대공무기체계의 능력평가를 위한 시뮬레이션모델의 연구*

A Simulation Model for Performance Evaluation of Air Defense-gun System

황흥석**
Hwang Heung-Suk

Abstract

The object of this paper is developing of a simulation model for performance evaluation of ai defense-gun system. We developed a three-step kill probability of areal target in case 0f one gun on one target considering : 1) estimating the target and warhead intercept point, 2) target vulnerability and 3) computing the kill probability. We used a Monte Carlo simulation method. This model can be used for probabilistic analysis giving results of sufficient accuracy with minimum requirement of input data. Also we developed a computer program according proposed algorithm and a set of experimental results using the proposed method are shown.

* 본 연구는 1998년도 국방과학연구소의 연구지원비에 의하여 연구되었음.
** 동의대학교 기계산업시스템공학과 교수

1. 개 요

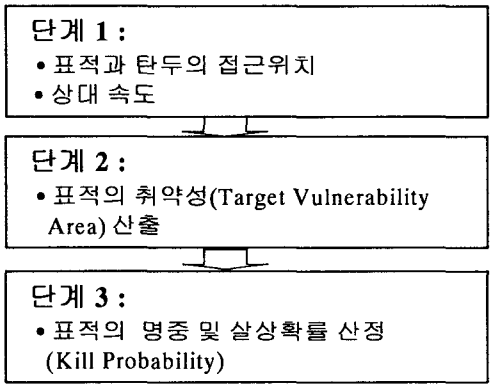
대공무기체계(총포)의 효과산정에 관한 연구는 2 차 대전 이후 많은 연구가 되어온 분야로서 시스템효과 산정을 위한 수리모델링 분야와 이의 응용의 간편성이 매우 중요 시 된다. 이러한 무기체계의 효과 산정을 위한 시스템모델링의 문제는 수리적으로는 가능하나 실제 응용을 위하여 간편하면서 충분한 정확성을 보장하는 방법을 개발하는 문제는 매우 어려운 분야이다. 이 중에서 대공무기체계의 표적살상확률의 산정문제는 특히 많은 입력 요인들이 고려되며 이중 중요한 것을 열거하면 다음과 같다: 공중표적의 운동상태, 대공무기체계의 자동 탐지능력, 표적상태 예측 및 자동 제어장치, 탄의 비행탄도, 위력, 폭발규모 및 표적의 취약성(Vulnerability) 등을 들 수 있다[2]. 본 연구는 이러한 대공표적에 대한 방어무기체계로 사용되는 대공무기의 효과산정을 위한 시뮬레이션 모델의 연구로서 가능한 적고 간편한 최소의 Data들을 고려한 모델의 연구이다. 이러한 시뮬레이션 방법들이 많이 연구되고 있으나, 많은 경우 매우 복잡하고 많은 시간이 소요되어 실무에서 활용되기가 매우 어려운 상태이다. 본 연구에서는 간편한 방법으로 쉽고 정확성을 유지하기 위하여 단일 무기체계와 단일 표적을 고려한 일대일(One-on-One) 모델을 개발하였다. 이를 위하여 다음과 같이 4가지 입력 요인들을 고려하였다. 즉, 표적상태(Target State), 대공무기체계의 조준오차(Aiming Error), 탄두의 비행시간 및 산포도(Dispersion) 및 표적의 취약성(Vulnerability) 등이다[4]. 본 연구에서는 이를 위한 수식을 전개하고 단일 표적의 살상확률 산정을 위한 전산프로그램을 개발하고 가상적인 Data를 이용하여 개발프로그램의 Sample 출력을 보였다.

2. 방법론

일반적으로 대공무기체계의 성능평가모델은 표적과 이에 대응하는 무기체계의 관련요인들을 동시에 고려하여야 한다. 이중 두 가지 중요한 요인을 열거하면 다음과 같다 :

- 표적의 비행경로 및 크기,
- 탄의 사거리, 폭발크기, 비행오차 및 조준오차 등을 포함하는 대공무기체계의 재원.

특정 비행 표적의 살상확률 산정은 이에 대응하는 대공무기체계의 위력과 관련이 매우 크다[1][3][5]. 기존의 방법들은 표적의 취약성, 발사탄의 궤적, 및 표적과 탄의 위치 등을 각각 별개로 고려한 연구들이 대부분이나 본 연구에서는 대공무기시스템의 살상확률에 관련되는 이들 요인들을 동시에 고려한 모델을 개발하고 주요 요인에 대한 민감도 분석을 하였다. 본 연구는 입력 자료 및 사용의 간편성을 위하여 대공무기의 발사 및 조우시점(Engagement)에서 특정 상태(위치, 속도)에 있는 공중표적을 명중 및 살상할 수 있는 확률을 산정 하는데 국한하였으며 이를 위하여 <그림 1>과 같이 3가지 기본적 단계에 따라 표적의 살상확률을 개발하였다.



<그림 1> 표적살상확률산정의 3단계

이를 위하여 사용한 자료는 다음과 같다.

- 표적 Data :
  - 위치(X, Y, Z)
  - 속도
  - 취약면적
- 탄두 Data :
  - 포구속도

- 탄두의 공기저항
- 대공무기 재원:
  - 발사회수
  - 탄두비행 분산도
  - 조준오차

2.1 명중오차의 산정

일반적으로 표적에의 접근지점을 산정하는 데는 다음과 같은 두 가지 방법이 많이 사용된다. 첫 번째가 단두의 궤적 추적을 위한 "3/2법칙"이고 다른 하나는 Newton-Ramphson 방법이다. 시간에 따른 탄두의 궤적을 산출하기 위하여 다음과 같이 공기저항력(계수) D를 일반적으로 잘 알려진 식으로 구하였다.

$$D=\left(\frac{\rho SC_D}{2}\right)V^2$$

여기서, ρ : 공기밀도
V : 탄두속도
S : 고려된 면적
C_D : 공기 저항계수

위 식에서 $\rho SC_D/2$를 K로 표시하면 D는 다음과 같다.

$$D = K\ V^2$$

여기서 사거리 R과 비행시간 t는 다음 식으로 구할 수 있다[13].

$$t = \frac{m}{KV_0}\left(\exp\left(\frac{RK}{m}\right)-1\right)$$

여기서, m : 탄두 무게
V_0 : 총구속도
R : 사거리

C_D를 상수로 가정할 경우 공기저항력 D는

$$D=\left(\frac{\rho SC_D}{2}\sqrt{V}\right)V^{\frac{3}{2}} = K\,V^{\frac{3}{2}}$$

여기서 K가 상수이일 경우 C_D는 $V^{-1/2}$의 함수로 표시할 수 있다. 이러한 함수는 일반적으로 초음속의 탄두궤적의 추적에 개략 식으로 사용되며 본 연구에 응용하였다. 그 또한 탄두의 속도는 다음과 같이 Newton의 제 2법칙을 만족하므로 여기서 탄두속도와 저항력 D의 관계는 Newton의 제 2법칙에 의하여 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$m\ddot{V} = D$$
$$m\ddot{V} = \mathrm{K\,V}^{3/2}$$

여기서 $\ddot{V}$는 속도의 시간에 관한 미분(가속도)이다. 탄두 속도 V와 사거리 R의 초기조건이 $V = V_0$, $R = \phi$으로 주어질 경우, t 시점에서 탄두의 속도 V는 다음과 같이 표시된다.

$$\int_0^t \frac{K}{m}dt=\int_{V_0}^{V} V^{\frac{-3}{2}}dV$$

$$V=V_0 / \left(\frac{K\sqrt{V_0}}{2m}t+1\right)^2$$

여기서, V_0 : 총구의 초기속도
V : t시점의 탄두속도
t : 비행시간

여기서 저항계수 β을 대입하면 위의 식은 다음과 같이 된다.

$$\beta = \frac{K\sqrt{V_0}}{2m}$$
$$V=\frac{V_0}{(\beta t+1)^2}$$

사거리 R은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$R = \int_0^t V dt = \int_0^t \frac{V_0}{(\beta t+1)^2} dt$$
$$= \frac{V_0 \cdot t}{\beta t+1}$$
$$t = R/(V_0 - \beta R)$$

여기서 저항계수 β는 탄도계수로부터 결정될 수 있으나 보다 본 시뮬레이션에서의 실질적인 방법으로 β와 사거리의 자료로부터 최소자승법으로 예측하여 결정하였다.

2.2 조우지점(Intercept point)의 산정

다음과 같이 Newton-Ramphson 방법을 이용하여 산정하였다.

$$X_{N+1} = X_N - \frac{F X_N}{F' X_N}$$

이러한 Newton-Ramphson 방법은 단일지점(one-point) 반복 수식으로 포구로부터 탄두의 조우지점까지의 비행시간 산정에 응용하였다. 여기서 조우지점은 표적과 탄두가 무기체계로부터 동일한 비행시간거리에 있는 지점으로 정의하면,

$$T_{N+1} = T_N - F(T)/F'(T)$$

여기서,

T_N : 추정비행시간

T_{N+1} : 개선된 추정치

F(T)=(표적까지의 거리)-(탄두까지의 거리)

F'(T) = dF(T)/d(T)

본 연구에서는 T_{N+1}의 산정을 위하여 다음과 같이 2개 단계에 따라서 산출하고 이를 위한 전산프로그램을 개발하여 활용하였다.

단계 1 : 초기 비행시간 산출

단계 2 : 비행시간 후의 탄두위치 산출

$$X_I = X_F + V_X * T_N$$
$$Y_I = Y_F + V_Y * T_N$$
$$Z_I = Z_F + V_Z * T_N$$

여기서, (X_I, Y_I, Z_I) : 예상 조우지점 위치,
(X_F, Y_F, Z_F) : 발사 시점까지의 시간,
(V_X, V_Y, V_Z) : 표적의 속도.

조우 위치까지의 거리, R은 다음 식으로 주어진다.

$$R_{TGT} = \sqrt{X_I^2 + Y_I^2 + Z_I^2}$$

측정된 비행시간 T_N 이후의 탄두의 거리는 다음과 같다.

$$R_{PROJ} = V_0 T_N/(\beta T_N+1)$$

Newton-Ramphson계수를 산정 하면,

$$F(T_N) = R_{TGT} - R_{PROJ}$$
$$F'(T_N) = \frac{dR_{TGT}}{dT} - \frac{dR_{PROJ}}{dT}$$
$$F(T_N) = \sqrt{X_I^2 + Y_I^2 + Z_I^2} - V_0 T_N/(\beta T_N+1)$$
$$F'(T_N) = (X_I V_X + Y_I V_Y + Z_I V_Z)/R_{TGT} - V_0/(1+\beta T_N)^2$$

여기서,

• $|F(T_N)|$의 값이 매우 적을 경우, 반복계산을 중지하고 최종 선정된 위치를 조우위치로 결정한다.

• 그렇지 않은 경우, 다음과 같이 T_N 의 새로운 측정값을 산정 한다.

$$T_{N+1} = T_N - \frac{F(T_N)}{F'(T_N)}$$

충분한 횟수만큼 되풀이하여 최선의 해를 구한다.

2.3 표적의 취약성(Vulnerable Area)

표적의 취약성정도를 탄두의 진행방향에 투사된 취약면적(Vulnerable Area)으로 산출하였다. 이를 위한 간단한 방법으로 표적을 직입방체로 정의하고 전후 좌우 상하 등 6개의 구형면적으로 환산하는 방법을 사용하였다. 이는 "Shoe-box"의 개념으로 설명된다[4]. 여기서 취약성은 탄두로부터 직접 명중 또는 파편의 위험에 의한 특정부분의 피해(Kill)정도를 나타내는 취약면적을 산출하고 탄두의 상대속도벡터(Relative Velocity Vector)를 고려하여 살상정도를 산출하는데 사용된다. 여기서 상대속도 벡터는 표적과 탄두의 속도벡터의 차이로 표시되며 탄두의 공기저항 및 양력에 대한 영향은 본 취약면적 산정에는 고려하지 않았다. 표적과의 조우시점의 탄두의 속도 V_R는 다음 식에 의하여 산출된다.

$$V_R = V_0 / (\beta T + 1)^2$$

표적과의 조우지점 (X_I , Y_I , Z_I)과 표적의 속도벡터(V_X, V_Y, V_Z)로부터 상대속도벡터(Relative Velocity Vector)를 표시하면 다음과 같다.

$$W_X = V_X - \frac{V_R X_I}{R_{TGT}}$$

$$W_Y = V_Y - \frac{V_R Y_I}{R_{TGT}}$$

$$W_Z = V_Z - \frac{V_R Z_I}{R_{TGT}}$$

표적의 취약면적산출을 위하여 다음과 같이 상대속도벡터의 Cosine값을 먼저 산출하였다.

$$\cos\alpha = \frac{W}{|W|}, \quad \cos\beta = \frac{W_Y}{|W|},$$

$$\cos\gamma = \frac{W_Z}{|W|}$$

여기서,

$$|W| = \sqrt{W_X^2 + W_Y^2 + W_Z^2}$$

위의 식으로부터 표적의 취약면적은 다음 식으로 구할 수 있다.

$$A_V = A_{Front} \cdot \cos\alpha + A_{Side} \cdot \cos\beta + A_{Bottom} \cdot \cos\gamma$$

2.4 명중확률(Probability of Hit) 산정

표적과 탄두의 접근위치(조우지점) 및 표적의 취약면적으로부터 표적의 명중확률을 산정하였다.

1) 가정사항

- 취약면적 A_V를 원형으로 가정(직각형 및 타원형으로도 가정할 수 있으나 계산상의 편의성을 고려하여 원형으로 가정하였다.)
- 단발(Single-Shot) 및 동시다발(Salvo) 사격을 가정(N_B)
- 탄두의 비행궤도 표준편차 σ_D가 일정하다고 가정
- 대공무기의 시스템오차(대공포 자체의 구조적 오차)를 σ_B로 표시

2) 명중확률 산정

동시다발(Salvo) 발사 시 N_B 발사 중 최소 한발이 표적취약면적 내에 명중할 확률은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$P = \exp\left(\frac{-\pi R^2}{A_V}\right) = \exp\left(\frac{-\pi (X^2 + Y^2)}{A_V}\right)$$

여기서 비행오차가 원형분포로 주어질 경우 이는 다음 분포 식에 의해서 구할 수 있다.

$$F(R) = \frac{1}{2\pi\sigma_D^2}\exp\left[-\frac{R^2}{2\sigma_D^2}\right]$$

$$= \frac{1}{2\pi\sigma_D^2}\exp\left[-\frac{X^2+Y^2}{2\sigma_D^2}\right]$$

위의 식으로부터 모든 R을 고려하고 조준오차가 없을 경우 단발 명중확률 Pss를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$P_0 = \frac{1}{2\pi\sigma_D^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\exp\left[-\frac{(X^2+Y^2)}{2\sigma_D^2}\right]$$
$$\exp\left[-\frac{\pi(X^2+Y^2)}{A_V}\right]dX\,dY$$
$$= \frac{A_V}{A_V+2\pi\sigma_D^2}$$

원형 분포의 중심점을 일반 위치 (X, Y)로 가정하면 위 식은 다음과 같이 주어진다.

$$P_{ss} = \frac{1}{2\pi\sigma_D^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\exp\left[-\frac{(X'-X)^2+(Y'-Y)^2}{2\sigma_D^2}\right]$$
$$\exp\left[-\frac{\pi(X'^2+Y'^2)}{2\sigma_D^2}\right]dX'\,dY'$$
$$= \frac{A_V}{A_V+2\pi\sigma_D^2}\cdot\exp\left[-\frac{\pi(X^2+Y^2)}{A_V+2\pi\sigma_D^2}\right]$$

다음으로 위의 단발 명중 확률 Pss를 다발-명중 확률(Salvo Probability)로 확장하면 다음과 같다. 즉, 동시 발사 수 N중 표적이 생존할 확률은 다음과 같다.

$$P_B = 1-\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}(1-P_{ss})^N\cdot F(X,Y)\,dXdY$$

여기서,

$$F(X.Y) = \frac{1}{2\pi\sigma_D^2}\exp\left[-\frac{(X-H_X)^2+(Y-H_Y)^2}{2\sigma_D^2}\right]$$

$$(1-P_{ss})^N = \sum_{j=0}^{N}(-1)^j\binom{N}{j}(P_{ss})^j$$

위 식을 정리하면,

$$P_B = \sum_{j=1}^{N}(-1)^{j+1}\binom{N}{j}\left(\frac{A_V}{A_V+2\pi\sigma_D^2}\right)^{j-1}$$
$$\left[\frac{A_V}{A_V+2\pi(\sigma_D^2+j\cdot\sigma_B^2)}\right]$$
$$\cdot\exp\left[\frac{-j\pi H^2}{A_V+2\pi(\sigma_D^2+j\cdot\sigma_B^2)}\right]$$

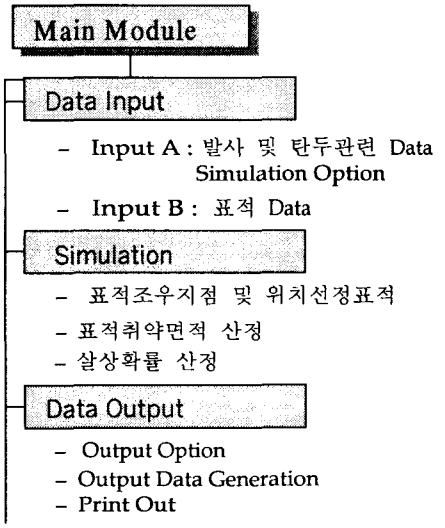
여기서, H : 조준 오차로서 H_X 및 H_Y는 각각 X 및 Y방향의 크기이며 다음 식이 성립된다.

$$H^2 = H_X{}^2 + H_Y{}^2$$

3. 모델의 응용

3.1 전산프로그램

본 모델의 응용을 위하여 <그림 2>와 같이 Data의 입력, 표적의 살상확률산정 및 출력을 위한 3개 Module로 구성된 전산 프로그램을 개발하고 다음과 같은 응용예제의 출력을 보였다.



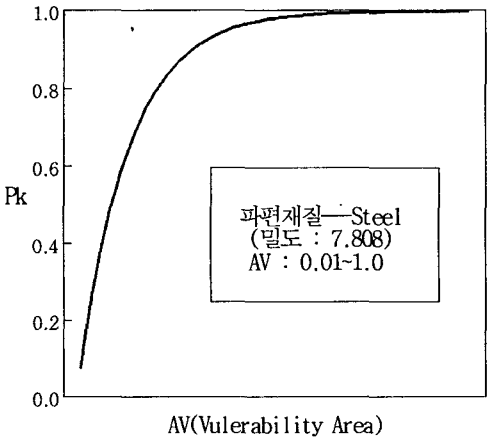
<그림 2> 전산프로그램 구조

3.2 표적취약면적에 따른 살상확률 비교

본 모델을 이용한 표적의 취약 면적에 따른 살상 확률 산정 결과를 요약하면 <표 1> 및 <그림 3>과 같다. 즉, 같은 사거리 및 탄두 조건에서 취약 면적에 따라 표적의 살상 확률이 크게 달라짐을 알 수 있다

<표 1> 표적의 취약면적에 대한 탄두파편효과(예:)

구분	표적취약면적	살상확률
1	0.1	0.5419605
2	0.2	0.7901999
3	0.3	0.9111210
4	0.4	0.9559839
5	0.5	0.9798388
6	0.6	0.9907654
7	0.7	0.9957702
8	0.8	0.9980626
9	0.9	0.9991126
10	1.0	0.9995936



<그림 3> 표적의 취약면적에 따른 살상확률

3.3 살상 확률의 산정(응용)

본 모델의 응용 예를 위하여 표적의 비행고도 200m, 사거리 500m 및 1,500m을 고려하고 동시 다발 수를 60으로 하고 <표 2>의 대공무기체계 및 표적의 가상 Data를 이용하여 본 모델을 응용하여 산출한 결과를 <표 3>에서와 같이 요약하였다. 사거리를 500m 및 1,500m의 두 가지경우의 살상확률을 각각 산출하여 비교하였다.

<표 2> Sample Input Data

표적의 비행고도 : 200 m
비행속도 : 200 m/s
사거리 : 500 m, 1,500 m
편이거리 : 300 m
표적 전면 : 2 m²
측면 : 20 m²
아래면 : 26 m²
탄두자료 총구속도 : 1200 m/s
공기저항 계수 : 0.2 /s
탄두산포도 : 3 mrads
조준오차 : 6
동시발사탄수 : 60 rounds

<표 3> Sample Output

```
TARGET POSITION AT TIME OF FIRE
  X = 567.16  Y = 300.00  Z = 200.00
TARGET POSITION AT TIME OF INTERCEPT
  X = 500.00  Y = 300.00  Z = 200.00
RANGE AT INTERCEPT = 616.44
REMAINING VELOCITY =  897.33
TIME OF FLIGHT =  .648
VULNERABLE AREA = 16.93
KILL PROBABILITY =  .690

TARGET POSITION AT TIME OF FIRE
  X = 1899.78  Y = 300.00  Z = 200.00
TARGET POSITION AT TIME OF INTERCEPT
  X = 1500.00  Y = 300.00  Z = 200.00
RANGE AT INTERCEPT = 154 6.44
REMAINING VELOCITY = 578.56
TIME OF FLIGHT =  1.948
VULNERABLE AREA = 7.23
KILL PROBABILITY =  .163
```

위의 출력결과를 보면 사거리 500m의 경우의 살상확률은 .690으로 사거리 1,500m의 경우의 .163 보다 우수함을 알 수 있다.

4. 결 론

본 연구는 대공 무기체계의 표적 살상확률 산정을 위한 간편한 방법으로 수식을 전개하고 이를 위한 전산 프로그램을 개발하였다. 단발 및 동시 다발시의 살상 확률 산정을 위한 방법을 보였으며 이를 위하여 다음과 같은3 단계의 과정을 거쳐서 표적의 살상 확률을 산정 하는 전산 프로그램을 개발하고 응용 결과를 보였다.

- 표적과 탄두간의 조우위치 및 상대속도를 산출
- 표적의 취약 면적 산출
- 표적의 명중 및 살상 확률 산정

본 모델의 응용을 위하여 동일 표적과 무기체계의 취약 면적에 따른 살상 확률을 산정 하여 비교하였으며 다양한 표적 및 무기 체계의 조건에서 표적의 살상 확률을 산정 하는 Sample 출력을 보였다. 활용이 간편하고 사용자 위주의 GUI(Graphical User Interface) type 프로그램을 개발하여 더한층 실용성이 큰 모델로 연구할 계획이다.

참고문헌

[1] Ancker, C.J., Jr., "One-on-One Stochastic Duels, Research Monograph", published by the Military Application Section of the Operations Research Society of America, Jan. 1982.

[2] Herbert E. Cohen "Weapon Systems Effectiveness Methodology", US AMSAA, 1986

[3] Robert M Macfadzean" Surface-Based Air Defense System Analysis", Artech House, Inc., 1992.

[4] Robert M Macfadzean and James M. Jonhnson, "Surface-Based System Analysis: Software and User's Guide", Artech House, Inc., 1992.

[5] 황홍석,"무기체계 비용효과 분석 방법론 연구", KIDA Rep., 92-4, 1992

[6] 황홍석, "복합무기체계의 비용.효과 분석 방법 론 연구", KIDA 국방학술논문집 93-7집, 1993

[7] 황홍석, "A Weapon Systems Analysis Using AHP", 한국경영과학회, 추계학술논문집, 1993

[8] 황홍석, "A Study on Methods for Computing Probability of Kill/Survival of Vulnerability Target", ADD 유도무기학술대회 논문집, pp.480-488, 1994.

[9] 황홍석, "A Stochastic Model for Air -Defence Missile System Design and Performance Evaluation based on RAM", ADD 유도무기학술대회 논문집, pp.496-501, 1994

● 저자소개 ●

황흥석

1963 육군사관학교 이학사

1979 한국과학기술원 산업공학 석사

1982 한국과학기술원 산업공학 박사

1982 ~1990 국방과학연구소(ADD) 책임연구원

1986 ~1987 미국체계분석연구소(AMSAA)

1990 ~현재 동의대학교 산업공학과 교수

관심분야 : Logistics System Design, Facility Planning, Weapon Systems Analysis, Simulation, Project Management