처짐제약

지정된 절점에서 변위  $u_m$ 은 가상일의 원리를 이용하여 식(22)와 같이 나타낼 수 있다.

$$u_m = \sum_{m=1}^{N_q} \sum_{e=1}^{N_e} \frac{Q^{em}}{E_c I^m} \quad (22)$$

여기서, 지간  $m$ 의 휨강성은  $E_c I^m = I_2 (x_2^m)^3$ 이고  $E_c$ 는 콘크리트의 탄성계수이다.

$$Q^{em} = \int_{L^{em}} \overline{M}(x) M(x) dx \quad (23)$$

### 3.3 강도제약

휨과 전단강도 제약조건은 각각 식(24) 및 식(25)와 같이 나타낼 수 있다.

#### 3.3.1 휨강도 제약조건

$$g_1^{em} = \frac{|M_{max}^{em}|}{I_3 (x_2^m)^2} - 1.0 \leq 0 \quad (24)$$

여기서,

$$I_3 = x_1 x_3^{em} (c_2 - c_3 x_3^{em})$$

$$c_2 = 0.85 f_y$$

$$c_3 = 0.5 f_y^2 / f_{ck}$$

#### 3.3.2 전단강도 제약조건

$$g_2^{em} = \frac{|V_{max}^{em}|}{I_4 x_2^m} - 1.0 \leq 0 \quad (25)$$

여기서,

$$I_4 = c_4 x_1$$

$$c_4 = 0.8(0.53 + 2.12)\sqrt{f_{ck}}$$

### 3.4 최적성 기준

식(21), 식(22), 식(24) 그리고 식(25)를 이용하여 최적성기준 식(8)은 각각 식(26), 식(27)과 같이

나타낼 수 있다.

#### 3.4.1 설계변수 $x_2^m$ 에 관한 변분

$$\begin{aligned} \sum_{e=1}^{N_e} \left[ m_1 L^{em} + x_3^{em} m_2 L^{em} - \mu \frac{Q^{em}}{(I_2/3)(x_2^m)^4} \right. \\ \left. - \lambda_1^{em} \frac{2|M_{max}^{em}|}{I_3 (x_2^m)^3} - \lambda_2^{em} \frac{|V_{max}^{em}|}{I_4 (x_2^m)^2} \right. \\ \left. - \beta_2^{em} + \gamma_2^{em} \right] = 0 \end{aligned} \quad (26)$$

#### 3.4.2 설계변수 $x_3^{em}$ 에 대한 변분

$$\begin{aligned} \sum_{e=1}^{N_e} \left[ m_2 L^{em} x_2^m \right. \\ \left. - \lambda_1^{em} \frac{(c_2 - 2c_3 x_3^{em}) |M_{max}^{em}|}{x_1 (x_2^m x_3^{em})^2 (c_2 - c_3 x_3^{em})^2} \right. \\ \left. - \beta_3^{em} + \gamma_3^{em} \right] = 0 \end{aligned} \quad (27)$$

식(26)과 식(27)에 기초하여, 수반초기변위 식(11)은 식(28)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \{ \hat{u}_{fA}^{em} \} &= \left\{ \begin{array}{c} \hat{v}_{fA}^{em} \\ \hat{\theta}_{fA}^{em} \end{array} \right\} \\ &= \frac{\lambda_1^{em}}{\mu} \left\{ \begin{array}{c} -\frac{x_2^m}{I_3 (x_2^m)^2} \text{sgn}(M_{max}^{em}) \\ \frac{1}{I_3 (x_2^m)^2} \text{sgn}(M_{max}^{em}) \end{array} \right\} \\ &\quad + \frac{\lambda_2^{em}}{\mu} \left\{ \begin{array}{c} \frac{1}{I_4 x_2^m} \text{sgn}(V_{max}^{em}) \\ 0 \end{array} \right\} \end{aligned} \quad (28)$$

수반초기변위와 상응하는 고정단력은 식(29)와 같다.

$$\{ \overline{F}_F^{em} \} = -[s^{em}] \{ \hat{u}^{em} \} \quad (29)$$

여기서,

$[s^{em}]$  : 요소강성도 매트릭스

$\{ \hat{u}^{em} \}$  : 주어진 요소의 총자유도와 상응하는 확장된 수반초기변위

### 3.5 반복절차

#### 3.5.1 설계변수의 갱신

설계변수들의 분포를 통제하는 활성거동제약들의 가

능한 조합은 다음과 같다. 처짐제약은 항상 활성 ( $\mu > 0$ ) 이라고 가정한다.

- 1) 처짐제약과 휨강도제약에 의해 통제되는 요소 (D-M)
- 2) 처짐제약과 철근비 하한에 의해 통제되는 요소 (D-L)
- 3) 휨강도제약과 철근비 상한에 의해 통제되는 요소 (M-U)
- 4) 전단강도제약과 휨강도제약에 의해 통제되는 요소 (S-M)
- 5) 전단강도제약과 철근비 하한에 의해 통제되는 요소 (S-L)
- 6) 유효깊이의 하한과 휨강도제약에 의해 통제되는 요소 (L-M)
- 7) 유효깊이의 하한과 철근비 하한에 의해 통제되는 요소(L-L)
- 8) 휨강도제약과 휨강도제약에 의해 통제되는 요소 (M-M)
- 9) 휨강도제약과 철근비 하한에 의해 통제되는 요소 (M-L)

### 3.5.2 라그랑지 승수와 고정단력의 계산

강도제약을 받는 요소에 대한 라그랑지 승수와 수반 초기변위에 상응하는 고정단력은 아래와 같은 조합을 통해 명시적으로 나타낼 수 있다.

- 1) 유효깊이는 처짐제약에 의해 제어되고 철근비는 휨 강도제약에 의해 제어되는 요소
- 2) 유효깊이는 처짐제약에 의해 제어되고 철근비는 하 한치에 의해 제어되는 요소
- 3) 유효깊이는 휨강도제약에 의해 제어되고 철근비는 상한치에 의해 제어되는 요소
- 4) 유효깊이는 하한치에 의해 제어되고 철근비는 휨강 도제약에 의해 제어되는 요소
- 5) 유효깊이는 전단강도제약에 의해 제어되고 철근비 는 휨강도제약에 의해 제어되는 요소
- 6) 유효깊이는 전단강도제약에 의해 제어되고 철근비 는 하한치에 의해 제어되는 요소

모든 경우에 라그랑지 승수  $\hat{\mu}$ 는 처짐제약으로부터 계산된다. 처짐제약에 의해 통제되는 요소들 즉, D-M과 D-L인 경우를  $N_m^D$ 로 표시하고, 나머지 경우를  $N_m^L(N_m^D + N_m^L = N_m)$ 으로 표시한 다음, 이를 단순화

하면, 식(30)을 유도할 수 있다.

$$\hat{\mu}^{\frac{3}{4}} = \frac{\sum_{N_m^D} \sum_{e=1}^{N_e} \{Q^{em} / [l_2(\bar{x}_{2m})^{\frac{3}{4}}]\}}{\Delta_{al} - \sum_{N_m^L} \sum_{e=1}^{N_e} \{Q^{em} / [l_2(x_2^m)^3]\}} \quad (30)$$

여기서,

$$\bar{x}_{2m} = \sum_{e=1}^{N_e} Q^{em} / \sum_{e=1}^{N_e} \left\{ L_{em} + x_3^{em} \bar{m}_2 L_{em} - \frac{\lambda_1^{em}}{m_1} \frac{2\sqrt{x_1} M_{\max}^{em} [x_3^{em} (c_2 - c_3 x_3^{em})]^{\frac{3}{2}}}{x_3^{em} (M_{\max}^{em})^{\frac{3}{2}} (c_2 - c_3 x_3^{em})} \right\}$$

$$\bar{m}_2 = \frac{m_2}{m_1}$$

이상과 같이 유효깊이와 철근비를 변수로 갖는 보의 최적화 문제를 풀기 위한 전반적인 최적화 과정은 Fig. 2와 같다.

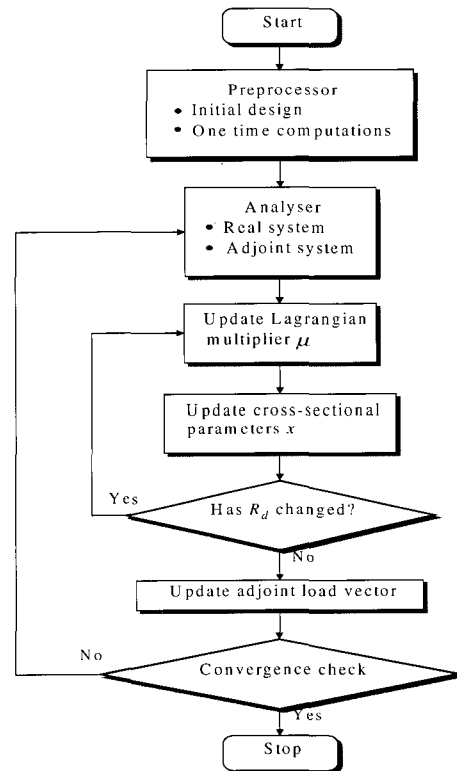


Fig. 2 Flow chart of the DCOC procedure

#### 4. 수치예의 적용 및 결과분석

제안된 DCOC방법을 이용한 알고리즘의 적용성 및 효율성을 보이기 위하여 단순보와 3경간 연속보에 대해서 초기단면을 변화시키고 경간의 분절요소수를 다르게 하며 경비 최소화 문제를 수행하였다. 수치예에 적용되는 재료의 특성치와 경비 데이터는 Table 1과 같다.

Table 1 Material properties and cost data

재료 특성치		상대경비*
콘크리트	철근	
$f_{ck} = 240 \text{ kgf/cm}^2$	$f_y = 4,000 \text{ kgf/cm}^2$	$c_c = 1$
$E_c = 232,379 \text{ kgf/cm}^2$		$c_{fc} = 0.14$
$w_c = 2.45 \text{ tf/m}^3$		$c_{sc} = 53.13$

\*  $c_c = 52,550 \text{ 원/m}^3$ ,  $c_s = 2,274,616 \text{ 원/m}^3$ ,  $c_f = 5,917 \text{ 원/m}^2$ 이며  $c_c$ 를 기준으로 하여 산출된 상대경비임

실제 재하 하중은 하중계수가 고려된  $U = 1.4D + 1.7L$ 을 부과하였다. 강도감소계수는 휨과 전단에 대해 각각 0.85와 0.8을 고려하였다. 그리고, 단면의 폭은 30cm, 피복두께는 5cm이다. 최대 허용처짐의 한계는  $\Delta_{al} = l/480$ 의 경우를 고려하였다.

##### 4.1 단순 지지된 철근콘크리트보

본 논문의 적용성을 검증하기 위하여 시간길이 700cm 인 단순보의 최적화를 수행한 후 이의 결과에서 얻은 단면 폭과 깊이, 그리고 구조해석을 통해 얻어진 휨모멘트를 이용하여 수계산에 의한 휨설계를 통해 각 요소별로 철근량을 구하여 비교하였다. 이 두 개의 설계 결과를 Table 2에 나타내었으며, 다양한 초기 설계깊이를 가지고 수행한 결과가 Table 3에 요약되어 있다. Table 2와 3에서 알 수 있듯이 본 연구의 알고리즘은 적용성

Table 2 Optimum design of simple beam

경우	결과	단면폭 (cm)	유효깊이 (cm)	소요 철근량( $\text{cm}^2$ )			
				$A_{s1}$	$A_{s2}$	$A_{s3}$	$A_{s4}$
DCOC에 의한 최적설계		30.0	59.06	12.11	16.59	16.59	12.11
수계산에 의한 휨설계		30.0	59.06	16.59	16.59	16.59	16.59

Table 3 Minimum cost design of a simple beam of variable depth using DCOC

초기깊이 (cm)	초기상대경비 (원)	최종상대경비 (원)	라그랑지승수	활성 제약	반복 횟수
30.0	3.1289E-03	5.4940E-03	1.5306E-02	D-M	22
50.0	5.0032E-03	5.4940E-03	1.5306E-02	D-M	22
80.0	7.8145E-03	5.4940E-03	1.5306E-02	D-M	21
100.0	9.6888E-03	5.4940E-03	1.5306E-02	D-M	21

을 지님을 알 수 있다. 단순보의 최적화과정에서 요소의 수는 4개의 동일요소로 분절시킨 경우의 결과이며, 실제비용은 상대비용에  $c_c L_T^3$  ( $L_T$ 는 보의 길이)을 곱해줌으로써 얻을 수 있다. 하중은 활하중 16kgf/cm, 고정하중 12kgf/cm가 작용하였다.

##### 4.2 3경간 철근콘크리트 연속보

3경간 철근콘크리트 연속보의 설계는 강도설계법에 의해 연성파괴보로 설계되며, 하중은 Fig. 3(a)와 같이 활하중 17kgf/cm, 고정하중 23kgf/cm를 재하하였다. 이에 대한 설계결과는 Table 4, Table 5와 같다. Table 4는 모든 경간을 10개의 요소로 분절하였을 때의 유효깊이와 철근량의 분포를 나타낸다.

전단철근은 D10의 U형 스테럽을 사용하였고, 이 때 스테럽 철근의 항복강도는  $f_y = 2,400 \text{ kgf/cm}^2$ 이다.

Fig. 3은 각 경간을 4개의 요소로 나누었을 때, 기하학적 하중 재하상태와 계수하중에 상응하는 전단력도와 휨모멘트도, 철근의 배치를 나타내었다.

Table 5는 초기 유효깊이를 각각 50cm와 100cm로 변화시키고, 요소 수는 각각 4, 10, 50, 100, 200개의 요소로 분절하였을 때의 경비, 라그랑지승수 그리고 지배제약에 대한 결과이다. Table 5로부터 알 수 있듯이 초기유효깊이를 변화시키고, 요소 수를 크게 늘려 설계변수의 수를 증가시켜도 거의 동일한 값으로 수렴이 됨을 알 수 있다. 따라서 적용된 DCOC 알고리즘은 초기값의 변화에 거의 영향을 받지 않으며, 매우 많은 설계변수의 문제에도 적용될 수 있음을 보여준다.

유효깊이의 초기값을 변화시켜 가면서 수행한 3경간 철근콘크리트 연속보의 최적해 수렴과정은 Fig. 4와 같다.

Fig. 5는 각 경간을 200개의 요소로 나누어 총 요소수가 600개일 때의 철근량 분포를 나타낸 것이다.

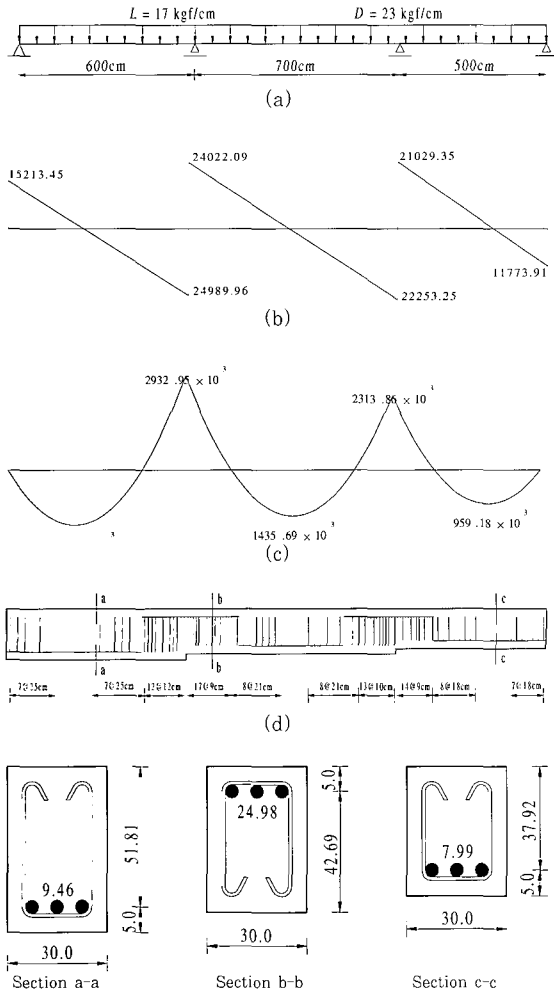


Fig. 3 A three span R.C. beam, (a) geometry and service loading; (b) S.F.D.(kgf) for optimum design; (c) B.M.D.(kgf·cm) for optimum design, (d) optimal distribution of the depth (cm) and the area of steel reinforcement( $\text{cm}^2$ )

Table 4 Optimum design of a three span R.C. beam

경간	초기유효깊이 (cm)	최적유효깊이 (cm)	소요 철근량( $\text{cm}^2$ )									
			지배제약									
1	50.0	51.81	As1	As2	As3	As4	As5	As6	As7	As8	As9	As10
			5.44	8.04	10.03	10.48	10.48	9.36	6.74	5.44	9.37	18.91
			Rdl	Rdm	Rdm	Rdm	Rdm	Rdm	Rdm	Rdl	Rdm	Rdm
2	50.0	42.69	As11	As12	As13	As14	As15	As16	As17	As18	As19	As20
			24.98	10.60	4.67	8.88	10.70	10.70	9.88	6.54	6.67	18.59
			Rmu	Rmm	Rmm	Rmm	Rmm	Rmm	Rmm	Rmm	Rmm	Rmm
3	50.0	37.92	As21	As22	As23	As24	As25	As26	As27	As28	As29	As30
			22.19	11.58	4.34	4.69	7.40	8.75	8.75	8.61	7.01	4.07
			Rmu	Rmm	Rmm	Rmm	Rmm	Rmm	Rmm	Rmm	Rmm	Rmm

Table 5 Optimum results of a three span R.C. beam with different initial values

초기유효 깊이(cm)	요소수	초기경비 (원)	최종경비 (원)	라그랑지승수
50.0	4	217,519	194,720	3.1816E-02
100.0	4	420,434	194,720	3.1815E-02
50.0	10	217,519	181,266	4.0945E-02
100.0	10	420,434	181,266	4.0945E-02
50.0	50	217,519	175,237	4.5411E-02
100.0	50	420,434	175,237	4.5414E-02
50.0	100	217,519	174,545	4.5653E-02
100.0	100	420,434	174,545	4.5653E-02
50.0	200	217,519	174,202	4.5848E-02
100.0	200	420,434	174,202	4.5848E-02

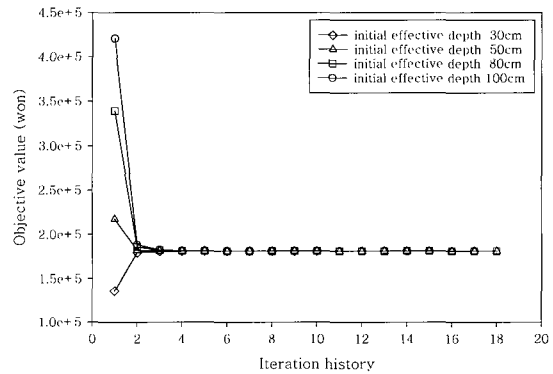


Fig. 4 Iteration history of minimum cost design of a three span R.C. continuous beam

### 5. 결 론

일반적으로 복잡한 구조물이나 거대구조물의 경우에 설계변수와 제약조건의 수가 상당히 증가하게 된다. 따라서 수치적 구조 최적화 방법은 능력에 제한을 받게 된다. 그러나, 본 논문에서 제시한 이산성 연속형 최적성



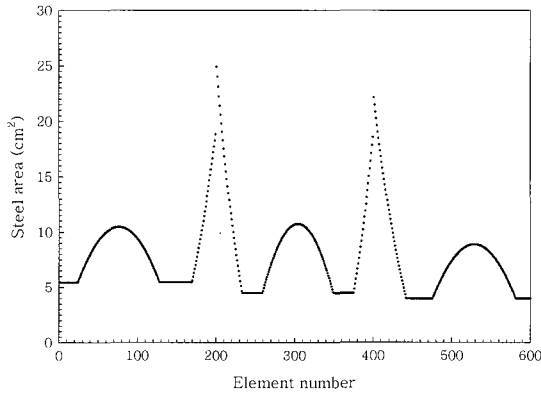


Fig. 5 Optimal distribution of the area of steel reinforcement( $\text{cm}^2$ )

규준방법에 의한 최적설계는 설계변수와 제약조건의 수에 거의 영향을 받지 않을 뿐만 아니라 국부해로 빠질 염려가 거의 없다. Table 2, 3, 4를 통하여 알 수 있듯이 최적설계과정에서 알고리즘상의 모든 문제가 설계변수에 대해 명시적으로 표현되기 때문에 재설계 과정에서 요구되는 시간을 크게 절약할 수 있어 그 효율성이 매우 좋다. 초기치의 변화에 영향을 받지 않고 거의 동일한 값으로 수렴하며 요소수의 증가에 따른 설계변수의 수와 제약조건의 수가 상당히 증가함에도 불구하고 고차의 비선형인 최적해에 빠르게 수렴함을 알 수 있다. 직사각형 단면을 갖는 철근콘크리트 연속보의 설계를 위해 개발된 DCOC에 기초한 알고리즘의 적용성과 효율성을 보이기 위해 실제적인 설계예를 고려하였고, 매우 좋은 결과를 얻을 수 있었다.

## 참 고 문 헌

1. Berke, L. and Khot, N.S. "Structural Optimization using Optimality Criteria in Computer Aided Optimal Design", Springer, Berlin, 1987, pp.271~312
2. Rozvany, G.I.N., and Zhou, M., "Continuum-based Optimality Criteria(COC) Methods : An Introduction", Structural Optimization 1, 1993, pp.1~26
3. Zhou, M., and Rozvany, G.I.N., "DCOC : An Optimality Criteria Method for Large System Part I : Theory", Structural Optimization 5, 1999, pp.12~25
4. Zhou, M., and Rozvany, G.I.N., "DCOC : An Optimality Criteria Method for Large System Part II : Algorithms", Structural Optimization 6, 1993, pp.250~262
5. 한국콘크리트학회 · 대한건축학회, 콘크리트구조설계기준, 건설교통부, 1999, p.319
6. 변동균, 신현목, 문제길, 철근 콘크리트, 동명사, 1999, p.578
7. William Weaver, Jr. and James M. Gere., *Matrix Analysis of Framed Structures*, Chapman & Hall, 1990, p.546
8. 한상훈, "이산성 연속형 최적성 규준을 이용한 PPC 구조의 최적설계프로그램 개발", 전산구조공학회는 문집, 제10권, 제4호, 1997, pp.315~325

(접수일자 : 2000. 2. 8)