

論文2000-37TE-2-14

2차원 평면운동 로봇 시스템에 대한 H_∞ 제어기 설계

(Design of the H_∞ Controller for a Planner Robot System)

曹燾鉉*, 李相喆**, 李鍾龍***

(Do-Hyeoun Cho, Sang-Chuel Lee, and Jong-Young Lee)

요 약

이 논문에서는, 동일한 제어 대상이 대칭 구조로 상호 결합된 대규모 시스템(large-scale systems)의 선형 모델의 제어에 강건한 H_∞ 제어 설계 방법을 적용하였다.

2D 수평운동 로봇 시스템에 대하여, 부분 제어 대상에 대한 외생 입력을 하나의 부분 시스템에 대한 불확실성으로 간주하고, 이 불확실성에 대하여 강건 안정 성능을 가지는 H_∞ 강건 제어기를 설계하였다. 설계된 H_∞ 제어기의 성능은, 모의/실물 실험을 통하여, PD제어기의 성능과 비교하여 검토하였다.

Abstract

In this paper, an H_∞ robust controller has been designed for a large-scale system consisted of subsystems of mutually coupled plants. The physical plant, a two-dimensional horizontal movement robot system, has two subsystem plants mutually coupled by links.

The designed H_∞ controller has been designed to get not only the robust stability for exogenous inputs to each plant but also the good tracking performance for the reference input to each plant. The H_∞ controller has shown the superior tracking performance and robust stability compared with the proportional-plus-derivative controller through computer simulations and physical experiments.

I. 서 론

최근에 대칭 구성 시스템의 구조적 특징 및 제어 문제에 대한 연구가 이루어져 왔다^[1,2]. 이러한 대칭적 구

조 시스템의 대표적인 예는 로봇 시스템, 평행으로 구성된 전력 시스템 등 산업 공정에서 자주 볼 수 있다. 대칭적 구조 시스템(symmetric composite systems)은 동일한 부 시스템(subsystem)들의 상호연결(interconnection)로 구성되어 있으며, 시스템의 수학적 표현은 부 시스템들의 상호연결이 동일한 대각 블록 요소와 일반적으로 대각 블록 요소를 갖는 상수 행렬로 표현되는 시스템이다. 이러한 시스템의 제어기 설계를 위하여 통합적인 방법과 분산 제어 방식이 있으며, 통합적인 제어기 설계 시에는 전체 시스템의 제어 차수 증가로 시스템이 복잡하여지고, 분산 제어기 설계 시에는 시스템의 불확실성과 상호연결성을 고려해야 하는 문제가 있었다^[1,2].

* 正會員, 仁德大學 메카트로닉스과

(Induk Institute of Technology)

** 正會員, 才能大學 電子通信科

(Dept. of Electronic communication, Jaeneung College)

*** 正會員, 光雲大 電子社會教育院

(Institute of Computer Science, Kwangwoon

University)

接受日字:2000年3月7日, 수정완료일:2000年5月22日

그러나 강건성 문제를 다루는 H_∞ 제어 이론의 발전과 시스템 표현에서 상호연결에 대한 문제를 해결함으로써 분산 제어 기법이 널리 사용되고 있다. 특히 일반적인 상호결합 시스템에 비해 대칭 특성을 갖는 상호 결합은 제어 시스템의 분석과 디자인의 단순화에 새로운 가능성을 제공했다^[4,5,6].

이 논문에서는, 부분 시스템이 상호 대칭 결합 구조로 구성되어 있고, 부분 제어 시스템의 각각 기준 입력이 서로 다른 경우에 대한 제어를 설계한다. 제어 대상의 상호 결합에 따른 외생 입력(exogenous input)의 변수들이 많아지는 것이 분산적인 설계의 장애요인이므로 외생 입력을 부분 시스템의 불확실성의 성분으로 간주하여 강건한 H_∞ 제어 방법을 도입하였다. 이러한 설계방법을 2차원 수평운동 로봇(2D 로봇) 시스템에 적용하고, 결과를 고전적인 PD제어와 비교하였다.

II. 2차원 수평운동 로봇 모델의 시스템 표현

이 논문에서 고려한 2D 로봇 시스템은 2개의 전동기와 상호 연결된 4개의 링크(link)로 구성되어 2차원 평면(XY-평면)을 운동하는 로봇 시스템으로 그림 1의 구성을 갖는다. 이 로봇 시스템의 출력은 주어진 궤적에 대한 관절(joint)3의 추종이다.

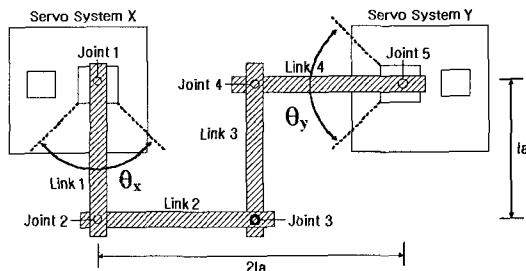


그림 1. 2D 로봇 시스템
Fig. 1. 2D robot system.

여기서, 각 링크의 길이와 2개의 서보 전동기 사이의 거리는 각각 la , $2la$ 이고 전동기 x와 y에 의한, 링크 1, 4의 운동 각도는 각각 θ_x , θ_y 이다.

먼저 시스템의 역 기구학을 고려하기 위하여, 링크1, 4의 변위 θ_x , θ_y 에 대하여, 그림 2와 같이 관절2와 4 사이의 중심점 m 에서 좌표계 F_m 을 설정하자.

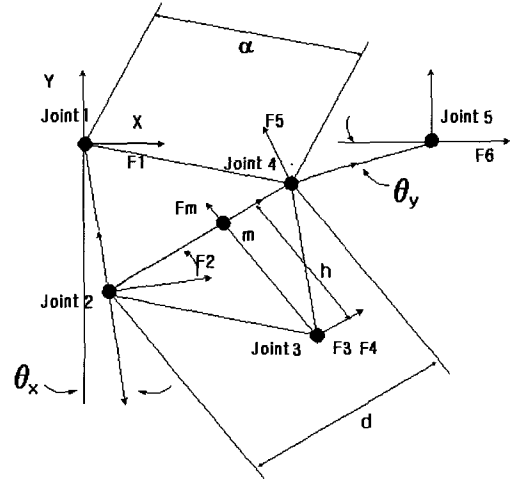


그림 2. 2D 로봇의 구조를 정의하는 좌표계
Fig. 2. Coordinate system defined for the 2D robot.

여기서, F_x , F_y 는 각각 전동기 'x'와 'y'에 부착된 고정된 좌표계이며, $F_1 = F_x$, $F_6 = F_y$ 로 각각 고정된 기초 좌표계이고, F_2, F_3, F_4, F_5 는 각각 링크 1, 2, 3, 4 끝에 부여된 이동좌표계이다. 만약 $\theta_x = 0$ 이거나, $\theta_y = 0$ 이면, θ_x 와 θ_y 에 대한 양의 변화는 각각 좌표계 F_3 의 x와 y에 따른 위치 변화가 된다. d 와 h 는 각각 관절2와 4사이의 거리와 F_m 에서 F_3 까지의 거리이다.

그러면, 구동부인 관절1에서 목표점인 F_3 까지의 좌표변환 T_{1f} 는 다음과 같이 표현된다.

$$T_{1f} = T_{12} T_{2m} T_{mf} \quad (1)$$

여기서, T_{12} , T_{2m} 와 T_{mf} 는 각각 관절1에서 관절2까지, 관절2에서 중심점m까지와 m에서 관절3까지의 좌표 변환으로 부록 1에 나타낸다.

θ_x , a , d 와 h 의 함수인 변환 T_{1f} 를 전동기의 회전 각 입력 θ_x , θ_y 의 함수로 나타내면, θ_x , θ_y 로부터 F_3 의 위치를 나타내는 P_x , P_y 가 식(2)와 (3)으로 표현된다.

$$P^2 = [T_{12}(1,3), T_{12}(1,2)] = [P_x^2, P_y^2] \quad (2)$$

$$P^4 = [T_{15}(1,3), T_{15}(2,3)] = [P_x^4, P_y^4] \quad (3)$$

여기서, $T_{15} = T_{16} T_{65}$ 으로 부록 1에 나타낸다.

그리고, 그림 2로부터 거리 $d = \sqrt{(P_x^2 - P_x^4)^2 + (P_y^2 - P_y^4)^2}$ 이다. 코사인 제2법칙을 사용하여 관절1, 2 및 4에 의

해 한정된 삼각형으로부터 식(4)와 (5)에 의해 a 와 h 에 대하여 식을 유도할 수 있다.

$$|P^4|^2 = |P^2|^2 + |d|^2 - 2|P^2||d|\cos(\alpha) \quad (4)$$

$$l_a^2 = \left(\frac{d}{2}\right)^2 + h^2 \quad (5)$$

그러면 $F3$ 의 위치 P_x, P_y 로부터 역 기구학(inverse kinematics)에 의해 전동기의 회전각을 구할 수 있다.

$$\theta_x = 2\arctan \frac{(2l_a P_x^3 - \sqrt{(4l_a^2 P_x^3 - P_x^3 - 2P_x^2 P_y^3 - P_y^3 + 4l_a^2 P_y^3)})}{(P_x^3 + P_y^3 - 2l_a P_x^3)} \quad (6)$$

$$\theta_y = -2\arctan \frac{(2l_a^6 P_y^4 - \sqrt{(4l_a^6 P_y^4 - P_y^4 - 2P_x^4 P_y^4 - P_x^4 + 4l_a^6 P_x^4)})}{(P_x^4 + P_y^4 - 2l_a^6 P_y^4)} \quad (7)$$

다음으로, 2D로봇 시스템의 동력학 방정식을 구하기 위하여, 먼저 2D로봇 시스템의 초기 위치를 링크 1은 $F1$ 의 $-y$ 축 방향이고, 링크 4의 위치는 $F6$ 의 $-x$ 축 방향과 일치하도록 설정한다.

그러면, x 와 y 축 전동기에 의한 각각의 운동 에너지는 $Ke_{basex} = 0.5J_b \dot{\theta}_x(t)^2$, $Ke_{basey} = 0.5J_b \dot{\theta}_y(t)^2$ 이고, J_b 는 치차를 포함한 전동기의 관성 모멘트이다. 또한, 각 링크의 운동 에너지는 $Ke_{L_1} = 0.5J_a \dot{\theta}_x^2$, $Ke_{L_2} = 0.5J_a (\dot{\theta}_y + \dot{\theta}_x - \dot{\theta}_x \cos \theta_x)^2$, $Ke_{L_3} = 0.5J_a (\dot{\theta}_x + \dot{\theta}_y - \dot{\theta}_y \cos \theta_y)^2$, $Ke_{L_4} = 0.5J_a \dot{\theta}_y^2$ 가 되며, J_a 는 링크의 관성 모멘트이다. 그리고, 링크2의 운동각과 링크3의 운동각 β_x, β_y 는 각각 링크1과 4의 운동각 θ_x, θ_y 와 거의 같다. 따라서, $\beta_x = \theta_y + \theta_x - \sin \theta_x$ 와 $\beta_y = \theta_x + \theta_y - \sin \theta_y$ 로 근사화 할 수 있으므로 시스템의 전체 운동 에너지 T_{KE} 는 식(8)과 같다.

$$T_{KE} = Ke_{basex} + Ke_{basey} + Ke_{L_1} + Ke_{L_2} + Ke_{L_3} + Ke_{L_4} \quad (8)$$

시스템의 위치 에너지 V 는 영으로 가정하면, Lagrangian L 은 $L = T_{KE} - V$ 이므로 다음과 같이 표현된다.

$$L = T_{KE} = 0.5J_b \dot{\theta}_x^2 + 0.5J_b \dot{\theta}_y^2 + 0.5J_a \dot{\theta}_x^2 + 0.5J_a \dot{\theta}_y^2 + 0.5J_a (\dot{\theta}_x^2 + \dot{\theta}_y^2 + \dot{\theta}_y^2 \cos^2 \theta_y + 2\dot{\theta}_x \dot{\theta}_y - 2\dot{\theta}_x \dot{\theta}_y \cos \theta_x + 2\dot{\theta}_x^2 \cos \theta_x) + \dot{\theta}_x^2 + \dot{\theta}_y^2 + \dot{\theta}_y^2 \cos^2 \theta_y + 2\dot{\theta}_x \dot{\theta}_y - 2\dot{\theta}_x \dot{\theta}_y \cos \theta_y - 2\dot{\theta}_y^2 \cos \theta_y \quad (9)$$

식(9)의 Lagrangian L 을 이용하여, 2D 로봇 시스템

의 동력학 방정식은 다음과 같다.

$$T_1 = \frac{\partial}{\partial t} \cdot \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_x} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_x} \quad (10)$$

$$= (J_b + J_a) \ddot{\theta}_x + 0.5J_a (4\ddot{\theta}_x + 4\ddot{\theta}_y + 2\ddot{\theta}_x \cos^2 \theta_x - 2\dot{\theta}_x^2 \cos \theta_x \sin \theta_x - 2\dot{\theta}_y \cos \theta_x - 2\dot{\theta}_y \cos \theta_y + 2\dot{\theta}_y^2 \sin \theta_y - 4\dot{\theta}_x \cos \theta_x + 2\dot{\theta}_x^2 \sin \theta_x)$$

$$T_2 = \frac{\partial}{\partial t} \cdot \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_y} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_y} \quad (11)$$

$$= (J_b + J_a) \ddot{\theta}_y + 0.5J_a (4\ddot{\theta}_x + 4\ddot{\theta}_y + 2\dot{\theta}_y \cos^2 \theta_y - 2\dot{\theta}_x^2 \cos \theta_y \sin \theta_y - 2\dot{\theta}_x \cos \theta_x + 2\dot{\theta}_x^2 \sin \theta_x - 2\dot{\theta}_x \cos \theta_y - 4\dot{\theta}_y \cos \theta_y + 2\dot{\theta}_y^2 \sin \theta_y)$$

여기서, T_1, T_2 는 각각 관절1과 4에 작용하는 토크이다.

식(10)과 식(11)의 비선형 미분 방정식에서 θ_x, θ_y 가 작으면, 즉 $\sin \theta_x \approx \theta_x$, $\sin \theta_y \approx \theta_y$ 이고 $\cos \theta_x \approx 1$, $\cos \theta_y \approx 1$ ($\cos \theta_x^2 \approx 1$, $\cos \theta_y^2 \approx 1$)이므로 다음과 같이 간략히 할 수 있다.

$$T_1 = (J_b + 2J_a) \ddot{\theta}_x + J_a \ddot{\theta}_y \quad (12)$$

$$T_2 = (J_b + 2J_a) \ddot{\theta}_y + J_a \ddot{\theta}_x \quad (13)$$

또한, 각속도의 제곱 항으로 인한 선형성은 고려할 수 없으므로 무시하고, 이 항을 상태 방정식에서 불확실성 δ_1, δ_2 로 고려하고, 그 값은 항상 양이다.

$$T_1 = (J_b + 2J_a) \ddot{\theta}_x + J_a \ddot{\theta}_y + J_a (\delta_1 - 1) \theta_y \quad (14)$$

$$T_2 = (J_b + 2J_a) \ddot{\theta}_y + J_a \ddot{\theta}_x + J_a (\delta_2 - 1) \theta_x \quad (15)$$

관절1과 5를 제어대상으로 하여, 동역학 방정식에 근거한 상태/출력 방정식으로 표현한다. 그리고, 상태 변수를 $x_1 = \theta_x$, $x_2 = \dot{x}_1 = \dot{\theta}_x$, $x_3 = \theta_y$, $x_4 = \dot{x}_3 = \dot{\theta}_y$ 정의하였다. 또한, 식(14)와 (15)로 표현된 식에서 각각의 $(\delta_1 - 1)$ 과 $(\delta_2 - 1)$ 를 포함하는 마지막 항을 시스템의 불확실성으로 간주하여, 불확실성을 추가하여 표현하면 식(16), (17)과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\delta_1 J_a}{J_b + 2J_a} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{\delta_2 J_a}{J_b + 2J_a} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{J_b+2J_a} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_b+2J_a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (17)$$

III. 제어기의 설계

2장에서 구한 2D 로봇 제어 시스템은 2개의 부분 제어로 설계가 필요하다. 이 H_∞ 제어기는 2개의 부분 제어대상을 각각 분산적으로 제어하는, 2중 입력/2중 출력의 복합적인 구조를 갖는다.

이 제어 시스템에 대한 설계사양은 첨두시간(peak time) $t_p = 0.1[\text{sec}]$ 로 하고, 제동비(damping ratio) $\zeta = 0.7071$ 로 한다.

1. 2D 로봇 시스템의 PD제어기의 설계

먼저, H_∞ 제어기와 성능을 비교하기 위하여 2D 로봇 시스템에 대한 PD제어기를 설계한다. 설계사양으로부터 첨두시간과 제동비의 관계식에 의하여 페루프 시스템의 이득교차 주파수 $\omega_0 = 44.4288[\text{rad/s}]$ 와 위상여유 $PM \approx 100 \times \zeta = 70.71[\text{deg}]$ 를 얻어지고, 비례계수 K_p 와 미분계수 K_D 의 관계는 $(K_p + K_D s)G(s) = 1 \angle PM |_{s=j\omega_0}$ 가 된다^[7].

그러므로, $K_p + K_D j\omega_0 = \frac{1}{G(j\omega_0)} \times e^{jPM}$ 로부터 얻어진 PD제어기의 계수값은 다음과 같다.

$$K_p = -1.021 \times 10^{-4}, K_D = -62.72 \quad (18)$$

2. 2D 로봇 시스템의 H_∞ 제어기 설계

2D 로봇 시스템에서 관절1, 5는 각각 부분 제어대상으로 분류되지만, 두 부분 시스템의 링크가 상호 결합하여 협조적으로 운동하며, 관절3을 2D 로봇의 기준 손끝(reference end effector)으로 설정하였다. 그러므로, 2D 로봇 시스템의 제어목적은, 상호연결에 대한 불확실성에도 불구하고, 기준 손끝 관절3의 위치가 기준 신호를 추종하고, 동시에 불확실성에 대하여 강건한 제어를 설계하는 것이다.

제어기 설계를 위하여 그림 3과 같이 일반화 제어

시스템을 구성한다^[8].

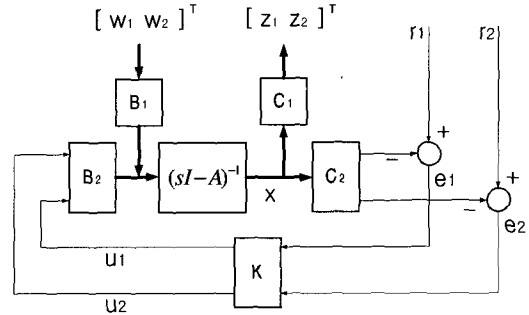


그림 3. 확대된 제어 시스템(2D 로봇)
Fig. 3. Augmented Controlled System(2D robot).

그림 3의 상태공간 표현은 식(19)과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B_1 w + B_2 u \\ z &= C_1 x + D_{11} w + B_{12} u \\ y &= C_2 x + D_{21} w + D_{22} u \end{aligned} \quad (19)$$

여기서, r , u 와 y 는 각각 기준입력, 제어입력(plant control input)과 출력량(output signal)이며, K 는 구하고자 하는 제어기이다. w 와 z 는 각각 외생입력(exogenous input)과 관측량(measurement variable)으로 식(20)과 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_1 & 0 \\ 0 & \delta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3 \\ x_1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (20)$$

또한, 식(19)에서 나타난 시스템 행렬은 다음과 같으며, 시스템 행렬의 구조적 특성에 의하여 각 입력에 대한 부분시스템 #1, #2로 나눌 수 있다.

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2.3281 \times 10^{-4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -2.3281 \times 10^{-4} \end{bmatrix}, \\ B_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.4887 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.4887 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.6651 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0.6651 \end{bmatrix}, \\ C_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \\ D_{11} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, D_{12} = D_{22} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ D_{21} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (21)$$

u 는 입력전압 $V = [V_1, V_2]^T$ 로 표현하고, 연속시간에서 2D 로봇 시스템을 제어하는 H_∞ 제어기의 전달 함수 K 및 입출력 관계는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \theta_x \\ \theta_y \end{bmatrix} = K \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (22)$$

위에서 구성된 일반화 제어대상에 대하여 MATLAB의 LMI Tool Box를 이용하여, 연속시간 H_∞ 제어기를 얻을 수 있고, 구해진 연속시간 H_∞ 제어기를 쌍선형 변환(bilinear transformation)을 이용하여, 디지털 제어기를 구하면, 식(23)과 같은 표본화 시간을 0.001초로 하는 이산시간 H_∞ 제어기가 구해진다.

$$\begin{aligned} K_{11} &= \frac{\theta_x}{V_1} = \frac{850.1233(z+1)(z-0.9982)(z^2-0.7044z+0.2524)}{(z^2-0.7044z+0.2524)^2} \\ K_{12} &= \frac{\theta_x}{V_2} = 0 \\ K_{21} &= \frac{\theta_y}{V_1} = \frac{1.0214e^{-14}(z-2.279)(z^2-0.6995z+0.2212)}{(z^2-0.7044z+0.2524)^2} \approx 0 \\ K_{22} &= \frac{\theta_y}{V_2} = \frac{850.1233(z+1)(z-0.9982)(z^2-0.7044z+0.2524)}{(z^2-0.7044z+0.2524)^2} \end{aligned} \quad (23)$$

식(22)에서 K_{12} , 및 K_{21} 는 두 개의 부분 제어 시스템의 상호 결합되는 전달함수 원소이나, $K_{12}=0$ 이고, K_{21} 의 정상 상태의 값은 $K_{21}(\infty)=1.2506 \times 10^{-12}$ 이므로, 두 부분 시스템의 결합은 무시할 수 있다. 즉, 설계된 H_∞ 제어기는 결합이 없는 병렬구조의 2중 입력/2중 출력의 제어기(decoupled and parallel structured 2 input/2 output controller) 구조를 가지게 된다. 그러나, 설계된 H_∞ 제어기는 2D 로봇 시스템의 두 부분 시스템의 결합을 반영한 일반화 제어대상에 대하여 설계된 것이므로, 결합에 의한 외생 입력에 대하여 강인한 제어 특성을 가지게 된다.

IV. 실험결과 및 고찰

1. 모의 실험

모의 실험에서 설계된 H_∞ 제어기가 부분 시스템#1, #2의 상호 결합에 의한 외생입력에 대하여 강건 안정성 특성의 검토를 하였고, SIMULINK로 구현하였다.

-상호 연결 불확실성 $\delta=0$ 인 경우

원하는 궤적의 추종시간 t_d 는 10초로 θ_x , θ_y 의 초

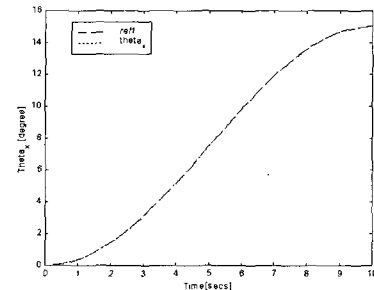
기 각도가 0° 에서 각각 최종 각도 15° , 20° 를 주어진 궤적에 따라 추종하도록 하였다. 주어진 궤적은 초기, 최종 속도는 영으로 하며, 관절 1(SERVO-X)와 관절5(SERVO-Y)의 원하는 속도 궤적과 위치 궤적 함수를 각각 식(24)와 (25)로 고려하였다.

$$\dot{\theta}_{d1} = \frac{15\pi}{2t_d} \sin \frac{\pi}{t_d} t, \quad \theta_{d1} = \frac{15}{2} (1 - \cos \frac{\pi}{t_d} t) \quad (24)$$

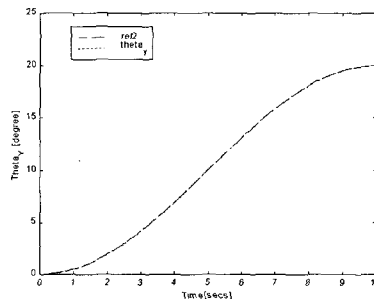
$$\dot{\theta}_{d5} = \frac{10\pi}{t_d} \sin \frac{\pi}{t_d} t, \quad \theta_{d5} = 10(1 - \cos \frac{\pi}{t_d} t) \quad (25)$$

그림 4와 5는 각각 PD제어 시스템과 H_∞ 시스템에 대한 관절1(SERVO-X), 5(SERVO-Y)의 시간에 따른 각 변위를 나타낸 것이다. 각각의 최종 위치 및 최종 오차를 표 1에 표현하였다.

상호연결 불확실성 δ 가 0(관절1(SERVO-X), 5(SERVO-Y)가 서로 독립적으로 동작하는 경우) 일 때, PD제어기의 각각의 서보 시스템의 위치오차는 0.0011° 와 0.0015° 로써 각각의 서보 시스템의 위치오차가 0.0003° 인 H_∞ 제어기와 유사한 추종 성능을 나타내고 있다. 이는 공칭 시스템에 대한 제어기 설계를 하였기 때문이다.



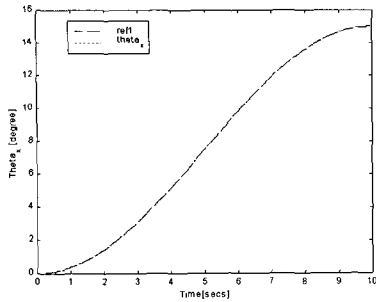
(a)SERVO-X



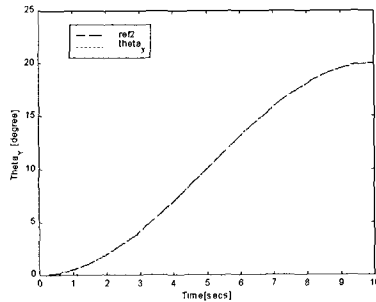
(b)SERVO-Y

그림 4. PD 제어시스템의 시간응답 ($\delta=0$, 최종입력 15도)

Fig. 4. Time response of PD control system.



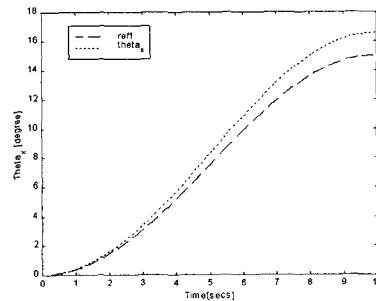
(a)SERVO-X



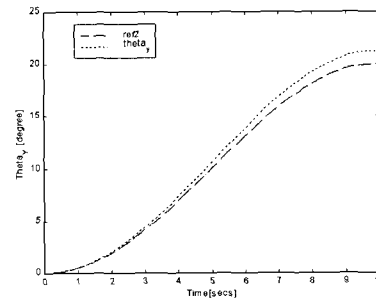
(b)SERVO-Y

그림 5. H_{∞} 제어시스템의 시간응답 ($\delta=0$, 최종입력 15도)

Fig. 5. Time response of H_{∞} control system.



(a) SERVO-X



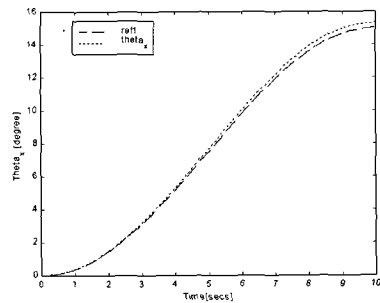
(b) SERVO-Y

그림 6. PD 제어시스템의 시간응답 ($\delta=50$, 최종입력 15도)

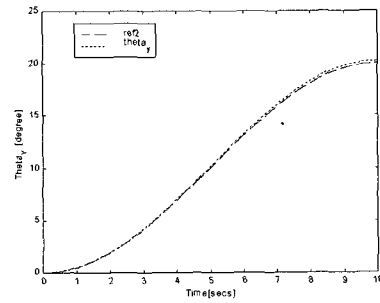
Fig. 6. Time response of PD control system.

- 상호연결 불확실성 $\delta=50$ 인 경우

그림 6과 7은 상호연결 불확실성 $\delta=50$ 일 때의 PD 제어시스템과 H_{∞} 제어시스템의 시간응답을 나타내고 있다. 여기서, $\delta=50$ 의 의미는 식(24), (25)의 속도함수에서 동작시간 10초일 때, 최대속도의 2배를 한 값이다. 각각의 최종 위치 및 최종 오차를 표 1에 표현하였다.



(a) SERVO-X



(b) SERVO-Y

그림 7. H_{∞} 제어시스템의 시간응답 ($\delta=50$, 최종입력 15도)

Fig. 7. Time response of H_{∞} control system.

표 1. 로봇 시스템의 관절1과 5의 최종 위치 및 오차

Table 1. The final value and error of joint 1 and 5 for robot system.

		$\delta=0$		$\delta=50$	
		최종위치	오차	최종위치	오차
PD 제어	SERVO-X	15.0011	0.0011	16.5649	1.5649
	SERVO-Y	20.0015	0.0015	21.2221	1.2221
H_{∞} 제어	SERVO-X	15.0003	0.0003	15.3468	0.3468
	SERVO-Y	20.0003	0.0003	20.2627	0.2627

불확실성을 고려하여 설계한 H_∞ 제어기의 각각의 서보 시스템의 위치오차는 0.3468° 와 0.2627° 로써 상호연결 불확실성을 고려하지 않은 PD제어기(각각의 서보시스템의 위치오차 1.5649° , 1.2221°)보다 강건하고 우수한 추종 성능을 나타내었다.

2. 실물 실험

실제적으로 2D 로봇 시스템은 2개의 서보시스템에 연결된 링크 2와 링크 3의 관절3에 의하여 위치가 이동된다. 그러나, 관절 3의 위치는 검출이 불가능하므로 2개의 서보 시스템의 관절 1과 5에는 각각의 제어 입력에 의해 구동되는 전동기를 설치하고, 전동기의 속도 변화를 검출하기 위한 전위차계(potentiometer)를 각각의 서보 시스템에 설치하였다.

제어입력 전압과 전위차계(potentiometer)의 전압을 표본화하기 위한 주기를 $0.005ms$ (200 Hz)간격으로 하여 표본화하였다.

실물 실험에서, 각 부분 제어 시스템의 기준 입력은 각각 식(24)와 (25)를 주었다. 이 기준 입력에 대하여, 그림 8과 9는 각각 PD제어기 및 H_∞ 제어기에 의하여, 제어된 시스템의 응답 특성을, 관절1(SERVO-X)과 5(SERVO-Y)의 시간에 따른 각 변위로 나타낸 것이다. 각각의 최종 위치 및 최종 오차를 표 2에 표현하였다.

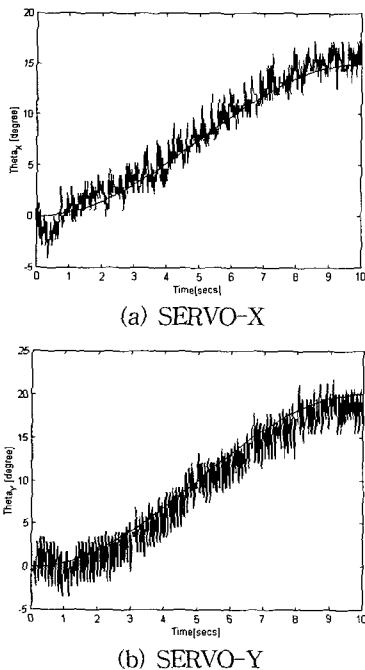


그림 8. PD 제어시스템의 시간응답
Fig. 8. Time response of PD controller system.

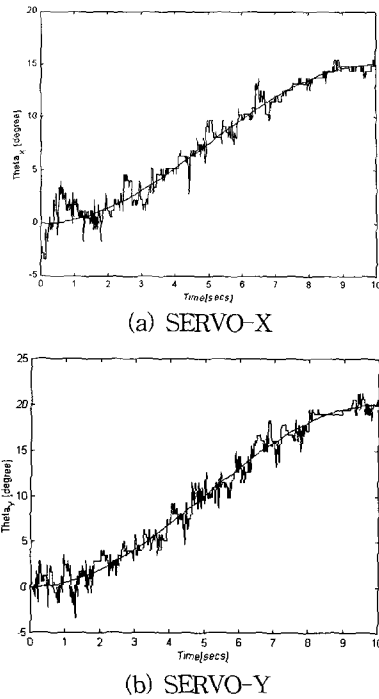


그림 9. H_∞ 제어시스템의 시간응답
Fig. 9. Time response of H_∞ controller system.

표 2. PD 및 H_∞ 제어 시스템의 관절 1과 5의 최종 위치 및 오차

Table 2. The final value and error of joint 1 and 5 for PD, H_∞ control system

	PD 제어 시스템		H_∞ 제어 시스템	
	최종위치	오 차	최종위치	오 차
SERVO-X	15.4698	0.4698	15.1834	0.1834
SERVO-Y	18.6211	-1.3789	20.34	0.34

모의 실험과 같이 실물실험에서도 상호연결 불확실성을 고려하여 설계한 H_∞ 제어기의 각각의 서보 시스템의 위치오차는 0.1834° 와 0.34° 로써 상호연결 불확실성을 고려하지 않은 PD제어기(각각의 서보시스템의 위치오차 0.4698° , -1.3789°)보다 강건하고 우수한 추종 성능을 나타내었다.

설계된 H_∞ 제어기와 PD제어기의 성능을 모의 및 실물 실험에 의하여 비교한 결과, 설계된 H_∞ 제어기는 기준 입력을 잘 추종했고, 상호 연결된 대칭 시스템의 영향에도 강건성을 유지한 반면, PD제어기는 강건성이 비교적 약화되는 결과를 각각 관찰할 수 있었다. 더욱

이 H_∞ 제어기는 각각의 부분 시스템의 기준 입력에 대한 추종 특성의 향상도 가능하였다.

V. 결 론

이 논문에서는 2개의 부분 제어 대상으로 구성되어 상호결합의 구조를 갖는 2차원 평면운동 로봇 시스템에 대하여, H_∞ 제어 설계 방법을 적용하였다. 동일한 제어 대상이 대칭 구조로 상호 결합된 복합 시스템은 대규모 시스템(large-scale system)의 최소 구조를 가지고 있어서, 각각의 부분 시스템에 대한 피드백 제어기를 설계할 경우, 상호 결합에 의한 다차원의 외생 입력으로 제어 시스템의 설계를 복잡하게 한다. 이와 같은 문제를 극복하기 위하여, 외생 입력을 하나의 부분 시스템에 대한 불확실성으로 간주하고, 이 불확실성에 대하여 강건 안정 성능을 가지는 H_∞ 제어기 설계 방법의 적용이 유용함을 보였다.

참 고 문 헌

[1] M. K. Sundareshan and R. M. Elbanna, "Qualitative analysis and decentralized controller synthesis for a class of large-scale systems with symmetrically interconnected subsystems", *Automatica*, vol. 27, no. 2, pp. 383-388, 1991.

[2] G. H. Yang and S. Y. Zhang, "Structural properties of large-scale systems possessing similar structures", *Automatica*, vol. 31, no. 7, pp. 1011-1017, 1995.

[3] I. R. Petersen, "A Riccati equation approach to the design of stabilizing controllers and observers for a class of uncertain linear systems", *IEEE Trans.*, AC 30, no. 9, pp. 904-907, 1985.

[4] H. Trinh and M. Aldeen, "Decentralised feedback controllers for uncertain interconnected systems", *IEE Proc.*, D-140, no. 6, pp. 429-434, 1993.

[5] L. Xiaoping, "Output regulation of strongly coupled symmetric composite systems", *Automatica*, vol. 28, no. 5, pp. 1037-1041, 1992.

[6] G. H. Yang and S. Y. Zhang, "Stabilizing controllers for uncertain symmetric composite systems", *Automatica*, vol. 31, no. 2, pp. 337-340, 1995.

[7] Benjamin C. Kuo, *Automatic Control Systems 7ed.*, Prentice-Hall, 1996.

[8] 美多 勉, H_∞ 制御, 昭光堂, 1994.

부록 1. 관절좌표계 사이의 좌표변환

관절 i 에서 관절 j 까지의 좌표변환은 T_{ij} 로 표현되며, T_{mj} 는 F_m 에서 F_j 까지, 즉 $F3$ 사이의 좌표변환이다.

$$T_{12} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_x) & -\sin(\theta_x) & l_a \sin(\theta_x) \\ \sin(\theta_x) & \cos(\theta_x) & -l_a \cos(\theta_x) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_{2m} = \begin{bmatrix} \sin(a) & -\cos(a) & \frac{d}{2} \sin(a) \\ \cos(a) & \sin(a) & \frac{d}{2} \cos(a) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_{mj} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -h \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, T_{16} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2l_a \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_{65} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_y) & -\sin(\theta_y) & -l_a \sin(\theta_y) \\ \sin(\theta_y) & \cos(\theta_y) & -l_a \cos(\theta_y) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

부록 2. 실험에 사용된 로봇 시스템의 매개변수

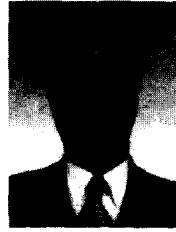
기호	설 명	값	단 위
R_m	모터 전기자 저항	1.8	Ω
J_m	모터 전기자 관성 능률	7.4×10^{-4}	Kg m^2
K_m	모터 토크 상수	0.005	Kgm/A
K_g	기어 비	70 : 1	
l_a	링크 길이	0.1525	m
M_a	링크 질량	0.0184	Kg
J_a	링크 관성 능률	1.02×10^{-4}	Kg m^2
J_b	치차함(전동기+치차)의 관성 능률	6.6120×10^{-6}	Kg m^2
J_l	부하의 관성 능률	6.5757×10^{-6}	Kg m^2

저 자 소 개



曹 熾 鉉(正會員)

1963년 12월 11일생. 1987년 광운대학교 전자공학과 졸업(공학사). 1990년 동 대학원 전자공학과 석사과정 졸업(공학석사). 1998년 동 대학원 제어계측공학과 박사과정 졸업(공학박사). 1991~93년 LG전자 중앙연구소 근무. 1998~99년 삼성종합기술원 근무. 현재 (주)스페이스링크 책임연구원. 1998~현재 인덕대학 메카트로닉스와 겸임교수. 주관심분야는 강건성제어, 로봇 제어, PLC응용.



李 鍾 龍(正會員)

1957년 1월 19일생. 1983년 한양대학교 원자력공학과 졸업(공학사). 1988년 광운대학교 전자공학과 석사과정 졸업(공학석사). 1993년 동 대학원 박사과정 졸업(공학박사). 1997년 현재, 광운대 전자 사회교육원 대우 교수. 주관심분야는 비선형제어.



李 相 喆(正會員)

1965년 5월 20일생. 1988년 광운대학교 전자공학과 졸업(공학사). 1990년 동 대학원 전자공학과 석사과정 졸업(공학석사). 2000년 동 대학원 제어계측공학과 박사과정 졸업(공학박사). 현재 재능대학 전자통신과 전임강사. 주관심분야는 디지털 신호처리.