

초소성 Ti-6Al-4V 합금에서의 불균일 파손

김태원*

(2000년 9월 7일 접수)

Non-uniform Failure in Superplastic Ti-6Al-4V Alloy

T. W. Kim

Abstract

A material model has been presented, at the continuum level, for the representation of superplastic deformation coupled with microstructural evolution. The model presented enables the effects of the spatial variation of distributions of grain size to be predicted at the process level. The model has been tested under conditions of both homogeneous and inhomogeneous stress and strain by carrying out detailed comparison of predicted distributions of grain size and their evolutions with experimentally obtained data. Experimental measurements have shown the extent of the spatial variation of the distribution of grain size that exists in the titanium alloy, Ti-6Al-4V. It is shown that whilst not large, the variations in grain size distributions are sufficient to lead to the development of inhomogeneous deformation in test pieces, which ultimately result in localisation of strain and failure.

Key Words : Superplasticity, Grain Size Distributions, Inhomogeneous Deformation, Failure

1. 서론

미소 하중 상태의 재료가 파손되지 않은 채 거대한 연신률을 얻을 수 있는 초소성(superplasticity) 현상이 발견된 이후 이를 이용한 성형기법은 특히 재료의 무게 감량 및 효율 향상을 고려한 공학적 부품과 구조물 등의 개발과 관련하여 많은 발전이 되어 왔다^(1,2). 박판 금속을 이용한 초소성 성형의 경우 항공기 주요 부재 및 엔진 내부의 터빈과 압축기 등의 익형 제작에 있어 우수한

특성을 가진 티타늄합금 등에 많은 연구가 수반되었고 최적설계를 위한 다양한 방법의 성형모사 기법이 제시되었다⁽³⁾.

티타늄 Ti-6Al-4V 재료의 결정립 크기 및 분포 등에 대한 연구가 Paton과 Hamilton⁽⁴⁾에 의해 진행되었으며 결정립 크기가 유사한 조직을 가진 재료가 상이한 결정립이 많은 분포구조의 재료보다 훨씬 적은 유동응력(flow stress)을 보임을 알 수 있었다. 또한 Ghosh와 Raj^(5,6)에 의해 이와 같은 결정립 분포에 따른 변형률속도 민감계수(strain rate sensitivity)와 초소성 특성에 관

* 한양대학교 기계공학부

한 실험 및 이론적 결과가 발표되었고, 이를 통하여 초소성 변형거동 해석과 관련한 조직 상태의 특성은, 평균 결정립 크기 뿐만 아니라 결정립의 분포특성과 균질성 등이 함께 고려되어야 함을 알 수 있다.

다결정 재료에 있어 통계적인 특성은 분포함수(distribution function)로 묘사할 수 있으며^(7,8) 이때 빈도함수(frequency function), $F(l)$ 은 임의 재료의 직경 l 을 갖는 결정립 수로 나타낼 수 있다. 이러한 조직 내부의 결정립 크기 및 분포특성과 관련된 기계적 거동해석은 Ghosh 및 Raj^(5,6)에 의해 간단한 분포함수로 묘사되기도 하였으나 미시조직(microstructure)의 영향과 기계적 변형이 연관된 일반화된 이론으로는 발전할 수 없었다. 또한 초소성 Ti-6Al-4V 재료의 변형 중 조직 발전(evolution)과 관련하여 연속체 이론에 근거한 평균 결정립과 변형거동 해석이 Zhou와 Dunne⁽⁹⁾ 그리고 Mosher와 Dawson⁽¹⁰⁾에 의해 발표되었으나 이들 역시 각각의 결정립 크기 및 분포특성이 변형거동에 미치는 영향은 고려하지 못하였다. 한편 부품 및 구조물의 파손(failure)과 관련된 기구(mechanism)는 재료에 종속적이며 초소성 알루미늄합금의 경우 기공(cavitation)과 이들의 발전 및 결합에 의한 파손이 주된 요인으로 작용하는 반면, 알파/베타 티타늄 합금, Ti-6Al-4V의 경우 조직의 비균일 특성과 관련한 불균일 변형 및 그에 따른 국부적 변형률의 집중화가 최종 파손 단계를 유도하게 된다^(11,12).

본 연구는 따라서 티타늄 Ti-6Al-4V 합금에 관해 결정립의 비균일 분포특성(heterogeneous grain size distributions)과 이로 인하여 유도되는 불균일 변형 및 파손(non-uniform deformation and failure)을 고찰하고 이를 바탕으로 한 미시역학적 모델을 통해 실제적인 설계 및 성형에 적합한 조건을 제시하고자 한다. 이를 위하여 결정립 크기 및 분포가 실험적으로 측정되었으며, 변형기구와 조직발전이 연관된 구성방정식이 사용되었고, 유한요소법을 이용하여 초소성 변형과정 하에서의 조직 변화와 불균일 파손을 해석하고 실험값과 비교 분석하였다.

2. 변형 및 미시조직 모델

2.1 결정립 분포(grain size distribution)

미시조직의 분포특성(distributed properties)과 관련한 상태변수(state-variable) 모델이 Hagh⁽¹³⁾에 의해 제시되었으며, 이때 상태변수로는 외적변수(external variables)로서 온도, T , 응력, σ 등과 조직의 특성을 반영하는 내적변수(internal variables)로서 s 등이 사

용되었다. 상태변수는 변형과 관련된 조직특성의 척도로서 임의 공간 내 재료의 질량보존은 이 같은 상태변수의 변화율과 분포함수 ξ 로써 다음과 같이 표현이 가능하다.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\xi \dot{s}) + \nabla \cdot (\xi \dot{s}) = 0 \quad (1)$$

초소성 변형 이상(two-phase) 티타늄합금 Ti-6Al-4V 재료의 미시역학적 모델을 위한 상태변수는 결정립 크기, l 이 고려되었으며 변형과정에서 비록 α 및 β 상에서 모두 결정립 성장이 동반되지만 실험 결과, 초기 및 변형 후 조직의 평균 결정립 크기의 비는 90 °C 조건에서 다음과 같이 관측되었다.

$$\frac{\bar{l}_\beta}{\bar{l}_\alpha} = 1.0 \sim 1.2 \quad (2)$$

따라서 각 상의 분리는 고려하지 않았고 또한 이와 같은 해석은 Paton과 Hamilton⁽¹²⁾ 등에 의해 검증된 바 있다. 한편 결정립 크기, l 에 관하여 식 (1)은 다음과 같이 표현할 수 있으며

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial l}(\xi \dot{l}) = 0 \quad (3)$$

이는 결정립의 분포, ξ 와 크기, l 의 함수로 이루어진 연속방정식이 됨을 알 수 있다.

2.2 초소성변형 모델

초소성 재료의 변형거동에 관한 구성방정식(constitutive equations)이 Zhou와 Dunne⁽⁹⁾에 의해 제시되었으며, 단축하중 상태에서의 기계적 특성 및 재료의 결정립성장(grain growth)에 관한 연구가 Kim과 Dunne⁽¹⁴⁾에 의해서 발표되었다.

미시조직의 발전과 기계적 변형거동을 함께 고려한 초소성변형 모델을 위하여 상태변수는 재료의 결정립 크기, l_i 가 사용되었으며 따라서 미시적 상태에서의 구성방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\underline{D}_i^p = \frac{\alpha}{l_i^\mu} \sinh \beta (\underline{\sigma}_i - r_i - k) \frac{\dot{\underline{\sigma}}_i}{J(\underline{\sigma}_i)} \quad (4)$$

$$\dot{r}_i = (c_1 - \gamma_1 r_i) \dot{p}_i \quad (5)$$

$$\dot{l}_i = \frac{\alpha_1}{l_i^\gamma} + \beta_1 \dot{p}_i \quad (6)$$

$$\widehat{\underline{\sigma}}_i = G \underline{D}_i^e + 2\lambda T r(\underline{D}_i^e) \quad (7)$$

여기서 \underline{D}_i^p 는 소성변형률속도(plastic deformation rate), $\underline{\sigma}$ 는 카우시-응력(Cauchy stress), r 등방향강화변수(isotropic hardening variable), \dot{p} 유효소성변형률속도(effective plastic strain rate), G 및 λ 는 탄성계수, k 는 항복응력, $\alpha, \beta, \mu, c_1, \gamma_1, \alpha_1, \beta_1, \gamma$ 는 각각 재료상수이다. 또한 $J(\underline{\sigma})$ 는 유효응력을 $\underline{\sigma}$ 는 편차응력텐서를 나타낸다. 탄성변형률속도(elastic deformation rate), \underline{D}_i^e 는 전변형률속도(total rate of deformation)에서부터 다음과 같이 $\underline{D}_i - \underline{D}_i^p$ 계산되며, 식 (4)는 응력에 대한 소성변형률속도가 \sinh 관계가 있음을 보여준다. 식 (5)는 증가되는 소성변형률에 따라 수렴하게 되는 등방향강화율을 나타내고, 식 (6)은 변형에 따른 결정립 크기의 발전을 보여주고 있다. 이 식은 특히 정적 결정립성장(normal grain growth)과 소성변형률에 따라 수반되는 동적 결정립성장(dynamic grain growth)의 합성 형태임을 알 수 있다. 미시재료 상태에서 Hooke의 법칙은 식 (7)과 같은 응력증가율(co-rotational stress rate)을 만족시킨다.

미시적 상태에서의 재료는 구성방정식 (4)-(7)에서 i 값으로 표현되며 공간 내에서 연속하는 한 개의 점에 대응되고, 거시적 상태는 따라서 이와 같은 미시적 재료의 합성으로 나타낼 수 있다. 즉 상태변수로서 결정립 크기 l_i 가 정의될 때 거시적 상태는 이 같은 결정립 분포의 평균값으로 계산될 수 있다. 연속체 모델에서 거시적 상태의 재료는 한 개의 유한요소로 나타낼 수 있고, 이 요소에 대한 변형구배(deformation gradient), \underline{F} 및 속도구배(velocity gradient), \underline{L} 는 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$\underline{L} = \dot{\underline{F}} \underline{F}^{-1} \quad (8)$$

전변형률속도(rate of deformation), \underline{D} 는

$$\underline{D} = \frac{1}{2} (\underline{L} + \underline{L}^T) \quad (9)$$

또한 연속체의 회전텐서(spin tensor), \underline{W} 는

$$\underline{W} = \frac{1}{2} (\underline{L} - \underline{L}^T) \quad (10)$$

와 같이 표현할 수 있다⁽¹⁵⁾. 또한 미시-거시의 상관 해석을 위해 Taylor 가정이 다음과 같이 사용되었다.

$$\underline{D}_i = \underline{D} \quad \text{그리고} \quad \underline{W}_i = \underline{W} \quad (11)$$

초소성 구성방정식을 이용하여 미시 상태에서의 재료에 대한 물성치를 계산한 후 응력 변화율은 다음과 같이 구할 수 있으며

$$\dot{\underline{\sigma}}_i = \widehat{\underline{\sigma}}_i + \underline{W} \underline{\sigma}_i - \underline{\sigma}_i \underline{W} \quad (12)$$

따라서 전진 Euler 방법에 의해 미시적 상태의 응력은 다음과 같이 계산된다.

$$\underline{\sigma}_i^{t+\delta t} = \underline{\sigma}_i^t + \dot{\underline{\sigma}}_i \delta t \quad (13)$$

여기서 δt 는 시간 증분량이다. 미시적 상태의 임의의 값으로 나타낼 수 있는 재료의 물성치는 부피평균을 거시적 상태의 값으로 하여 표현할 수 있으며 따라서 조직의 결정립 분포에 대해 아래와 같은 평균값을 취함으로써 거시적 상태의 응력을 구할 수 있게 된다.

$$\bar{\underline{\sigma}} = \frac{1}{\rho V} \int \underline{\sigma}_i \xi(l_i) dl \quad (14)$$

여기서

$$V = \frac{1}{\rho} \int \xi(l_i) dl \quad (15)$$

한편 $\xi(l)$ 는 결정립 분포에 따른 비균일 재료특성을 표현하기 위한 질량분포함수로서 식 (3)으로부터 다음과 같은 조직의 발전(evolution) 식을 유도할 수 있다.

$$\xi(l_i)\dot{l}(l_i, \dot{p}_i) = \xi_0(l_i)\dot{l}_0(l_i, \dot{p}_i) \quad (16)$$

여기서 하첨자 0는 초기상태 조직의 물성값을 나타낸다. 변형 중 조직의 발전이 고려된 이와 같은 초소성 모델은 유한요소법을 이용하여 수치해석하였으며 ABAQUS 및 UMAT이 사용되었다. 실제 계산에 사용된 시편은 기하학적인 대칭성을 고려하여 1/4 만 적용되었으며 계산값의 정확성과 안정성은 독립된 프로그램(user-subroutine)에서 조절할 수 있다.

3. 초소성 실험

비균일 조직에 기인되는 불균일 변형 및 파손을 고찰하기 위해 조직의 비균일 특성, 특히 결정립 크기 및 분포와 이들의 발전에 대한 기계적 변형거동의 상관 해석을 위한 실험이 티타늄 Ti-6Al-4V 합금에 대해 900°C에서 진행되었다.

실험에 사용된 시편은 시편 길이 20×5mm, 두께 0.7mm로 표준 초소성 인장시험에 맞게 제작되었으며 Instron 4505를 이용하여 균일 응력장 시험과 불균일 응력장 시험을 각각 수행하였다. 균일 응력장 시험에 사용된 시편은 Fig. 1(a)와 같으며 인가 하중에 따라 거시적 균일 응력과 변형률이 유도되고 따라서 조직의 불균일 특성에 기인된 비균일 변형과 파손 현상이 관찰되었다. 균일 변형률속도(constant strain rate) 하에서 네 가지의 다른 변형률 속도가 실험에 적용되었으며 이들 조건에 대한 각각의 파손변형률(failure strain)이 측정되었다.

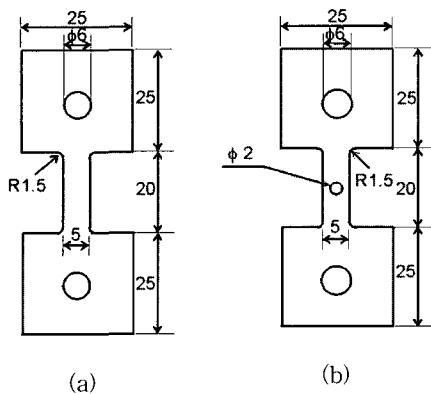


Fig. 1 Diagram showing (a) homogeneous and (b) inhomogeneous, testpiece geometry (Units in mm)

한편 불균일 응력장 하의 조직 변화에 따른 기계적 거동 해석은 시편 중앙에 직경 2mm의 구멍을 가진 기하학적 불균일 시편을 이용함으로써 거시적 불균일 응력-변형률장 하에서 조직 변화에 대한 기계적 특성을 고찰하였다. 이를 위하여 $1.66 \times 10^{-3} \text{ mm s}^{-1}$ 의 균일 변형속도(constant velocity)가 인가되었으며 시편구간의 진변형률(true strain) 0.223까지 실험이 진행되었고 결정립의 비균일 분포에 따른 응력-변형률의 변화가 측정되었다. 불균일 응력장 실험에 사용된 시편의 형상은 Fig. 1(b)와 같다.

매 시험마다 아르곤 환경 하에서 3-영역 노(three-zone furnace)를 이용하여 900°C 조건을 $\pm 0.5^\circ\text{C}$ 이내로 설정할 수 있었으며 목표 온도에 도달하기 위한 2시간의 가열 및 30분의 안정화 시간을 적용하였다. 또한 Ti-6Al-4V 재료의 결정립 크기 및 분포를 측정하기 위해 초기 조직은 900°C에서 30분 가열 후 수냉한 조직의 상태를 기준으로 하였으며 변형된 시편 역시 같은 방법으로 조직이 관찰되었다.

4. 결과 및 고찰

본 연구는 비균일 조직을 가진 초소성 Ti-6Al-4V 재료의 불균일 변형거동 해석을 위해 미시역학적 방법에 의한 이론 모델과 실험 결과를 비교 분석하였다.

균일 응력-변형률장 실험을 통해 측정된 초기 조직과 변형된 조직의 결정립 크기 및 분포는 Fig. 2와 같다. 이를 통하여 단위 면적 내 변형 후 결정립의 크기와 총 결정립 수는 초기 조직과 비교하여 각각 증가 및 감소하였음을 알 수 있고 계산 결과와 비교할 때 상당히 잘 일치하는 것을 볼 수 있다.

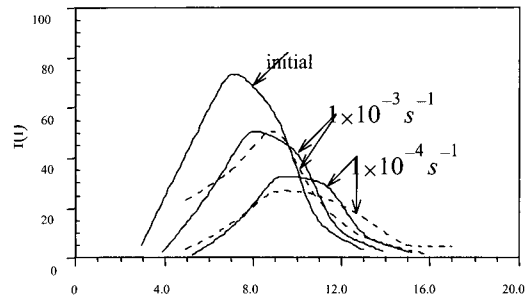


Fig. 2 Comparisons between experimentally measured (solid lines) and predicted (broken lines) distributions of grain size

한편 실험 측정된 결과, 동일 시편의 각 부위마다 실제적으로 상이한 결정립 분포를 알 수 있었으며 비록 그 편차가 크지는 않더라도 불균일 변형과 그에 따른 최종 파손 단계를 유도하는 것을 알 수 있었다. 이와 같은 불균일 변형에 따른 파손 변형률을 계산하기 위해 실험에서 측정된 결정립 분포를 임의의 분포 형태로 모델에 적용하였으며 경계 및 변위 조건도 실험과 동일하게 설정하였다. 유한요소 계산에서는 따라서 이 같은 방법과 동일하게, 작용 하중방향으로의 상부-경계(top boundary)에서의 절점-하중(nodal-force)의 합력을 구함으로 해서 응력과 변형률을 각각 계산할 수 있었다.

실험에 적용된 모든 변형률 속도에 대하여 수치해석하였으며, 변형률 증가에 따른 응력의 급격한 감소가 시작되는 변형률을 파손 변형률이라고 하고 실험과 계산에 의해서 구한 파손 변형률을 Table 1에 나타내었다. 보는 바와 같이 변형률 속도가 증가함에 따라 파손 변형률이 감소하는 것을 알 수 있으며 이 같은 변형과정이 최종 파손을 야기하는 비균일 조직 분포에 따른 불균일 변형의 과정임을 알 수 있었다. 조직 내부의 결정립 성장은 식 (6)과 같이 주어지며 이는 확산에 의해 지배를 받는 정적 결정립 성장(normal grain growth)과 변형에 따라 증가되는 동적 결정립 성장(dynamic grain growth)의 합으로 표현하였다. 이 같은 결정립 성장은 낮은 변형률 속도(low strain rates)에서는 정적 성장이, 높은 변형률 속도(high strain rates)에서는 동적 성장이 각각 지배적임을 알 수 있다. 낮은 변형률 속도에서 작은 평균 결정립 크기를 갖는 분포는 큰 결정립 크기를 갖는 분포와 비교 할 때 빠른 결정립 성장률의 지배를 받지만 높은 변형률 속도에서는 이와 반대의 결정립 성장기구가 설명된다. 동적 결정립 성장 하에서 결정립 성장률이 소성변형률과 선형으로 비례할 경우 결정립 성장률은 각각의

Table 1 Comparisons between experimental and predicted failure strains for Ti-6Al-4V at 900 °C

strain rate	Experimental failure strain	Predicted failure strain
1×10^{-4}	1.72	1.81
1×10^{-3}	1.55	1.17
1×10^{-2}	0.66	0.84
1×10^{-1}	0.55	0.66

결정립 크기와 무관해지며 따라서 결정립의 불균일 분포에 기인된 조직의 비균일성은 변형과정 동안 변하지 않게 되고 결국 변형률의 선행 국부화(localization)와 그에 따른 파손을 초래하게 된다. 결국 변형률 속도가 작아짐에 따라 동적 결정립 성장에 비해 상대적으로 정적 결정립 성장이 지배적이 되며 따라서 조직의 비균일성을 저하시키고 최종적인 국부화와 파손의 발생을 지연시키게 된다.

다음으로 기하학적 불균일 응력-변형률장 시편 실험을 통해 비균일 상태의 조직에 따른 불균일 응력장 해석이 수행되었고 이를 위하여 시편 중심부를 포함한 세곳의 조직이 비교 관찰되었다. 수치해석을 위한 시편의 기하학적 형상은 Fig. 3과 같고 지점 A, B 및 C에서 측정된 초기 결정립 분포가 그 지점을 포함하는 유한요소와 일치되게 적용하였으며 기타 다른 부위에서의 결정립 분포는 세 지점의 평균 결정립 크기로 부여하였다.

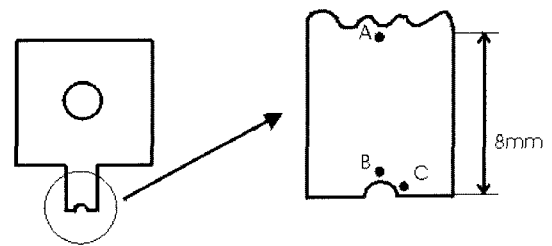


Fig. 3 (a) Schematic diagrams showing the testpiece and the location A, B, and C

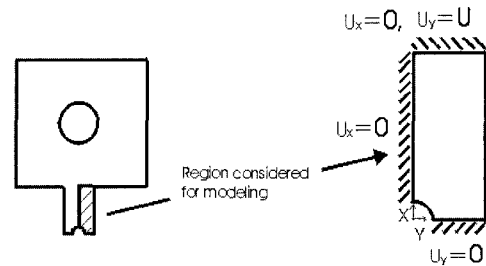


Fig. 3 (b) The region of the testpiece for finite element modeling together with the boundary condition and loading conditions imposed

수치해석 및 실험에서 측정된 결정립 크기 및 분포는 Fig. 4와 같다. Fig. 4의 지점 A는 균일한 인장응력이 발생하는 곳으로 최종 하중상태 하에서 유효 변형률(effective strain)은 대략 0.2 정도이며 변형에 따른 결정립 성장의 변화가 미소한 영역에 해당한다. 실험 측정된 초기 조직의 평균 결정립 크기는 $7.02\mu\text{m}$ 로서 변형 후의

결정립 크기와 비교할 때 거의 일정한 값을 유지함을 알 수 있다. 지점 B는 중심부 구멍의 상단에 위치한 곳으로 하중방향으로의 큰 변위량을 볼 수 있다. 그러나 유효변형률은 0.09로 따라서 큰 결정립 성장은 수반되지 않았다. 지점 C에서는 최종 하중상태 하에서의 유효변형률이 1.3으로 가장 크게 나타났으며 예상과 같이 가장 큰 결정립 성장이 수반됨을 알 수 있었다.

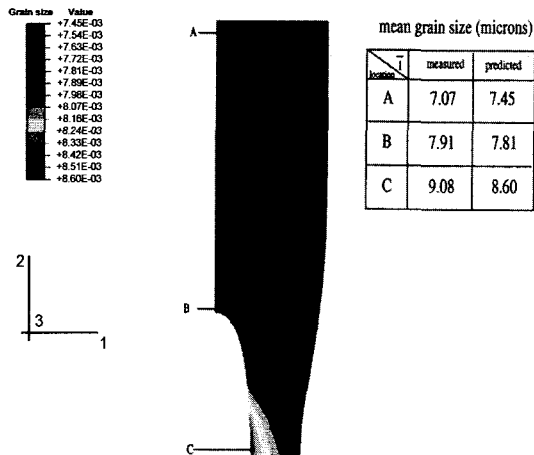


Fig. 4 Predicted and experimentally measured spatial variation of grain size distributions

한편 실험에서 얻어진 변형된 시편 형상은 Fig. 5(a)와 같고 초기 시편과 비교할 때 중앙 구멍 부위는 응력 집중 효과에 의해 상당한 연신이 이루어졌음을 알 수 있다. 동일 조건아래서 유한요소법에 의해 계산된 시편의 기하학적인 형상은 Fig. 5(b)와 같으며 계산 및 실험 결과가 상당히 일치함을 볼 수 있다.

5. 결론

초소성 거동에 있어 조직의 비균일 분포와 불균일 변형을 해석하기 위한 이론적 모델이 제시되었으며 이를 통하여 초기 결정립 분포에 따른 기계적 변형거동 및 파손을 예측할 수 있었다.

(1) 티타늄 Ti-6Al-4V 합금 실험 결과, 시편 각 부분에 대한 상이한 결정립 분포를 관측할 수 있었으며 비록 크기 및 분포 편차가 적을 지라도 불균일 변형과 그에 따른 파손이 유도됨을 알 수 있었다.

(2) 또한 인가된 변형률속도에 대한 파손 변형률은 결

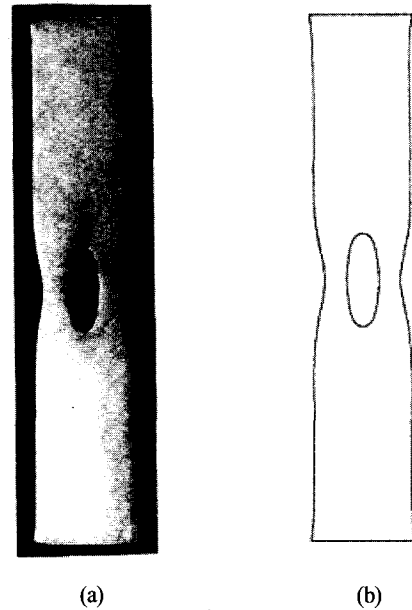


Fig. 5 (a) Photograph showing a deformed testpiece of Ti-6Al-4V at constant velocity 1.66×10^{-3} mm/s to a strain of 0.223 at 900°C, and (b) the predicted deformed shape of the testpiece subjected to the same loading conditions

정립 성장 기구로 설명할 수 있었으며 즉 낮은 변형률 속도는 확산에 기인된 정적 결정립 성장이, 높은 변형률 속도의 경우는 변형과 더불어 수반되는 동적 결정립 성장이 각각 지배적임을 알 수 있었다.

(3) 변형 및 조직의 발전과 관련하여 거시적으로 균일한 응력-변형률장 하에서 비균일 조직에 기인된 불균일 변형과 파손특성을 해석할 수 있었으며, 기하학적 비균일 응력-변형률장 아래의 거시적 불균일 특성을 또한 고찰할 수 있었다.

실제의 산업공정에서 이와 같은 거시-미시적 불균일성은 최종 제품의 성능에 중요한 영향을 미치며 따라서 성형모사를 위한 모델을 설정함에 있어 필수적으로 고려하여야 할 사항이다. 이런 관점에서 본 논문은 초소성 성형을 비롯한 일반 생산공정에서 조직의 특성과 연관된 기계적 변형거동 및 파손 해석과 관련하여 보다 효과적인 기법으로 적용될 수 있을 것으로 생각된다.

참고 문헌

(1) Koch, U., Winkler, P-J., 1985, "Design and

- manufacturing development of high-strength aluminum aerospace parts by superplastic forming", Superplasticity in Aerospace-Aluminium (Ed R Pearce, L.kelly), Proc. Int. Conf. Cranfield, England, 12-15 July, pp. 367~390.
- (2) Wisbey, A., Kearns, M.W., 1994, "Titanium alloys for superplastic forming", Superplasticity: 60 Years after Pearson (Ed. N.Ridley), Proc. Conf., UMIST, UK, 7-8DEC, pp. 305~323.
- (3) Winkler, P.-J., 1990, "Superplasticity in use : A critical review of its status, trends and limits", Superplasticity in Metals, Ceramics and Intermetallic (Ed. M.J.Mayo, M.Kobayashi, J. Wadsworth), Proc. Symp., California, USA, pp. 123~136.
- (4) Paton, N.E., Hamilton, C.H., 1979, "Micro structural Influence on Superplasticity in Ti-6Al-4V", Met. Trans., Vol. 10A, pp. 241~250.
- (5) Ghosh, A.K., Raj, R., 1981, "Grain size distribution effect in superplasticity", Acta. Met. Mater., Vol. 29, pp. 607~616.
- (6) Ghosh, A.K., Raj, R., 1986, "A Model for the Evolution of Grain Size Distribution during Superplastic Deformation", Acta. Met. Mater., Vol. 34, No. 3, pp. 447~456.
- (7) Kurzydowski, K.J., Bucki, J.J., 1993, "Flow Stress Dependence on the Distribution of Grain Size in Polycrystals", Acta. Met. Mater., Vol. 41, No. 11, pp. 3141~3146.
- (8) Shi, L., Northwood, D.O., 1995, "Grain size effect in high temperature creep and super plastic deformation of polycrystalline materials" Mater. Sci. Forum Vol. 189, pp. 335~340.
- (9) Zhou, M., Dunne, F.P.E., 1996, "Mechanisms-based constitutive equations for the super plastic behaviour of a titanium alloy" J. of strain Analysis, Vol. 31, pp. 65~73.
- (10) Mosher, D.A., Dawson, P.R., 1996, "A state variable constitute model for superplastic Ti-6Al-4V based on grain size", J. of Eng. Mater. Tech., Vol. 118, pp. 162~168.
- (11) Pilling, J., Ridley, N., 1989, Superplasticity in crystalline solids, London, UK, The Institute of Metals.
- (12) Paton, N.E., Hamilton, C.H., 1979, "Micro structural Influence on Superplasticity in Ti-6Al-4V", Met. Trans., Vol. 10A, pp. 241~250.
- (13) Haghi, M., 1995, "A frame work for constitutive relations and failure criteria for materials with distributed properties, with application to porous viscoplasticity", J. of Mech. Phys. Solid, Vol. 43, pp. 573~597.
- (14) Kim, T-W., Dunne, F.P.E., 1997, "Determination of superplastic constitutive equations and strain rate sensitivities for aerospace alloys", Proc. Instn. Mech. Engrs., Vol. 211, Part G, pp. 367~380.
- (15) Khan, A.S., Huang, S., 1995, Continuum Theory of Plasticity, New York, Wiley.