

스위프 기하학적 모델을 사용한 프리즘 쉘의 최적화

Shape and Thickness Optimizations of Prismatic Shells Using a Simple Sweep Geometric Model

이 상 진*

Lee, Sang-Jin

요 지

스위프 기하학적 모델은 곡선, 면 또는 입방체를 주어진 경로를 따라 이동시킴으로써 기하학적 모델을 생성하는 기법이다. 따라서 스위핑을 사용하면 프리즘 쉘의 곡면을 쉽게 정의할 수 있다. 본 논문은 스위프 기하학적 모델을 프리즘 쉘의 최적화에 적용하는 절차에 대하여 기술하였다. 제시한 스위프 기하학적 모델을 유한요소법과 융합하였고 프리즘 쉘의 반응을 계산하기 위해 9절점 퇴화셀요소를 채용하였다. 본 연구에서 제시한 최적화과정을 증명하기 위하여 수치예제를 풀어 보았다. 수치예제를 통하여 제시한 스위프 기하학적 모델이 많은 종류의 프리즘 쉘을 최적화하는데 효율적이고 신뢰적인 방법인 것으로 나타났다.

핵심용어 : 스위프 기하학적 모델, 프리즘 쉘, 퇴화셀 요소, 형상최적화, 두께최적화

Abstract

Sweep geometric models are based on the notion of moving a curve, surface or solid along some path. Sweeping allows definition of prismatic shell surfaces in a simple way. This paper describes an application of sweep geometric models for the optimization of prismatic shells. This geometric model is integrated with finite element formulations. A nine-node degenerated shell element is adopted to calculate the response of prismatic shells. Several examples are presented to demonstrate the process of optimization. From numerical examples, it is observed that sweep geometric models provide an efficient and reliable way of obtaining optimal solutions for a large class of prismatic shell structures.

Keywords : sweep geometric model, prismatic shell, degenerated shell Element, shape optimization, thickness optimization

1. 서 론

컴퓨터의 눈부신 발달로 인해 CAGD (Computer Aided Geometric Design) 기법이 구조물의 최적화 과정에 활발히 이용되기 시작하였다. CAGD를 이용한 최적화기법¹⁾은 유한요소절점의 좌표를 형상설계변수로 사용하였던 기존에 방법²⁾에 비하여 훨씬 효과적

으로 구조물의 형상을 조절할 수 있고 이차원 구조물의 최적화³⁾ 및 쉘의 최적화^{4),5)}에 성공적으로 적용되어 왔다.

CAGD의 도입과 함께 다양한 수치해석기법의 개발은 최적화 하고자 하는 구조물의 반응해석을 보다 효율적으로 수행할 수 있게 하였다. 프리즘 쉘의 최적화 과정중 쉘의 구조적 반응을 계산하기 위하여 지금까지

* 정회원 · 한국원자력연구소, 선임연구원

· 이 논문에 대한 토론을 2000년 9월 30일까지 본 학회에 보내주시면 2000년 12월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

지 유한대판법(Finite Strip Method)⁶⁾을 많이 사용하여 왔다. 유한대판법은 구조물의 단면을 유한요소로 이산화하고 그 횡단방향에 프리에 급수를 적용함으로써 구조물의 거동을 계산한다. 유한대판법은 비교적 정확한 해를 얻을 수 있고 컴퓨터의 계산시간을 줄일 수 있어 프리즘 쉘 해석을 위해서는 매우 효과적인 방법으로 알려져 있다. 참고로 유한대판법을 사용한 프리즘 쉘의 최적화는 응력해석^{7,8)}과 자유진동해석⁹⁾에 대하여 비교적 잘 정리되어져 있다. 유한대판법은 많은 장점에도 불구하고 프리에 급수로 표현할 수 있는 한정된 경계조건만 해석할 수 있다. 따라서 최적화하고자 하는 대상물이 임의의 경계조건을 가질 경우 해석상 커다란 제약으로 작용한다. 이러한 제약으로 인해 실제로 많은 구조물이 유한대판법으로는 해석되어 질 수 없다. 따라서 프리즘 쉘의 최적화를 효과적으로 수행하기 위해서는 유한대판법을 대체하기 위한 해석법을 사용해야 한다. 유한요소법¹⁰⁾은 경계조건에 대한 제약이 없이 프리즘 쉘의 구조적 반응을 계산할 수 있으므로 대체해석법으로 적합하다. 유한요소법과 같은 새로운 반응해석법의 도입은 프리즘 쉘의 형상과 두께를 적절히 표현할 수 있는 새로운 기하학적 모델을 필요로 한다.

따라서 본 연구에서는 유한요소법을 사용한 프리즘 쉘의 최적화를 위하여 새로운 기하학적 모델과 자동요소생성기법을 제시하고 이를 이용한 프리즘 쉘의 최적화기법을 기술하였다. 이는 궁극적으로 유한대판법을 사용한 기존의 프리즘 쉘 최적화 기법을 대체하게 된다. 마지막으로 개발된 프리즘 쉘 최적화기법을 이용하여 구한 최적값을 기존의 유한대판법을 이용하여 구한 최적값과 비교하여 개발된 최적화프로그램의 정당성을 입증하였다.

2. 기하학적 모델

이 절에서는 프리즘 쉘의 해석과 최적화에 이용될 기하학적 모델을 기술하였다. 이 모델은 스위프 표현법(Sweep representation)에 바탕을 두고 있으며 스위프 기하학적 모델(Sweep geometric model)이라고 명명하였다. 스위프 표현법은 점, 곡선, 면 또는 입방체를 주어진 경로를 따라 이동시킴으로써 기하학적 모델을 생성하는 기법이다. 본 논문에서 제시한 스

위프 기하학적인 모델은 구조물의 단면적을 삼차 스플라인(Cubic spline)곡선¹¹⁾으로 표현하고 이를 주어진 경로를 따라 이동하여 생성하였다. 삼차 스플라인은 C^2 연속성을 만족하고 실제 발생하는 대부분의 형상을 표현할 수 있으며 그 표현식이 간단하여 최적화에 사용하기 용이하다. 참고로 본 연구에서 제시한 기하학적인 모델은 기존의 기하학적 모델^{7),8),9)}을 개선하여 개발하였다.

삼차 스플라인은 다음과 같이 정의 된다.

$$r_i(u) = uMC \quad 0 \leq u \leq 1 \quad (1)$$

여기서, $u = \{u^3, u^2, u, 1\}$

$$M = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 & 1 \\ -3 & 3 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \{J_{i-1}, J_i, J'_{i-1}, J'_i\}$$

또한 J_i 는 i 번째 스플라인조각의 시작 조 절점을 나타내고 윗첨자 ($'$)는 매개변수 u 에 대한 일차미분을 뜻 한다.

일반적으로 프리즘쉘의 단면은 삼차 스플라인의 조합으로 표현되고 이러한 조합은 그림 1에서 도시한 바와 같이 스플라인의 조각들로 형성된다. 이렇게 스플라인을 사용하여 쉘의 단면을 표현하면 적은 수의 조 절점을 사용하여 효과적으로 쉘의 형상과 두께를 조절할 수 있다.

구조물의 단면을 기하학적인 모델로 표현한 다음 주어진 경로를 따라 이동시키면 프리즘 쉘의 전체 기하학적인 모델을 구할 수 있다. 단면의 기하학적인 모델을 임의의 방향으로 이동시키는 방법은 그림 2와 같다.

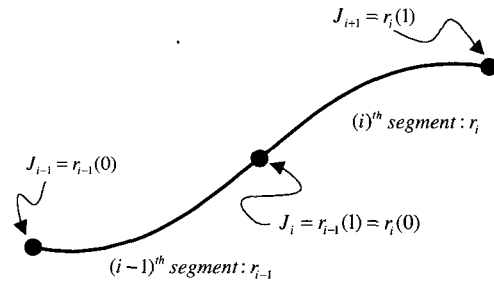


그림 1 삼차스플라인의 기호규약

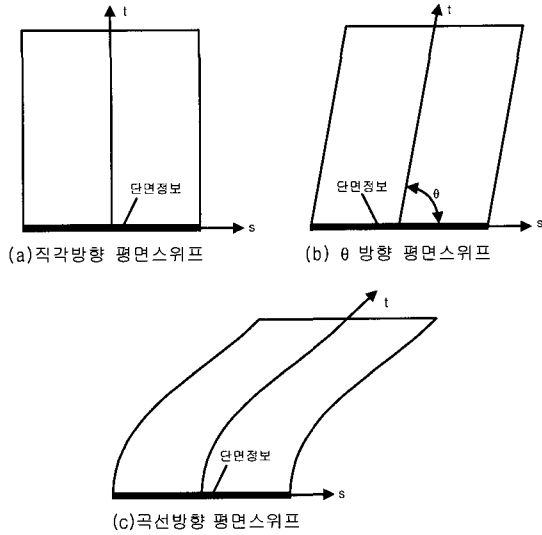


그림 2 스윙프 경로에 따른 기하학적모델

참고로 스윙프 경로는 그림 2에서 나타난 이차원 평면상의 경로 이외에도 삼차원의 경로로도 주어 질 수 있다.

3. 유한요소 생성

프리즘셀에 대한 유한요소 생성은 전 절에서 기술한 기하학적 모델을 이용한다. 유한요소의 생성은 크게 세가지 단계¹²⁾를 거친다.

첫번째 단계는 프리즘셀 단면을 스플라인을 사용하여 모델링한다. 두번째는 스플라인 위에 일차원 유한요소를 생성한다. 마지막 단계는 단면에 생성된 유한요소정보를 주어진 경로를 따라 스윙프한다. 이렇게 세단계로 구성된 유한요소망 자동생성 알고리즘을 구체적으로 기술하면 다음과 같다.

- a) 구조물의 단면을 스플라인으로 표현한다. 이때 스플라인은 임의의 조절점으로 이루어져 있다.
- b) 스플라인의 각 조절점에 요소밀도변수의 초기값 (δ_i)을 부여한다
- c) 프리즘셀의 단면을 초기밀도변수값을 사용하여 일차원요소로 이산화한다. 이산화과정을 세부적으로 정리하면 다음과 같다 (그림 3 참조).
- c-1) 각 조절점의 국부좌표값 ℓ_i 를 찾는다.

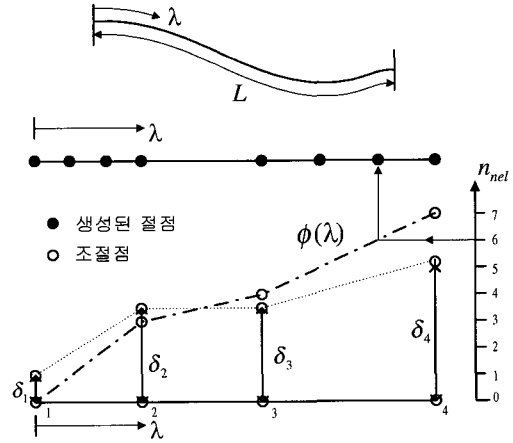


그림 3 절점의 생성

c-2) 각 조절점의 역요소밀도함수 $s(\ell_i) = 1/\delta_i$ 을 찾는다.

c-3) 스플라인을 따라 조절점 사이에 선형함수 $\phi(\ell)$ 를 형성한다.

$$\phi_i(\ell) = \phi(\ell_{i-1}) + 0.5((s(\ell_i) + s(\ell_{i-1})))\Delta \ell_i \quad (2)$$

여기서 $\phi(\ell_i) = 0$ 이고 $\Delta \ell_i = (\ell_i - \ell_{i-1})$ 이다.

- c-4) 스플라인에 생성될 요소수 n_{nef} 을 마지막 조절점의 선형함수번호로 한다.
- c-5) 국부좌표계에 의한 절점의 좌표값을 c-3) 단계에서 정의한 선형함수 $\phi(\ell)$ 와 절점의 수를 사용하여 계산한다. 첫번째 절점은 $\ell = 0$ 에 위치하고, 마지막 절점은 $\ell = L$ 에 위치한다.
- c-6) 선형요소일 경우에는 $n_n = n_{nef} + 1$ 개의 절점이 생성되고, 이차요소인 경우에는 $n_n = 2n_{nef} + 1$ 개의 절점이 생성된다.
- c-7) 구해진 절점의 좌표값 ℓ_i 를 이용하여 절점의 u 좌표값을 구한다.
- c-8) u 좌표값을 이용하여 절점의 x_1 과 x_2 값을 계산한다.
- c-9) 위에서 기술한 단계들을 모든 스플라인조각에 대하여 실행하면 구조물의 단면을 일차원요소로 이산화할 수 있다.
- d) 단면에 생성된 유한요소모델을 임의의 주어진 경로를

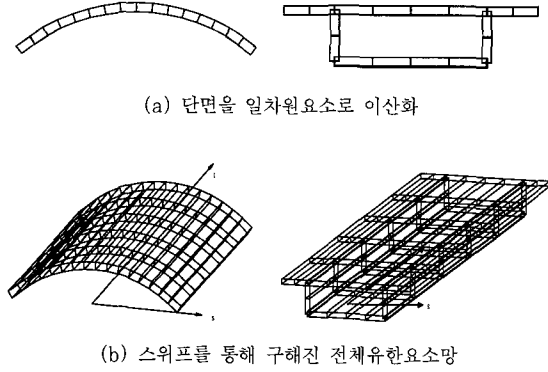


그림 4 유한요소망 자동생성에

따라 스위프한다. 이때 스위프방향으로는 주어진 요소 밀도 δ_i 만큼 요소를 균일하게 생성한다. 유한요소 밀도 변수는 횡방향으로 생성될 유한요소의 갯수를 의미한다.

그림 4에서는 단면에 생성된 일차원 유한요소와 스위프경로를 따라 생성된 프리즘셸의 전체 유한요소망을 예로써 도시하였다. 스위프경로를 따라서 횡방향의 유한요소밀도변수로 $\delta_i=5$ 를 사용하였다. 이렇게 생성된 전체 유한요소모델에 사용된 유한요소의 갯수는 다음과 같다

$$\text{전체 유한요소수 (nel)} = \text{단면 유한요소수 (n}_{nel}) \times \delta_i \quad (3)$$

참고로 횡방향의 유한요소밀도는 사용자의 입력자료에 의하여 부등간격으로도 조절될 수 있다.

4. 쉘 유한요소 모델

4.1 요소의 강성행렬

프리즘셸의 구조적 거동을 계산하기 위하여 9절점 퇴화셸요소를 도입하였다. 이 요소는 Reissner-Mindl (RM)이론을 바탕으로 개발되었으며 락업(Locking)상을 피하기 위하여 선택적으로 감차적분을 사용하였다. 도입된 쉘의 형상과 기호규약은 그림 5에 도시하였다. 절점당 자유도는 여섯개이며 쉘의 법선방향에 대한 에너지를 고려하였다^{13),14)}.

셸의 전체 포텐셜에너지는 다음과 같이 쓸 수 있다

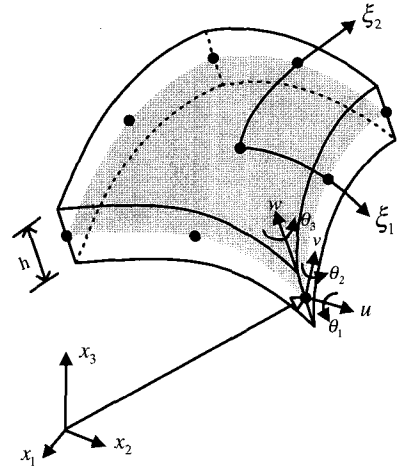


그림 5 9절점 퇴화셸요소의 기호규약

$$\pi = \frac{1}{2} \left[\int_{\Omega} \boldsymbol{\epsilon}'_b{}^T \mathbf{D}_b \boldsymbol{\epsilon}'_b d\Omega + \int_{\Omega} \boldsymbol{\epsilon}'_s{}^T \mathbf{D}_s \boldsymbol{\epsilon}'_s d\Omega \right] - P \quad (4)$$

여기서 $\boldsymbol{\epsilon}'_b$ 와 $\boldsymbol{\epsilon}'_s$ 는 면방향, 수직전단방향의 변형도 벡터이고 국부좌표계에 준하여 계산하였다. 그리고 P 는 외력에 의한 포텐셜에너지다. 변형도는 절점변위 벡터를 이용하면 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{\epsilon}'_b \\ \boldsymbol{\epsilon}'_s \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_b \\ \mathbf{B}_s \end{bmatrix} \mathbf{u} \quad (5)$$

\mathbf{B} 는 변형도-변위관계 행렬이고, \mathbf{D}_b 와 \mathbf{D}_s 는 면방향 에너지와 전단방향에너지에 대한 물성행렬이다. 등방성재료일 경우 다음과 같은 형태를 가진다

$$\mathbf{D}_b = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu)/2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}_s = \frac{kE}{2(1-\nu)} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

여기서 E 는 재료의 탄성계수이고, ν 는 프와송비이며 k 는 전단수정계수이다.

이산화된 유한요소영역에서는 식(4)의 전체포텐셜 에너지를 다음과 같이 표현 할 수 있다.

$$\pi = \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \mathbf{K} \mathbf{u} - \mathbf{u}^T \mathbf{f} \quad (7)$$

전체포텐셜에너지를 절점변위에 대하여 최소화하면 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$Ku = f \tag{8}$$

여기서 u 는 전체변위벡터이고, f 는 전체하중벡터 그리고 K 는 전체강성행렬이다. 전체강성행렬은 각 요소의 강성행렬을 구한 뒤 다음과 같이 조합하였다.

$$K = A_{e=1}^{nel} (K^{(e)}), f = A_{e=1}^{nel} (f^{(e)}) \tag{9}$$

여기서 $A_{e=1}^{nel}$ 는 유한요소 조합기호¹⁵⁾이고 nel 은 요소의 수를 나타낸다. 요소강성행렬은 변형에너지에서 정의된 바와 같이 두 개의 성분으로 구분되어 질 수 있다.

$$K^{(e)} = K_p^{ab(e)} + K_s^{ab(e)} \\ = \int_{V^{(e)}} [B_p^T D_p B_p] dV + \int_{V^{(e)}} [B_s^T D_s B_s] dV \tag{10}$$

여기서 $K_p^{ab(e)}$ 와 $K_s^{ab(e)}$ 는 절점 a 와 b 에 연계한 변방향과 수직전단방향의 에너지에 대한 강성행렬이다. 본 연구에서 사용된 9절점 퇴화셀 요소에 대한 세부내용은 참고문헌¹⁶⁾에 있다.

4.2 요소의 변형에너지

주어진 부피 V 에 대해서 요소 e 의 변형에너지 U 는 다음과 같다.

$$U^{(e)} = U_p^{(e)} + U_s^{(e)} \\ = \frac{1}{2} \left[\int_{V^{(e)}} \epsilon_p^T D_p \epsilon_p dV + \int_{V^{(e)}} \epsilon_s^T D_s \epsilon_s dV \right] \tag{11}$$

여기서 사용된 각 항은 전 절에서 정의하였고 참고로 정의된 변형에너지는 구조물의 내력에 해당한다.

5. 최적화문제의 정의

최적화문제는 그 적용분야에 상관없이 일반적으로 다음과 같은 표준식¹⁷⁾으로 정의된다.

$$\begin{aligned} &\text{Minimize} && \Psi(s) \\ &\text{Subjected to} && g_j(s) \leq 0, \quad j = 1, m \\ & && h_j(s) = 0, \quad j = 1, \ell \\ & && s_i^l \leq s_i \leq s_i^u, \quad i = 1, ndv \end{aligned} \tag{12}$$

여기서 s 는 설계변수벡터이고, $\Psi(s)$ 는 목적함수, $g(s)$ 는 부등제약함수이고, $h(s)$ 는 등제약함수이다. s_i^l 와 s_i^u 는 i 번째 설계함수가 가질 수 있는 하한값과 상한값이며 ndv 는 최적화에 사용된 설계변수의 수를 나타낸다.

본 연구에서는 이미 언급한 바와 같이 셀의 변형에너지를 목적함수로 사용하였고 초기구조물의 부피 V_0 를 제약조건으로 사용하였다. 설계변수 s_i 로는 삼차스플라인조절점의 좌표와 두께 값을 사용하였다.

최적화를 수행하기 위하여 프로그램 DOT¹⁸⁾에 사용된 세 가지의 수학적 프로그래밍 알고리즘, Sequential Linear Programming(SLP), Sequential Quadratic Programming(SQP) 그리고 Modified Feasible Direction Method(MFDM)를 채용하여 프리즘 셀의 최적형상과 두께분포를 계산하였다. 참고로 사용된 알고리즘의 특성상 하나의 등제약함수를 두개의 부등제약함수로 환산하여 사용하였다.

6. 프리즘 셀 최적화 알고리즘

프리즘셀의 최적화는 아래와 같이 다섯단계¹⁹⁾를 거친다.

- 1) 최적화 문제 정의: 프리즘 셀의 초기단면형상과 두께의 분포를 삼차 스플라인을 사용하여 기하학적 모델로 정의한다. 설계변수의 이동방향과 이동범위 또한 이 단계에서 정의한다. 유한요소해석을 위해서 하중과 경계조건 등을 준비한다.
- 2) 유한요소망의 자동생성: 제 3절에서 설명한 유한요소망 자동생성기를 사용하여 전 단계에서 정의된 기하학적인 모델 위에 유한요소망을 생성한다.
- 3) 유한요소해석: 제 4절에서 언급한 셀요소를 사용하여 유한요소 해석을 한다. 이 단계에서 목적함수에 해당하는 변형에너지와 제약함수인 셀의 부피를 계산한다.
- 4) 민감도해석: 민감도 해석은 설계변수변화가 목적

함수 또는 제약함수에 끼치는 영향의 정도를 파악하는 단계이다. 본 연구에서는 차분법을 사용하여 민감도를 계산하였다.

- 5) 최적값 검색: 민감도 해석에서 계산된 각 설계변수에 대한 민감도를 사용하여 최적값을 검색한다. 최적값이 구해질 때까지 2)-5)과정을 반복한다.

7. 프리즘 쉘의 형상과 두께조절기법

- 1) 설계변수의 선택: 쉘 단면을 삼차스플라인을 이용하여 표현하였다. 따라서 스플라인 조절점의 좌표와 두께값을 설계변수로 사용하였다.
- 2) 설계변수의 연계: 설계변수의 연계는 최적화 과정에서 변수의 수를 줄여주고 구조물의 초기형상특성을 유지할 수 있게 한다. 프리즘 쉘이 대칭인 경우 조절점을 연계함으로써 최적화한 뒤에도 구조물의 대칭성을 유지할 수 있다. 한가지 예로 그림 6에는 실린더 쉘의 단면을 도시하였다. 7개의 조절점을 사용하여 쉘 단면을 표현하였고 좌우대칭을 유지하기 위하여 중간의 조절점을 제외한 6개의 조절점을 두 개씩 연계하였다.
- 3) 설계변수의 이동방향: 설계변수의 이동방향은 설계공간을 변화시키므로 이동방향의 올바른 선택은 최적화 결과에 큰 영향을 끼친다. 본 연구에서는 세가지의 설계변수의 이동방향을 고려하였다. 먼저 그림 6에서와 같은 실린더 쉘의 경우 수직방향과 방사선방향으로 설계변수가 이동할 수 있게 하였다. 절판의 경우는 그 이동방향을 수직방향으로 제한하였다. 그리고 박스거더의 경우에는 각 부재의 길이를 변화시킴으로써 그 형상을 조절하였다.

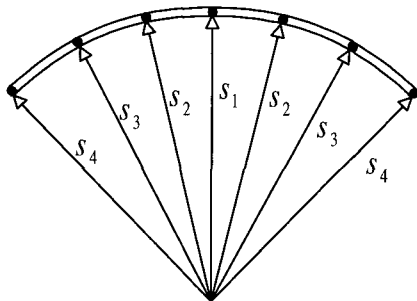


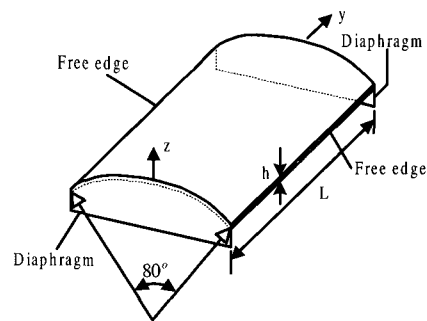
그림 6 설계변수의 연계

- 4) 설계변수의 미세변화: 설계변수의 민감도 해석을 위해서는 설계변수를 미세한 양만큼 변화시켜야 한다. 본 연구에서는 조절점의 좌표와 그 위치에서의 부재의 두께 값을 설계변수로 사용하였고 미세변화는 위에서 설명한 설계변수의 이동방향으로 하였다.

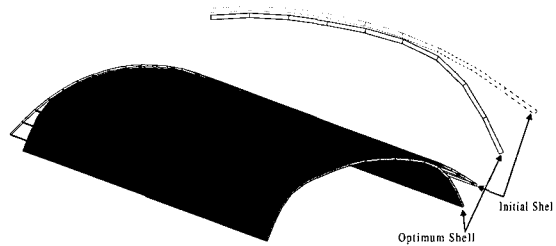
8. 수치예제*

8.1 실린더 쉘

본 예제에서는 실린더 쉘²⁰⁾의 형상을 최적화 하였다. 이 구조물은 유한대판법을 사용하여 그 최적형상을 구한 바 있다. 쉘의 형상은 그림 7(a)에 도시하였다. 쉘의 길이는 $L=50ft$ 이고 쉘의 두께는 $h=0.25ft$ 이다. 쉘을 7개의 조절점과 하나의 스플라인 조각으로 표현하였다. 쉘의 변형에너지를 최소화하여야 할 목적함수로 하고 초기쉘의 부피를 조건함수로 사용하였다. 쉘의 탄성계수는 $E=4.32 \times 10^8 lbs/ft^2$ 그리고 프와송비는 $\nu=0$



(a) 쉘의 형상



(b) 초기쉘의 형상 및 최적형상

그림 7 실린더 쉘

* 제8절에 비교를 위해 사용된 최적값들은 참고문헌⁸⁾에 사용된 프로그램 AXIS를 사용하여 구하였음.

을 사용하였다. 셸에 작용하는 자중의 크기는 80 lbs/ft^2 이다. 설계변수로는 조절점의 좌표를 택하였고, 설계 변수는 셸의 방사선방향으로만 이동하게 하였다. 구조물의 좌우대칭을 유지하기 위하여 제7절의 그림 6에 도시한 바와 같이 설계변수를 연계하였다.

최적화된 셸의 변형에너지는 초기셸의 변형에너지와 비교하여 75%감소하였고, 최적화된 셸의 변위는 초기셸의 변위보다 85%줄었다. 실린더 셸의 최적형상은 초기셸의 부피를 유지하면서 자중에 효과적으로 저항하기 위하여 셸의 정점부분이 조금 낮아지면서 셸의 가장자리가 처지는 것으로 나타났다. 셸의 초기 및 최적형상은 그림 7(b)에 도시하였다. 표 1에는 설계변수의 초기값, 상한값, 하한값 그리고 최적값을 나타내었고, 표 2는 초기 구조물과 최적화된 구조물의 변형에너지와 최대변위값을 나타내고 있다.

표 1 실린더 셸 : 설계변수의 값

변수이름	하한치	초기값	상한치	최적값	
				AXIS	본연구
s_1	22.00	25.00	28.0	22.0	22.0
s_2	22.00	25.00	28.0	24.5	24.5
s_3	22.00	25.00	28.0	24.5	24.6
s_4	22.00	25.00	28.0	24.6	24.6

표 2 실린더 셸 : 최적값

	변형에너지		최대변위	
	초기값	최적값	초기값	최적값
본연구	9076	9148	0.290	0.038
AXIS	9173	9124	0.294	0.038

8.2 박스거더

하나의 셸을 가진 박스거더를 최적화 하였다. 박스 거더의 길이는 $L=60\text{ft}$ 이고 사용된 재료의 탄성계수는 $E=4.32 \times 10^8\text{ lbs/ft}^2$, 프와송비는 $\nu=0.15$ 를 사용하였고 두 개의 하중경우에 대하여 박스거더를 최적화하였다. 그림 8(a)에 도시한 바와 같이 첫번째 경우는 등분포하중을 박스거더의 상판에 가하였고 두번째 경우는 집중하중을 상판과 웨브가 만나는 부분에 가하였다. 박스거더의 형상은 6개의 조절점과 6개의

조각스플라인으로 표현되었다. 그리고 그림 8(b)에 도시된 바와 같이 2개의 형상설계변수와 5개의 두께 설계변수를 고려하였다. 구조물의 좌우대칭을 유지하기 위하여 좌우 같은 위치에 있는 조절점을 연계하였다. 셸의 변형에너지를 최소화하여야 할 목적함수로 하고 초기셸의 부피를 조건함수로 사용하였다. 최적화된 박스거더의 변형에너지는 첫번째 하중의 경우에는 초기박스거더의 변형에너지와 비교하여 42%의 감소를 보였고 두 번째 하중의 경우 41%의 변형에너지 감소를 성취하였다. 표 3에는 설계변수의 초기값, 하한값, 상한값 그리고 최적값을 나타내었다. 그리고 표 4는 각 하중경우에 대한 변형에너지와 최대변위값을 도시하였다. 각 하중경우에 대한 박스거더의 최적형상과 최적두께분포는 그림 8(c), (d)에 도시하였다.

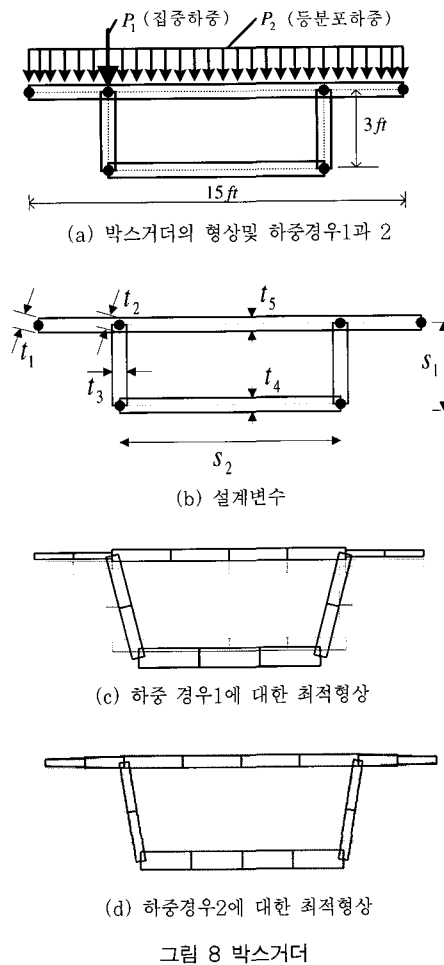
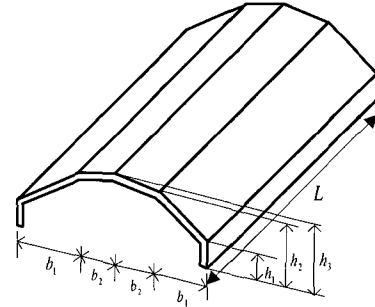


표 3 박스거더 : 설계변수의 값

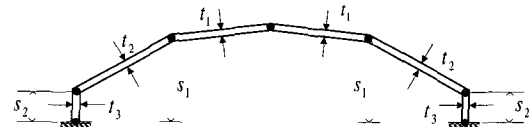
변수이름	하한치	초기치	상한치
s_1	1.00	3.00	4.00
s_2	3.00	9.00	10.0
t_1	0.25	0.50	0.75
t_2	0.25	0.50	0.75
t_3	0.25	0.50	0.75
t_4	0.25	0.50	0.75
t_5	0.25	0.50	0.75



(a) 판의 형상: $h_1=3ft$, $h_2=8ft$, $h_3=9.75ft$, $b_1=8.67ft$
 $b_2=9.83ft$

표 4 박스거더 : 최적값

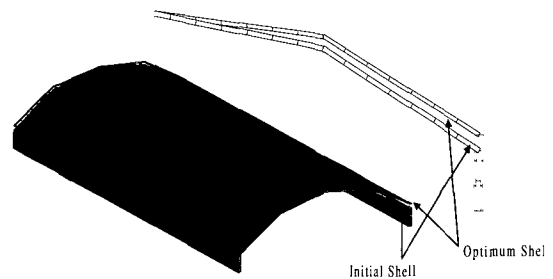
변수 이름	하중경우 1		하중 경우 2	
	AXIS	본연구	AXIS	본연구
s_1	4.00	4.00	4.00	4.00
s_2	8.85	7.00	9.35	7.77
t_1	0.25	0.25	0.25	0.25
t_2	0.25	0.25	0.48	0.48
t_3	0.46	0.49	0.31	0.34
t_4	0.62	0.75	0.64	0.73
t_5	0.48	0.47	0.48	0.48



(b) 형상설계변수

표 5 박스거더 : 최적값

	변형에너지		최대변위	
	초기값	최적값	초기값	최적값
AXIS	11429	6445	0.156	0.045
본연구	11593	6468	0.155	0.045



(c) 초기판의 형상 및 최적형상

그림 9 절판지붕

표 3에는 설계변수의 초기값, 상한값, 하한값을 그리고 표 4에는 두가지 하중경우에 대한 최적값을 나타내었다.

8.3 절판지붕

절판지붕²¹⁾을 최적화하였다. 이 예제에서는 판의 두께와 형상을 동시에 설계변수로 사용하였다. 구조물이 좌우대칭이므로 판의 반만 해석에 사용하였다. 절판지붕에 사용된 재료의 탄성계수는 $E=4.32 \times 10^8 \text{ lbs}/\text{ft}^2$ 그리고 프와송비는 $\nu=0$ 을 사용하였다. 지붕의 길이는 $L=70\text{ft}$ 이다. 지붕에 작용하는 자중의 크기는 $90\text{lbs}/\text{ft}^2$ 이다. 초기형상과 설계변수의 위치 그리고 최적형상을 그림 9(a), (b)에 도시하였다. 이 구조물의 반을 4개의

조절점과 3개의 조각스플라인으로 표현하였다. 절판지붕의 높이는 최적화과정중 고정시키고 지붕의 양벽체의 높이와 두 번째 절점의 높이를 형상설계변수로 사용하였다. 그리고 각 판의 두께를 설계변수로 사용하였다. 형상함수는 수직방향으로만 이동하게 하였고 설계변수는 연계하지 않았다.

표 6에는 설계변수의 초기값, 하한값, 상한값 그리고 최적값을 나타내었고 표 7에는 초기 구조물과 최적화된 구조물의 변형에너지와 최대변위값을 나타내었다.

최적화된 절판지붕의 변형에너지는 44% 감소했고 최대변위는 71%감소하였다. 그림 9(c)에 도시된 바와 같이 최적화된 절판지붕은 그 형상이 위로 솟아 올랐고 가장자리 수직벽체를 제외한 지붕의 두께가 일반적으로 감소하여 자중에 효과적으로 저항하는 구조물이 되었다.

표 6 절판지붕 : 설계변수의 값

변수이름	하한치	초기값	상한치	최적값	
				AXIS	본연구
s_1	3.00	8.00	9.75	8.59	8.58
s_2	1.50	3.00	8.00	3.81	3.76
s_3	0.20	0.25	0.50	0.20	0.20
t_1	0.20	0.25	0.50	0.20	0.20
t_2	0.20	0.25	0.50	0.47	0.47

표 7 절판지붕 : 최적값

	변형에너지		최대변위	
	초기값	최적값	초기값	최적값
본연구	11593	6468	0.155	0.045
AXIS	11429	6445	0.156	0.045

9. 결 론

본 연구에서는 유한요소법을 사용하여 프리즘 셸을 최적화하기 위하여 단순하고 효율적인 스위프 기하학적 모델을 제시하였다. 제시된 기하학적 모델과 유한요소법을 바탕으로 프리즘 셸을 최적화하는 알고리즘을 개발하였다. 개발된 최적화 기법을 사용하여 구한 최적값을 기존의 방법을 이용하여 구한 최적값과 비교하여 그 정당성을 입증하였다. 개발된 최적화 기법은 기존에 유한대판법을 사용한 최적화 기법을 대체 할 수 있을 뿐 아니라 유한대판법을 사용하여 최적화가 불가능하였던 임의의 경계조건을 갖는 프리즘 셸의 최적화를 가능하게 한다. 본 연구를 통해서 개발된 도구는 새로운 형태의 프리즘셸을 설계할 때 매우 유용하게 쓰일 것으로 사료된다.

감사의 글

본 연구는 영국 Engineering Physical Science Research Council 연구비(GR/K22839)지원과 한국과학기술부의 원자력 중장기연구개발 사업의 일환으로 수행되었음.

참 고 문 헌

1. Lee, S.J., "Analysis and Optimization of Shells", C/Ph/223/98, Department of Civil Engineering,

Univ. of Wales, Swansea, 1998

2. Zienkiewicz, O.C. and Campbell, J.S., "Shape optimization and sequential linear programming", in *Optimum structural design*, edited by R.H. Gallagher and O.C. Zienkiewicz, Chapter 7, John Wiley, Chichester, 1973

3. Özakça, M. "Analysis and optimal design of structures with adaptivity", C/Ph/168/93, Department of Civil Engineering, Univ. of Wales, Swansea, 1993

4. Blezinger, K.U. and Ramm, E., "Form finding of shells by structural optimization", *Engineering with Computers*, Vol. 9, 1993, pp.27~35

5. Rao, N.V.R. and Hinton, E., "Structural optimization of variable thickness plates and free form shell structures", *Structural Engineering Review*, Vol. 5, 1994, pp.1~21

6. Cheung, Y.K. and Tham, L.G., *Finite Strip Method*, CRC Press, 1998, Boca Raton

7. Rao, N.V.R., "Computer Aided Analysis and Optimization of Shell Structures", C/Ph/160/92, Department of Civil Engineering, Univ. of Wales, Swansea, 1992

8. Rao, N.V.R. and Hinton, E., "Analysis and optimisation of prismatic plate and shell structures with curved planform, Part 2-shape optimisation", *Computers and Structures*, Vol. 52, 1994, pp.341~351

9. Hinton, E. Özakça, M. and Rao N.V.R., "Free vibration analysis and shape optimisation of variable thickness prismatic folded plates and curved shells", Part 1 and 2, *J. Sound and Vibration*, Vol. 181, 1995, pp.567~581

10. Zienkiewicz, O.C. and Taylor, R.L., *The finite element method*, 4th edn., McGraw Hill, 1989, London

11. Anand, V.B., *Computer Graphics and Geometric Modelling for Engineers*, John Wiley and Sons, 1993, New York

12. Rao, N.V.R., Lee, S.J., Sousa Jr. J.B. and Hinton, E., "Analysis and optimization of prismatic shell structures using finite element and finite strip formulation", *3rd World Congress of ISSMO*,

- 1999, New York, May
13. Kanok-Nuchulchai, W., "A simple and efficient finite element for general shell analysis", *Int. J. Num. Meth. Engng.* Vol. 14, 1979, pp.179~200
 14. Lee, S.J. and Kanok-Nuchulchai, W., "A nine-node assumed strain finite element for large-deformation analysis of laminated shells", *Int. J. Numer. Method. Eng.* Vol. 42, 1998, pp.777~798
 15. Hughes, T.J.R., *The finite element method-Linear static and dynamic finite element analysis*, Prentice Hall, 1987, New Jersey
 16. Lee, S.J., Bae, J.E. and Hinton, E., "Shell topology optimization using the layered artificial material model", *Int. J. Numer. Method. Eng.* Vol. 47, 2000, pp.843~867
 17. Lee, S.J. and Hinton, E., On the reliability of optimized shells, in *Proc. of the 4th international conference on computational structures technology an the 1st international conference on engineering computational technology-Advances in computational structural mechanics*, Civil-Comp. Press, Edinburgh, 1998, pp.371~381
 18. DOT manual, VMA Engineering, 1996, Colorado
 19. 이상진, 한상을, "CAGD를 사용한 쉘의 형상 및 두께최적화에 관한 연구-부피 제약조건을 사용한 변형에너지의 최소화", 한국전산구조공학회논문집 제12권 제4호, 1999, pp.551~561
 20. Scordelis, A.C. and Lo, K.S., "Computer analysis of cylindrical shells", *J. Amer. Concr. Inst.*, Vol. 61, 1964, pp.539~561
 21. De Fries-Skene and Scordelis, A.C., "Direct solution of folded plates", *Journal of Structural Division*, ASCE, 1964, pp.15~47
- (접수일자 : 2000. 1. 24)