

고속철도차량(TGV)-교량 상호작용의 단순화된 3차원 해석모델

A Model for Simplified 3-dimensional Analysis of High-speed Train Vehicle(TGV)-Bridge Interactions

최 창 근*
Choi, Chang-Koon

송 명 관**
Song, Myung-Kwan

양 신 추***
Yang, Sin-Chu

요 지

본 연구에서는 고속철도차량(TGV)이 교량 상을 통과할 경우 교량의 동적 거동을 해석하기 위한 단순화된 3차원 차량-교량 상호작용해석 모델을 제시한다. 축하중 편심 모델링 방법을 도입하여 교량에 작용하는 축하중에 의한 비틀림력과 교량의 비틀림 회전변위의 영향을 고려하여 보다 정확한 교량의 거동에 대한 해석 결과를 얻는다. 앞기관차, 뒷기관차, 객차들에 대해서 운동에너지, 포텐셜에너지, 감쇠에너지를 차량과 교량의 자유도로 각각 나타내고, Lagrange의 운동방정식을 적용하여 차량과 교량의 운동방정식을 유도한다. 또한, 차량-교량 사이에 상호작용을 고려하여 교량에 작용하게 되는 하중에 관한 식을 유도하며, 이러한 하중을 받는 교량의 운동 방정식이 구성된다. 시간경과에 따라 차량의 위치를 결정하면서 그 위치에 따른 차량-교량 시스템의 질량행렬, 강성행렬, 감쇠행렬, 그리고 하중벡터를 구성할 수 있고, Newmark의 β 방법(평균가속도법)을 이용하여 전체 차량-교량 시스템의 거동을 해석한다.

핵심용어 : 차량-교량 상호작용해석, 축하중의 편심, Lagrange의 운동방정식, Newmark의 β 방법

Abstract

The simplified model for 3-dimensional analysis of vehicle-bridge interactions is presented in this study. By using the analysis model which includes the eccentricity of axle loads and the effect of the torsional forces acting on the bridge, the more accurate analysis results of the behavior of the bridge can be obtained. The equations of kinetic energy, potential energy and damping energy are expressed by degrees of freedom of the vehicle and the bridge. And then by applying Lagrange's equations of motion, the equations of motion of the vehicle and the bridge are obtained. By deriving the equations of forces acting on the bridge considering the vehicle-bridge vertical interactions and also by identifying the position of vehicle as time goes by, mass matrix, stiffness matrix, damping matrix and load vector of vehicle-bridge system are constructed in accordance with the position of vehicles. Then using Newmark's β -method(average acceleration), the equations of motion for the total vehicle-bridge system are solved.

Keywords : *vehicle-bridge interaction analysis, eccentricity of axle loads, Lagrange's equations of motion, Newmark's β -method*

* 정회원 · 한국과학기술원 토목공학과, 석좌교수

** 한국과학기술원 토목공학과, 박사과정

*** 정회원 · 한국철도기술연구원 고속철도기술개발사업단, 책임연구원

· 이 논문에 대한 토론을 2000년 9월 30일까지 본 학회에 보내주시면 2000년 12월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

1. 서 론

19세기 중반 이후로 철도교량의 진동과 충격 문제 등에 관한 연구가 진행되어 왔으며, 처음으로 Willis (1849)에 의해 수치적인 접근이 시도되었고, 20년대에 Timoshenko(1927), 30년대에 Inglis(1932)가 이 연구에 크게 공헌하였다.¹⁾ 이러한 연구들에 있어서는 이동하는 열차의 모형화는 단일이동질량, 단일 맥동력(pulsating force) 등과 같이 단순한 모형을 사용하였다. 또한, 철도교량 진동에 관한 실험적인 연구가 진행되어 왔으며, 특히, 미국철도공학회(American Railway Engineering Association)에서는 1950년대에 철도교량의 충격에 관한 광범위한 실험을 시행하였다. 그 후 Dhar(1978)에 의해서 이러한 동적 효과의 산정을 위한 실질적인 시도가 있었다. 이 연구에서는 교량과 차량의 연직변위만이 있는 것으로 가정하였고, 연직 상호작용을 고려하였다. Wiriyaichi(1980)는 힌지, 강접합, 반강접합 조인트를 갖는 open-deck 트러스 교량에 대한 충격효과에 대해 연구하였으며, 극한부재에 있어서의 피로파괴 연구를 위한 3차원 교량 모형을 제안하였다.²⁾

그 후로도 많은 연구가 진행되어 왔으며, 대부분의 연구에 있어서 교량-차량의 연직 상호작용에 대해서만 고려하였고, 단순한 차량 모델을 사용하였으며, 열차의 기하학적, 비선형성 및 현가장치(suspension)의 비선형성을 고려하지 못하였다. 차량-교량 상호작용 모형화 정식화의 제한성 때문에 교량에 대해 초기 연직 변위와 롤링(rolling)을 갖는 열차 차량의 충격효과가 산정되었다. Bhatti(1982)는 3차원 차량-교량 모형을 제시하였으며 차량에서의 기하학적 비선형성 및 현가장치의 비선형성을 고려하고, 차량-교량 사이에 작용하는 연직 및 측방향 상호작용과 연직 및 측방향 궤도 불규칙(track irregularities)을 고려하여 open-deck 교량의 충격 및 피로를 산정하는 연구를 시도하였다. Hino(1985)와 Chang(1996)은 이동하중을 받는 교량의 진동해석을 위하여 교량의 기하 비선형성을 고려한 유한요소해석방법을 제안하였다.³⁾

최근에 Delgado(1997)는 고속철도차량에 대한 2차원 차량-교량 상호작용 해석모델을 이용하여 다양한 매개변수에 대한 해석을 시도하였다.⁴⁾ Yang(1997)은 정규비균등간격을 갖는 일련의 이동하중으로 모델링된 고속철도차량의 작용을 받는 단순보의 거동에 대

하여 closed-form solution을 제안하여 충격계수 산정식을 제시하였으며, 2차원 차량-교량 상호작용 해석을 위한 응축방법(condensation method)을 제안하였다(1998)^{5)~7)}. Tanabe(1997)는 일본고속철도 차량(신간선)과 교량 구조물과의 상호작용해석을 위한 DIASTARS라는 3차원 해석 프로그램을 개발하였으며, Farad(1997)에 의해서 평판유한요소(plate finite element) 및 보유한요소(beam finite element)와 5축 tractor trailer에 의한 3차원 해석, 그리고, Mermertas(1997)에 의해서 단순지지된 곡선교에 대한 해석 등에 관한 연구가 시도되었다. 그리고, Tan(1998)은 차량-교량 상호작용 해석을 위하여 격자해석(grillage analysis)을 도입하여 현가장치의 비선형성과 교량재료의 항복면을 고려하였다. 이 후에도 많은 연구들에서 차량-교량 시스템에 대한 2차원 및 3차원 모델이 제시되었는데, 대부분의 2차원 모델에 있어서 복선으로 건설되는 궤도에 의해 생기는 축하중과 단면 도심 간의 편심의 영향을 고려하지 않고 있다.

따라서, 궤도의 편심 존재의 영향을 무시하는 2차원 차량-교량 상호작용해석의 정확성을 개선하고, 차량과 교량의 전체 모델링에 의한 3차원 동적해석 시 소요되는 많은 시간 및 계산량 등을 감소시키기 위해서 본 연구에서는 2차원 차량(TGV, le train de grande vitesse)-교량 모형화를 기본으로 하여 궤도의 편심 존재의 영향을 고려한 단순 3차원 차량-교량 상호작용해석 모델을 제시한다. 차량은 상하운동(bouncing)과 피칭(pitching)을 하는 강성체로 모델링하며, 교량은 절점당 3개의 자유도를 갖는 보유한요소로 모델링한다. Lagrange의 운동방정식을 적용하여 차량과 교량의 운동방정식을 유도하고, 차량-교량 사이의 상호작용을 고려하여 교량에 작용하게 되는 하중에 관한 식을 유도하여, 이러한 하중을 받는 교량의 운동방정식을 구성한다. 시간 경과에 따라서 구성되는 차량-교량 시스템의 질량행렬, 강성행렬, 감쇠행렬, 그리고 하중벡터에 대해서 Newmark의 β 방법을 이용하여 차량(TGV)-교량 시스템의 거동을 해석한다.

2. 차량 모델

그림 1에서와 같이 2차원 차량(TGV)과 교량 상호작용해석 모델을 기반으로 하여 Lagrange의 운동방

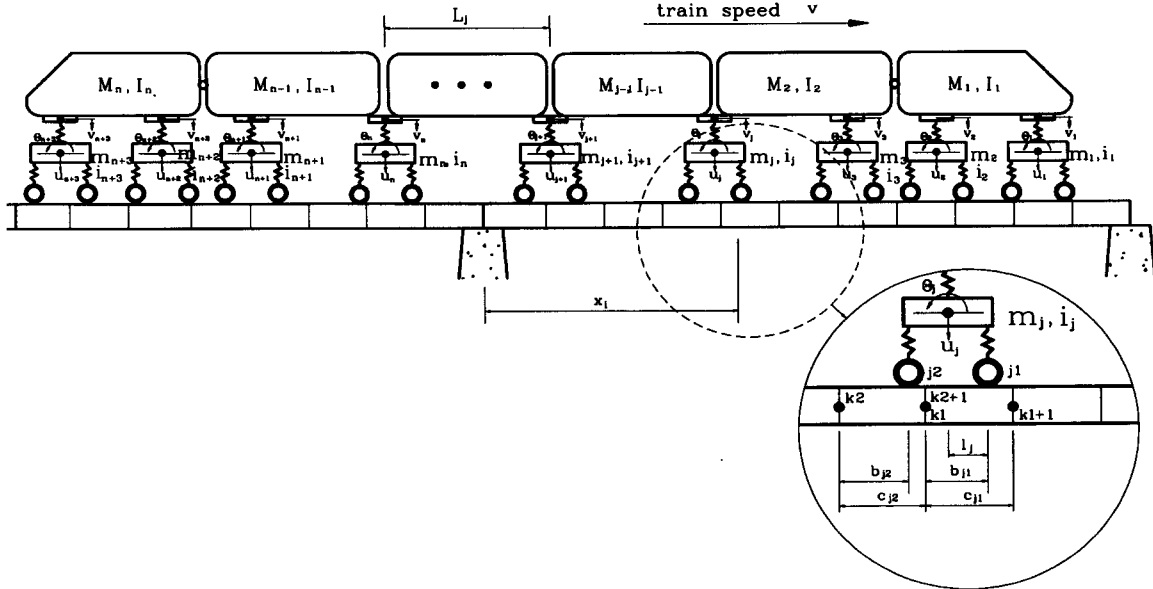


그림 1 차량(TGV)-교량 상호작용해석 모형

정식을 적용하여 차량-교량의 운동방정식을 유도한다. 본 연구에서는 TGV 열차를 모형화한 차량 모델을 사용하는데 이 차량 모델은 보통의 열차들과는 다른 관절형 차량 모델로서 차체(car-body) 연결부 관절에 대차가 연결되어 있다. 기존의 일반적인 열차들에서는 각 차체의 앞과 뒤에 대차(bogie)가 있기 때문에 각 차체가 독립적인 거동을 함으로써 진동 등이 심하였으나, TGV 열차의 경우에는 관절형 차량 모델을 사용함으로써 열차 전체가 유기적으로 연결되어 차체의 독립적인 거동을 막아줌으로써 기존의 열차에 나타났던 진동 등의 현상이 억제된다. 차량의 상하운동과 피칭에 대해 차량 사이의 관절에서는 연직방향 자유도, 대차의 상하운동과 피칭에 대해 대차 중앙에서의 연직방향 자유도와 회전 자유도가 존재한다. 차량과 대차는 질량을 갖는 강성 모델로서 모델링 되고, 열차는 등속도 직선운동을 하는 것으로 가정한다.

Lagrange의 운동방정식을 적용하기 위하여, 앞기 관차, 객차, 뒤기관차에 대한 각각의 운동에너지(E_k), 포텐셜 에너지(E_p , 위치 에너지), 감쇠에너지(E_d)를 다음과 같이 차량, 대차와 교량의 자유도로 표현한다 [그림 3].

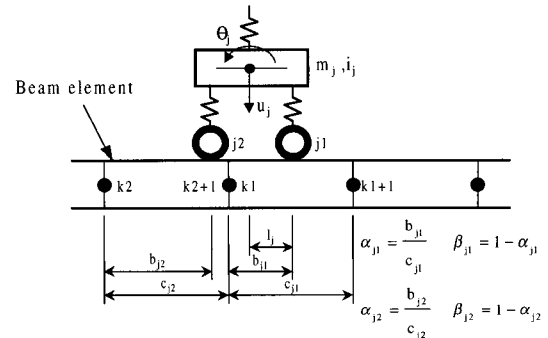


그림 2 대차의 위치와 교량의 절점 위치와의 관계

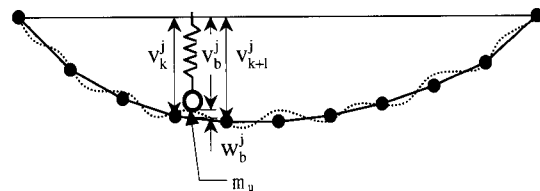


그림 3 스프링하질량의 운동과 교량 연직변위와의 관계

2.1 앞뒤의 기관차

TGV 열차의 경우 기관차(동력차)가 열차의 앞과 뒤에서 동력을 전달하며, 그 사이에 객차가 연결되고,

Motor Coach Motor Bogie가 기관차 앞뒤에 1대씩 연결된다. 앞뒤의 기관차(front and rear power car)에 대한 운동에너지, 포텐셜 에너지, 감쇠에너지는 다음과 같이 구성된다.

운동에너지는 기관차의 관절과 대차의 자유도에 의해서 다음과 같이 표현된다.

앞기관차 :

$$E_k = \left\{ \frac{1}{2} M_1 \left(\frac{\dot{v}_1 + \dot{v}_2}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} I_1 \left(\frac{\dot{v}_1 - \dot{v}_2}{L_1} \right)^2 \right\} + \sum_{j=1}^2 \frac{1}{2} m_j \dot{u}_j^2 + \sum_{j=1}^2 \frac{1}{2} i_j \dot{\theta}_j^2 \quad (1)$$

뒷기관차 :

$$E_k = \left\{ \frac{1}{2} M_n \left(\frac{\dot{v}_{n+2} + \dot{v}_{n+3}}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} I_n \left(\frac{\dot{v}_{n+2} - \dot{v}_{n+3}}{L_n} \right)^2 \right\} + \sum_{j=n+2}^{n+3} \frac{1}{2} m_j \dot{u}_j^2 + \sum_{j=n+2}^{n+3} \frac{1}{2} i_j \dot{\theta}_j^2 \quad (2)$$

여기서,

- $M_k = k$ 차체의 질량
- $I_k = k$ 차체의 피칭(pitching) 관성모멘트
- $m_k = k$ 대차의 질량
- $i_k = k$ 대차의 피칭(pitching) 관성모멘트
- $L_k = k$ 차체의 길이
- $v_k = k$ 차체 사이의 관절에서의 연직변위(k 대차와 연결)
- $u_k = k$ 대차 중앙에서의 연직 변위
- $\theta_k = k$ 대차 중앙에서의 회전각 변위(pitching)

포텐셜에너지는 기관차의 관절과 대차에 연결되어 있는 1차 및 2차 현가장치의 스프링에 의해서 정의되며 다음과 같이 차량, 대차 및 교량의 자유도로 표현될 수 있다.

앞기관차 :

$$E_p = \sum_{j=1}^2 \frac{1}{2} k_s (v_j - u_j)^2 + \sum_{j=1}^2 \frac{1}{2} k_p y_{j1}^2 + \sum_{j=1}^2 \frac{1}{2} k_p y_{j2}^2 \quad (3)$$

뒷기관차 :

$$E_p = \sum_{j=n+2}^{n+3} \frac{1}{2} k_s (v_j - u_j)^2 + \sum_{j=n+2}^{n+3} \frac{1}{2} k_p y_{j1}^2 + \sum_{j=n+2}^{n+3} \frac{1}{2} k_p y_{j2}^2 \quad (4)$$

여기서,

- $k_p = 1$ 차 현가장치의 스프링 상수
- $k_s = 2$ 차 현가장치의 스프링 상수
- $y_{jk} = j$ -대차의 k -축의 신축량
(대차와 교량의 자유도로 표현될 수 있다.)

감쇠에너지는 기관차의 관절과 대차에 연결되어 있는 1차 및 2차 현가장치의 완충장치(dashpot)에 의해서 정의되며 다음과 같이 차량, 대차 및 교량의 자유도로 표현될 수 있다.

앞기관차 :

$$E_d = \sum_{j=1}^2 \frac{1}{2} c_s (\dot{v}_j - \dot{u}_j)^2 + \sum_{j=1}^2 \frac{1}{2} c_p \dot{y}_{j1}^2 + \sum_{j=1}^2 \frac{1}{2} c_p \dot{y}_{j2}^2 \quad (5)$$

뒷기관차 :

$$E_d = \sum_{j=n+2}^{n+3} \frac{1}{2} c_s (\dot{v}_j - \dot{u}_j)^2 + \sum_{j=n+2}^{n+3} \frac{1}{2} c_p \dot{y}_{j1}^2 + \sum_{j=n+2}^{n+3} \frac{1}{2} c_p \dot{y}_{j2}^2 \quad (6)$$

여기서,

- $c_p = 1$ 차 현가장치의 감쇠 상수
- $c_s = 2$ 차 현가장치의 감쇠 상수

마찬가지로 객차에 대해서 운동에너지, 포텐셜에너지, 감쇠에너지를 차량, 대차 및 교량의 자유도에 의해서 표현할 수 있다.

2.2 객차

객차(passenger car)는 앞뒤의 기관차 사이에 연결되며, 객차 한 대마다 Intermediate Carrying Bogie가 앞뒤에 1대씩 연결되며, 기관차와 객차의 사이에는

Trailer Motor Bogie가 연결된다. 객차에 대한 운동에너지, 포텐셜 에너지, 감쇠에너지가 다음과 같이 객차의 관절과 대차의 자유도에 의해서 표현될 수 있다.

운동에너지는 객차의 관절과 대차의 자유도에 의해서 다음과 같이 표현된다.

$$E_k = \sum_{j=3}^n \left\{ \frac{1}{2} M_{j-1} \left(\frac{\dot{v}_j + \dot{v}_{j+1}}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} I_{j-1} \left(\frac{\dot{\theta}_j - \dot{\theta}_{j+1}}{L_{j-1}} \right)^2 \right\} + \sum_{j=3}^n \frac{1}{2} m_j \dot{u}_j^2 + \sum_{j=3}^n \frac{1}{2} i_j \dot{\theta}_j^2 \quad (7)$$

여기서, n =총 차체 수

포텐셜에너지는 객차의 관절과 대차에 연결되어 있는 1차 및 2차 현가장치의 스프링에 의해서 정의되며 다음과 같이 차량, 대차 및 교량의 자유도로 표현될 수 있다.

$$E_p = \sum_{j=3}^n \frac{1}{2} k_s (v_j - u_j)^2 + \sum_{j=3}^n \frac{1}{2} k_p y_{j1}^2 + \sum_{j=3}^n \frac{1}{2} k_p y_{j2}^2 \quad (8)$$

감쇠에너지는 객차의 관절과 대차에 연결되어 있는 1차 및 2차 현가장치의 완충장치(dashpot)에 의해서 정의되며 다음과 같이 차량, 대차 및 교량의 자유도로 표현될 수 있다.

$$E_d = \sum_{j=3}^n \frac{1}{2} c_s (\dot{v}_j - \dot{u}_j)^2 + \sum_{j=3}^n \frac{1}{2} c_p \dot{y}_{j1}^2 + \sum_{j=3}^n \frac{1}{2} c_p \dot{y}_{j2}^2 \quad (9)$$

3. 교량 모델

2차원에서의 보요소가 갖는 2개의 자유도, 즉, 연직 변위(v)와 회전변위(θ)에 비틀림 회전변위(torsional rotation, ψ)를 추가한 보요소를 사용함으로써 축하중 편심의 영향에 대한 고려가 가능한 교량 모델을 사용한다(그림 4). 박스 거더 교량의 경우 전단변형이



그림 4 보요소의 자유도(D.O.F.)

전체 거더의 변형에 미치는 영향이 미소한 구조이므로 본 연구에서는 전단변형의 영향은 무시한다. 그리고, 본 연구의 적용 교량은 직선형 교량에 대해서만 한정한다. 지점부에서 경계조건은 연직변위(v)와 비틀림 회전변위(ψ)에 대해서 구속시키고 회전변위(θ)만이 존재하는 것으로 모델링한다. 열차하중에 의해서 각 교각에서의 연직처짐이 발생하고, 지점부에서는 비틀림 회전변위가 발생하게 되지만, 관심대상이 교량 상부구조에 있으므로 교각의 연직처짐의 발생에 대한 영향을 무시하였으며, 지점에서 교량은 횡방향으로 단순지지 되므로 지점에서 발생하는 비틀림 회전의 영향을 고려하지 않았다.

4. 궤도 불규칙

본 연구에서는 차량과 교량면 사이의 연직방향 궤도 불규칙(track irregularities)만을 고려한다. 궤도 불규칙에 대한 공간 분포의 산출을 위해서는 적절한 PSD 함수(power spectral density function)의 가정과 랜덤수 산출(random number generation), 그리고, Inverse Fourier transform 과정이 필요하게 된다^(8),9).

4.1 PSD 함수

궤도 불규칙은 공간상의 정상 에르고딕 과정(stationary and ergodic process), 즉, 궤도방향 x 축으로의 랜덤함수(random function)로 고려될 수 있으며, 주로 PSD함수 $S_z(\gamma)$ 에 의해서 특성화된다. PSD함수는 파수(wave number, γ)의 함수이며, 이 때, 파수는 다음과 같이 표현된다.

$$\gamma = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{VT} = \frac{\omega}{2\pi} \quad (10)$$

여기서, λ 는 파장(wave length), T 는 주기(period),

V 는 차량의 속도, ω 는 파의 각진동수(circular frequency)이다.

궤도불규칙에 대한 PSD함수는 프랑스, 미국, 체코 등의 관련 기구나 학회(SNCF, FRA, CSD, ZZO, SZD)에서 현장에서의 실측치를 바탕으로 하여 여러 가지를 제안하였는데¹⁰⁾, 각 국에서 사용하는 레일의 특성에 따라서 PSD 함수들이 다르게 제안되었다 [그림 5]. 본 연구에서는 프랑스국립철도(French National Railways, SNCF)에서 계측에 의해서 제안한 PSD함수와 유사한 다음과 같은 PSD함수를 사용한다[식(11)]^{11),12)}.

$$S_z(\gamma) = \frac{A}{(B + \gamma)^3} \quad (m^3) \quad (11)$$

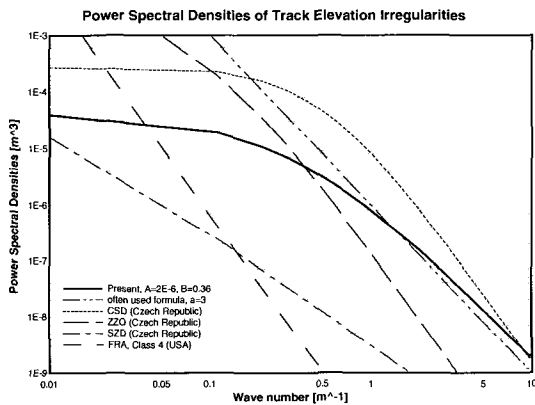


그림 5 궤도 불규칙 산출을 위한 PSD 함수

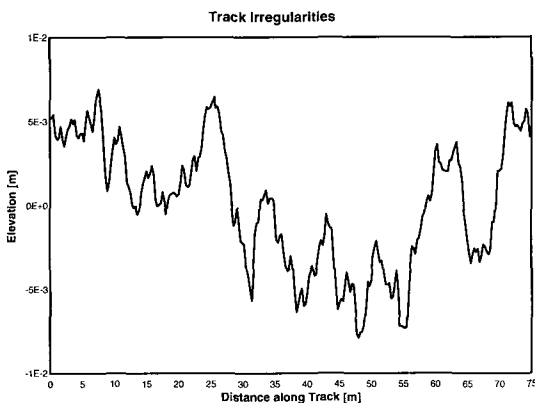


그림 6 궤도 불규칙의 공간 분포

여기서, $A=2.0 \times 10^{-6}$, $B=0.36$, 그리고, 1024 개의 spectrum을 사용하여($N=1024$) 궤도 방향 x 에 따른 공간상에서의 연직방향 궤도 불규칙을 산출하였으며, 그림 6에서 궤도 불규칙의 공간분포를 도시하고 있다. A , B 는 궤도 불규칙(조도) 상수로서 A 는 파장(λ)이 3m 이내인 단파장에 대응하는 값이며, B 는 장파장에 해당하는 값이다.

5. 축하중 편심 모델링

기존의 2차원 차량-교량 상호작용해석에 있어서는 차량의 축하중이 교량의 도심에 작용한다고 가정한다. 실제 고속철도 교량에 있어서, 교량 상판에 설치되는 선로(track)는 복선으로 건설되므로, 선로 위를 통과하는 차량에 의한 축하중의 편심을 고려하여 해석하는 것이 타당하다. 따라서, 본 연구에서는 이러한 축하중 편심 거리와 비틀림 회전변위가 1차 현가장치의 신축량에 미치는 영향을 고려하여 수식화 한다^{11),12)}.

5.1 1차 현가장치의 신축량

그림 7에서의 같이 하중 P 가 교량의 도심에 대해 $\overline{AB} (= l_0 \cos \phi_0)$ 만큼 떨어진 거리에 작용되면 교량에는 연직변위와 비틀림 회전이 동시에 발생하게 되는데, 이 때, 하중 P 가 가해지는 위치, 즉, 차량의 축하중이 가해지는 위치에서는 교량 도심에서의 연직변위(v_0)에 추가적으로 $l_0 \cos \phi_0 \phi$ 만큼의 연직변위가 발생되므로, 총 연직변위(V_b)는 $v_0 + l_0 \cos \phi_0 \phi$ 가 된다. 따라서, 차량이 이와 같이 \overline{AB} 만큼의 편심을 갖는 선로 상을 운행할 때에 1차 현가장치의 신축량은 $l_0 \cos \phi_0 \phi$ 만큼 감소된다.

차량 축하중의 편심에 의한 교량의 비틀림 회전변위를 고려하면 식(3), (4), (5), (6), (8), (9)에 나타나는 j_1, j_2 차축 위치에서의 1차 현가장치의 신축량은 식(12), (13)과 같다.

$$y_{j1}(x, t) = u_j(x, t) - l_j \theta_j(x, t) - \{v_b^1(x, t) - w_b^1(x) - l_0 \cos \phi_0 \phi_b^1(x, t)\} \quad (12)$$

$$y_{j2}(x, t) = u_j(x, t) + l_j \theta_j(x, t) - \{v_b^2(x, t) - w_b^2(x) - l_0 \cos \phi_0 \phi_b^2(x, t)\} \quad (13)$$

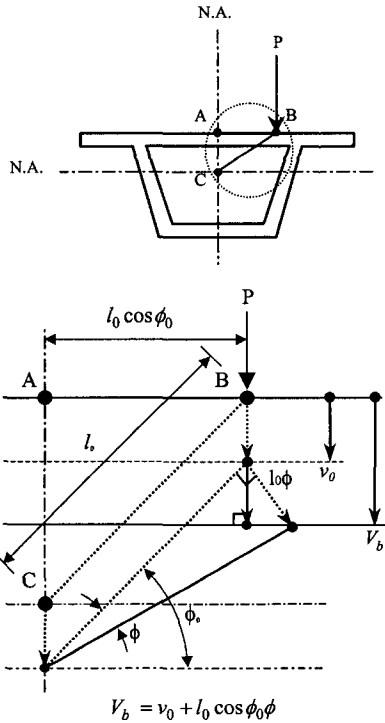


그림 7 축하중 편심의 모형화

식(12), (13)에서 $w_b^j(x)$, $w_b^j(x)$ 는 각각 $j1, j2$ 차륜하부에서의 교량의 연직 궤도 불규칙 성분이고, $v_b^j(x)$, $v_b^j(x)$ 는 각각 $j1, j2$ 차륜하부에서의 교량의 연직변위이며, $\phi_b^j(x)$, $\phi_b^j(x)$ 는 각각 $j1, j2$ 차륜하부에서의 교량의 비틀림 회전변위, u_j, θ_j 는 각각 대차의 연직변위 및 회전각 변위이다. 또한 차륜하부에서의 교량의 변위는 교량의 요소 절점변위로부터 보간하여 구할 수 있다(그림 2, 그림 3).

따라서, 다음 식(14), (15)와 같이 1차 현가장치의 신축량을 구할 수 있다.

$$y_{j1}(x, t) = u_j(x, t) - l_j \theta_j(x, t) - \{ \beta_{j1} v_{k1}^j + \alpha_{j1} v_{k1+1}^j - w_b^j(x) \} - \{ \beta_{j1} l_0 \cos \phi_0 \phi_{k1}^j + \alpha_{j1} l_0 \cos \phi_0 \phi_{k1+1}^j \} \quad (14)$$

$$y_{j2}(x, t) = u_j(x, t) + l_j \theta_j(x, t) - \{ \beta_{j2} v_{k2}^j + \alpha_{j2} v_{k2+1}^j - w_b^j(x) \} - \{ \beta_{j2} l_0 \cos \phi_0 \phi_{k2}^j + \alpha_{j2} l_0 \cos \phi_0 \phi_{k2+1}^j \} \quad (15)$$

위의 식(14), (15)를 식(3), (4), (5), (6), (8), (9)에 대입하면 차량, 대차, 교량의 자유도에 의해서 차량-교량 시스템에 대한 운동 에너지, 포텐셜 에너지, 감쇠 에너지를 표현할 수 있다.

6. 운동방정식

운동방정식을 유도하기 위해서 앞 절에서 정의된 앞기관차, 객차, 뒤기관차에 대한 각각의 운동에너지, 포텐셜에너지, 감쇠에너지를 이용하여 식(16)과 같은 Lagrange의 운동방정식을 적용한다^{9),13)~15)}.

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_i} \right] - \frac{\partial E_k}{\partial q_i} + \frac{\partial E_p}{\partial q_i} + \frac{\partial E_d}{\partial \dot{q}_i} = 0 \quad (16)$$

여기서, q_i = 차량의 자유도 (v_j, u_j, θ_j)

따라서, 차량, 교량의 자유도에 대한 운동 방정식을 얻을 수 있다.

차량의 $j1$ -차륜과 교량의 상호작용력은 다음과 식(17)과 같이 주어진다^{11),12)}.

$$F_b^j = (M_s^j + m_u)g + c_p \dot{y}_{j1} + k_p y_{j1} - m_u (\ddot{v}_b^j + l_0 \cos \phi_0 \ddot{\phi}_b^j) \quad (17)$$

여기서,

M_s^j = 1차 현가장치의 스프링상 질량

m_u = 1차 현가장치의 스프링상 질량(차륜-축의 질량)

g = 중력가속도

교량을 보요소로 모형화할 때 식(17)로 주어지는 상호작용력을 보요소의 절점에 가해지는 상호작용력으로 보간할 수 있으며, 절점에 가해지는 상호작용력에 대한 식에 식(14)와 (15)를 대입하면 차량, 대차, 교량의 자유도와 절점에 가해지는 하중, $\{P_b(t)\}$ 에 의한 운동 방정식을 구성할 수 있다. 또한, 식(17)의 양변에 \overline{AB} ($= l_0 \cos \phi_0$)를 곱함으로써 교량의 비틀림 회전에 대한 운동방정식을 유도할 수 있다. 따라서, 차량-교량 상호작용에 의한 교량의 운동방정식은 다음과 같다.

$$[M_b] \{ \ddot{q}_b(t) \} + [C_b] \{ \dot{q}_b(t) \} + [K_b] \{ q_b(t) \} = \{ P_b(t) \} \quad (18)$$

여기서,

$[M_b]$ = 교량에 대한 질량행렬

$[K_b]$ = 교량에 대한 강성행렬

$[C_b]$ = 교량에 대한 감쇠행렬

$\{P_b(t)\}$ = 차량-교량 상호작용에 의해 교량의 절점에 가해지는 하중벡터

$\{q_b(t)\}$ = 교량의 절점 자유도 벡터 (v_k, θ_k, ϕ_k)

이상의 식(16), (17), (18)로부터 차량-교량 전체 시스템의 질량행렬, 감쇠행렬, 강성행렬 및 하중 벡터가 다음과 같이 구성된다.

$$[M_{total}(t)]\{\ddot{q}(t)\} + [C_{total}(t)]\{\dot{q}(t)\} + [K_{total}(t)]\{q(t)\} = \{P_{total}(t)\} \quad (19)$$

여기서, $[M_{total}(t)]$, $[C_{total}(t)]$, $[K_{total}(t)]$ 는 각각 시간 경과에 따른 차량의 위치에 따라 변화하는 차량-교량 시스템의 질량행렬, 감쇠행렬, 강성행렬이며, $\{P_{total}(t)\}$ 는 하중 벡터이고, $\{q(t)\} = \{q_b(t) : q_v(t)\}^T$ 로서 보요소로 모델링된 교량의 자유도와 교량 상에 존재하는 차량 및 대차의 자유도의 합으로 구성되는 벡터이다. 전체 시스템의 질량행렬 ($[M_{total}(t)]$)은 교량에 대한 질량행렬 ($[M_b]$), 열차의 스프링하 질량에 대한 질량행렬 ($[M_u]$), 앞 기관차에 대한 질량행렬 ($[M_{fp}]$), 객차에 대한 질량행렬 ($[M_{cp}]$), 뒤 기관차에 대한 질량행렬 ($[M_{rp}]$)로 구성되며, 전체 시스템의 감쇠행렬, $[C_{total}(t)]$ 는 교량에 대한 감쇠행렬 ($[C_b]$)과 열차에 대한 감쇠행렬 ($[C_v]$)로 구성되고, 전체 시스템의 강성행렬, $[K_{total}(t)]$ 는 마찬가지로 교량에 대한 강성행렬 $[K_b]$ 과 열차에 대한 강성행렬 ($[K_v]$)로 구성된다. 그리고, 하중벡터, $\{P_{total}(t)\}$ 는 교량에 대한 하중벡터 ($\{P_b\}$)와 열차에 대한 하중벡터 ($\{P_v\}$)로 구성된다.

7. 실제 교량의 해석

7.1 3차원 상호작용해석과의 비교

본 연구에서 제안된 해석모델의 검증은 위해서 Kim (1999)의 3차원 상호작용해석결과와 비교한다¹⁶⁾. Kim의 연구에 있어서 차량과 교량은 3차원으로 정밀하게

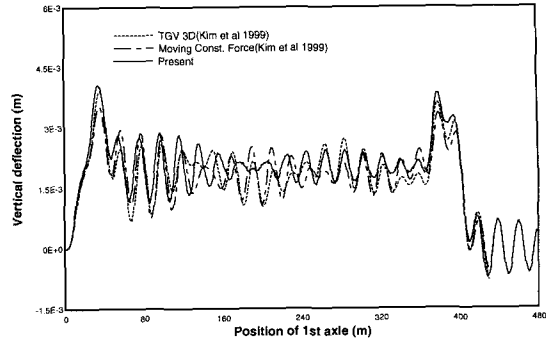


그림 8 3차원 상호작용해석과의 연직변위 비교

모델링되었는데, 교량 형식은 강합성형 교량으로 Mindlin 평판과 보요소로 모델링되었으며, 고속철도차량(TGV)은 본 연구에서의 차량모델과 동일한 관절형 차량모델이다. 본 연구에서 제안된 해석모델의 적용에 있어서 교량의 비틀림 상수는 격자해석에 의해 근사적으로 산정하여 해석에 사용하였다. 차량이 통과하는 선로에 가까운 거더에서의 지간 중앙에서의 연직변위에 대해서 두 해석에 의한 결과를 비교하였다. 그림 8에서 보이는 바와 같이 차량과 교량에 대한 해석 입력값의 단순화에도 불구하고 Kim의 3차원 정밀 모델에 의한 해석결과와 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

7.2 대상 교량

앞에서의 차량-교량 상호작용해석 기법을 실제의 교량에 대해서 적용한다. 대상 교량의 형식은 3경간 연속 PC 박스거더 교량이며, 각 경간의 길이는 25m

표 1 교량 해석을 위한 일반사항

구조형식		3경간 연속 PC 박스거더교
제원	지간	L = 3@25m = 75m
	폭원	B = 14.0m
	형고	h = 3.50m
	궤도	복선, 궤도중심간격 5.0m
활 하 중		TGV 열차(기관차 2대, 객차 15대)
TGV 열차의 운행속도		300km/h
재료 물성	탄성계수	E = 3.6 × 10 ⁵ kgf/cm ²
	감쇠계수	5% 히스테레틱감쇠
	질량	ρ = 4.812kg/m ³
	포와송비	ν = 0.2

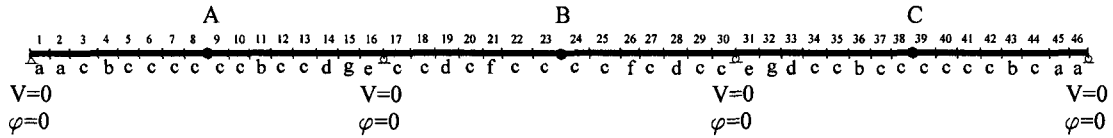


그림 9 보요소에 의한 교량의 모델링 : 요소번호(1~46), 단면형태(a~g) 및 경계조건

로서 총연장은 75m이다. 해석을 위한 교량의 일반사항은 표 1과 같으며, 설계도 상의 교량의 단면은 위치에 따라서 단면형태가 변하게 되는데, 본 연구에서는 그림 9와 같은 a~g의 7가지 단면을 이용하여 구간 등단면을 갖는 보요소를 사용하여 모델링한다. 따라서, 표 2(a)에서와 같이 8종류의 길이를 갖고, 그림 9와 같이 7종류의 단면 종류를 갖는 총 46개의 보요소를 사용하여 교량을 모델링한다. 그림 9에서의 a~g 단면에 대해서, 해석 시 필요한 요소의 단면적(A), 단면 2차 모멘트(I_z), 비틀림 상수(J)의 값을 표 2(b)에서 보여주고 있다.

7.3 차량(TGV) 제원

해석 시 사용되는 TGV 열차의 동특성은 열차의 제작 시 변경사항이 있을 수 있으며, 본 연구에서의 TGV 열차의 여러 가지 동특성은 표 3과 같은 값을 사용하여 모델링한다. 대차는 Motor Coach Motor Bogie, Trailer Motor Bogie, Intermediate Carrying Bogie, 3종류로 구성되는데 각 대차의 위치는 앞에서의 설명과 같다. TGV 열차의 평상시 평균운행 속도는 300km/h이며, 이 속도에 대한 교량의 거동을 고찰한다. TGV 열차는 교량의 우측지점에서 좌측 지점으로 통과하는 것으로 가정한다.

표 2 보요소에 의한 교량의 모델링

(a) 각 요소의 길이

요소 길이(m)	요소 번호(총요소수:46, 총절점수:47)
1.000	4, 11, 21, 26, 36, 43
1.500	2, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 45
1.525	12, 13, 34, 35
1.550	20, 27
1.600	14, 15, 18, 19, 28, 29, 32, 33
1.700	1, 46
2.250	16, 17, 22, 23, 24, 25, 30, 31
2.300	3, 44

(b) 단면 형태별 특성치

단면 형태	단면적 (A, m ²)	단면2차모멘트 (I_z , m ⁴)	비틀림상수 (J, m ⁴)
a	14.832	12.215	172.028
b	11.278	12.793	135.699
c	10.046	10.061	131.168
d	10.882	12.737	134.959
e	12.313	11.568	159.633
f	11.053	12.827	135.738
g	13.498	13.464	162.963

7.4 해석 결과

해석결과로는 그림 9에서와 같이 각 경간의 중앙점에서의 연직변위와 비틀림 회전변위를 관찰한다. 정적 해석결과와 비교하며, 축하중 편심 영향 고려 유무의 영향을 살펴본다. 교량 상에 복선궤도가 건설된 경우에는 교량 상에 작용하는 축하중은 연직하중 뿐만 아니라 비틀림력(Torsional force)이 작용하게 되며, 그의 결과로 비틀림 회전변위가 발생하게 되고, 2차원 상호작용에서 고려되지 않은 부가적인 차량-교량 사이의 상호작용력이 발생한다. 따라서, 축하중 편심의 영향을 고려한 수식화 과정을 통하여 교량의 해석을 수행하였다.

그림 10에서는 300km/h의 속도로 차량 통과시 A, B, C점에서의 교량단면 도심에서의 연직변위를 도시하고 있다. A, C점에서의 연직변위가 B에서의 연직변위보다 상대적으로 큰 값들을 보여주고 있으므로, 열차의 통과시 첫 번째, 세 번째 경간에 있어서의 부재가 받는 피로의 영향을 클 것으로 보인다. 각 변위의 시간 이력에 있어서 나타나는 2개의 상대적으로 큰 연직변위는 기관차와 객차 사이에 연속되는 2개의 대차가 A, B, C점을 통과할 때 발생함을 알 수 있다. 구조적으로 대칭이며 차량에 의한 하중도 시간에

표 3 해석에 사용된 TGV 열차의 동특성

ITEM	Motor Coach Motor Bogie	Trailer Motor Bogie	Intermediate Carrying Bog.
Train Speed	300km/hr		
Carbody Mass (kg)	51,152	38,770	22,560
Bogie Mass (kg) (Including unsprung mass)	7,057	7,057	7,057
Unsprung Mass (kg)	4,096	4,096	4,096
Load/Axle (kg)	17,000	17,000	17,000
Inertia Moment of Carbody (gallop motion, kg·m ²)	1,054,325	804,420	599,264
Inertia Moment of Bogie (gallop motion, kg·m ²)	1,487	1,487	1,487
Suspension Characteristics (per Bogie)			
Primary Suspension - Vertical Spring (kg/m)	510,200 (=255,100/axle)	510,200 (=255,100/axle)	291,500 (=145,800/axle)
Secondary Suspension - Vertical Spring (kg/m)	255,100	85,030	60,020
Primary Suspension Damper - Vertical (kg·sec/m)	4,082(=2,041/axle)	4,082(=2,041/axle)	4,082(=2,041/axle)
Secondary Suspension Damper - Vertical (kg·sec/m)	2,041	2,041	1,020

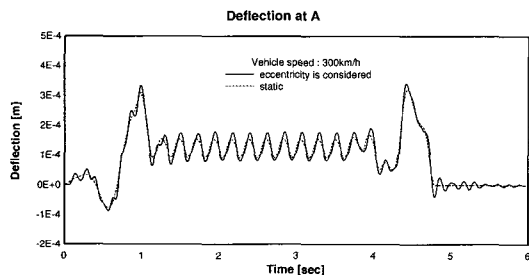


그림 10 (a) 첫 번째 구간 중앙의 연직변위(A위치)

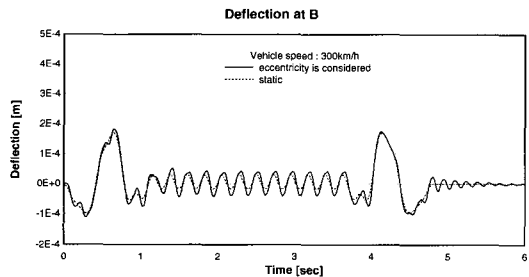


그림 10 (b) 두 번째 구간 중앙의 연직변위(B위치)

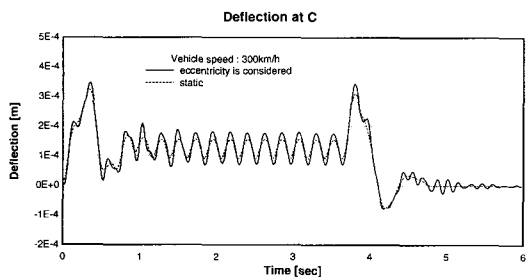


그림 10 (c) 세 번째 구간 중앙의 연직변위(C위치)

따라 대칭적인 양상으로 가해지므로 A, C점에서 나타나는 최대연직변위는 거의 같은 값을 보이고 있다. 그러나, 객차의 연속되는 대차에 의한 변위의 진폭에 있어서는 C점에서 더 크게 나타나고 있음을 알 수 있고, 차량 완전 통과 후에 나타나는 진동 또한 C점에서 더 크게 나타남을 알 수 있다. 따라서, 열차가 첫 번째로 통과하는 구간(C점)이 차량의 하중에 의한 동적 효과를 많이 받고 있음을 알 수 있다. 그림 12에서와 같이 비틀림 회전에 있어서는 연직변위에서와 비슷한 경향이 나타나는데, 크기는 C, B, A점의 순서이고, B점에서의 비틀림 회전변위는 A점, C점에 비해서 고주파의 진동 특성을 포함하고 있음을 알 수 있다.

그림 11에서는 축하중 편심 거리의 영향의 고려 유무에 따른 A, B, C점에서의 교량단면 도심에서의 연직변위를 비교하여 도시하고 있다. 실제 설계 도상의 축하중 편심 거리는 2.5m이며, 기존의 2차원 차량-교량 상호작용해석 시에는 이러한 편심의 영향을 고려하지 않고 있다. 편심 고려 유무에 따른 연직변위의 차이는 시점이 약 0.4초 부근의 시간영역에서 다른 시간영역에 비해 상대적으로 뚜렷이 나타나는데, 특히, A점에서 가장 뚜렷이 나타나며, B점, C점에서는 거의 나타나지 않는다. 이 시점은 기관차와 객차 사이의 2개의 연속된 대차들이 첫 번째로 통과하는 구간의 중앙점, C점을 지날 때의 시점이다.

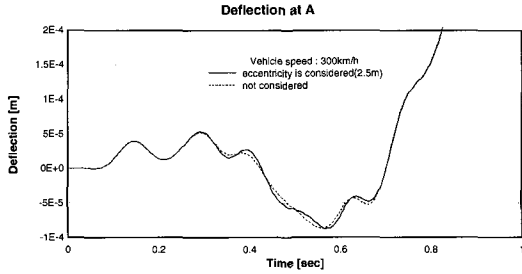


그림 11 (a) 축하중 편심 거리의 크기에 따른 첫 구간 중앙의 연직변위(A위치)

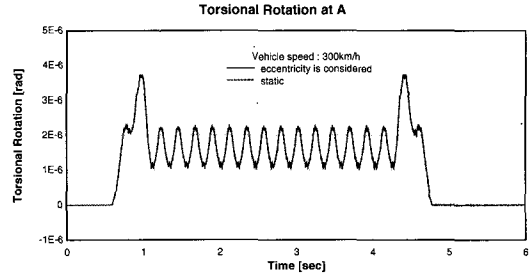


그림 12 (a) 첫 번째 구간 중앙의 비틀림 회전(A위치)

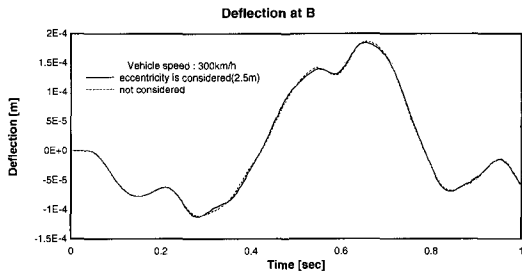


그림 11 (b) 축하중 편심 거리의 크기에 따른 두 번째 구간 중앙의 연직변위(B위치)

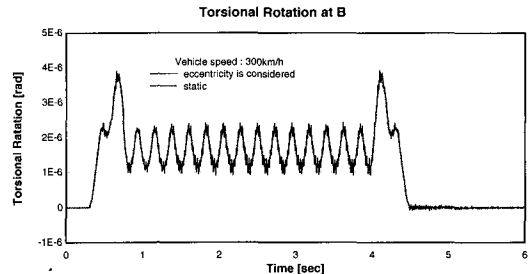


그림 12 (b) 두 번째 구간 중앙의 비틀림 회전(B위치)

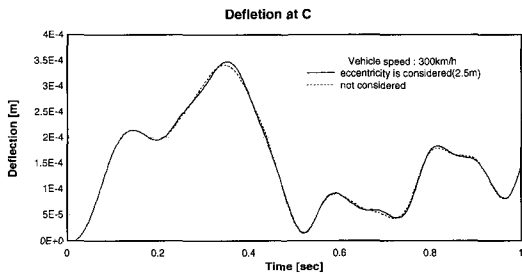


그림 11 (c) 축하중 편심 거리의 크기에 따른 세 번째 구간 중앙의 연직변위(C위치)

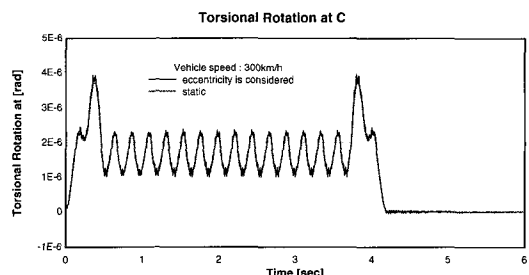


그림 12 (c) 세 번째 구간 중앙의 비틀림 회전(C위치)

그림 12에서는 300km/h의 속도로 차량 통과시 A, B, C점에서의 비틀림 회전변위를 도시하고 있다. A, B, C점에서의 비틀림 회전변위는 비슷한 최대 값을 가지며, B, C, A점의 순서로 정적해석 결과와의 차이가 뚜렷이 나타나고 있고, A점과 C점에서는 연직변위와 마찬가지로 서로 대칭적인 결과를 보이고 있다.

그림 13에서는 FFT를 통해서 구간 중앙에서의 연직 변위의 진동성분들을 보여주고 있는데, 차량이 매우 빠른 속도로 교량 상을 통과하면서, 일련의 연속된 하중이 교량에 가해지게 되어 A, C점에서는 직사각형 형태

의 연직변위 이력곡선이 나타나게 되므로, 진동성분은 진동수 0에 밀집된 분포를 보이고 있다. B점에서의 연직변위 이력곡선은 A, C점과는 다르게, 변위 0인 상태를 기준으로 진동하며, 진동수 0에 밀집된 진동 성분을 보이지는 않는다. A, B, C점에서는 공통적으로 1Hz와 3.7Hz의 진동성분이 크게 나타나고 있다. 1Hz는 앞기관차와 객차 사이의 2개의 연속된 대차와 뒷기관차와 객차 사이의 2개의 연속된 대차의 축하중에 의해 나타나는 연직변위의 진동 성분이며, 3.7Hz는 객차에 연결된 일련의 대차의 축하중에 의해 나타나는 연직변위의 진동 성분이다.

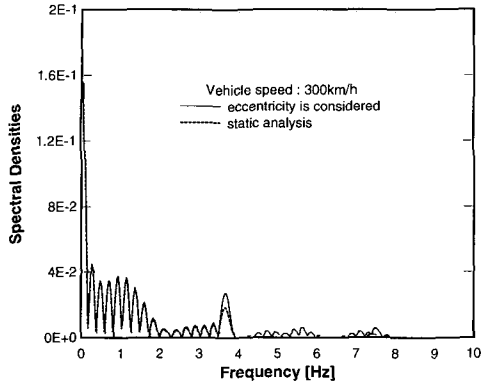


그림 13 (a) 첫 번째 구간 중앙의 연직변위의 진동성분 (A위치)

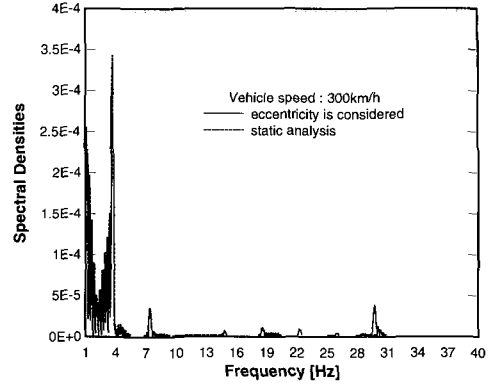


그림 14 (a) 첫 번째 구간 중앙의 비틀림 회전 변위의 진동성분(A위치)

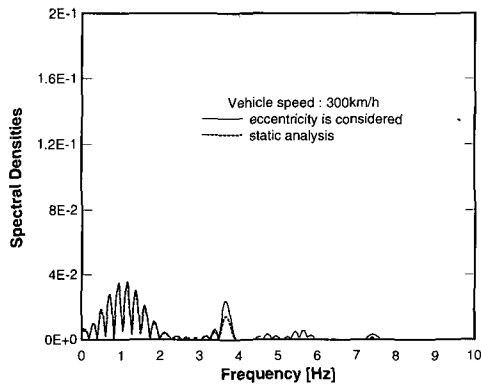


그림 13 (b) 두 번째 구간 중앙의 연직변위의 진동성분 (B위치)

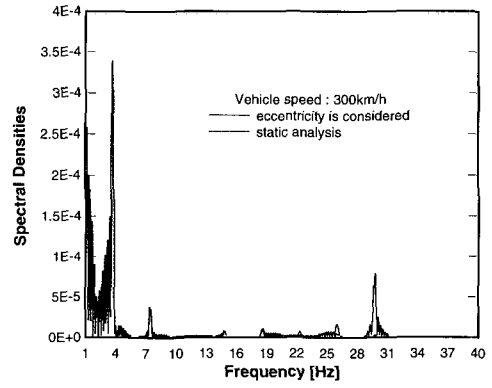


그림 14 (b) 두 번째 구간 중앙의 비틀림 회전 변위의 진동성분(B위치)

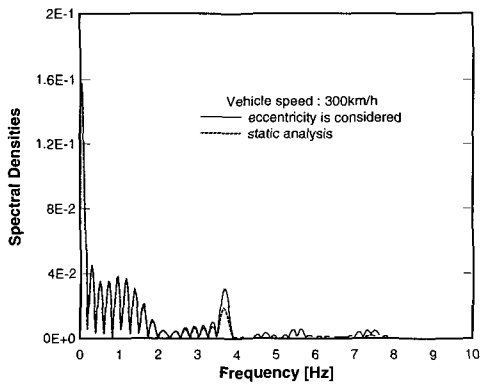


그림 13 (c) 세 번째 구간 중앙의 연직변위의 진동성분 (C위치)

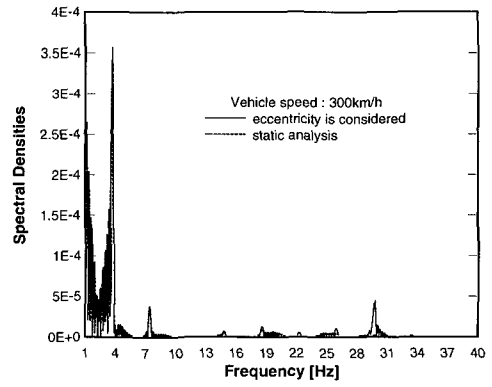


그림 14(c) 세 번째 구간 중앙의 비틀림 회전 변위의 진동성분(C위치)

편심을 고려한 해석에 있어서 A, B, C점에서의 진동 성분들은 3Hz 이하의 낮은 진동수에서는 정적해석에서의 진동성분들과 거의 일치하며, 3Hz~8Hz 범위에서의 진동성분이 정적해석에 비해서 더 큰 밀도로 나타나고 있음을 알 수 있다. 이러한 현상은 비틀림력 및 비틀림 회전변위와 차량-교량 상호작용의 영향으로 고주파의 진동특성이 포함된 것으로 보인다. 그림14에서는 FFT를 통해서 비틀림 회전변위의 진동성분들을 보여주고 있다. 연직변위보다 높은 진동수의 진동성분들을 나타내고 있으며, 특히, 30Hz의 진동성분이 크게 나타남을 알 수 있다. A, B, C점에서는 비슷한 진동성분들을 보이고 있으며, 특히, B점에서는 30Hz의 진동성분이 상대적으로 크게 나타나고 있다.

8. 결 론

본 연구에서는 2차원 차량-교량 상호작용해석기법을 바탕으로 하여 축하중 편심을 고려한 단순화된 3차원 차량-교량 상호작용해석 모델을 제시하였으며, 실제 3차원 차량-교량 상호작용해석 모델을 이용한 해석결과와 비교하였다. 실제 고속철도차량(TGV)이 3경간 PC 박스거더 교량을 통과할 때, 축하중 편심이 교량의 거동에 미치는 영향 및 교량의 동적 거동특성에 대해 고찰하였으며, 다음과 결론을 얻을 수 있었다.

1. 축하중 편심의 영향을 고려하지 않는 2차원 차량-교량 상호작용해석의 정확성을 개선시킴과 동시에 교량의 비틀림 회전변위에 대한 해석도 가능하다.
2. 차량, 교량의 완전 모델링을 통한 3차원 해석 시 소요되는 해석준비시간 및 해석시간, 계산량 등을 감소시키면서 정확한 차량-교량 상호작용해석이 가능하다.
3. 축하중 편심의 영향을 고려함으로써 2차원 차량-교량 상호작용해석에서 해석되지 않는 교량거동의 고주파 진동특성을 파악할 수 있다. 이러한 고주파 진동특성은 차량 통과에 의해 발생하는 교량의 비틀림 회전력 및 비틀림 회전변위에 의한 것으로 파악된다.
4. 교량 거동에 대한 축하중 편심의 영향은 기관차와 객차 사이의 2개의 연속된 대차들이 첫 번째로 통

과하는 경간의 중앙점을 통과할 때 다른 시점에 비해서 상대적으로 뚜렷이 나타난다.

따라서, 본 연구에 의하여 축하중 편심의 영향을 고려함으로써 2차원 차량-교량 상호작용해석의 정확성을 개선시킴과 동시에 1대의 열차가 통과할 경우와 2대의 열차가 상행선과 하행선을 통과할 경우에 대해 기존의 3차원 해석을 단순화시켜 3차원 해석 수준의 정확한 해석이 가능하다.

감사의 글

본 연구는 G7 고속전철기술개발사업에 의해 수행된 연구의 일부로서 연구비를 지원해 준 한국철도기술연구원에 깊은 감사를 드립니다.

참 고 문 헌

1. Fryba, L., *Vibration of Solids and Structures under Moving Loads*, Noordhoff International Publishing, The Netherlands, 1972, p.427
2. Wiriyachai, A., "Impact and Fatigue in Open Deck Railway Truss Bridges", Ph.D Thesis, Illinois Institute of Technology, Chicago, USA, 1980, p.144
3. Hino, J., Yoshimura, T. and Konishi, K., "A Finite Element Method Prediction of the Vibration of a Bridge subjected to a Moving Vehicle Load", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 96, No. 1, 1984, pp.45~53
4. Delgado, R.L. and dos Santos R.C., S.M., "Modeling of Railway Bridge-Vehicle Interaction on high Speed Tracks", *Computers & Structures*, Vol. 63, No. 3, 1997, pp.511~523
5. Yang, Y.B. and Lin, B.H., "Vehicle-Bridge Interaction Analysis by Dynamic Condensation Method", *Journal of Structural Engineering(ASCE)*, Vol. 121, No. 11, 1994, pp.1636~1643
6. Yang, Y.B. and Yau, J.D., "Vehicle-Bridge Interaction Element for Dynamic Analysis", *Journal of Structural Engineering(ASCE)*, Vol. 123, No. 11, 1996, pp.1512~1518

7. Yang, Y.B., Yau, J.D. and Hsu, L.C., "Vibration of Simple Beams due to Trains Moving at High Speeds", *Engineering Structures*, Vol. 19, No. 11, 1997, pp.936~944
8. Garg, V.K. and Dukkipati, R.V., *Dynamics of Railway Vehicle Systems*, Academic Press, Canada, 1984, p.400
9. Inbanathan, M.J. and Wieland, M., "Bridge Vibrations due to Vehicle Moving over Rough Surface", *Journal of Structural Engineering(ASCE)*, Vol. 113, No. 9, 1986, pp.1994~2008
10. Fryba, L., *Dynamics of Railway Bridges*, Thomas Telford House, Czech Republic, 1996, p.321
11. Choi, C.K., Song, M.K., and Yang, S.C., Simplified 3-dimensional High-speed Vehicle (TGV)-bridge Interaction Analysis Considering the Eccentricity of Axle Loads, *Proceedings of the First International Conference on Advances in Structural Engineering and Mechanics, Seoul, Korea, 23-25 August*, Vol. 1, 1999, pp.1601~1608
12. Choi, C.K., Song, M.K., and Yang, S.C., "Influence of Vehicle Speed on High-speed Vehicle (TGV)-bridge Interactions", *Journal of Korean Society of Civil Engineers*, Vol. 20, No. 1-A, 2000, pp.27~38
13. Chu, K.H. and Garg, V.K., "Impact in Railway Prestressed Concrete Bridges", *Journal of Structural Engineering(ASCE)*, Vol. 112, No. 5, 1986, pp.1036~1051
14. Wang, T.L., Garg, V.K. and Chu, K.H., "Railway-Bridge Impact : Simplified Train and Bridge Model", *Journal of Structural Division(ASCE)*, Vol. 105 (ST9), 1979, pp.1823~1845
15. Wang, T.L., Garg, V.K. and Chu, K.H., "Railway Bridge/Vehicle Interaction Studies with New Vehicle Model", *Journal of Structural Engineering (ASCE)*, Vol. 117, No. 7, 1991, pp.2099~2116
16. Kim, S.I., Kwark, J.W., and Chang, S.P., Vibration of Bridges due to Moving Highspeed Train with 3-dimensional Train Model, *Proceedings of EASEC-7, Kochi, Japan, 27-29 August, 1991*, pp.249~254

(접수일자 : 1999. 3. 23)