

論文2000-37SC-2-2

가중함수의 주파수 영역 해석에 따른 H_∞ 최적 제어기 구성

(H_∞ Optimal Controller Synthesis by the Frequency Domain Analysis of Weighting Function)

金容圭*, 柳昶根**

(Yong-Kyu Kim and Chang-Keun Ryu)

요 약

본 연구는 가중함수의 주파수 영역 해석에 의한 H_∞ 최적 제어기를 설계하고 이를 대상 시스템에 적용하여 해석하였다. 이는 가중함수와 개 루프 전달함수에서 견실성을 만족하는 영역과 매개변수 γ 의 최적 값이 존재하는 영역을 도식하고 H_∞ 최적 제어기를 구성하기 위한 알고리즘을 간략화 시킬 수 있다. 또한 제안된 방법에 의해 설계된 제어기는 플랜트 불확실성의 변화에도 불구하고 어떠한 동작점에서도 원하는 사양과 성능을 만족하였다.

Abstract

This study presents an H_∞ optimal controller synthesis by the frequency domain analysis of weighting function. The main purpose of our study is to visualize weighting function domains and open loop transfer function domains that satisfy robustness and performance. Also we aim to simplify the iterative algorithm for H_∞ optimal controller synthesis. We report that the designed regulator by the proposed method in this paper satisfies the desired specifications and performance in spite of the plant uncertainty variation at any operating point.

I. 서 론

플랜트 불확실성은 시스템의 동적 작용(Dynamic behaviour)에 영향을 주어 폐 루프 시스템 제어시 견실 제어를 필요로 한다. 견실 제어는 마이크로프로세서의 발달로 과거에 취급하지 못했던 복잡한 수학적인 문제점까지도 쉽게 처리할 수 있고 개 루프 시스템으로부터 폐 루프 시스템의 요구 조건을 산출하는데도 유용하게 사용되며,^[1,2] 일반적으로 견실 안정도(Robust stability)와 견실 성능(Robust Performance)으로 주

어진다.

H_∞ 제어 기법은 플랜트 불확실성에 대해 견실성을 얻기 위한 견실 제어 설계 기법의 하나로 Glover와 Doyle은 제어기 설계시 수학적, 기술적 어려움을 극복함으로써 단순하고 이용하기 쉬운 설계 방법을 제안하였다^[3,4]. 이 방법은 제어기 설계에는 적절하지만 구성된 제어기에 따른 제어 대상 시스템 해석 도구로는 미흡하여 별도의 해석과정을 거쳐야 한다. 한편 Yang은 주어진 시스템에 대한 실험을 통해 시스템 특성을 구할 경우, 견실 제어시 사용되는 가중(weighting) 함수의 최적 값을 산출하는 방법을 제안하였다^[5]. 그러나 Yang의 방식은 최적 상태의 가중함수를 얻기 위해 시스템을 정확하게 해석하여야 한다.

일반적으로 H_∞ 최적 제어의 실현은 가중함수를 포함하는 표준 폐 루프 회로를 구성한 후 감도 함수 S와 상보 감도 함수 T 사이의 교차 주파수에 따라 매개변수 γ 의 최적 값을 선택하여 $\|Tz_{11}\|_\infty < \gamma$ 의

* 正會員, 韓國鐵道技術研究院

(Korea Railroad Research Institute)

** 正會員, 南서울大學校 電子工學科

(Dept. of Electronics Engineering Namseoul University)

接受日字:1999年 5月26日,수정완료일:2000年 2月1日

관계를 만족하는 제어기를 설계한다^[6]. 설계된 H_∞ 최적 제어기가 원하는 견실 안정도와 견실 성능을 만족하는지 알아보기 위해 S와 T의 주피수 응답을 구해 만족하지 못할 경우 γ 값을 변화시켜 다시 반복한다^[7]. 이는 γ 의 수렴 값을 구하기 위해 매우 큰 γ 값($\gamma = \infty$)부터 변화시켜 가며 주피수 응답 특성에 따른 제한 시스템의 해석을 반복해야 하는 단점이 있다. 또한 이러한 방법에 의해 구성된 제어기는 제어 대상 시스템의 견실성과 성능을 실행할 경우 가중함수의 이득이 매우 큰 값을 갖게 되어 견실성을 수행하지 못하고 견실 안정도와 공칭 성능만을 만족하는 문제점이 발생할 수도 있다.

본 논문에서는 가중 함수와 개 루프 전달 함수의 관계를 이용하여 개 루프 보데(bode) 선도 상에서 제어 대상 시스템에 대한 가중 함수의 적정 여부를 판단하는 방법을 제안한다. 그리고 $|W_1 S|$ 의 무한 놈(norm)을 x 축, $|W_2 T|$ 의 무한 놈을 y 축으로 하는 그래프 위에 H_∞ 최적 제어시 사용되는 매개 변수 γ 와 α 를 이용하여 견실성 영역을 도식한 후 이를 이용하여 H_∞ 최적 제어기가 존재하는 γ 영역과 가중 함수의 이득 한계치를 도식적으로 구한다. 여기서 γ 의 최소치는 Parrott의 이론에 의해 구성되며^[8], γ 의 한계치는 알고리즘의 반복을 많이 하지 않고도 용이하게 구할 수 있다. 따라서 제안된 설계 방법은 이 영역내의 어떠한 플랜트 불확실성에 대해서도 견실성을 만족하는 H_∞ 최적 제어기가 되는 유연성이 있는 설계 방법이며 또한 H_∞ 최적 제어기 설계 과정에서 이미 주 피수 영역 해석이 완료되었으므로 별도의 해석 과정을 필요로 하지 않는다.

본 논문에서 제안한 설계 기법에 의해 설계된 H_∞ 최적 제어기가 플랜트 불확실성 변화에 관계없이 어떠한 동작 점에서도 원하는 견실성과 성능을 실행할 수 있음을 임의의 전기 기계 구동기 시스템을 통해 보인다. 여기서 전기 기계 구동기 시스템은 모터와 부하 사이에 결합 강성을 계수가 매우 작은 이음매를 사용하는데 이는 플랜트의 비구조적 불확실성(unstructured uncertainty)에 의해 제어 시스템의 파라미터를 변화시키기 위한 것이며^[9], 이에 따른 제어 대상 시스템의 성능은 주어진 비구조적 불확실성의 영향에 의해 변화되는 것으로 간주된다. 한편 감도 함수 S와 상보 감도 함수 T에 제한을 가져오는 안정된 가중 함수는 비구조적 불확실성의 형태가 곱셈형(multiplicative)이라고 가정한다.

II. H_∞ 최적 제어와 가중 함수

1. H_∞ 최적 제어

단일 입출력 시스템(SISO)의 경우, H_∞ 최적 제어의 주된 목적은 감도 함수 S와 상보 감도 함수 T에 따라 페루프 전달 함수의 무한 놈을 최소화하여 피드백 시스템의 견실 제어기를 설계하는데 있다. 그림 1에서 외부 입력 ref와 시스템 출력 y 사이의 전달 함수에 대한 감도 S, 상보 감도 T, 개루프 전달 함수 L 사이에는 다음의 관계가 성립한다.

$$L = GK, \quad S + T = I, \quad S = \frac{1}{1 + GK}, \quad T = \frac{GK}{1 + GK} \quad (1)$$

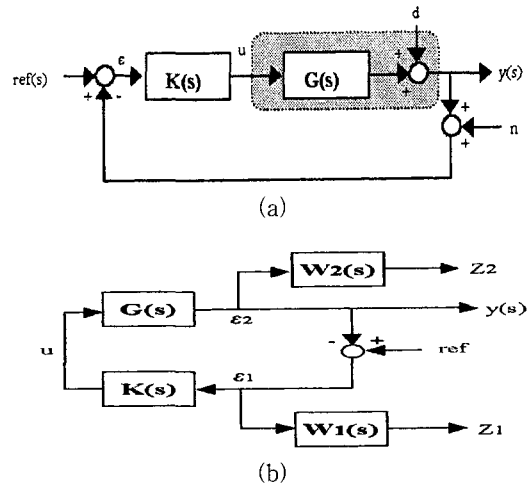


그림 1. 피드백 블록도
 (a) 기본 블록도
 (b) W_1 과 W_2 가 함께 표현된 피드백 블록도
 Fig. 1. Feedback block diagram.
 (a) basic diagram.
 (b) Feedback block diagram with W_1 and W_2 .

플랜트의 비구조적 불확실성이 곱셈형(multiplicative)이고, 함수 S와 T를 제한하는 가중 함수를 W_1 과 W_2 라 할 경우, 이에 따른 성능 및 안정도 조건은 다음과 같다^[10].

- 1) 공칭 성능조건 : $\|W_1 S\|_\infty < 1$
- 2) 견실 안정도 조건 : $\|W_2 T\|_\infty < 1$
- 3) 공칭 성능과 견실 안정도를 만족하는 조건 : $\| \max (|W_1 S|, |W_2 T|) \|_\infty < 1$
- 4) 성능과 안정도 사이의 절충 조건 : $\| (|W_1 S|^2 + |W_2 T|^2)^{0.5} \|_\infty < \frac{1}{\sqrt{2}}$

5) 견실 성능을 수행하기 위한 필요 충분조건 :

$$\| (|W_1 S| + |W_2 T|) \|_{\infty} < 1$$

그림 1(a)에서 외란 d와 센서 잡음 n이 “0”라 가정하고, 그림 1(b)와 같이 함수 S와 T를 제한하는 적절한 가중 함수 W₁과 W₂를 도입할 경우, 출력 Z는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$Z = \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_1 \epsilon_1 \\ W_2 \epsilon_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_1 S \\ W_2 T \end{bmatrix} ref \quad (2)$$

그러나 일반적으로 d≠0, n≠0 일뿐만 아니라 주어진 시스템에서 발생 가능한 오차를 고려해야 하므로 식 (2)은 식 (3)과 같이 변형된다.

$$Z = \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_1 \epsilon_1 \\ W_2 \epsilon_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_1 S \\ W_2 T \end{bmatrix} (ref - n - d) \quad (3)$$

따라서 외부에서 들어오는 모든 입력 ref, n, d를 하나의 입력 함수 U₁로 표현할 경우, 식 (3)으로부터 U₁과 Z 사이의 전달함수는 다음 식으로 주어진다.

$$T_{ZU} = \frac{Z}{U_1} = \begin{bmatrix} W_1 S \\ W_2 T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -W_1 G \\ W_2 G \end{bmatrix} K [I + GK]^{-1} \quad (4)$$

이 경우 H_∞ 최적 제어는 페루프 시스템을 내부적으로 안정하게 하는 적절한 제한값 γ와 식 (4)의 무한 놈 값을 최소화하는 제어기 K를 선택하는 것이며 만약 TZU₁이 안정한 행렬일 때, 식 (4)는 주파수 영역의 경우 $\sup_{\omega} (\bar{\sigma}(T_{ZU}(j\omega))) < \gamma$ 로, 시간 영역의 경우, $\sup_t (T_{ZU}(t)) < \gamma$ 로 표현된다. 여기서 $\bar{\sigma}(T_{ZU}(j\omega))$ 는 행렬 TZU₁의 가장 큰 특이치(singular value)를 나타낸다.

2. 가중 함수

가중함수의 구성 방법은 여러 가지가 있지만 제어기의 차수 증가에 따른 문제점을 고려할 경우, 가능하면 낮은 차수의 가중함수를 이용하거나 또는 가중 함수의 차수가 높아져서 고차 제어기가 되면 차수를 감소시켜야 한다. 그러나, 제어기의 차수 감소는 견실성에 영향을 주지 않도록 잘 조정되어야 한다.^{[11],[12]} 제어기의 차수는 가중함수의 차수에 플랜트의 차수와 상수 ν를 더한 값으로 주어지는데, 단일 입출력 시스템의 경우 ν=0, 다중 입출력 시스템의 경우에는 ν≥1로 정의된다.

가중 함수를 구성하기 위해 먼저 주어진 시스템에

대해 다음과 같은 값을 구한다.

$$G_o = \lim_{\omega \rightarrow 0} |W(j\omega)|, G_{\infty} = \lim_{\omega \rightarrow \infty} |W(j\omega)|, \frac{\omega_c}{|W(j\omega_c)|} = 1 \quad (5)$$

이 값은 대부분 시스템의 사양에 따라 물리적인 의미가 부여되며, 구하려는 가중 함수는 식 (5)에 의해 식 (6)과 같이 표현되며,^[13] (G_o-1)(G_∞-1)<0 와 ω_c>0의 조건을 만족해야 한다. 따라서 임의의 시스템에 대한 가장 적절한 가중 함수의 선택은 주어진 시스템에 적합한 매개 변수 값의 선택 및 취급에 따라 식 (6)을 이용함으로써 쉽게 구성할 수 있다.

$$W(s) = \frac{G_{\infty} \sqrt{|G_o^2 - 1|} s + G_o \omega_c \sqrt{|G_{\infty}^2 - 1|}}{\sqrt{|G_o^2 - 1|} s + \omega_c \sqrt{|G_{\infty}^2 - 1|}} \quad (6)$$

플랜트의 비구조적 불확실성이 곱셈형인 경우, 견실 성능을 수행하기 위한 필요 충분 조건인 $\| (|W_1 S| + |W_2 T|) \|_{\infty} < 1$ 을 주파수 영역에서 표시하면 식 (7)이 된다.

$$\left| \frac{W_1(j\omega)}{1 + G(j\omega)K(j\omega)} \right| + \left| \frac{W_2(j\omega)G(j\omega)K(j\omega)}{1 + G(j\omega)K(j\omega)} \right| < 1 \quad (7)$$

만약 ω_{min}이 |W₁(jω)|>1>|W₂(jω)|를 만족하는 최대 주파수이고, ω_{max}는 |W₂(jω)|>1>|W₁(jω)|를 만족하는 최소 주파수라고 한다면, 식 (7)은 다음과 같이 변형된다.

$$|G(j\omega)K(j\omega)| > \frac{|W_1(j\omega)| - 1}{1 - |W_2(j\omega)|} \quad \forall \omega < \omega_{min} \quad (8)$$

$$|G(j\omega)K(j\omega)| < \frac{1 - |W_1(j\omega)|}{|W_2(j\omega)| - 1} \quad \forall \omega > \omega_{max} \quad (9)$$

여기서 플랜트의 “0” dB 차단 주파수는 ω_{min}과 ω_{max} 사이에 존재해야 한다. 이 경우, 그림 1에 대한 개 루프 전달 함수 이득은 견실 성능을 만족하기 위해 그림 2와 같이 주어진 영역 내에 위치해야 하며 적절한 가중 함수의 선택에 의해 ω_c가 ω_{min}과 ω_{max}에 근접하는 피드백 제어기 K를 구할 수 있다.

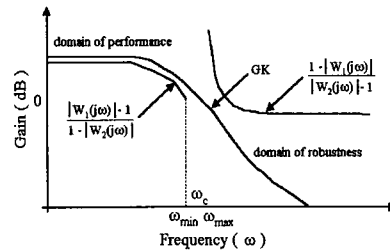


그림 2. 개 루프 전달함수의 영역

Fig. 2. Domain of open loop function.

한편 $\omega < \omega_{min}$ 의 경우, $|W_1(j\omega)|$ 의 최대값은 W_2 의 값이 '0'일 때, $(1 + G(j\omega)K(j\omega))$ 이고, W_1 은 '1' 보다 커야 한다, 그 결과 W_1 과 W_2 의 영역은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{1}{0 < |W_2(j\omega)| < (1 + |G(j\omega)K(j\omega)|)} \quad \forall \omega < \omega_{min} \quad (10)$$

같은 방법으로 $\omega > \omega_{max}$ 의 경우, W_1 과 W_2 의 영역은 다음과 같다

$$\frac{0 < |W_1(j\omega)| < 1}{1 < |W_2(j\omega)| < (1 + \frac{1}{|G(j\omega)K(j\omega)|})} \quad \forall \omega > \omega_{max} \quad (11)$$

이러한 관계는 그림 3으로 도시되며, 이는 제어 대상 시스템에 대한 가중 함수의 적정 여부를 검사하는데 사용된다.

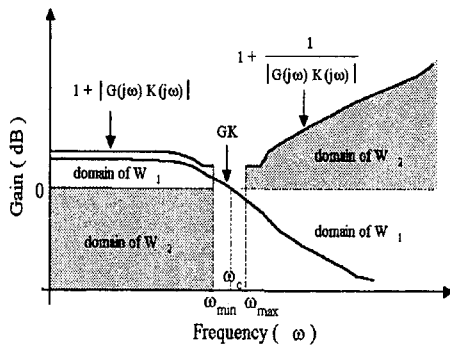


그림 3. 가중 함수 W_1 과 W_2 의 영역
Fig. 3. Domain of weighting function W_1 and W_2 .

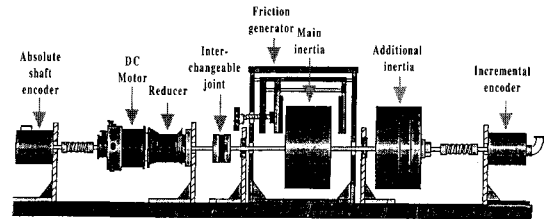
III. 전기기계 구동기 시스템

1. 시스템의 기계적 구조

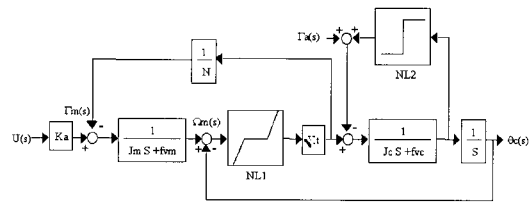
본 논문의 제어 시스템은 프랑스 낭시 자동제어 연구센터(INPL-CRAN)의 실험용 메커니즘(그림 4)을 이용한다^{(9),(13),(14)}. 이 시스템의 주목적은 모터축의 속도 제어와 불완전한 모델링에 의해 발생하는 비선형성 및 파라미터 값의 불확실성에 대해 적절한 성능을 보장하는 제어기를 설계하는 것이다. 여기서 제어기는 공칭 선형 모델을 이용하여 설계하고, 이에 대한 검증은 시뮬레이션의 경우 주어진 플랜트 불확실성에 대한 상태 변수의 가변 값으로 실행된다⁽¹⁵⁾.

그림 4에서 J_m 과 J_c 는 각각 모터 축 및 부하 축 관성을 나타내며, 이 시스템에 관련된 상태 변수는 모터 축 속도 Ω_m , 부하 축 속도 Ω_c 및 탄성 토크 $\Delta\theta$

값으로 주어진다. 또한 모터 및 부하의 점착 마찰 계수는 각각 F_m 과 F_c 로, 모터의 토크 상수 및 커플링 강성 계수(coupling rigidity)는 K_a 와 K_t 로 표시한다. 한편 감속비는 N 으로 주어지며, 대부분의 외란(disturbance)과 비선형성은 NL1(Backlash)과 NL2(Coulomb friction) 및 모터 축과 부하 축 사이의 점착 커플링에 의해 주로 영향을 받는다.



(a)



(b)

그림 4. 시스템의 기계적 구조
(a) 전기 기계 시스템 (b) (a)에 대한 모델링
Fig. 4. Mechanical structure of the system.
(a) Electromechanical Actuator system
(b) Modeling of (a)

2. 주어진 시스템의 견실성 사양

본 논문에 사용된 전기 기계 구동기의 주요 설계 사양은 피드백 제어시 부하에 인가된 속도 Ω_c 와 외부에서 주어진 기준 속도 사이의 오차를 최소화하는 것으로 이에 대한 견실성 및 성능 요구조건은 다음과 같다^{(9),(13),(14)}.

- 1) 대역폭은 빠른 상승 시간과 견실한 외란 제거를 위해 ω_1 보다 높은 주파수 영역에 있어야 한다. 이때 ω_1 은 저역 주파수 영역에서 견실 성능을 만족하기 위해 $10 < \omega_1 < 50$ rad/sec 범위에 존재해야 한다.
- 2) 부하에 인가된 속도 Ω_c 가 외부에서 주어진 기준 속도를 근사적으로 추적하기 위해 ω_1 이하에서의 개루프 이득 감소는 -20 dB/dec 이상이어야 한다.

- 3) 감도 함수는 가능하면 최소화한다.
- 4) 견실성을 얻기 위해 ω_2 이상의 주파수 영역에서 개루프 이득 감소는 -40 dB/dec 이상이어야 한다. 이때 ω_2 는 고역 주파수대에 있어서 견실성을 만족하기 위해 $\omega_1 < \omega_2 < 1000$ rad/sec 범위에 존재해야 한다.

본 논문에서 제안된 가중함수의 구성 방법에 따라 주어진 전기 기계 구동기에 적절한 가중 함수 W_1 와 W_2 는 식 (12)와 같다. 이는 항상 고정된 함수가 아니며 주어진 견실성과 성능 사양에 의해 제어 대상 시스템에 따라 변화될 수 있다. 또한 가중 함수는 시스템의 대역폭을 증가시키거나 감도를 낮추기 위해 적절하게 선정할 수 있지만 제어기의 차수를 고려한다면 가중 함수는 가능하면 낮은 차수를 갖는 것이 바람직하다. 식 (12)에서 α 는 H_∞ 최적 제어시 매개 변수 γ 의 최적 값 계산에 따른 가중 함수의 이득 변화를 위해 추가된 계수로서 정의된다.

$$W_1 = \alpha \left(\frac{s+26}{s} \right), \quad W_2 = \alpha \left(\frac{1000}{26} \right) \left(\frac{s+26}{s+1000} \right) \quad (12)$$

IV. H_∞ 최적 제어기의 설계

H_∞ 최적 제어기의 설계를 위해 우선 Parrott의 이론에 따라 γ 의 최소 값($\gamma=1$)으로 고정하고 주어진 성능과 견실성 사양을 만족시키는 α 의 최대 값을 구하기 위해 α 를 증가시킨다. 그리고 주어진 제어 시스템에 대해 무한 노름을 계산하고 γ 를 증가시키면서 반복한다. 이에 따른 무한 노름의 계산 결과는 그림 5와 같다. 만약 γ 의 값이 충분히 커지면, H_∞ 레귤레이터의 구성을 위해 사용된 Hamiltonian 행렬과 관련된 리카티 대수 방정식의 유일한 안전 해는 “0”을 포함한 양수가 된다^[3].

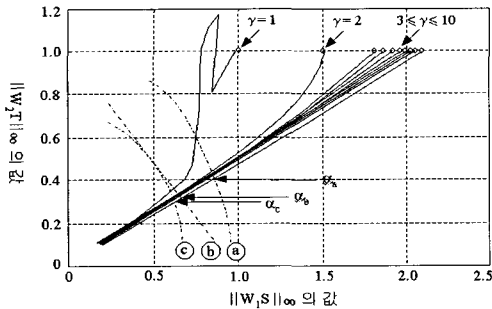


그림 5. 견실성에 대한 그래프 해석
Fig. 5. Graphical analysis of the robustness.

그림 5에서, (a)는 $(|W_1S|^2 + |W_2T|^2)^{0.5} = 1$, (b)는 $|W_1S| + |W_2T| = 1$, (c)는 $(|W_1S|^2 + |W_2T|^2)^{0.5} = 0.7071$ 을 각각 나타내며 무한 노름의 값이 변화하지 않는 γ 의 수렴 값을 구할 수 있다. 이에 따라 본 논문에서 사용된 제어 시스템에 대해 견실성을 만족시키는 α 와 γ 의 영역은 그림 6과 같이 주어진다.

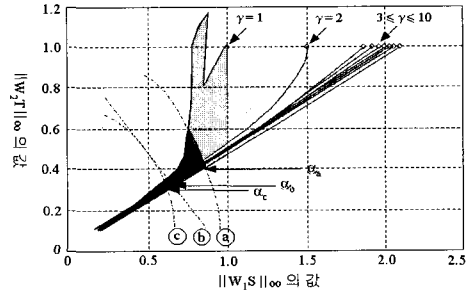


그림 6. 견실성의 영역
Fig. 6. Domain of the robustness.

이러한 과정을 거쳐 γ 의 최소 값인 γ_{min} 과 수렴 값인 γ_{sat} 을 구할 수 있다. 그러나 수렴 값 γ_{sat} 은 α 값의 변화에 대해 무한 노름을 항상 만족하지 않으므로 수정된 γ_{sat} 값과 이에 따른 α 의 최대 값을 구할 필요가 있다. α 의 최대 값을 구하기 위해 먼저 γ 가 γ_{min} 일 때, 견실 성능을 수행하기 위해 주어진 조건 $\|(|W_1S| + |W_2T|)\|_{\infty} < 1$ 의 임계값을 만족하는 α_{max} 를 구한다. 이후 γ 값을 증가하면서 이 과정을 반복할 경우, α_{max} 가 크게 변화하지 않는 γ 의 값을 구할 수 있다. 이를 γ_{opt} 이라 정의할 경우, 본 논문에서 주어진 전기 기계 구동기는 $\gamma_{sat} = 5$, $\alpha_{max} = 3.2$ 로 계산된다. 그 결과 식 (13)을 이용하여, γ 의 최적 값(γ_{opt})을 계산한 후, 견실 성능을 만족하기 위한 α_{max} 를 재 계산할 경우, $\gamma = 3.0$ 일때, $\alpha_{max} = 3.218$ 로 주어지며, 이러한 결과에 따라 플랜트의 불확실성 변화에 대한 주파수 응답 측정 결과는 그림 7과 같다.

$$\gamma_{opt} = \frac{\gamma_{min} + \gamma_{sat}}{2} \quad (13)$$

그림 7에서 전달 함수 T_{ZU}의 특이치는 언제나 “1”보다 작으며, 감도 함수 S는 가중 함수 W₁의 역함수 값을 항상 초과하지 않으며, 또한 상보 감도 함수 T의 경우에도 이와 연관된 가중 함수 W₂의 역함수를 초과하지 않는다. 구해진 개 루프 전달 함수 L이 성능 및 견실성을 만족하는지를 확인하기 위해 개 루프 전달 함수가 존재해야 할 영역을 도식한 결과 개 루프

전달 함수는 낮은 주파수 영역에서 -20dB/dec 이상의 기울기를, 높은 주파수 영역에서는 -40dB/dec 이상의 기울기이므로 원하는 견실성 및 성능 영역에 존재함을 쉽게 확인할 수 있다. 가중 함수의 적정성을 검사하기 위해 가중 함수의 존재 영역을 분석한 결과, 원하는 존재 영역에 있었다. 이는 전기 기계 구동기에 대해 구해진 최적 제어가 견실 제어의 개념에서 요구되는 견실성 및 성능 사양을 잘 만족함을 의미한다. $|W_1S|, |W_2T|, \max(|W_1S| + |W_2T|), |W_1S| + |W_2T|$, 및 $(|W_1S|^2 + |W_2T|^2)^{0.5}$ 함수에 대한 보데 선도의 피크 값은 이들 각각의 함수에 대한 무한 노름으로 해석되며, 본 논문에 의해 구성된 H_∞ 최적 제어기에 따른 이들 무한 노름의 계산 값은 주어진 임계값을 초과하지 않는다. 따라서 구해진 제어기는 원하는 견실성을 보장한다는 것을 재확인할 수 있다.

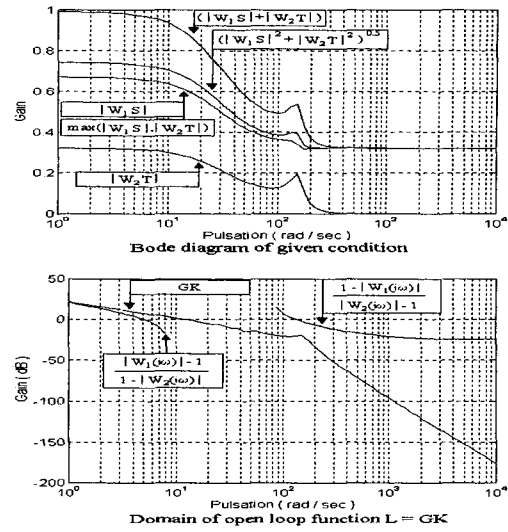
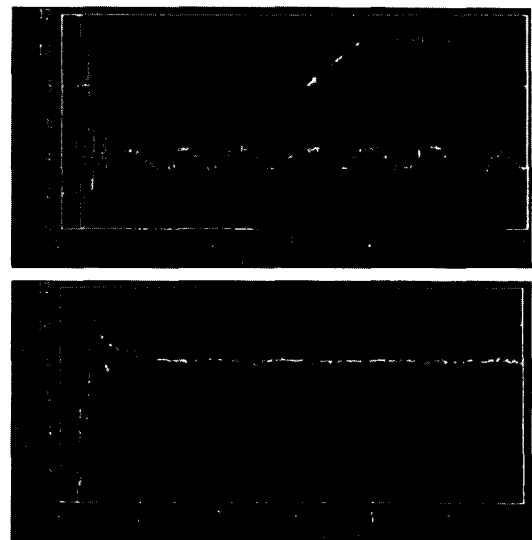
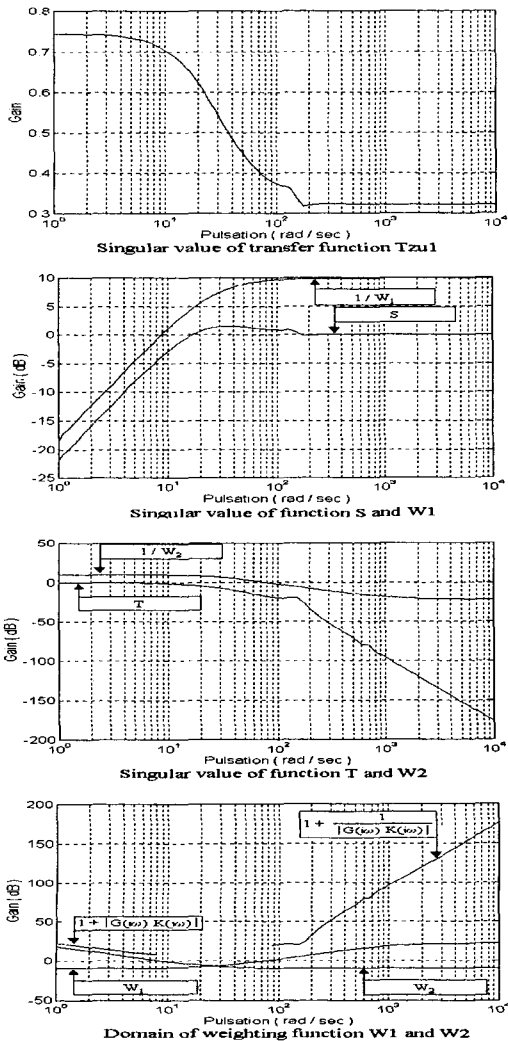


그림 7. 주파수 응답
Fig. 7. Frequency response.

한편 관성을 공칭 상태의 $\pm 25\%$ 까지 변화시킬 때의 부하 속도 및 제어 명령에 대한 시간 응답이 그림 8로 주어진다. 아래 그림에서 a, b, c는 각각 공칭 상태, 관성의 25% 증가 및 관성의 25% 감소할 경우의 시스템 응답을 나타낸다. 따라서, 플랜트의 불확실성 변화를 감안할 때 기준 속도에 대한 부하 속도의 변화는 관성 변화에 대해 매우 미약함을 알 수 있다.



(a)

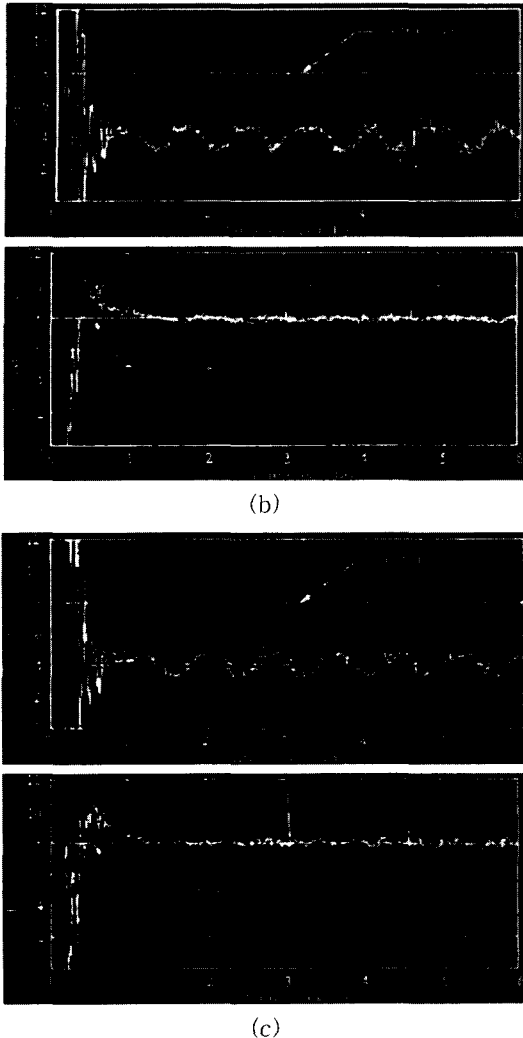


그림 8. 관성 변화에 따른 시간응답
 (a) 공칭 관성에 대한 제어 신호 및 부하 속도
 (b) 공칭 관성을 25% 증가시의 제어 신호 및 부하 속도 (c) 공칭 관성을 25% 감소시의 제어 신호 및부하 속도

Fig. 8. Time response for the variation of inertia.
 (a) Command and Load speed for nominal inertia. (b) Command and Load speed for 25% increased nominal inertia. (c) Command and Load speed for 25% decreased nominal inertia.

V. 결론

본 논문에서는 H_∞ 제어 개념에 따라 가중함수의 주파수 영역 해석을 통해 H_∞ 최적 제어기를 설계하고 이를 대상 시스템 적용한 후 해석하였다. 그 결과 주어진 H_∞ 최적 제어기는 주파수 영역에서 건설 성능

및 건설 안정도를 잘 수행함을 알 수 있었다. 그러나 본 논문에서 사용된 제어 시스템의 적절한 가중 함수는 수식 계산에 의한 결과이지만, 만약 주어진 전기 기계 구동기 시스템에 대한 완전한 연구가 이루어질 경우에는 Yang에 의한 최적 가중함수의 구성도 가능할 것이다.

기존의 방법으로 설계된 H_∞ 최적 제어기는 리카티 대수 방정식을 항상 만족하지만 이를 제어 대상 시스템의 주파수 영역 해석에 적용할 경우, 개 루프 전달 함수가 건설성과 성능 사양을 만족하는 영역의 임계치에 근접함에 따라 건설 안정도 대신 공칭 안정도를 만족하는 경우가 발생할 수도 있다. 따라서 본 논문에서는 직접적인 주파수 영역의 분석에 의해 H_∞ 최적 제어기를 구성함으로써 이러한 단점을 보완하였다.

본 논문에서 사용된 H_∞ 최적 제어기 구성 방법을 전기 기계 구동기 시스템에 대해 적용한 결과 가장 중요한 점은 가중함수의 적절한 선택에 있음을 알 수 있었다. 특히 건설 안정도는 개 루프 이득과 가중 함수 사이의 관계에 대한 만족도에 의해 쉽게 얻을 수 있으며 매개 변수 γ 가 크면 클수록 $\| (|W_1S| + |W_2T|) \|_\infty$, $\| (|W_1S|^2 + |W_2T|^2)^{0.5} \|_\infty$, $\| W_1S \|_\infty$ 의 값은 더욱 커지는 반면, $\| W_2T \|_\infty$ 의 값은 더욱 작아진다는 것을 알 수 있었다.

H_∞ 최적 제어기의 구성시 순차적인 방법에 의해 매개 변수 α 와 γ 값을 구성해야 하는데, 이러한 절차는 알고리즘의 구성 방법에 따라 해결해야 하며, H_∞ 최적 제어기의 시스템 적용시 제어기의 차수는 증가하게 된다. 따라서 시스템의 차수를 감소하기 위한 방법이 제어기 구성 이후에 적용할 것인지 또는 제어기 구성 이전에 적용할 것인지는 각각의 응용 시스템의 건설성 및 주어진 제어 대상 시스템의 간략화에 따라 신중하게 고려해야 하며, 고차 제어기를 저차 제어기로 변환할 경우 데이터 유실 및 단순화 과정에 따른 문제점은 앞으로 해결해야 할 과제이다.

참 고 문 헌

[1] J. S. Luo and A. Jhonson, "Stability Robustness of the discrete-time LQG system under plant perturbation and noise uncertainty," *INT. J. Control*, vol. 55, no. 6, pp. 1491-1502, 1992.

- [2] J. C. Doyle and G. Stein, "Multivariable Feedback Design : Concepts for a Classical /Modern synthesis," *IEEE Trans. on Automatic Control*, AC 26, no. 1, pp. 4-16, February, 1981.
- [3] K. Glover and J. C. Doyle, "State-space formulae for all stabilising controllers that satisfy an H_{∞} -norm bound and relations to risk sensitivity," *Systems & control letters*, vol. 11, pp. 167-171, 1988.
- [4] J. C. Doyle, K. Glover, P. P. Khargonker, and B. A. Francis , "State - space solutions to standard H_2 and H_{∞} control problems," *IEEE Trans. on Automatic Control*, AC 34, no. 8, pp. 831-847, August, 1989.
- [5] C. D. Yang, H. C. Tai, and C. C. Lee, "Experimental Approach to selecting H_{∞} weighting functions for DC servos," *Journal of dynamic systems, measurement and control*, vol. 119, pp. 101-105, March, 1997.
- [6] H. Kwakernaak, "Robust control and H_{∞} optimization", *Automatica*, vol. 29, pp. 255-273, 1993.
- [7] J. M. Maciejowski, *Multivariable feedback design*, Addison-wesley, Reading, Massachusetts, p. 425, 1989.
- [8] M. G. Safanov and D. J. N. Limebeer, "Simplifying the H_{∞} theory via loop shaping," *IEEE Decision and Control conf.* vol. 2, pp. 1399-1404, Dec, August, 1988.
- [9] O. Malasse, H. Razik, S . Machmoun, C. Iung, "Control of an electromechanical drive using V.S.S.C with dubious parameters", preprints, 2nd IFAC Workshop on system structure and Control, Prague, Tchecho, pp. 384-387, 1992.
- [10] J. C. Doyle, B. A. Francis and A. R. Tannenbaum, *Feedback Control Theory*, Macmillan , New York, p 223, 1992.
- [11] K. Zhou, "Frequency weighted model reduction with L_{∞} error bounds," *Systems and control letters*, vol. 21, no. 2, pp. 115-125, 1993.
- [12] K. Glover, D. J. N. Limebeer and Y. S. Hung, "A structured approximation problem with application to frequency weighted model reduction," *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 137, no. 4, pp. 447-465, 1992.
- [13] S. Font and G. Duc, " H_{∞} control of an electromechanical drive with nonlinearities using a multi-block criterion," *Control engineering practice*, vol. 2, no. 6, pp. 1019-1030, 1994.
- [14] O. MALASSE, M.ZASADZINSKI, H. RAZIK, and C. IUNG, "Comparison of robust loop shaping designs: an application to an electromechanical actuator", *IEEE SMC, international conference on systems, man and cybematics*, vol 3, pp. 764-769, 1993.
- [15] 김용규, 유창근, "전기기계 구동시스템에 대한 H_{∞} 최적 제어기 구성", 대한전자공학회 1999년도 학계학술대회, pp. 1117-1120, 1999

저 자 소 개



金 容 圭(正會員)

1984년 단국대학교 전자공학과 학사.
 1987년 단국대학교 전자공학과 석사.
 1997년 Institut National Poly technique de Lorraine, Nancy, France 제어공학과 박사. 1985년 3월~1989년 2월 단국대학교 전자공학과에서 Brushless DC motor 제어 및 자동화 관련 Grafcet 연구, 1992년 9월~1997년 7월 CRAN-INPL에서 건설 제어 연구. 현재 한국철도기술연구원에서 기존선 전철화 및 TGV 제어 시스템 연구중



柳 昶 根(正會員)

1981년 단국대학교 전자공학과 학사.
 1983년 단국대학교 전자공학과 석사.
 1993년 단국대학교 전자공학과 박사.
 1994년 3월~1999년 3월 남서울 대학교 전자공학과 조교수, 1996년 4월~현재, 남서울 대학교 전자정보통신공학부 조교수. 주관심분야는 모델링, 제어 및 계측, 마이크로프로세서 응용