

論文2000-37SC-5-3

새로운 가변 경계층을 갖는 가변 구조 제어 시스템의 추적 제어 (Tracking Control of Variable Structure System with a New Variable Boundary Layer)

李 義 振 *, 金 殷 泰 *, 金 東 淵 **

(Heejin Lee, Euntai Kim, and Dongyeon Kim)

요 약

본 논문이 제안하는 제어기는 새로운 가변 경계층을 이용하여 가변 구조 시스템의 정확한 추적 제어가 이루어지게 한다. 지금까지 가변 경계층을 적용한 가변 구조 제어기는 고정된 슬라이딩면의 사용으로 초기 위치가 제한되었으며 이로 인해 임의의 초기 위치에서부터 시스템 상태 궤적의 채터링을 감소시킬 수 없다. 그러나 제안된 제어기는 선형 시변 슬라이딩면을 이용함으로써 모든 상태에서 외부 외란과 불확실한 매개변수에 대한 강인한 특성을 지니게 되며 새로운 가변 경계층의 적용으로 채터링과 추적 성능에서 기존 방법에 비해 우수한 특성을 보이고 있다. 따라서 본 논문은 2 관절 매니퓰레이터에 제안된 알고리즘을 적용하여 제시한 방법의 타당성을 입증하였다.

Abstract

This paper suggests the variable structure controller with a new variable boundary layer for the accurate tracking control of the variable structure systems. Up to now, variable structure controller (VSC) applying the variable boundary layer did not remove chattering from an arbitrary initial state of the system trajectory because VSC has the limited initial state according to the fixed sliding surface. But, by using the linear time-varying sliding surfaces, the scheme has the robustness against chattering from all states. The suggested method can be applied to the second-order nonlinear systems with parameter uncertainty and extraneous disturbances, and has better tracking performance than the conventional method. To demonstrate the advantages of the proposed algorithm, it is applied to a two-link manipulator.

I. 서 론

가변 구조 제어기(Variable Structure Controller)는

* 正會員, 國立韓京大學校 制御計測工學科
(Hankyong National University Dept. of Control and Instrumentation Engineering)

** 正會員, 國立韓京大學校 電子工學科
(Hankyong National University Dept. of Electronic Engineering)

接受日字:1999年10月4日, 수정완료일:2000年4月27.

매개변수 변화와 외부 외란에 강인한 슬라이딩 모드 (Sliding Mode)^[7, 9]를 동반한 제어기로서 시스템 상태에 따라 변화하는 구조를 갖는 비선형 피드백 제어기이다^[13, 16]. 이러한 가변 구조 시스템은 슬라이딩 모드 동안에 설계 대상에 따라 안정성, 비선형의 선형화, 차수 감소 등의 시스템 성능을 만족시키게 되며^[4], 특히 슬라이딩면이 비선형인 경우 가변 구조 제어기는 매개변수의 불확실성과 외부 외란에 강인한 특성을 지니면서^[12] 고정 슬라이딩면에 비해 수렴 속도가 빨라지게 된다^[8]. 그러나 제어기는 슬라이딩면에서의 고성능 절환 제어를 이루지 못해 가변 구조 제어 시스템의 단점

중 하나인 채터링(Chattering) 현상을 발생시켜 시스템에 모델링되지 않은 고주파 동특성을 야기시키게 된다. 이러한 채터링 현상의 개선 방안으로 Burton과 Zinober(1988)는 평활 함수를 적용한 가변 구조 제어법을 제시하였고, 경계층을 고려한 방법으로 Zhou와 Fisher(1992)의 비선형 연속 제어 방법과 Slotine(1983)의 포화 함수를 이용한 방법이 있다. 포화 함수를 이용한 고정된 경계층 방법은^[11] 시스템의 추적 성능을 떨어뜨리는 단점을 갖고 있어 이를 보완하고자 Slotine(1985)이 경계층을 가변시키는 방안^[7]을 제시하였으며 Stepanenko와 Su(1993)는 비선형 슬라이딩면과 도달 법칙(Reaching Law)을 적용하여 채터링을 감소시켰다^[12].

채터링을 감소시키는 경계층 방법에는 고정 경계층^[5]과 가변 경계층 방법이 있으며 가변 경계층을 사용하는 방법이 고정 경계층을 사용하는 가변 구조 제어기에 비해 우수한 추적 성능을 보인다^[3, 19]. 그러나 고정 슬라이딩면을 사용하는 이러한 방법들은 시스템 상태 궤적을 임의의 초기 위치에서부터 슬라이딩면 위에 있지 못함으로 인해 외부 외란과 매개변수의 불확실성에 강인한 특성을 지니지 못하게 된다.

본 논문에서는 새로운 가변 경계층을 적용한 가변 구조 제어를 제한하며 제안된 제어기는 선형 시변 슬라이딩면의 사용으로 인해 시스템 상태 궤적의 임의의 초기 위치에서부터 슬라이딩 모드 안에서 움직이게 되어 외부 외란과 매개변수 불확실성에 강인성을 지니며 기존의 방법에 비해 모든 상태 궤적으로부터 채터링을 감소시키게 된다.

본 논문의 구성은 2장에서 선형 시변 슬라이딩면을 갖는 가변 구조 제어기에 대하여 설명하며 3장에서는 제시한 새로운 가변 경계층을 적용한 가변 구조 제어기에 대해 기술한 후 4장에서 2축 매니퓰레이터의 시뮬레이션을 통해 기존의 가변 구조 제어기와 제안한 새로운 가변 경계층을 동반한 가변 구조 제어기의 특성을 비교한다. 마지막으로 5장에서는 결론에 대해 기술한다.

II. 선형 시변 슬라이딩면을 갖는 가변 구조 제어기

1. 가변 구조 제어기

가변 구조 제어기는 스위칭면에서 구조를 변화시킴으로써 강인한 특성을 갖도록 하는 비선형 제어기이다^[1, 2, 4].

n 차의 비선형 시스템을 나타내면 다음과 같다.

$$\text{플랜트 : } \dot{\mathbf{x}}^{(n)}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{b}(\mathbf{x}, t)u(t) + \mathbf{d}(t) \quad (1)$$

$$\text{모 델 : } \dot{\mathbf{x}}^{(n)}(t) = \hat{\mathbf{f}}(\mathbf{x}, t) + \hat{\mathbf{b}}(\mathbf{x}, t)u(t) \quad (2)$$

여기서, \mathbf{x} 는 상태 벡터, $u(t)$ 는 제어 입력, $\mathbf{d}(t)$ 는 외란이며 $\mathbf{f}(\mathbf{x}, t)$ 와 $\mathbf{d}(t)$ 는 정확히 알지 못하나 $|\Delta \mathbf{f}|$ 와 $|\Delta \mathbf{d}|$ 범위 안에서 움직인다고 한다^[7]. 이 때 발생되는 $|\Delta \mathbf{f}|$ 와 $|\Delta \mathbf{d}|$ 범위는 각각 (3), (4)과 같다.

$$|\Delta \mathbf{f}| = |\mathbf{f}(\mathbf{x}, t) - \hat{\mathbf{f}}(\mathbf{x}, t)| \leq F(\mathbf{x}, t) \quad (3)$$

$$|\Delta \mathbf{d}| = |\mathbf{d}(t)| \leq D(\mathbf{x}, t) \quad (4)$$

상태 변수 \mathbf{x} 를 임의의 특정한 상태 변수 \mathbf{x}_d 를 따라 움직이도록 하는 것이 필요하다. 여기서 추적 오차 $\tilde{\mathbf{x}}$ 는 $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_d$ 로 표현되며 이 때 추적 오차 벡터는 다음과 같다.

$$\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_d = [\tilde{x}_1 \ \tilde{x}_2 \ \dots \ \tilde{x}_n]^\top \quad (5)$$

상태 공간 $R^{(n)}$ 상에서 슬라이딩면은 $s(\mathbf{x}, t) = 0$ 를 만족하며 이 때 $s(\mathbf{x}, t)$ 는 (6)과 같다.

$$s(\mathbf{x}, t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^{(n-1)} \tilde{\mathbf{x}}, \quad \lambda > 0 \quad (6)$$

슬라이딩면을 갖고 있는 가변 구조 시스템의 상태 궤적은 초기 위치에서 출발하여 (7)의 도달 조건에 의해 슬라이딩면에 도달하게 되며 이 후에는 슬라이딩면을 따라 평형점에 도달하게 된다^[3].

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2(\mathbf{x}, t) \leq -\eta |s|, \quad \eta > 0 \quad (7)$$

도달 조건(7)을 만족하는 제어기 $u(t)$ 는 다음과 같다^[7].

$$\hat{u}(t) = \hat{\mathbf{b}}^{-1}(\mathbf{x}, t) \left[-\hat{\mathbf{f}}(\mathbf{x}, t) - \left\{ \sum_{p=1}^{n-1} \binom{n-1}{p} \lambda^p \tilde{\mathbf{x}}^{(n-p)}(t) - \mathbf{x}_d^{(n)}(t) \right\} \right] \quad (8)$$

$$u(t) = \hat{u}(t) - \hat{\mathbf{b}}^{-1}(\mathbf{x}, t) \mathbf{k}(\mathbf{x}, t) \text{sgn}(s) \quad (9)$$

$$\text{sgn}(s) = \begin{cases} +1 & \text{for } s > 0 \\ -1 & \text{for } s < 0 \end{cases} \quad (10)$$

여기서, $0 < b_{\min} \leq b(\mathbf{x}, t) \leq b_{\max}$, $\hat{\mathbf{b}}(\mathbf{x}, t) = (b_{\min} b_{\max})^{1/2}$ ^[3],

$$\left[\begin{matrix} n-1 \\ p \end{matrix} \right] = \frac{n!}{p!(n-p)!} \quad \text{for } n \leq p,$$

$$k(\mathbf{x}, t) \geq \hat{b}(\mathbf{x}, t)b^{-1}(\mathbf{x}, t)(F(\mathbf{x}, t) + D(\mathbf{x}, t) + \eta) + |\hat{b}(\mathbf{x}, t)b^{-1}(\mathbf{x}, t) - 1| |\hat{u}(t)| \quad (11)$$

2. 선형 시변 슬라이딩면

비선형 시스템이 2차인 경우의 시스템 방정식은 (12), (13)과 같이 표현된다.

플랜트 : $\ddot{\mathbf{x}}(t) = f(\mathbf{x}, t) + b(\mathbf{x}, t)u(t) + d(t)$ (12)

모 델 : $\ddot{\mathbf{x}}(t) = \hat{f}(\mathbf{x}, t) + \hat{b}(\mathbf{x}, t)u(t)$ (13)

슬라이딩면이 가변하는 경우 (6)의 슬라이딩면은 (14)로 변경되며 제어 입력 $u(t)$ 는 (17)과 같게 된다.

$$s(\mathbf{x}, \lambda, t) = \left[\frac{d}{dt} + \lambda(t) \right] \tilde{\mathbf{x}}(t) = \dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) + \lambda(t)\tilde{\mathbf{x}}(t) \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \dot{s}(\mathbf{x}, \lambda, t) &= \dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) + \lambda(t)\tilde{\mathbf{x}}(t) + \dot{\lambda}(t)\tilde{\mathbf{x}}(t) \\ &= \ddot{\mathbf{x}}(t) - \ddot{\mathbf{x}}_d(t) + \lambda(t)\tilde{\mathbf{x}}(t) + \dot{\lambda}(t)\tilde{\mathbf{x}}(t) \\ &= f(\mathbf{x}, t) + b(\mathbf{x}, t)u(t) + d(t) - \ddot{\mathbf{x}}_d(t) \\ &\quad + \lambda(t)\tilde{\mathbf{x}}(t) + \dot{\lambda}(t)\tilde{\mathbf{x}}(t) \end{aligned} \quad (15)$$

$$\hat{u}(t) = \hat{b}^{-1}(\mathbf{x}, t)[- \hat{f}(\mathbf{x}, t) + \ddot{\mathbf{x}}_d(t) - \lambda(t)\tilde{\mathbf{x}}(t) - \dot{\lambda}(t)\tilde{\mathbf{x}}(t)] \quad (16)$$

$$u(t) = \hat{u}(t) - \hat{b}^{-1}(\mathbf{x}, t)k(\mathbf{x}, t)\text{sgn}(s) \quad (17)$$

$$\begin{aligned} k(\mathbf{x}, t) &\geq \hat{b}(\mathbf{x}, t)b^{-1}(\mathbf{x}, t)(F(\mathbf{x}, t) + D(\mathbf{x}, t) + \eta) \\ &\quad + |\hat{b}(\mathbf{x}, t)b^{-1}(\mathbf{x}, t) - 1| |\hat{u}(t)| \\ &= \hat{b}(\mathbf{x}, t)b^{-1}(\mathbf{x}, t)k^*(\mathbf{x}, t) \\ &\quad + |\hat{b}(\mathbf{x}, t)b^{-1}(\mathbf{x}, t) - 1| |\hat{u}(t)| \end{aligned} \quad (18)$$

여기서, $k^*(\mathbf{x}, t) = F(\mathbf{x}, t) + D(\mathbf{x}, t) + \eta$

시스템 상태 궤적이 임의의 초기 위치에서부터 슬라이딩면을 따라 움직이기 위해선 새로운 선형 시변 슬라이딩면이 필요하며 이러한 선형 시변 슬라이딩면을 위한 조건은 정리 1, 정리 2와 같이 주어진다. 시스템 상태 궤적이 그림 1의 (b)와 (d) 영역에 있을 때 정리 1이 가변 구조 제어기에 적용된다.

정리 1 시스템 상태 궤적이 그림 1의 (b) 또는 (d)에 있을 때 λ 가 (19)와 (20)을 만족하면 시스템 상태 궤적은 비선형 슬라이딩면을 따라 움직이면서 평형점에 도달하기 위한 안정 조건을 갖는다(λ_f 는 λ 의 최솟값)^[17].

$$1) \lambda > 0 \text{이고 } 1 + \lambda^2 > \lambda \quad (19)$$

$$2) \lambda < \lambda_f \text{이면 } \dot{\lambda} > 0$$

$$\lambda > \lambda_f \text{이면 } \dot{\lambda} < 0$$

$$\lambda = \lambda_f \text{이면 } \dot{\lambda} = 0 \quad (20)$$

만일 시스템 상태 궤적의 초기 위치가 그림 1의 (a)와 (c)에 있으면 정리 1의 선형 시변 슬라이딩면은 슬라이딩 모드 제어 시스템에 적용할 수 없게 되며 따라서 이 영역에 적용할 수 있는 정리 2와 같은 또 다른 슬라이딩면이 필요하게 된다.

정리 2 시스템 상태 궤적이 그림 1의 (a) 또는 (c)에 있을 때 선형 시변 슬라이딩면 $s = \dot{\mathbf{x}} - \nu$ 의 새로운 선형 시변 함수 $\nu(t)$ 가 다음 조건을 만족하면 상태 궤적은 선형 시변 슬라이딩면 위에서 움직인다(ν_f 는 ν 의 최솟값이다)^[17].

$$1) \nu > 0 \text{이고 } \dot{\nu} < 0$$

$$2) \nu < 0 \text{이고 } \dot{\nu} > 0$$

$$3) \nu = \nu_f \text{ 이면 } \dot{\nu} = 0$$

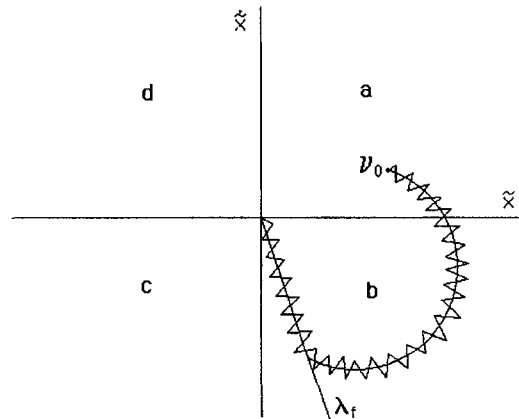


그림 1. 선형 시변 슬라이딩면에서의 상태 궤적
Fig. 1. The phase portrait with linear time-varying sliding surfaces.

정리 2를 적용하는 경우 식 (14)는 새로운 함수 $\nu(t)$ 를 적용함으로써 식 (21)로 변경되며, 식 (16)의 제어 입력 $\hat{u}(t)$ 는 식 (23)이 된다.

$$s(\mathbf{x}, \nu, t) = \dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) - \nu(t) \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \dot{s}(\mathbf{x}, \nu, t) &= \dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) - \dot{\nu}(t) \\ &= \ddot{\mathbf{x}}(t) - \ddot{\mathbf{x}}_d(t) - \dot{\nu}(t) \\ &= f(\mathbf{x}, t) + b(\mathbf{x}, t)u(t) + d(t) - \ddot{\mathbf{x}}_d(t) - \dot{\nu}(t) \end{aligned} \quad (22)$$

$$\hat{u}(t) = \hat{b}^{-1}(\mathbf{x}, t)[- \hat{f}(\mathbf{x}, t) + \ddot{\mathbf{x}}_d(t) + \dot{\nu}(t)] \quad (23)$$

$$u(t) = \hat{u}(t) - \hat{b}^{-1}(\mathbf{x}, t) k(\mathbf{x}, t) \operatorname{sgn}(s) \quad (24)$$

정리 1과 정리 2를 사용함으로써 시스템 상태 궤적은 정의 1의 슬라이딩 모드 영역에 존재하게 되어 임의의 초기 위치에서부터 선형 시변 슬라이딩면을 따라 움직이게 된다.

정의 1 [16] 그림 2에서 각 $\varepsilon > 0$ 에 대해 $\delta > 0$ 이 존재하면 절환면 $s(\mathbf{x}, t) = 0$ 에서의 영역 Q 는 슬라이딩 모드 영역이라 한다. 즉, 그림 2에서와 같이 시스템 상태 궤적의 임의의 초기 위치가 Q 의 n 차원 δ 근방이면 상태 궤적은 단지 Q 의 범위인 n 차원 ε 근방을 통과하면서 Q 의 n 차원 ε 근방에 머무르게 된다.

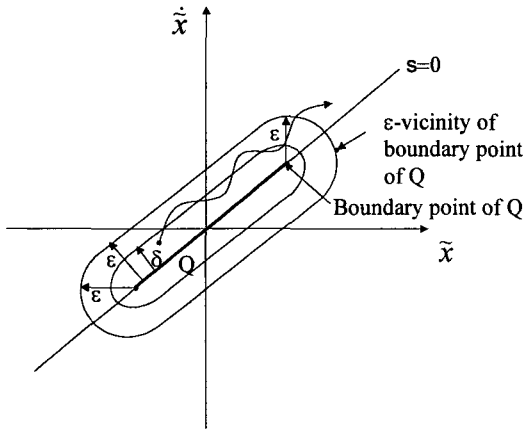


그림 2. 2차 공간에서의 슬라이딩 모드 영역
Fig. 2. Two-dimensional illustration of domain of sliding mode^[16].

III. 새로운 가변 경계층을 갖는 가변 구조 제어

1. 가변 경계층을 이용한 추적 제어

가변 경계층을 내포한 가변 구조 제어기는 슬라이딩 면에서 발생하는 채터링을 감소시켜 주는 대신 추적 오차를 증가시키게 되나 고정 경계층에 비해 추적 성능을 향상시키는 특징을 갖고 있다. 시스템 동력학이 식 (12), 식 (13)과 같을 때 가변 경계층을 동반한 제어 입력 $u(t)$ 는 식 (17)의 $k(\mathbf{x}, t) \operatorname{sgn}(s)$ 을 $\bar{k}(\mathbf{x}, t) \operatorname{sat}(\frac{s}{\phi})$ 로 변경함으로써 식 (25)로 나타낼 수 있으며 $\bar{k}(\mathbf{x}, t)$ 는 식 (26)으로 표현될 수 있다^[3].

$$u(t) = \hat{u}(t) - \hat{b}^{-1}(\mathbf{x}, t) \bar{k}(\mathbf{x}, t) \operatorname{sat}(\frac{s}{\phi}) \quad (25)$$

$$\bar{k}(\mathbf{x}, t) \geq b^{-1}(\mathbf{x}, t) \hat{b}(\mathbf{x}, t) (F(\mathbf{x}, t) + D(\mathbf{x}, t) + \eta - \dot{\phi}(t)) + |b^{-1}(\mathbf{x}, t) \hat{b}(\mathbf{x}, t) - 1| |\hat{u}(t)| \quad (26)$$

고정된 슬라이딩면에서 가변 경계층은 식 (27)과 식 (28)로부터 구할 수 있으며 $\beta = \beta_d$ 인 경우에 $\bar{k}(\mathbf{x}, t)$ 는 식 (29)와 같이 표현된다^[3]. 또한, 고정 슬라이딩면 대신에 선형 시변 슬라이딩면을 사용하여 경계층을 가변하는 경우에는 정리 3에 의해 가변 경계층을 구할 수 있다.

$$k(\mathbf{x}_d, t) \geq \frac{\lambda \phi(t)}{\beta_d} \Rightarrow \dot{\phi}(t) + \lambda \phi(t) = \beta_d k(\mathbf{x}_d, t)$$

$$\bar{k}(\mathbf{x}, t) = k(\mathbf{x}, t) - \frac{\dot{\phi}(t)}{\beta} \quad (27)$$

$$k(\mathbf{x}_d, t) \leq \frac{\lambda \phi(t)}{\beta_d} \Rightarrow \dot{\phi}(t) + \frac{\lambda \phi(t)}{\beta_d^2} = \frac{k(\mathbf{x}_d, t)}{\beta_d}$$

$$\bar{k}(\mathbf{x}, t) = k(\mathbf{x}, t) - \beta \dot{\phi}(t) \quad (28)$$

$$\bar{k}(\mathbf{x}, t) = \{k(\mathbf{x}, t) - k(\mathbf{x}_d, t)\} + \frac{\lambda \phi(t)}{\beta_d} \text{ for } \beta(\mathbf{x}, t) = \beta(\mathbf{x}_d, t) \quad (29)$$

$$\text{여기서 } \beta^{-1} \leq \frac{b(\mathbf{x}, t)}{\hat{b}(\mathbf{x}, t)} \leq \beta, \quad \beta = \beta(\mathbf{x}, t),$$

$\beta_d = \beta(\mathbf{x}_d, t)$ 이다.

정리 3 시스템 상태 궤적이 그림 1의 (b) 또는 (d)의 슬라이딩면위에 있을 때 선형 시변 슬라이딩면을 갖는 가변 구조 제어기의 가변 경계층 $\phi(t)$ 는 다음과 같다.

$$1) k(\mathbf{x}_d, t) \geq \frac{\lambda(t) \phi(t)}{\beta_d} \Rightarrow$$

$$\phi(t) = e^{-\int_0^t \lambda(\tau) d\tau} \left[\phi_0 + \beta_d \int_0^t k(\mathbf{x}_d, \tau) e^{\int_0^\tau \lambda(\tau) d\tau} d\tau \right]$$

$$2) k(\mathbf{x}_d, t) \leq \frac{\lambda(t) \phi(t)}{\beta_d} \Rightarrow$$

$$\phi(t) = e^{-\int_0^t \frac{\lambda(\tau)}{\beta_d} d\tau} \left[\phi_0 + \frac{1}{\beta_d} \int_0^t k(\mathbf{x}_d, \tau) e^{\int_0^\tau \frac{\lambda(\tau)}{\beta_d} d\tau} d\tau \right]$$

2. 새로운 가변 경계층을 이용한 추적 제어

1) 시스템 상태 궤적이 $0 < \lambda \leq \lambda_{\max}$ 인 영역에 있는 경우

가변 경계층을 갖는 가변 구조 제어에 있어서 가변 경계층을 구하는 방법의 하나로 3절과 같은 방법이 있

으나 이는 가변 경계층 $\phi(t)$ 가 제어 계인 $\bar{k}(\mathbf{x}_d, t)$ 에 의존함으로써 $\bar{k}(\mathbf{x}_d, t)$ 의 증가에 따라 $\phi(t)$ 를 증가시키게 되어 가변 구조 제어기는 시스템의 추적 효율을 감소시키게 된다.

따라서 시스템 상태 변수와 선형 시변 슬라이딩면을 이용한 새로운 가변 경계층 $\phi(t)$ 를 제안하여 시스템 추적 성능을 개선시키고자 한다. 새로운 가변 경계층을 구하는데 있어서 제어 계인 $\bar{k}(\mathbf{x}, t)$ 는 식 (26)을 사용하며 $\phi(t)$ 는 식 (30)과 식 (33)에서와 같이 임의의 동작 범위를 갖는 $\alpha(t)$ 와 $s(\mathbf{x}, \lambda, t)$ 로 구성되어 있다. 선형 시변 평면 $s(\mathbf{x}, \lambda, t)$ 는 식 (14)로 표현되며 식 (30)과 식 (33)은 각각 식 (32)와 식 (35)로 변경된다.

$$0 \leq s(\mathbf{x}, \lambda, t) \leq \phi(t) \Rightarrow \phi(t) = s(\mathbf{x}, \lambda, t) + \alpha(t), \quad \alpha(t) > 0 \quad (30)$$

$$\phi(t) - \alpha(t) = s(\mathbf{x}, \lambda, t) \quad (31)$$

$$\phi(t) - \alpha(t) = \tilde{\mathbf{x}} + \lambda(t)\tilde{\mathbf{x}}(t) \quad (32)$$

$$-\phi(t) \leq s(\mathbf{x}, \lambda, t) \leq 0 \Rightarrow -\phi(t) = s(\mathbf{x}, \lambda, t) - \alpha(t) \quad (33)$$

$$-\{\phi(t) - \alpha(t)\} = s(\mathbf{x}, \lambda, t) \quad (34)$$

$$-\{\phi(t) - \alpha(t)\} = \tilde{\mathbf{x}} + \lambda(t)\tilde{\mathbf{x}}(t) \quad (35)$$

식 (32)로부터 시스템 상태 변수 $\tilde{\mathbf{x}}(t)$ 의 해는 식 (40)으로 나타낼 수 있으며 식 (40)과 가정 1을 이용함으로써 함수 $\alpha(t)$ 의 양자화된 값인 a_n 이 식 (37)로 표현되어진다. 또한 식 (38)도 식(37)의 과정과 유사하게 유도되게 된다. 따라서 새로운 가변 경계층 $\phi(t)$ 의 양자화 값 ϕ_n 은 식 (36)과 같이 a_n 과 $s(\mathbf{x}, \lambda, t)$ 으로부터 구해지게 된다.

$$\phi_n = s(\mathbf{x}, \lambda, t) + a_n \quad (36)$$

가정 1 임의의 범위에서 미분가능한 함수 $\alpha(t)$ 는 극소의 양자화된 상수값 a_0, a_1, \dots, a_n 으로 표현될 수 있으며 그 때 $\dot{\alpha}(t)$ 는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\dot{\alpha}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \alpha}{\Delta t} = \frac{\alpha_n - \alpha_{n-1}}{t_n - t_{n-1}} \quad (n = 1, 2, \dots, a_0)$$

는 $\alpha(t)$ 의 초기값

정리 4 시스템 상태 궤적이 그림 1의 (b) 또는 (d)의 슬라이딩면위에 있을 때, 가정 1을 만족하는 a_n 이 식 (37), 식 (38)에 의해 구해지며 M 을 식 (39)와 같

이 선택하면 가변 경계층 ϕ_n 은 식 (36)의 $s(\mathbf{x}, \lambda, t)$ 와 a_n 으로 표현된다.

$$1) \quad 0 \leq s(\mathbf{x}, \lambda, t) \leq \phi(t) \quad \Rightarrow$$

$$a_n = \frac{\frac{-\tilde{\mathbf{x}}(t_n)}{e^{-\int_0^{t_n} \lambda(T)dT}} + \tilde{\mathbf{x}}_0 - \left\{ a_1 \int_0^{t_1} e^{\int_0^T \lambda(\tau)d\tau} dT + \dots + a_{n-1} \int_{t_{n-2}}^{t_{n-1}} e^{\int_0^T \lambda(\tau)d\tau} dT \right\}}{\int_0^{t_n} e^{\int_0^T \lambda(\tau)d\tau} dT} + M \quad (37)$$

$$2) \quad -\phi(t) \leq s(\mathbf{x}, \lambda, t) \leq 0 \quad \Rightarrow$$

$$a_n = \frac{\frac{\tilde{\mathbf{x}}(t_n)}{e^{-\int_0^{t_n} \lambda(T)dT}} - \tilde{\mathbf{x}}_0 - \left\{ a_1 \int_0^{t_1} e^{\int_0^T \lambda(\tau)d\tau} dT + \dots + a_{n-1} \int_{t_{n-2}}^{t_{n-1}} e^{\int_0^T \lambda(\tau)d\tau} dT \right\}}{\int_0^{t_n} e^{\int_0^T \lambda(\tau)d\tau} dT} + M \quad (38)$$

$$M = \phi_{\min(\text{fix})} = \frac{k_{\max} \beta}{\lambda_{\max}} \quad (39)$$

여기서 $\phi_{\min(\text{fix})}$ 은 고정 경계층의 최소값이다.

(증명)

1) $0 \leq s(\mathbf{x}, \lambda, t) \leq \phi(t)$ 인 경우, $\tilde{\mathbf{x}}(t_n)$ 에 대한 식 (32)의 해는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\tilde{\mathbf{x}}(t) = \tilde{\mathbf{x}}_0 e^{-\int_0^t \lambda(T)dT} + e^{-\int_0^t \lambda(T)dT} \left[\int_0^t e^{\int_0^T \lambda(\tau)d\tau} \{\phi(T) - \alpha(T)\} dT \right] \quad (40)$$

가정 1을 이용함으로써 식 (40)은 식 (41)로 변경할 수 있다.

$$\tilde{\mathbf{x}}(t_n) = e^{-\int_0^{t_n} \lambda(T)dT} \left[\tilde{\mathbf{x}}_0 - \left\{ a_1 \int_0^{t_1} e^{\int_0^T \lambda(\tau)d\tau} dT + \dots + a_n \int_{t_{n-1}}^{t_n} e^{\int_0^T \lambda(\tau)d\tau} dT \right\} + \int_0^{t_n} e^{\int_0^T \lambda(\tau)d\tau} \phi(T) dT \right] \quad (41)$$

a_n 을 유도하기 위해 식 (41)을 식 (42)로 변경하여 정리하면 식 (43)이 된다.

$$a_n \int_{t_{n-1}}^{t_n} e^{\int_0^T \lambda(\tau)d\tau} dT = -\frac{\tilde{\mathbf{x}}(t_n)}{e^{-\int_0^{t_n} \lambda(T)dT}} + \tilde{\mathbf{x}}_0 - \left\{ a_1 \int_0^{t_1} e^{\int_0^T \lambda(\tau)d\tau} dT + \dots + a_{n-1} \int_{t_{n-2}}^{t_{n-1}} e^{\int_0^T \lambda(\tau)d\tau} dT \right\} + \int_0^{t_n} e^{\int_0^T \lambda(\tau)d\tau} \phi(T) dT \quad (42)$$

$$a_n \geq \frac{\frac{-\tilde{\mathbf{x}}(t_n)}{e^{-\int_0^{t_n} \lambda(T)dT}} + \tilde{\mathbf{x}}_0 - \left\{ a_1 \int_0^{t_1} e^{\int_0^T \lambda(\tau)d\tau} dT + \dots + a_{n-1} \int_{t_{n-2}}^{t_{n-1}} e^{\int_0^T \lambda(\tau)d\tau} dT \right\}}{\int_0^{t_n} e^{\int_0^T \lambda(\tau)d\tau} dT} + M > 0 \quad (43)$$

여기서 상태 변수 $\tilde{\mathbf{x}}(t)$ 의 초기값은 $\tilde{\mathbf{x}}_0$ 이며 M 은

$$M = \frac{\int_0^{t_n} e^{\int_0^{\tau} \lambda(\tau) d\tau} \varphi(T) dT}{\int_0^{t_n} e^{\int_0^{\tau} \lambda(\tau) d\tau} dT} \text{ 으 로 } M = \varphi_{\min(\text{fix})} =$$

$\frac{k_{\max} \beta}{\lambda_{\max}}$ 으로 선택한다.

2) $-\varphi(t) \leq s(\mathbf{x}, \lambda, t) \leq 0$ 인 경우도 식 (40), (41), (42), (43)와 유사하게 유도되어 식 (38)이 된다.
(증명 끝)

$\alpha(t)$ 가 영일 때 시스템 상태 궤적은 선형 시변 슬라이딩면위에서 움직이며 이 때 발생하는 채터링은 정의 1의 동작 영역 Q 안에 존재한다. 따라서 선형 시변 평면 $s(\mathbf{x}, \lambda, t)$ 궤적은 식 (44) 영역 안에 있게 된다.

$$-\varepsilon \leq s(\mathbf{x}, \lambda, t) \leq \varepsilon \quad (44)$$

여기서 $|\varepsilon|$ 은 Q의 최대값이며 $\varphi(t)$ 의 범위는 $s(\mathbf{x}, \lambda, t)$ 의 범위와 동일하다.
 $\alpha(t) \neq 0$ 인 경우에는, $\varphi(t)$ 는 식 (45) 영역 안에 존재하게 되며 M은 고정 경계층 $\frac{k_{\max} \beta}{\lambda}$ 에 의해 표현되어진다^[7].

$$\varepsilon < \varphi(t) \leq \varepsilon + \alpha(t) \quad (45)$$

$\varphi(t)$ 의 최소값은 채터링의 최대값보다 크므로 채터링은 시스템 상태 궤적 상에 나타나지 않게 된다. 그러므로 M은 $\frac{k_{\max} \beta}{\lambda}$ 의 최소값으로 표현되어질 수 있다. 즉, λ 가 $\lambda(t)$ 의 최대값 λ_{\max} 일 때 M은 고정 경계층의 최소값 $\varphi_{\min(\text{fix})}$ 으로 변경할 수 있으며 이것은 식 (46)와 같이 표현되어진다.

$$M = \varphi_{\min(\text{fix})} = \frac{k_{\max} \beta}{\lambda_{\max}} \quad (46)$$

식 (42)로부터 식 (37)의 α_n 은 식 (42)의 값보다 크지 않으며 경계층 φ 는 새로운 가변 경계층 $\varphi(t)$ 가 된다. 따라서 새롭게 정의된 M을 식 (37)과 (38)에 적용함으로써 새로운 가변 경계층 $\varphi(t)$ 가 $\alpha(t)$ 에 의해 형성된다. 선형 시변 슬라이딩면은 정리 1로부터 이루어지며 가변 경계층 $\varphi(t)$ 는 정리 3과 정리 4로부터 실현되어진다.

2) 시스템 상태 궤적이 $\lambda \leq 0$, $\lambda > \lambda_{\max}$ 인 영역에 있

는 경우

시스템 상태 궤적이 그림 1의 (a)나 (c)에 있을 때 식 (14)의 슬라이딩면에서의 $\lambda(t)$ 는 음수가 되어 시스템은 불안정해진다. 따라서 이러한 결점은 $\lambda(t)$ 를 사용하지 않는 식 (21)의 새로운 슬라이딩면을 적용함으로써 해결되어지며 이 영역에서의 경계층은 정리 3의 방법에서는 고정 경계층을 사용하며 정리 4는 정리 5의 방법으로 대체되어진다. 또한 정의 1에 의해 정리 4에 사용된 상수 $\varphi_{\min(\text{fix})}$ 을 정리 5에도 동일하게 사용되어진다.

가변 경계층 $\varphi(t)$ 가 그림 1의 (a)나 (c)에 적용되는 경우, 슬라이딩면은 정리 2의 선형 시변 슬라이딩면 $s(\mathbf{x}, \nu, t)$ 을 사용하며 $\varphi(t)$ 는 식 (47) 또는 식 (50)로 표현될 수 있다. $s(\mathbf{x}, \nu, t)$ 는 식 (21)로부터 주어지며 제어 계인 $\bar{k}(\mathbf{x}, t)$ 는 식 (26)을 사용하게 된다.

$$0 \leq s(\mathbf{x}, \nu, t) \leq \varphi(t) \Rightarrow \varphi(t) = s(\mathbf{x}, \nu, t) + \alpha(t), \quad \alpha(t) > 0 \quad (47)$$

$$\varphi(t) - \alpha(t) = s(\mathbf{x}, \nu, t) \quad (48)$$

$$\varphi(t) - \alpha(t) = \hat{\mathbf{x}} - \nu(t) \quad (49)$$

$$-\varphi(t) \leq s(\mathbf{x}, \nu, t) \leq 0 \Rightarrow -\varphi(t) = s(\mathbf{x}, \nu, t) - \alpha(t), \quad \alpha(t) > 0 \quad (50)$$

$$-\{\varphi(t) - \alpha(t)\} = s(\mathbf{x}, \nu, t) \quad (51)$$

$$-\{\varphi(t) - \alpha(t)\} = \hat{\mathbf{x}} - \nu(t) \quad (52)$$

식 (49)로부터 그림 1의 (a) 또는 (c)상의 선형 시변 슬라이딩면위에서 움직이는 시스템 상태 궤적에 새로운 가변 경계층 $\varphi(t)$ 가 도입되어진다. 즉, 상태 변수 $\hat{\mathbf{x}}(t)$ 의 해는 식 (56) 또는 식 (62)으로 표현되어지며 이 식들과 가정 1을 이용함으로써 α_n 은 식 (54)로 주어진다. 또한 식 (55)도 식 (54)의 유도와 유사하게 이루어진다. 따라서 새로운 가변 경계층 φ_n 은 α_n 과 $s(\mathbf{x}, \nu, t)$ 가 결합된 식 (53)로 주어지게 된다.

$$\varphi_n = s(\mathbf{x}, \nu, t) + \alpha_n \quad (53)$$

정리 5 시스템 상태 궤적이 그림 1의 (a) 또는 (c)의 슬라이딩면 위에 있을 때 가정 1을 만족하는 α_n 이 식 (49), 식 (52)에 의해 구해지면 가변 경계층 φ_n 은 식 (53)의 $s(\mathbf{x}, \nu, t)$ 와 α_n 으로 표현된다.

$$1) \quad 0 \leq s(\mathbf{x}, \nu, t) \leq \varphi(t) \quad \Rightarrow$$

$$a_n = \frac{-\tilde{x}(t_n) + \tilde{x}_0 - \left\{ a_1 \int_0^{t_1} dT + \dots + a_{n-1} \int_{t_{n-2}}^{t_{n-1}} dT \right\} + \int_0^{t_n} \nu(T) dT}{t_n} + M^* \quad (54)$$

2) $-\Phi(t) \leq s(\mathbf{x}, \nu, t) \leq 0 \Rightarrow$

$$a_n = \frac{\tilde{x}(t_n) - \tilde{x}_0 - \left\{ a_1 \int_0^{t_1} dT + \dots + a_{n-1} \int_{t_{n-2}}^{t_{n-1}} dT \right\} - \int_0^{t_n} \nu(T) dT}{t_n} + M^* \quad (55)$$

여기서 $M^* = \Phi_{\min(\text{fix})} = \frac{k_{\max} \beta}{\lambda_{\max}}$ 이다.

(증명)

1) $0 \leq s(\mathbf{x}, \nu, t) \leq \Phi(t)$ 인 경우에, a_n 은 다음과 같이 유도된다.

$$\tilde{x}(t) = \tilde{x}_0 + \left[\int_0^t \{ \Phi(T) - \alpha(T) + \nu(T) \} dT \right] \quad (56)$$

$$\tilde{x}(t_n) = \tilde{x}_0 - \left\{ a_1 \int_0^{t_1} dT + \dots + a_n \int_{t_{n-1}}^{t_n} dT \right\} + \int_0^{t_n} \Phi(T) dT + \int_0^{t_n} \nu(T) dT \quad (57)$$

$$a_n \int_{t_{n-1}}^{t_n} dT = -\tilde{x}(t_n) + \tilde{x}_0 - \left\{ a_1 \int_0^{t_1} dT + \dots + a_{n-1} \int_{t_{n-2}}^{t_{n-1}} dT \right\} + \int_0^{t_n} \Phi(T) dT + \int_0^{t_n} \nu(T) dT \quad (58)$$

$$a_n \int_0^{t_n} dT \geq a_n \int_{t_{n-1}}^{t_n} dT = -\tilde{x}(t_n) + \tilde{x}_0 - \left\{ a_1 \int_0^{t_1} dT + \dots + a_{n-1} \int_{t_{n-2}}^{t_{n-1}} dT \right\} + \int_0^{t_n} \Phi(T) dT + \int_0^{t_n} \nu(T) dT > 0 \quad (59)$$

$$a_n \geq -\frac{\tilde{x}(t_n) + \tilde{x}_0 - \left\{ a_1 \int_0^{t_1} dT + \dots + a_{n-1} \int_{t_{n-2}}^{t_{n-1}} dT \right\} + \int_0^{t_n} \nu(T) dT}{\int_0^{t_n} dT} + \frac{\int_0^{t_n} \Phi(T) dT}{\int_0^{t_n} dT} \quad (60)$$

$$a_n \geq -\frac{\tilde{x}(t_n) + \tilde{x}_0 - \left\{ a_1 \int_0^{t_1} dT + \dots + a_{n-1} \int_{t_{n-2}}^{t_{n-1}} dT \right\} + \int_0^{t_n} \nu(T) dT}{t_n} + M^* > 0 \quad (61)$$

여기서 상태 변수 $\tilde{x}(t)$ 의 초기값은 \tilde{x}_0 이며

$$M^* = \frac{\int_0^{t_n} \Phi(T) dT}{\int_0^{t_n} dT} \text{로 정리 4의 } M \text{ 에서와 같이}$$

$M^* = \Phi_{\min(\text{fix})} = \frac{k_{\max} \beta}{\lambda_{\max}}$ 으로 주어진다.

2) $-\Phi(t) \leq s(\mathbf{x}, \nu, t) \leq 0$ 인 경우도 $0 \leq s(\mathbf{x}, \nu, t) \leq \Phi(t)$ 인 경우와 유사하게 유도된다.

(증명 끝)

정리 5에 있어서도 정리 4에서와 같이 $\alpha(t)$ 가 영일 때 $\Phi(t)$ 는 식 (44)의 영역에 속하게 되며 $\alpha(t)$ 가 영이

아닐 때는 식 (45)의 영역에서 동작하게 됨으로써 시스템 상태 궤적은 채터링을 감소시키면서 경계층 내부에 존재하게 된다.

본 논문은 시스템 추적 성능을 개선시키기 위해 정리 1과 정리 2의 선형 시변 슬라이딩면을 적용한 정리 3과 정리 4 및 정리 5의 가변 경계층을 제안하였으며 제안된 알고리즘은 2 관절 매니퓰레이터의 시뮬레이션을 통해 기존 방법과 비교하여 알고리즘의 타당성을 입증하였다.

IV. 시뮬레이션

파라미터 불확실성과 외부 외란에도 불구하고 평형 점에서의 일정한 오차 영역을 유지하게 하는 강인 제어의 하나인 슬라이딩면을 동반한 가변 구조 제어는 시스템 상태 궤적이 슬라이딩 모드에 도달하면 채터링이 발생되며 이는 슬라이딩면 근방에 경계층을 둠으로써 감소시킬 수 있으며, 특히, 시간의 변화에 따라 경계층을 가변함으로써 고정된 경계층에 비해 향상된 추적 성능을 가져올 수 있다^[3]. 따라서 본 장에서는 2 관절 매니퓰레이터의 가변 구조 제어가 발생하는 채터링을 감소시키고 고정된 슬라이딩면이 적용된 가변 경계층 방법^[7]에 비해 개선된 추적 오차를 보이고자 한다.

제한된 알고리즘이 그림 1의 전 영역에서 적용되기 위해 선형 시변 슬라이딩면은 식(62)와 같이 변경되어지며 이 때 제어 입력 $\hat{u}(t)$ 은 식 (64)로 주어진다.

$$s(\mathbf{x}, \lambda, \nu, t) = \dot{\tilde{x}}(t) + \lambda(t)\tilde{x}(t) - \nu(t) \quad (62)$$

$$\begin{aligned} \dot{s}(\mathbf{x}, \lambda, \nu, t) &= \ddot{\tilde{x}}(t) + \lambda(t)\dot{\tilde{x}}(t) + \dot{\lambda}(t)\tilde{x}(t) - \dot{\nu}(t) \\ &= \ddot{\tilde{x}}(t) - \ddot{x}_d(t) + \lambda(t)\dot{\tilde{x}}(t) + \dot{\lambda}(t)\tilde{x}(t) - \dot{\nu}(t) \\ &= f(\mathbf{x}, t) + b(\mathbf{x}, t)u(t) + d(t) - \ddot{x}_d(t) \\ &\quad + \lambda(t)\dot{\tilde{x}}(t) + \dot{\lambda}(t)\tilde{x}(t) - \dot{\nu}(t) \end{aligned} \quad (63)$$

$$\begin{aligned} \hat{u}(t) &= \hat{b}^{-1}(\mathbf{x}, t) [-\hat{f}(\mathbf{x}, t) + \ddot{x}_d(t) - \lambda(t)\dot{\tilde{x}}(t) \\ &\quad - \dot{\lambda}(t)\tilde{x}(t) + \dot{\nu}(t)] \end{aligned} \quad (64)$$

2 관절 매니퓰레이터의 구조는 그림 3과 같이 주어지며^[3, 15] 외부 외란이 고려된 동력학 방정식은 식 (65)와 식 (66)으로 표현되어진다^[11].

$$\ddot{\theta}_1 = \frac{\left\{ \frac{2}{3} \sin \theta_2 \ddot{\theta}_2 (2 \dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) + \left(\frac{2}{3} + \cos \theta_2 \right) \sin \theta_2 \dot{\theta}_1^2 + \tau_1 \right\}}{\left(\frac{16}{9} - \cos^2 \theta_2 \right)} + d_1(t) \quad (65)$$

$$\ddot{\theta}_2 = \frac{\left\{ -\left(\frac{2}{3} + \cos \theta_2\right) \sin \theta_2 \dot{\theta}_2 (2 \dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) - 2\left(\frac{5}{3} + \cos \theta_2\right) \sin \theta_2 \dot{\theta}_1^2 + \tau_2 \right\}}{\left(\frac{16}{9} - \cos \theta_2^2\right)} + d_2(t) \quad (66)$$

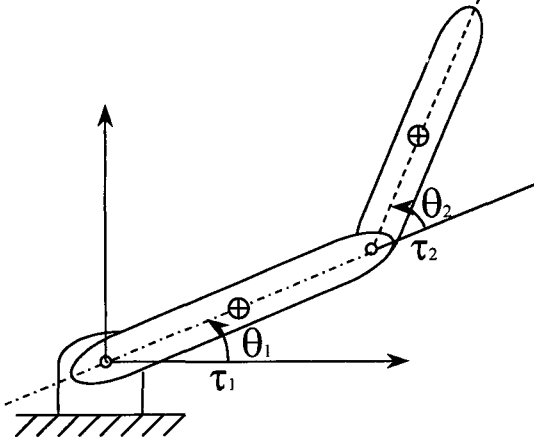


그림 3. 2 관절 매니퓰레이터
Fig. 3. Two-link manipulator.

여기서 θ_1 과 θ_2 는 각각 첫 번째 링크와 두 번째 링크에 의해 생성된 각도이고 입력인 τ_1 과 τ_2 는 두 개의 조인트에 각각 적용되는 토크이며 $d_1(t)$ 와 $d_2(t)$ 는 외부 외란이다.

2 관절 매니퓰레이터의 각 관절에 적용되는 선형 시변 슬라이딩면은 식(62)로부터 식(67)와 식(68)로 변경되어지며 선형 시변 슬라이딩면 근방에 가변 경계층을 적용하는 경우에 있어서 입력 토크 τ_1 과 τ_2 는 식 (64), 식 (65), 식(66)으로부터 식 (69)과 식(70)으로 주어진다.

$$\begin{aligned} s_1(\theta_1, \lambda_1, \nu_1, t) &= \dot{\theta}_1(t) + \lambda_1(t) \theta_1(t) - \nu_1(t) \\ &= \{ \dot{\theta}_1(t) - \dot{\theta}_{a1}(t) \} + \lambda_1(t) \{ \theta_1(t) \\ &\quad - \theta_{a1}(t) \} - \nu_1(t) \end{aligned} \quad (67)$$

$$\begin{aligned} s_2(\theta_2, \lambda_2, \nu_2, t) &= \dot{\theta}_2(t) + \lambda_2(t) \theta_2(t) - \nu_2(t) \\ &= \{ \dot{\theta}_2(t) - \dot{\theta}_{a2}(t) \} + \lambda_2(t) \{ \theta_2(t) \\ &\quad - \theta_{a2}(t) \} - \nu_2(t) \end{aligned} \quad (68)$$

$$\begin{aligned} \tau_1 &= -\frac{2}{3} \sin \theta_2 \dot{\theta}_2 (2 \dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) - \left(\frac{2}{3} + \cos \theta_2\right) \sin \theta_2 \dot{\theta}_1^2 \\ &\quad + \left(\frac{16}{9} - \cos \theta_2^2\right) \left[-\lambda_1 \dot{\theta}_1 - \lambda_1 \dot{\theta}_1 + \dot{\nu}_1 - \bar{k}_1(\theta_1, \phi_1, t) \right. \\ &\quad \left. \text{sat} \left\{ \frac{s_1(\theta_1, \lambda_1, \nu_1, t)}{\phi_1(t)} \right\} \right] + d_1(t) \end{aligned} \quad (69)$$

$$\tau_2 = \left(\frac{2}{3} + \cos \theta_2\right) \sin \theta_2 \dot{\theta}_2 (2 \dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) + 2\left(\frac{5}{3} + \cos \theta_2\right)$$

$$\begin{aligned} &\sin \theta_2 \dot{\theta}_1^2 + \left(\frac{16}{9} - \cos \theta_2^2\right) \left[-\lambda_2 \dot{\theta}_2 - \lambda_2 \dot{\theta}_2 + \dot{\nu}_2 \right. \\ &\quad \left. - \bar{k}_2(\theta_2, \phi_2, t) \text{sat} \left\{ \frac{s_2(\theta_2, \lambda_2, \nu_2, t)}{\phi_2(t)} \right\} \right] + d_2(t) \end{aligned} \quad (70)$$

여기서 2 관절 매니퓰레이터의 설계 변수는 표 1과 같으며 경계층이 고려되었을 때의 전환 이득은 표 2와 같다. 또한 새롭게 제시한 방법과의 추적 성능을 비교하기 위해 추적 성능이 뛰어난 고정 슬라이딩면을 갖는 가변 경계층 방법^[3, 20]을 기존 방법으로 채택하였으며 고정 슬라이딩면의 기울기 λ 는 $\lambda=10$ 을 적용하였다.

표 1. 2 관절 매니퓰레이터의 설계 변수
Table 1. Design parameter of a two-link manipulator.

첫 번째 링크		두 번째 링크	
$\lambda_1(t)$	$\frac{10}{1+e^{(-7t+14)}}$	$\lambda_2(t)$	$\frac{10}{1+e^{(-5t+12)}}$
$\nu_1(t)$	$\frac{-0.3491}{1+e^{(-8t+20)}}$	$\nu_2(t)$	$\frac{-0.3491}{1+e^{(-8t+20)}}$
θ_{d1}	1.2217 (rad)	θ_{d2}	1.3963 (rad)
$\theta_1(0)$	0 (rad)	$\theta_2(0)$	0 (rad)
$\dot{\theta}_1(0)$	-0.3491 (rad/sec)	$\dot{\theta}_2(0)$	-0.3491 (rad/sec)
$d_1(t)$	$3\sin(3\pi t)$	$d_2(t)$	$3\sin(3\pi t)$
η	1	η	1
β	1	β	1
β_d	1	β_d	1
M	1	M	1
M*	1	M*	1

표 2. 경계층이 고려된 전환 이득
Table 2. Switching gain for a new boundary layer.

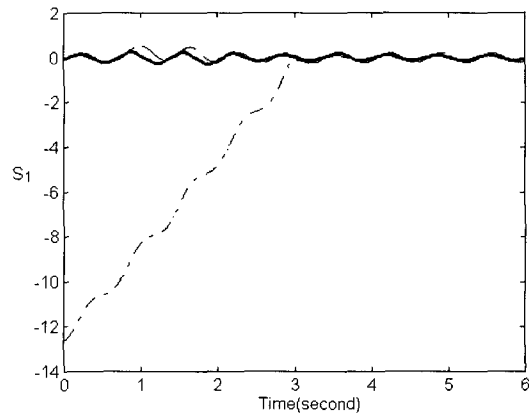
전환 이득	대응변수	적용 대상
$\bar{k}_1(\theta_1, \phi_1, t)$	$\lambda_1(t) \phi_1(t)$	정리 3 적용시
	$4 - \phi_1(t)$	정리 4와 정리 5 적용시
$\bar{k}_2(\theta_2, \phi_2, t)$	$\lambda_2(t) \phi_2(t)$	정리 3 적용시
	$4 - \phi_2(t)$	정리 4와 정리 5 적용시

그림 4는 슬라이딩면 근방에 경계층이 도입된 경우, 선형 시변 슬라이딩면을 따라 움직이는 2관절 매니퓰레이터 각 링크의 궤적을 나타내는 것으로 정리 3과 새롭게 제안한 가변 경계층 방법인 정리 4 및 정리 5

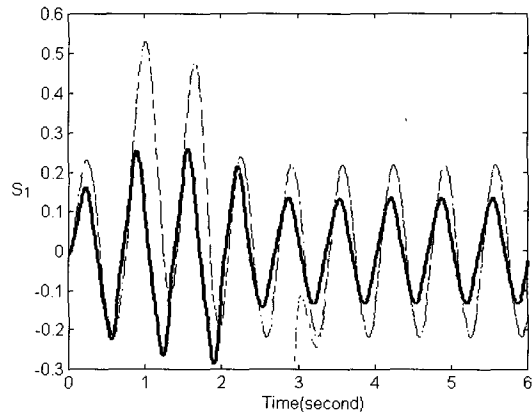
를 이용한 방법은 초기 위치에서부터 최종 위치까지 채터링을 억제하면서 슬라이딩면을 따라 동작함을 알 수 있으며, 정리 3의 방법은 그림 1의 (c) 영역에서 고정 경계층을 적용함에 따라 추적 오차가 증가하다가 (d) 영역에서부터 가변 경계층을 적용함으로써 추적 오차가 감소하게 되었다. 또한, 기존 방법은 초기에 슬라이딩면에 있다가 일정한 시간이 지난 후 경계층 내부로 진입하고 있으며 가변 경계층이 적용된 후의 추적 성능은 정리 3의 방법과 동일하게 나타나고 있다. 그러나 새롭게 제안한 방법인 정리 4와 정리 5를 적용한 새로운 가변 경계층 방법은 초기 위치에서부터 정리 3 방법보다 우수한 추적 성능을 보이고 있으며 최종 슬라이딩면 이후부터는 기존 방법과 정리 3 방법보다 감소된 추적 오차를 보이고 있다. 각 링크에 적용된 가변 경계층의 두께를 도시하고 있는 그림 5에서, 정리 3을 적용한 방법이 가장 큰 범위를 갖고 움직이고 있으며 제안된 방법인 정리 4와 5의 방법은 가장 적은 영역 안에서 움직이고 있으며 기존 방법의 최대 경계층 수치보다 큰 최대 경계층 값을 지니고 있다. 이는 새롭게 제안한 방법이 외부 외란에 가장 강건하게 움직이고 있으며 동일 추적 오차에 대해 향상된 추적 성능을 나타낼 수 있음을 의미하는 것이다. 그림 6은 각 링크의 변화 각도를 표현하고 있는 것으로 정리 3의 방법과 기존 방법은 동일한 추적 오차를 갖으며 제안된 방법인 정리 4와 정리 5를 적용한 새로운 가변 경계층 방법은 약 45%가 감소된 추적 오차를 보이고 있다. 이것은 s 궤적의 변화율과 θ 의 변화율이 유사함을 의미하는 것으로 s 궤적 오차가 감소되면 θ 의 추적 오차도 감소됨을 알 수 있다. 각 링크의 토크 변화를 나타내고 있는 그림 7에서, 정리 3 방법과 제안된 방법은 초기에 다소 증가된 토크를 발생시키고 있으나 최종 슬라이딩면 근방부터는 정리 3 방법이 기존 방법과 동일한 토크를 보이고 있으며 정리 4와 정리 5의 새로운 가변 경계층 방법은 감소된 토크(링크 1의 토크 τ_1 은 약 30%, 링크 2의 토크 τ_2 는 약 15%)를 보이고 있다.

가변 경계층을 사용하여 추적 성능을 판단하는 방법의 하나로 동일한 경계층 두께에 대한 상태 변수의 변화율을 측정하는 방법^[7]이 있으며 이는 변화율이 크면 클수록 추적 성능이 뛰어남을 의미하는 것이다. 따라서 정리 4와 5를 적용한 가변 경계층 방법의 최소 경계층 두께를 기존 방법의 최대값 보다 크게 하여 추적 오차

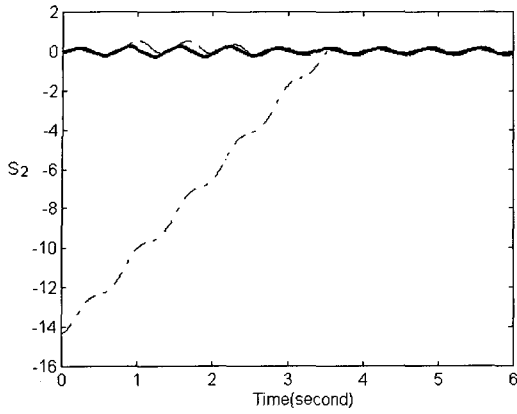
를 측정해보면 그림 8, 그림 9 및 그림 10의 결과가 나온다. 그림 8은 새로운 가변 경계층의 두께가 전 범위에 걸쳐 기존 방법의 경계층 두께보다 큰 값을 나타내고 있으며 그림 9는 각 링크의 변화 각도를 표현하고 있는 것으로 정리 3의 방법과 기존 방법이 동일한 추적 오차를 갖는 반면, 정리 4와 정리 5를 적용한 새로운 가변 경계층 방법은 약 25%의 감소된 추적 오차를 보이고 있다. 이것은 제안된 경계층 두께가 기존 경계층 두께보다 더 큼에도 불구하고 추적 오차가 적은 것을 의미하는 것으로 제안된 방법의 추적 성능이 매우 뛰어남을 입증하는 것이다. 또한, 그림 10의 각 링크의 토크 변화는 그림 7과 유사한 특성을 보이고 있다(링크 1의 토크 τ_1 은 약 40%, 링크 2의 토크 τ_2 는 약 20%). 이와 같이 제안된 방법은 경계층의 두께를 증가시켜도 매니퓰레이터의 위치 오차를 최소화하며 최종 위치에 가까워짐에 따라 제어 입력도 감소시킬 수 있는 특성을 지녔음이 시뮬레이션 결과로부터 입증되었다.



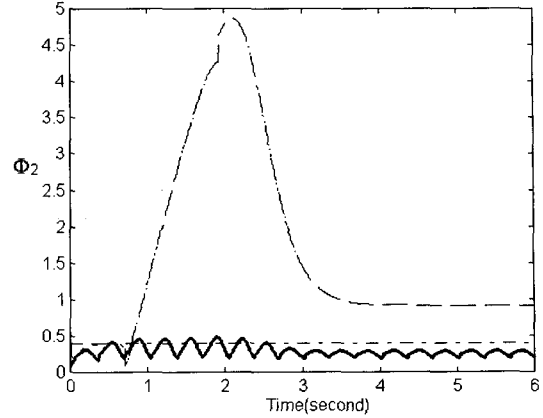
(a) s_1



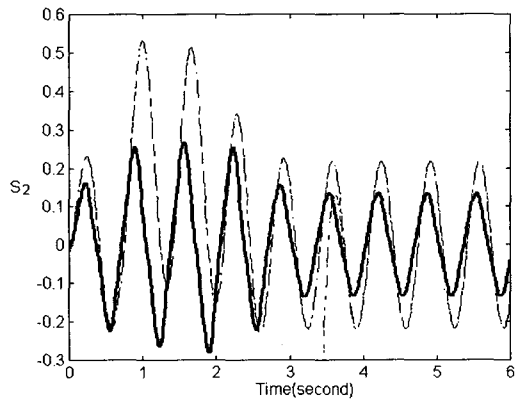
(b) s_1 의 확대도



(c) s_2



(b) ϕ_2

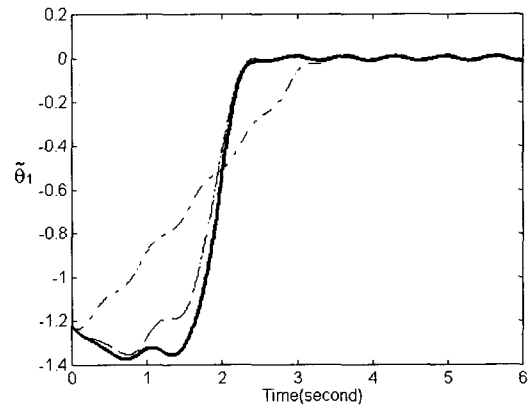


(d) s_2 의 확대도

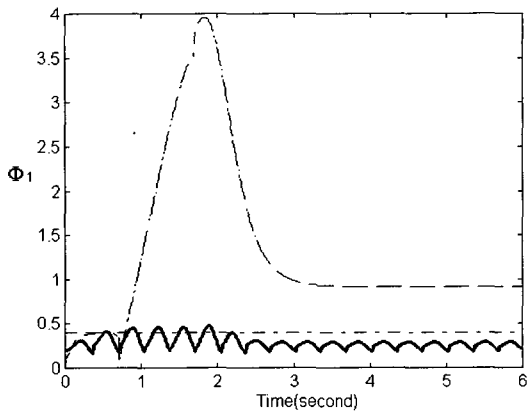
그림 4. 추적 오차 s_1, s_2 (기존 방법:일점쇄선, 정리 3 방법:점선, 제안된 방법(정리 4, 5 방법):실선)

Fig. 4. Tracking error s_1, s_2 (the conventional method: dash-dot, the fixed layer and theorem 3:dot, the proposed methods (theorem 4 and 5):solid)

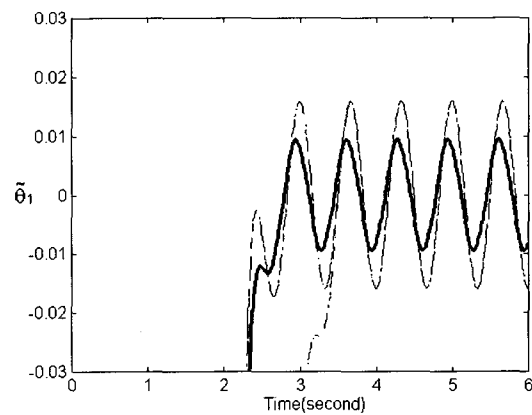
그림 5. ϕ_1 과 ϕ_2 (기존 방법:일점쇄선, 정리 3 방법: 점선, 제안된 방법(정리 4, 5 방법):실선)
Fig. 5. Boundary layer thickness ϕ_1, ϕ_2 (the conventional method: dash-dot, the fixed layer and theorem 3:dot, the proposed methods(theorem 4 and 5):solid).



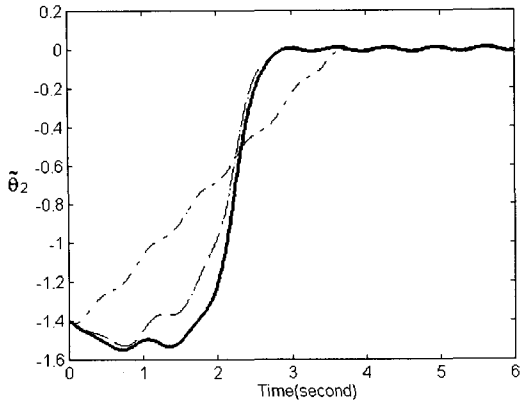
(a) ϑ_1



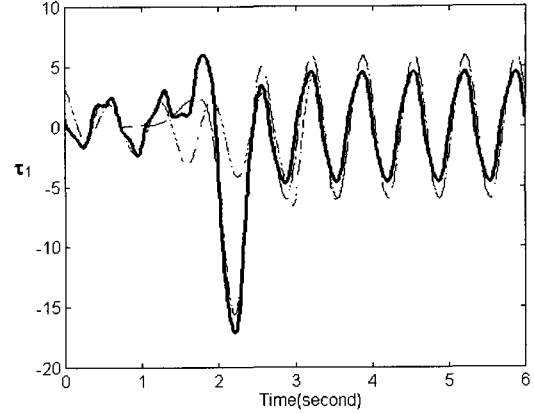
(a) ϕ_1



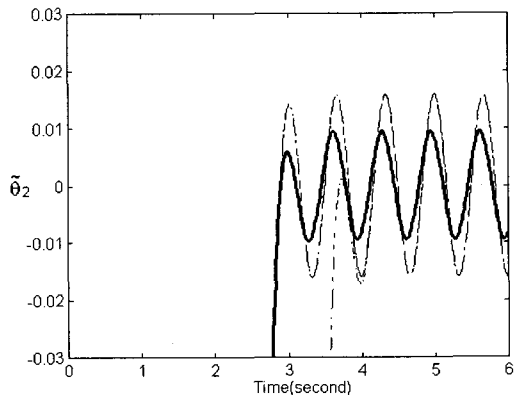
(b) ϑ_1 의 확대도



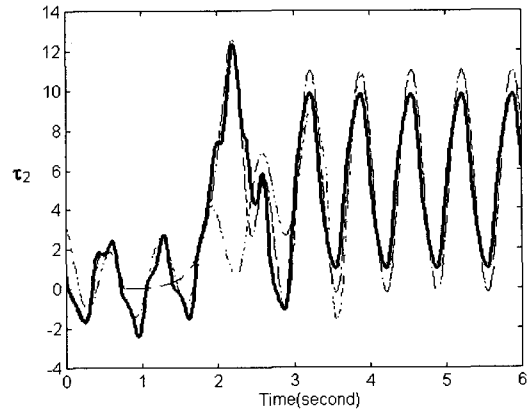
(c) θ_2



(a) τ_1



(d) θ_2 의 확대도



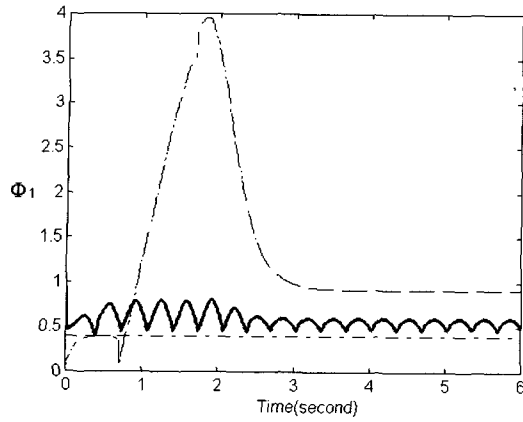
(b) τ_2

그림 6. θ_1 , θ_2 의 추적 오차 (기존 방법:일점쇄선, 정리 3 방법:점선, 제안된 방법(정리 4, 5 방법):실선)

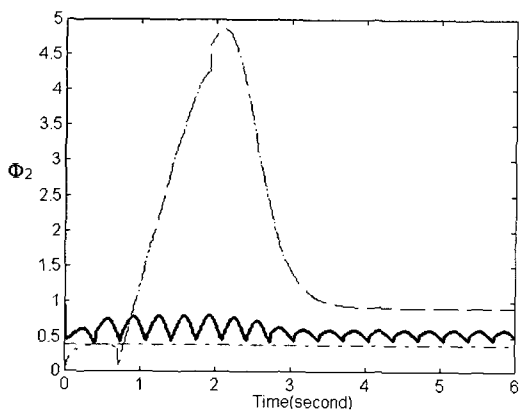
Fig. 6. Tracking performance θ_1 , θ_2 (the conventional method: dash-dot, the fixed layer and theorem 3:dot, the proposed methods(theorem 4 and 5):solid).

그림 7. 토크 τ_1 과 τ_2 (기존 방법:일점쇄선, 정리 3 방법:점선, 제안된 방법(정리 4, 5 방법):실선)

Fig. 7. Torque τ_1 , τ_2 (the conventional method: dash-dot, the fixed layer and theorem 3:dot, the proposed methods(theorem 4 and 5):solid)

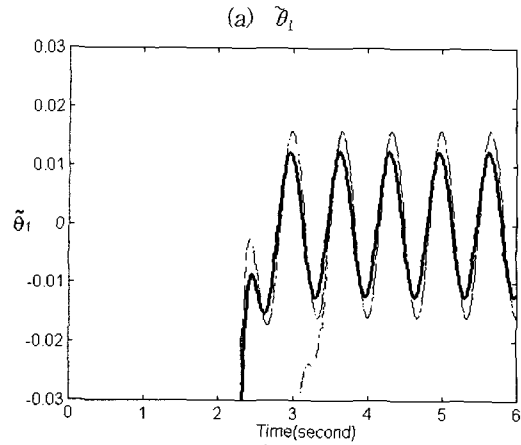
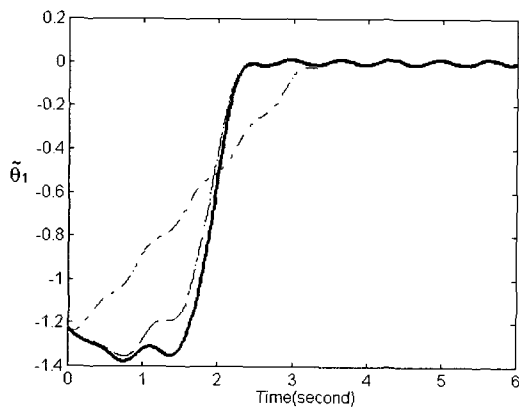


(a) Φ_1

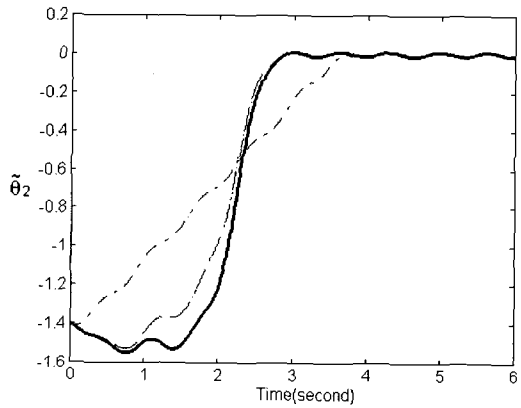


(b) Φ_2

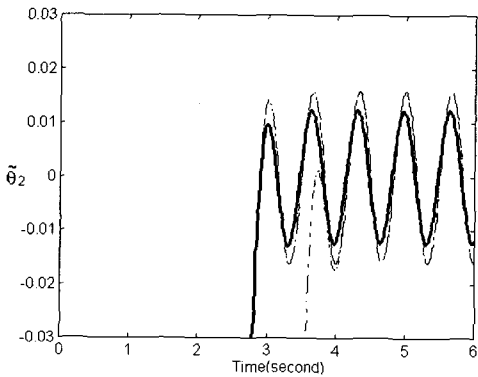
그림 8. $\Phi(t) \geq \Phi_{\min(\text{fix})}$ ($M = M^* = 2.35 \cdot \Phi_{\min(\text{fix})}$)일 때의 Φ_1 과 Φ_2 (기존 방법:일점쇄선, 정리 3 방법:점선, 제안된 방법(정리 4, 5 방법):실선)
 Fig. 8. Boundary layer thickness Φ_1 , Φ_2 for $\Phi(t) \geq \Phi_{\min(\text{fix})}$ ($M = M^* = 2.35 \cdot \Phi_{\min(\text{fix})}$) (the conventional method: dash-dot, the fixed layer and theorem 3:dot, the proposed methods(theorem 4 and 5):solid)



(a) $\tilde{\theta}_1$



(b) $\tilde{\theta}_2$ 의 확대도



(c) $\tilde{\theta}_2$ 의 확대도

그림 9. $\Phi(t) \geq \Phi_{\min(\text{fix})}$ ($M = M^* = 2.35 \cdot \Phi_{\min(\text{fix})}$)일 때의 $\tilde{\theta}_1$, $\tilde{\theta}_2$ 의 추적 오차(기존 방법:일점쇄선, 정리 3 방법:점선, 제안된 방법(정리 4, 5 방법):실선)
 Fig. 9. Tracking performance $\tilde{\theta}_1$, $\tilde{\theta}_2$ for $\Phi(t) \geq \Phi_{\min(\text{fix})}$ ($M = M^* = 2.35 \cdot \Phi_{\min(\text{fix})}$) (the conventional method: dash-dot, the fixed layer and theorem 3:dot, the proposed methods(theorem 4 and 5):solid).

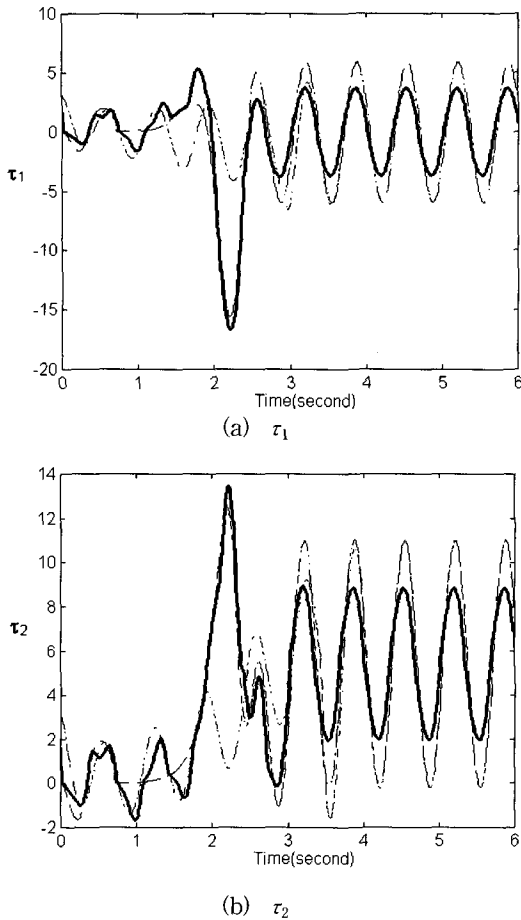


그림 10. $\phi(t) \geq \phi_{\min(\text{fix})}$ ($M = M^* = 2.35 \cdot \phi_{\min(\text{fix})}$) 일 때의 τ_1 과 τ_2 (기존 방법:일점쇄선, 정리 3 방법:점선, 제안된 방법(정리 4, 5 방법):실선)
 Fig. 10. Torque τ_1, τ_2 for $\phi(t) \geq \phi_{\min(\text{fix})}$ ($M = M^* = 2.35 \cdot \phi_{\min(\text{fix})}$)(the conventional method: dash-dot, the fixed layer and theorem 3:dot, the proposed methods(theorem 4 and 5):solid).

V. 결론

가변 구조 제어를 적용한 시스템은 슬라이딩 모드에서 채터링이 발생하며 이는 경계층 도입을 통해 해소될 수는 있으나 추적 성능이 떨어지는 단점을 갖게 된다. 따라서 매니플레이터가 임의의 초기 위치에서부터 채터링을 억제시키고 최종 위치에 최소의 오차를 갖으면서 도달하기 위해선 경계층을 이용한 추적 제어가 필요하다.

본 논문이 제안한 가변 경계층을 적용한 제어기는 시스템 상태 궤적을 임의의 초기 위치에서부터 최종 위치까지 슬라이딩 모드 영역안에 있게 하면서 추적 효율을 개선시킴을 알 수 있었다. 불확실한 매개변수를 갖은 2차 시스템의 예와 외부 외란을 지닌 매니플레이터의 시뮬레이션으로부터 제안된 제어기는 외부 외란과 매개변수 불확실성에 강인성을 지니고 있으며 추적 성능의 향상뿐만 아니라 제어 입력도 개선되는 특성을 보이고 있다.

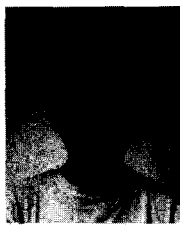
따라서, 본 논문은 선형 시변 슬라이딩면에 의해 시스템 상태 궤적의 초기 위치가 자유로우며, 새로운 가변 경계층의 도입으로 기존 방법과 동일한 경계층 두께에도 불구하고 감소된 제어 입력을 갖고 위치 오차를 최소화할 수 있었다.

참고 문헌

[1] W. Gao and J. C. Hung, "Variable structure control of nonlinear systems: a new approach," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 40, no. 1, pp. 45 - 55, Feb. 1993.
 [2] J. Y. Hung, W. Gao, and J. C. Gao, "Variable structure control: a survey," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 40, no. 1, pp. 2 - 22, Feb. 1993.
 [3] J. J. Slotine and W. Li, *Applied Nonlinear Control*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1991.
 [4] R. A. Decarlo, S. H. Zak, and G. P. Matthews, "Variable structure control of nonlinear multivariable systems: a tutorial," *Proceeding of the IEEE*, vol. 76, no. 3, pp. 212 - 232, March 1988.
 [5] J. D. Wang, T. L. Lee, and Y. t. Juang, "New methods to design an integral variable structure controller," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 41, no. 1, pp. 140 - 143, Jan. 1996.
 [6] W. C. Su, S. Y. Drakunov, and U. Ozguner, "Constructing discontinuity surfaces for variable structure systems: a Lyaupnov approach," *Automatica*, vol. 32, no. 6, pp. 925 - 928, 1996.

- [7] J. J. Slotine, "The robust control of robot manipulators," *The Inter. Journ. of Robotics Research*, vol. 4, no. 2, pp. 49 - 64, 1985.
- [8] S. Choi, C. Cheon, and D. Park, "Moving switching surfaces for robust control of second order variable structure systems," *The Inter. Journ. of Control*, vol. 58, no. 1, pp. 229 - 245, 1993.
- [9] V. I. Utkin, *Sliding Modes and Their Application in Variable Structure Systems*, Moscow: MIR Publishers, 1978.
- [10] Y. R. Hwang and M. Tomizuka, "Fuzzy smoothing algorithms for variable structure systems," *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol. 2, no. 4, pp. 277-285, Nov. 1994.
- [11] J. J. Slotine and S. S. Sastry, "Tracking control of nonlinear systems using sliding surfaces, with application to robot manipulators," *The Inter. Journ. of Control*, vol. 38, no. 2, pp. 465 - 492, 1983.
- [12] Y. Stepanenko and C. Su, "Variable structure control of robot manipulators with nonlinear sliding manifolds," *International Journal of Control*, vol. 58, no. 2, pp. 285-300, 1993.
- [13] U. Itks, *Control Systems of Variable Structure*, New York: John Willy & Sons, 1976.
- [14] M. Vidyasaga, *Nonlinear Systems Analysis*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1978.
- [15] F. L. Lexis, C. T. Abdallah, and D. M. Dawson, *Control of Robot Manipulator*, New York: Macmillan, 1993.
- [16] R. A. Decarlo, "Variable structure system with sliding modes," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-22, no. 2, pp. 212 - 222, 1977.
- [17] H. Lee, E. Kim, H. Kang and M. Park, "Design of a sliding mode controller with fuzzy sliding surfaces," *IEE Proceedings - Control Theory and Applications*, vol. 145, no. 5, pp. 411 - 418, Sep. 1998.
- [18] N. Bekiroglu, H. I. Bozman, and Y. I Stefanopulos, "Model reference adaptive approach to sliding mode control," *Proceeding of the American Control Conference*, Seattle, Washington, pp.1028 - 1032, 1995.
- [19] H. Lee, E. Kim, and M. Park, "Variable structure control of manipulator using linear time-varying sliding surfaces", *Proceedings of IROS'98*, pp. 806 - 811, 1998.
- [20] 野波健藏, 田宏奇, *슬라이딩 모드 제어*, コロナ社, 1994

저 자 소 개



李 義 振(正會員)

1964년 9월 10일생. 1987년 연세대학교 전자공학과 졸업. 1989년 연세대학교 대학원 전자공학과 석사과정 졸업. 1989년~1993년 (주)대우통신 종합연구소 연구원. 1993년~1995년 (주) 에스원 종합연구소 연구원. 1998년 연세대학교 대학원 전자공학과 박사과정 졸업. 1998년~현재 국립 한경대학교 제어계측공학과 교수. 주관심분야는 로봇틱스, 강인제어, 지능제어 등임



金 殷 泰(正會員)

1970년 3월 17일생. 1992년 2월 연세대학교 전자공학과 졸업(공학사, 전체수석). 1994년 2월 연세대학교 대학원 전자공학과 석사과정 졸업(공학석사). 1999년 2월 연세대학교 대학원 전자공학과 박사과정 졸업(공학박사). 1998년~현재 IEEE TFS, IEEE SMC, IEEE CAS 등에서 심의 위원으로 활동중, 현재 국립 한경 대학교 제어계측 공학과 전임강사. 주관심분야는 지능 제어 및 모델링, 로봇틱스, 비선형제어, 센서 공학 및 그 응용등임