

Temperature and stress dependence of prism plane slip dislocation velocity in sapphire (α - Al_2O_3) single crystals

Seog-Young Yoon and Jong-Young Lee*

Department of Inorganic materials engineering, Pusan National University, Pusan 609-735, Korea

*EM. S ZONE Co., LTD, Seoul 157-030, Korea

(Received April 25, 2000)

Abstract Prism plane slip $\{11\bar{2}0\}1/3\{\bar{1}100\}$ dislocation velocity in sapphire (α - Al_2O_3) single crystals was measured by etch-pit method. The dislocation velocities were measured as a function of temperature and stress between 1150°C and 1400°C for engineering stresses in the range 140 to 250MPa. The dependence of temperature and stress in dislocation velocity was investigated. The activation energy for dislocation velocity was determined to be 4.2 ± 0.4 eV. On the other hand, the stress exponent (m) describing the stress dependence of dislocation velocities was in the range of 4.5 ± 0.8 . Through this experiments, it was reconfirmed that the basal plane in sapphire single crystals has the 3-fold symmetry.

사파이어(α - Al_2O_3) 단결정에 있어 prism plane slip 전위속도의 온도 및 응력의존성

윤석영, 이종영*

부산대학교 공과대학 무기재료공학과, 부산, 609-735

*(주) 엠에스존 연구개발실장, 서울, 157-030

(2000년 4월 25일 접수)

요약 사파이어 (α - Al_2O_3) 단결정에 있어 prism plane slip $\{11\bar{2}0\}1/3\{\bar{1}100\}$ 의 전위속도를 에치-피트 방법으로 측정하였다. 전위속도 측정시 온도범위는 1150°C에서 1400°C까지 였으며, 응력범위는 140 MPa에서 250 MPa까지였다. 얻어진 전위속도의 온도 및 응력 의존성에 대해 검토하였다. 전위속도의 온도의존성을 이용하여 prism plane slip 전위속도를 위한 활성화 에너지를 구하였으며, 그 값은 대략 4.2 ± 0.4 eV이었다. 또한, 전위속도의 응력의존성을 나타내는 응력지수 m은 4.5 ± 0.8 이었다. 한편, 전위속도 측정을 통해 사파이어 단결정에서 basal 면이 3-fold 대칭을 가진다는 사실을 재확인하였다.

1. 서론

열역학적 안정성 및 높은 용융점을 가지는 사파이어는 고온 산화분위기에서의 구조재료 그리고 복합재료의 섬유보강제로서의 응용이 기대되는 재료이다. Kronberg[1]가 고온에서 사파이어의 소성변형에 대한 연구결과, 사파이어는 900°C 이상의 고온에서 소성변형 하며, 소성변형시 발생하는 주요 슬립계로는 basal slip $\{0001\}1/3\langle 11\bar{2}0 \rangle$, prism plane slip $\{11\bar{2}0\}1/3\langle \bar{1}100 \rangle$, 그리고 pyramidal slip $\{\bar{1}011\}1/3\langle 011\bar{1} \rangle$ 이 있음을 보고하였다. 그 이후 사파이어의 고온 소성변형시 온도에 따른 슬립계 각각의 항복응력이 변화한다는 사실이 보고되었으며[2], 이와같은 현상을 이해하기 위해 고온에서의 주요 슬립계[3-6], 가공경화 및 동적회복[7-10], 그리고 크라이프[11]과 같은 사파이어의

고온에서의 기계적 성질에 대한 연구가 많이 진행되어왔다. 최근에, microhardness를 이용한 취성재료의 소성변형기구 연구는 indent 주위의 micro-plastic behavior를 검토함으로써 상온에서[12-13] 그리고 고온에서[14-16]의 취성재료의 소성거동 및 온도에 따른 slip system의 변화를 규명하기 위해 많이 이용되고 있다.

일반적으로 결정질 재료의 소성변형기구를 미시적으로 이해하기 위해서는 전위속도 및 밀도가 기본적인 상수이다. Johnston과 Gilman[17]이 최초로 Lithium Fluoride (LiF) 단결정을 사용하여 전위속도를 측정한 이래 금속결정, 이온결정, 그리고 반도체재료에 대해 많은 연구가 진행되어왔다[18]. 하지만, 전위속도 측정을 위한 어려운 실험조건 (고온 그리고 높은 응력)을 가지는 세라믹재료에 대하여는 매우 제한적이었다[19].

최근 들어, 취성-연성전이온도를 이용한 간접적인 방법으로 사파이어 단결정의 전위속도를 계산하였으며[20], 또한 미세경도의 indent 주위의 변화를 관찰함으로써 사파이어 단결정의 전위속도를 위한 활성화계수를 유도 계산하였다[21]. 그러나 지금까지 직접적인 방법으로 이 사파이어 단결정의 전위속도를 측정할 사례는 없다.

그러므로 본 연구는 사파이어의 고온 소성변형시 온도에 따른 소성변형기구를 보다 미시적인 개념으로 이해하기 위해 microhardness를 이용한 직접적인 방법인 에치-퍼트법을 이용하여 사파이어 단결정의 전위속도를 측정하고자 한다. 그리고 측정된 전위속도의 온도 및 응력의존성에 대해 검토하고자 한다.

2. 실험 방법

본 연구를 위한 전반적인 공정은 Fig. 1에 잘 나타나 있으며, 각 단계별 설명은 다음과 같다.

2.1. 시편제작

본 실험에 사용된 시료는 고순도의 사파이어 단결정을 [Union Carbide, USA] 사용하였다. 이 시편의 성장방향은 [0001]이었으며, 실험을 위한 결정방향을 결정 하기 위해 Laue back-reflection method를 이용하였다. 방향이 결정된 시편을 다이아몬드 절단기를 사용 $25 \times 3 \times 1.5 \text{ mm}^3$ 크기의 직육면체로 제작하였으며, 그 형태는 Fig. 2에 나

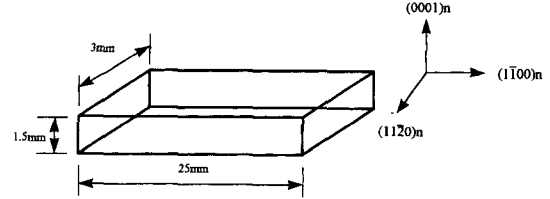


Fig. 2. Specimen orientation which has an indenter introduced on the (0001) plane by Vickers indentation.

타낸 바와 같다. 시편의 연마를 위해 다양한 규격의 다이아몬드 연마제를 이용 단계적으로(30 μ , 15 μ , 9 μ , 3 μ , 1 μ) 시편을 연마하였다. 연마의 마지막 단계로 콜로이드 실리카[Syton, Japan]를 이용함으로써 본 실험을 위한 시편제작을 마무리 하였다.

2.2. 전위생성 및 관찰

시편 표면에 전위를 발생 유도시키기 위해서 고온 Vickers 미세경도기[Model QM, Nikon, Inc., Japan]를 이용하였다. 이때 시편의 표면에 균열 또는 쌍정이 거의 없는 실험 조건을 얻기 위해 온도, indentation load, 그리고 하중시간을 변화시켜 실험한 결과는 이미 보고된[15] 바와 같이 1000°C에서 0.5 N 하중을 15초 동안 유지시킴으로써 (0001) 표면에 indentation 실험을 실시하였다. indentation이 끝난 시편을 400°C에서 과포화된 KOH 용액에 10~15분 동안 담구어 화학적 에칭함으로써 indent 주위에 생성된 전위를 optical microscopy [Nikon, Japan]를 이용하여 관찰하였다.

2.3. 4-point bending test

이미 생성된 indent 주위의 전위를 움직이게 하기 위해 일정한 크기의 전단응력(shear stress)이 필요하였으며, 이를 위해 재료만능시험기[MTS Co., USA]를 이용하여 4-point bending test를 행하였다. 이때 사용된 bending jigs[Kyocera, Japan]는 고순도 SiC로 만들어진 것을 사용하였다. 전위 속도의 온도 및 응력의존성을 위해 bending 시험시 산화에 의한 영향을 막기위해 Ar 분위기하에 1150°C에서 1400°C까지의 온도범위에서 행하여졌다. 온도는 샘플 주위에 thermocouple을 설치하여 정밀제어하였으며, 응력은 140 MPa에서 250 MPa까지 변화를 주어졌다.

시편에 가하여지는 응력(σ)은 Timosenko[22]의 beam formulae[식(1)]에 의해 계산되었다.

$$\sigma = \frac{3P(L - l)}{2wh^2} \quad (1)$$

여기서 P는 가하여진 하중(g), w는 시편의 너비, h는 시

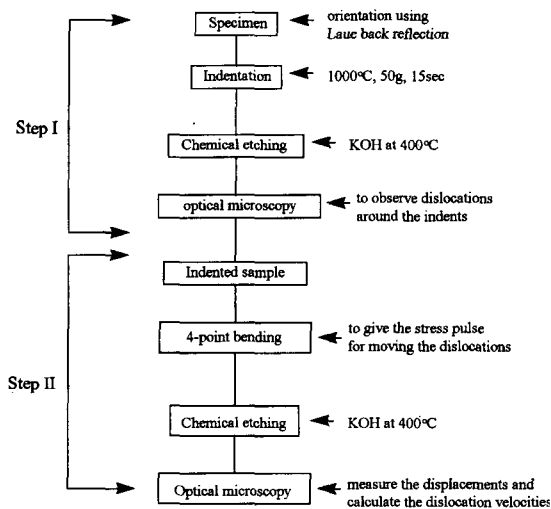


Fig. 1. The overall experimental procedures for measuring the dislocation velocities. Step I: introduce dislocation, Step II: measure dislocation displacements.

Table 1
Resolved shear stress on the possible prism plane slip systems for applied stress along the axis [σ is the applied stress]

Stress axis	Slip plane	Burgers vector	RSS
[1100]	(1210)	[1010]	0.43 σ
[1100]	(2110)	[0110]	-0.43 σ
[1100]	(1210)	[1010]	-0.43 σ
[1100]	(2110)	[0110]	0.43 σ
[1100]	(1120)	[1100]	0
[1100]	(1120)	[1100]	0

편의 두께, L은 네점 굽힘시험시 바깥 지지대 사이의 거리, l은 안쪽 지지대 사이의 거리를 뜻한다. bending 시험시 응력의 방향은 [1100]이었으며, 이때 기대되는 prism plane slip systems에 있어 각 분해전단응력(resolved shear stress)은 Table 1에 나타내었다.

전위속도를 계산하기 위해서는 먼저 전위가 움직인 거리를 구할 필요가 있다. Fig. 3에 나타나있는 것처럼 bending 시험 후 400°C 과포화 KOH 용액에 10~15분 동안 화학적 에칭을 재차 행함으로 이미 존재하였던 에치-피트는 두 번의 에칭으로 그 모양이 flat-bottomed pits 형태로 변화하는 반면 bending 시험 중 즉 응력이 가하여지는 동

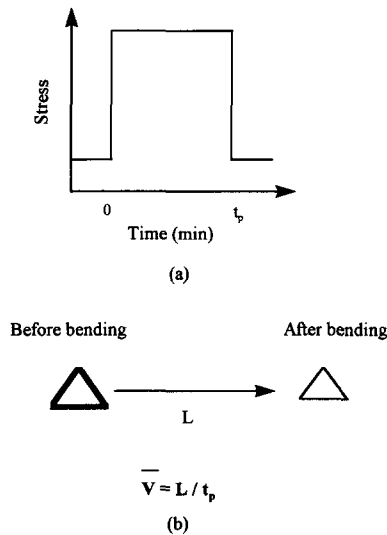


Fig. 3. Schematic diagrams for measuring the dislocation velocities: (a) stress pulse shape (b) calculation of average dislocation velocity.

안 움직인 전위의 에치-피트는 한 번의 에칭으로 그 모양이 sharp-bottomed pits 형태로 나타나며 이 두 pits 사이의 거리를 측정하여 bending 시험동안 전위가 이동한 거리를 구한다. 이와 같이 구한 이동거리를 bending 시험시 하중을 유지한 시간으로 나누어 전위속도를 구할 수 있었다. bending 시험시 전위가 움직인 거리를 측정키 위해 이용된 에치-피트의 개수는 30여개 정도였으며, 이와 같은 방법으로 구한 전위속도는 개별전위속도(individual dislocation velocity)가 아닌 평균전위속도(average dislocation velocity)[17]를 의미한다.

3. 결과 및 고찰

3.1. indent 주위의 형상

사파이어 단결정에 미세경도기를 이용 indentation한 후 화학적 에칭을 통해 indent 주위 소성영역의 구조 및 그 형상 그리고 온도 및 하중에 대한 영향에 대하여는 이미 보고한 바 있으며[15-16], 그 결과를 토대로 사파이어 단결정의 (0001) 표면에 전위를 발생 유도하기 위해 indentation 실험조건은 1000°C에서 하중 0.5 N, 그리고 15 초 동안 유지시켰다. 이와같은 실험조건으로 indentation한 시편을 화학적 에칭을 행한 후 indent 주위의 형태는 Fig. 4에 나타나있다. Fig. 4에서 볼 수 있는 것처럼 indent 주위에 많은 전위가 생성되어 있다. 그 전반적인 형상은 중심의 indent로부터 날개를 편듯한 형태로 이와 같은 형상은 이미 alkali halide crystals과 MgO 등에서 관찰된

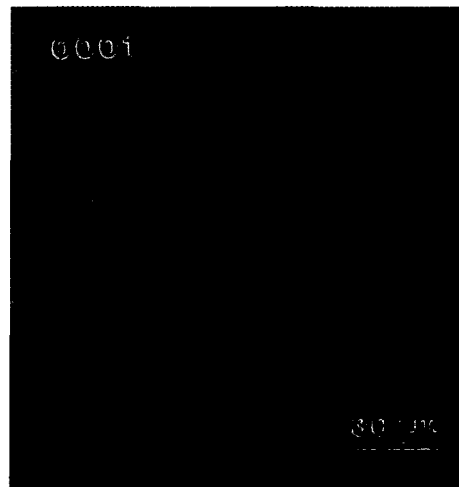


Fig. 4. Optical micrograph of etched pattern of (0001) sample surface after indentation under given condition: 1000°C, 50 g, and 15 sec.

바 있으며, 이 형상을 “Rosette”라 명명한다[23].

이와 같이 indent 중심으로부터 방사선 형태로 뻗어나간 에치 피트의 특성을 TEM을 이용 분석한 결과[15, 23], 이 각각의 에치 피트는 indentation 되어진 표면에 수직인 면에 놓여있는 전위를 나타내며, 즉 그 전위들이 사파이어 단결정의 prism plane $\{11\bar{2}0\}$ 에 존재한다는 것이다. 그때 그 전위의 버거스 벡터는 $\langle\bar{1}100\rangle$ 이다. 결과적으로 (0001) 표면에 indentation을 통해 그 내부에 prism plane slip 전위들이 생성된다는 사실을 알 수 있었으며, 이 생성된 전위를 이용하여 prism plane slip 전위속도를 계산할 수 있었다.

Indent 주위의 전위를 움직이게 하기 위해 일정한 크기의 전단응력을 부여코자 4-point bending test를 행하였다. Fig. 5(a)는 bending 시험전 단지 indentation한 후의 사진이며, Fig. 5(b)는 bending 시험(1250°C, 응력 250 MPa, 유지시간 3분)후 시편을 재차 화학적 에칭하여 현미경으로 관찰한 사진이다. Fig. 5(b)에서 볼 수 있는 것처럼 대부분의 전위들은 그들의 원래위치에서 굽힘시험동안 압흔자국으로부터 멀리 움직인 경우(A와 E), 그리고 전혀 움직임을 없는 경우(B, C, D, F)가 있다. 이와 같이 이

동한 거리는 이방성(anisotropic)이었으며, C 방향의 움직임이 없는 것은 Table 1에서 나타난 것처럼 Schmid factor가 영이므로 bending 시험으로 인한 전단응력이 전혀 주어지지 않기 때문이다. 여기서 모든방향(A, B, C, D, E, F)이 $\langle\bar{1}100\rangle$ 의 방향족에 속하나, A $[\bar{1}100]$ 라고 할 때 C $[0\bar{1}10]$, 그리고 E $[10\bar{1}0]$ 가 되며 이 방향들은 같은 성질을 나타낸다. 한편 B $[\bar{1}010]$, D $[\bar{1}\bar{1}00]$, 그리고 F $[01\bar{1}0]$ 가 되며 이 방향들이 같은 성질을 가진다. 이 결과를 보면 전위의 움직임이 3-fold 대칭(A=C=E와 B=D=F)을 가진다는 사실을 알 수 있으며, 이것은 사파이어가 결정학적으로 공간군(space group) R3c에 속한다는 정설[24]을 실험적으로 확인하는 결과이다.

또한 이 prism plane slip 전위들이 전위선 방향(dislocation line direction) $[0001]$ 의 수직 방향 $\langle\bar{1}100\rangle$ 으로 움직였으며, 이 거동으로부터 전위의 성격이 인상전위 이라는 사실을 알 수 있었다. 이것은 사파이어 단결정에서 prism plane slip을 통한 거시적인 소성실험결과 얻은 prism plane slip 전위의 움직임에 있어 인상전위가 지배적이라는 사실과도 일치한다[25].

3.2. 전위속도

전위속도 측정에 앞서 bending 시험 동안 전위가 움직인 거리와 유지시간과의 관계에 대한 실험이 행하여 졌으며, 그 결과는 Fig. 6에 나타나있다. 전위의 움직인 거리는 유지시간이 증가함에 따라 직선적으로 증가함을 보이고 있으며, 이것은 실험된 유지시간 범위에서 전위의 움직임이 정상상태(steady state) 즉 유지시간에 비례적으로 증가한다는 사실을 알 수 있다. 그러므로 이 시간범위에서 전위의 움직임을 측정 전위속도계산이 가능함을 나타낸다[17].

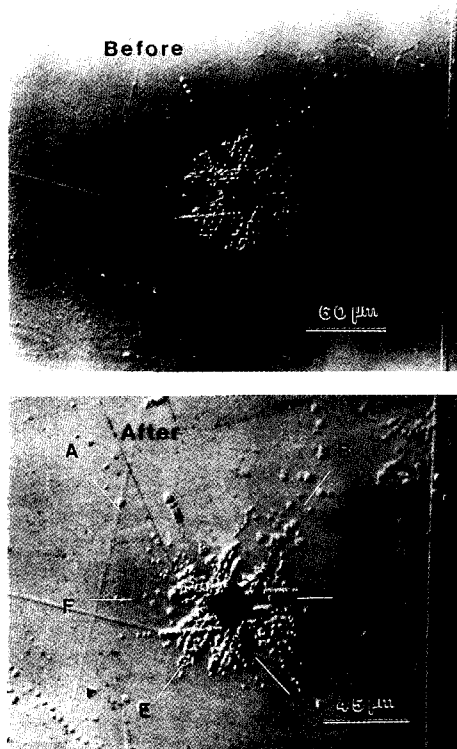


Fig. 5. Dislocation sub-structure in the vicinity of an indent before (a) and after (b) four-point bending experiment.

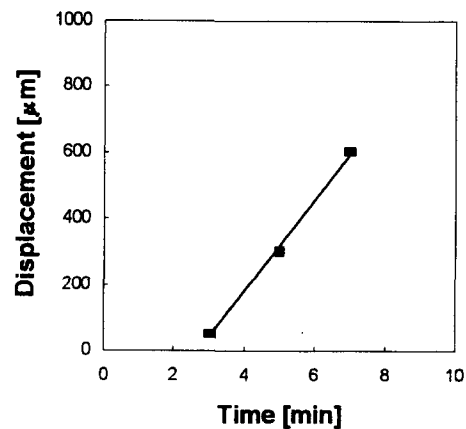


Fig. 6. The dislocation displacement as a function of loading time during bending test.

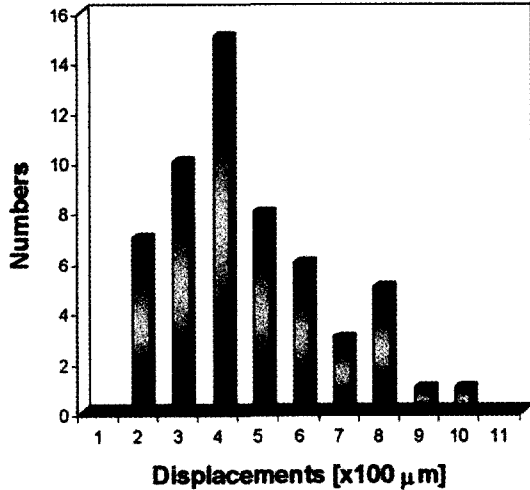


Fig. 7. The histograms of the dislocation displacements after four-point bending experiment.

Fig. 6의 그래프에서 데이터 포인트를 연결하는 선을 연장하면, 그 선은 원점을 통과하지 않는다. 이것은 전위가 움직이기 위해서는 일정시간의 잠복기(incubation time)가 필요함을 보이고 있다. 이것은 전위가 이동하기 위해서는 어떤 에너지장벽이 존재한다는 Peierls potential 이론과 일치한다[26].

위의 결과를 토대로 전위속도 측정을 위한 실험시 유지 시간을 5분으로 고정한 채 온도 및 응력을 변화시켜 4-point bending test를 행하였다. 그리고 Fig. 7은 전위의 움직인 거리와 전위의 개수간의 관계를 나타낸 것으로 평균값(회살표)은 최대빈도수값과 거의 일치함을 보인다. 그러므로 전위속도는 평균 움직인 거리(20에서 30개 전위의 평균거리)를 bending 시험시 유지시간으로 나눔으로 계산하였다.

3.2.1. 전위속도의 온도의존성

Prism plane slip 전위속도의 온도의존성을 구하기 위해 일정한 응력(250 MPa)에서 1150°C부터 1350°C 온도 범위에서 전위속도를 측정하였으며 그 결과는 Fig. 8에 나타나 있다. Fig. 8에서 볼 수 있는 것처럼, 전위속도의 자연로그(lnV) 값과 온도의 역수(1/T)는 직선적인 관계를 보이고 있다. 이와 같은 결과는 전위의 움직임이 열적 활성화 과정에 의해 제어됨을 암시한다[17]. 그러므로 일반적으로 열적 활성화 과정을 나타내는 Arrhenius 형태의 식(2)를 이용하면, 이 과정에 필요한 활성화 에너지를 계산해 낼 수 있다[17].

$$V = A \cdot \exp\left[-\frac{U}{kT}\right] \quad (2)$$

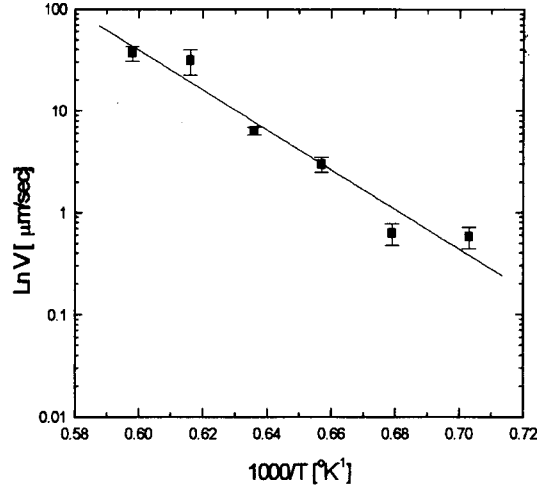


Fig. 8. The velocity of prism plane dislocation as a function of temperature at constant stress (108 MPa).

여기서 V는 전위속도, A는 실험상수, k는 Boltzman 상수, U는 활성화 에너지, 그리고 T는 절대온도[°K]를 나타낸다. 전위속도의 활성화에너지는 Fig. 8의 기울기로부터 계산할 수 있으며, 그 값은 4.2±0.4 eV 이었다.

3.2.2. 전위속도의 응력의존성

전위속도가 응력에 민감하다는 사실을 알 수 있었으며, 그 결과는 Fig. 9에 나타나 있다. 이러한 결과는 전위속도의 자연로그(lnV) 값이 가하여진 응력의 자연로그(lnτ) 값에 직선적으로 변화한다는 사실을 토대로 전위속도를 최초

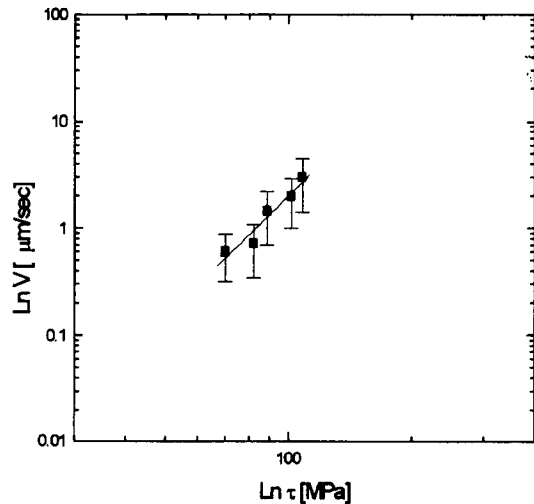


Fig. 9. The velocity of prism plane slip dislocation as a function of stress at constant temperature (1250°C).

Table 2
The values of stress exponent (m) of the prism plane slip dislocation velocity

Glide systems	Stress axis	Deformation temperature	Stress exponent (m)
{1120}<1100>	[1100]	1150°C	5.3±0.6
{1120}<1100>	[1100]	1200°C	4.8±0.4
{1120}<1100>	[1100]	1250°C	4.5±0.8

로 측정된 Johnston과 Gilman[17]의 결과와 일치한다. 또한 Johnston과 Gilman[17]은 높은 응력과 높은 속도 [10^2 cm/sec 이상]에서는 전위속도가 응력에 의해 직선적으로 변화하지 않고 어떤 한계값(물질고유의 전단파속도)에 접근하려는 경향이 있음을 알았다. 이 전단파속도 [$V_s = \sqrt{E/\rho}$]는 물질의 이론밀도(ρ) 및 이론강도(E)로 계산 될 수 있으며, 사파이어의 경우 대략 6×10^4 m/sec 정도이다. 본 실험시 이와 같은 높은 속도영역에서의 실험이 행하여 지지 않았다.

Fig. 9에서 보여주는 전위속도와 응력의 관계는 다음과 같은 식(3)으로 나타낼 수 있다.

$$V = B \cdot \left[\frac{\tau}{\tau_0} \right]^m \quad (3)$$

여기서 V 는 평균전위속도, τ 는 슬립면에 가하여진 응력, τ_0 는 단위조정을 위한 표준 응력(일반적으로 전위속도가 1 cm/sec일 때의 응력을 의미한다), m 은 응력지수(stress exponent)를 나타낸다. 여러 실험온도에서의 응력지수(m)값은 Table 2에 나타나있다.

이와 같은 전위속도의 온도 및 응력의존성에 대한 결과를 토대로, 전위속도에 대한 경험식(식4)이 다른 결정체(금속, 반도체 등)[18]와 같이 사파이어 단결정에도 적용될 수 있음을 알 수 있었다.

$$V = C \cdot \left[\frac{\tau}{\tau_0} \right]^m \cdot \exp \left[- \frac{U}{kT} \right] \quad (4)$$

여기서 V 는 평균전위속도, C 는 상수, τ 는 슬립면에 가하여진 응력, τ_0 는 단위조정을 위한 표준 응력(일반적으로 전위속도가 1 cm/sec일 때의 응력을 의미한다), m 은 응력지수(stress exponent), k 는 Boltzman 상수, U 는 활성화 에너지, 그리고 T 는 절대온도[°K]를 나타낸다.

4. 결 론

사파이어 단결정의 (0001)면에 indentation과 화학적 에칭을 통한 에치-피트방법으로 prism plane slip 전위속도

를 직접 측정한 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

1) basal plane에 indentation을 통해 prism plane slip $\{11\bar{2}0\}1/3\langle 1100 \rangle$ 의 전위속도를 직접 측정가능함을 보였다.

2) prism plane slip 전위의 거동을 통해 사파이어 단결정이 3-fold symmetry 임을 재확인하였다.

3) prism plane slip 전위속도의 활성화에너지는 250 MPa의 일정응력에서 대략 4.2 ± 0.4 eV이었다.

4) 전위속도의 응력의존성을 나타내는 응력지수 (m)은 측정온도 1150°C~1400°C 범위에서 대략 4.5 ± 0.8 이었다.

참 고 문 헌

- [1] M.L. Kronberg, Acta Metall. 5[9] (1957) 507.
- [2] T.E. Mitchell, K.P.D. Lagerlöf and A.H. Heuer, Materials Science and Technology [1] (1985) 349.
- [3] D.J. Gooch and G.W. Groves, Acta Metall. 55[2] (1972) 105.
- [4] J.B. Wachtman and L.H. Maxwell, J. Am. Ceram. Soc. 40 (1957) 377.
- [5] R. Scheupein and P. Gibbs, ibid. 43[9] (1960) 458.
- [6] J.D. Snow and A.H. Heuer, J. Am. Ceram. Soc. 56[3] (1973) 153.
- [7] J. Cadoz, J. Castaing, D.S. Phillips and A.H. Heuer, Acta Metall. 30 (1982) 2205.
- [8] B.J. Pletka, T.E. Mitchell and A.H. Heuer, J. Am. Ceram. Soc. 57[9] (1974) 388.
- [9] B.J. Pletka, A.H. Heuer and T.E. Mitchell, Acta Metall. 25 (1977) 25.
- [10] B.J. Pletka, T.E. Mitchell and A.H. Heuer, Acta Metall. 30 (1982) 147.
- [11] R. Chang, J. Appl. Phys. 31[3] (1960) 484.
- [12] B.J. Hockey, Deformation of Ceramics Materials, R.C. Bradt and R.E. Tressler, (Plenum, New York, 1975) p. 167.
- [13] H.M. Chan and B.R. Lawn, J. Am. Ceram. Soc. 71[1] (1988) 29.
- [14] W. Kollenberg, J. Mater. Sci. 23 (1988).
- [15] B. Ya. Farber, S.Y. Yoon, K.P.D. Lagerlöf and A.H. Heuer, Zeitschr. fur Metallkunde 26 (1993) 426.
- [16] B. Ya. Farber, S.Y. Yoon, K.P.D. Lagerlöf and A.H. Heuer, Phys. Stat. Sol. (a) [137 (1993) 485.
- [17] W.G. Johnston and J.J. Gilman, J. Appl. Phys. 30 (1959) 129.
- [18] E. Nadgornyi, Dislocations dynamics and mechanical properties of crystals, J.W. Christian, P. Haasen and T.B. Massalski, (Permagon Press, New York, 1988) p. 67.
- [19] B. Ya. Farber, A.S. Chiarelli and A.H. Heuer, Phil. Mag. A 70 (1994) 1201.
- [20] Hyung-Sun Kim and Steve Roberts, J. Am. Ceram.

- Soc. 77[12] (1994) 3099.
- [21] I.V. Gridneva, E.R. Dobrovinskaya, D.V. Lotsko, Yu. V. Mil'man, V.V. Pishchik and N.D. Rudyk, Dislocation Mobility in a Corundum Single Crystal During High-Temperature Indentation, *Inorganic Materials* 27[10] (1991) 1815.
- [22] S. Timoshenko, *Theory of Elasticity* 3rd. ed., (McGraw-Hill, New York, 1976) p. 121.
- [23] V.B. Pariiskii, *Phys. Stat. Sol.* 19 (1967) 525.
- [24] W.E. Lee and K.P.D. Lagerlöf, *J. Electron. Micro. Tech.* 2 (1985) 247.
- [25] H. Conrad, *J. Am. Ceram. Soc.* 48[4] (1965) 195.
- [26] J.P. Hirth and J. Lothe, *Theory of Dislocations*, 2nd. ed., (John Wiley & Sons, Inc., New York, 1991) p. 538.