

응용논문

측정오차를 고려한 \bar{X} -S 관리도의 경제적 설계

The Economic Design of \bar{X} -S Chart Considering Measurement Error

유영창¹⁾

Ryu, Young Chang

강창욱²⁾

Kang, Chang Wook

Abstract

For statistical process control, the process data are collected by the measurement system. But, the measurement system may have instrument error or/and operator error. In the measured values of products, the total observed variance consists of process variance and variance due to error of measurement system.

In this paper, we design more practical \bar{X} -S control chart considering estimated measurement error. The effects of measurement error on the expected total cost and design parameters are investigated.

1. 서론

관리도는 공정에 대한 데이터를 분석하고 공정을 효율적으로 관리하고자 하는 데 있어서 가장 많이 활용되고 있는 통계적 기법중의 하나이다. 또한 대부분의 경영자는 공정의 운영비를 최소로 하는 공정 관리도를 필요로 한다. 따라서 Duncan[4]의 \bar{X} 관리도의 경제적 설계에 관한 연구를 시작으로 Lorenzen and Vance[7]등에 의해 관리도의 경제적 설계에 관한 다양한 연구가 이루어져 왔다. 그런데 공정 데이터를 수집하는 모든 측정시스템에는 계측기 및 계측자의 오차가 항상 존재할 수 있기 때문에, Bennett[3]이 화학공정 관리를 위한 측정오차의 영향을 분석한 이래로, Mizno[8]는 측정오차가 \bar{X} 관리도에 미치는 영향을 분석함으로써 측정오차가 관리도 설계에 많은 영향을 미친다는 점을 밝혀냈다. 그리고 Abraham[2]은 \bar{X} , R, CUSUM 관리도등에서 측정오차가 평균런의 길이에 미치는 영향을 분석하였으며, Kanazuka[5]는 \bar{X} -R 관리도의 검출력에 대한 측정오차의 영향을 분석하였다. 그리고 Montgomery and Runger[9]는 계측기의 능력을 분석하고, 분산성분을 추정하는 방법에 대한 연구를 하였다. 이와 같이 데이터를 수집하는 측정시스템에는 항상 오차가 존재할 수 있고 그 측정오차가 관리도 설계에 많은 영향을 미친다는 결론을 얻어내긴 하였지만, 아직까지 실제 데이터속에 얼마만큼의 오차성분이 포함되어 있고, 또 그 오차성분을 관리도 설계시 어떻게 반영해야 하는가에 대한 연구는 미흡한 실정이다.

따라서 본 연구에서는 측정시스템 분석(Measurement System Analysis: MSA)으로부터 측정시스템의 오차를 추정하고, 추정된 측정오차를 축출해낸 데이터로서 보다 더 현실적이고 경제적인 \bar{X} -S 관리도를 설계하고자 한다.

1) 한양대학교 산업공학과 석사

2) 한양대학교 산업공학과 교수

2. 측정시스템 분석에 의한 측정시스템의 오차 추정

통계적 공정관리를 실현하는 모든 관리도의 작성은 측정된 데이터에 근거하여 공정을 관리하므로 정확한 데이터의 수집과 분석이 매우 중요하다. 그러나 데이터를 수집하는 측정시스템에는 항상 오차가 수반될 수 있기 때문에 품질특성치의 참값을 얻는다는 것은 거의 불가능하다. 그러나 공정변동에 의한 분포와 측정오차간의 분포는 독립이며, 측정오차의 분포가 정규분포 $N(0, \sigma_M^2)$ 을 따른다고 가정하면 제품의 변동을 다음과 같이 구분할 수 있다.

$$\text{측정된 제품의 변동} = \text{제조공정에 의한 변동} + \text{측정시스템에 의한 변동}$$

이와 같이 측정시스템으로 수집된 데이터로부터 추정된 제품의 변동에는, 측정시스템에 의한 변동분이 포함되어 있으므로 보다 더 정확한 공정관리를 하기 위해서는 측정시스템에 의한 변동분을 제외한, 순수한 제조공정만의 변동을 산출하여 관리할 필요가 있다. 만약 측정오차성분이 제거되지 않은 데이터를 분석한다면, 분석된 결과치는 측정오차에 의한 왜곡된 결과일 수밖에 없다. 그렇지 않다면 측정시스템의 오차 σ_M 을 0으로 간주한 것이 되는데, $\sigma_M=0$ 으로 가정하게 되면 측정시스템의 오차가 존재하는데도 불구하고 없는 것으로 분석한 것이 되어, 관리한계선의 폭이 측정오차의 폭 만큼 넓어지게 된다. 관리도를 설계하기 위해서는 3가지 설계변수인 샘플크기, 샘플링주기, 관리한계선이 결정되어야 하는데, 관리한계선은 제조공정의 표준편차에 의해 결정되므로 이와 같은 방식으로 표준편차를 추정하면, 관리한계선의 폭이 필요이상으로 넓어져서 관리도의 경제적 설계에 영향을 미치게 된다. 따라서 제조공정만의 변동을 좀 더 정확하게 관리하기 위해서는 측정데이터로부터 추정된 σ_T^2 에서 측정시스템의 오차 σ_M^2 를 빼준 순수한 제조공정만의 변동 σ_P^2 에 의한 관리를 해야 한다. 또한 정확한 σ_P^2 를 관리하기 위해서는 σ_T^2 에 어느 정도의 σ_M^2 가 포함되어 있는지를 알아야 한다. 그런데 측정시스템의 변동요소에는 여러 가지가 있지만 측정장비 변동과 측정자 변동이 대표적인 요소라고 할 수 있으므로, 이들을 하나의 값으로 나타낸 %R&R값을 측정시스템의 오차로 볼 수 있다. 따라서 측정시스템분석으로부터 추정된 %R&R값을 이용하여 순수한 제조공정만의 변동을 추정해 낸다.[1] 이렇게 추정된 측정시스템의 오차로부터 순수한 제조공정만의 변동을 추정하여 관리도를 작성하면, 필요이상으로 넓어졌던 관리한계선의 폭이 줄어들게 되어 제2종오류에 의한 품질비용을 줄일 수가 있다.

3. 측정오차를 고려한 \bar{X} -S 관리도의 경제적 설계

3.1 모형설명

통계적으로 안정된 상태에 있는 공정은 $N(\mu, \sigma_P^2)$ 을 따르지만 측정오차로 인해 실제로 측정된 공정측정치는 $N(\mu, \frac{\sigma_P^2 + \sigma_M^2}{n})$ 을 따른다. 그러므로 중심선 μ , 관리한계선

$$\mu \pm k\sqrt{\frac{\sigma_P^2 + \sigma_M^2}{n}}$$

인 관리도가 설계된다. 그러나 제조물책임(Product Liability: PL)시대에 입각

하여 관리도의 제2종 오류에 대한 품질비용을 낮추기 위해서는 좀 더 엄격한 공정관리가 필요하다. 특히 자동차의 엔진을 구성하는 전자부품의 사용에는 안전에 관한 규격이 복잡하고 까다롭게 됨에 따라, 그것을 생산해 내는 반도체 공정에서도 제2종 오류에 대한 품질비용이 기업

사할의 문제로까지 되었다. 따라서 공정측정치는 측정시스템의 오차로 인하여 $N(\mu, \frac{\sigma_P^2 + \sigma_M^2}{n})$ 의 분포를 따른다고 하더라도, 특정부품에 대한 관리한계선은 측정시스템의 오차부분을 제외한 $\mu \pm k\sqrt{\frac{\sigma_P^2}{n}}$ 으로 설계한다. 이와 같은 관리한계선으로 $\bar{X}-S$ 관리도를 작성했을 때 발생하는 2 가지 오류에 대한 확률값 α 와 β 를 계산한 후, 이 값들을 Lorenzen and Vance[7]의 비용모형에 대입하여 최소비용값을 갖는 가장 경제적인 설계변수들을 찾는다.

본 장에서 사용되는 기본 가정은 다음과 같다.

- ① 공정은 평균이 μ , 실제분산이 σ_P^2 , 측정오차의 분산이 σ_M^2 인 정규분포를 따른다.
- ② 공정의 이상요인은 공정평균과 공정분산을 변화시킨다.
- ③ 이상요인의 발생시간은 평균 $\frac{1}{\lambda}$ 인 지수분포를 따른다.
- ④ 샘플링 중에 이상요인은 발생하지 않고 이상요인을 찾는 동안에도 공정은 계속 작동한다.
- ⑤ 공정을 수리하거나 원상태로 복귀하는데 드는 비용은 무시한다

3.2 공정주기시간 및 비용함수의 결정

공정주기 시간은 다음과 같은 요소로 구성되고 총 공정주기 시간은 다음과 같다.

- ① $E(T_1)$: 이상원인이 발생할 때까지의 시간
- ② $E(T_2)$: 이상원인 발생시점부터 다음표본 사이의 시간
- ③ $E(T_3)$: 이상신호가 주어지기 전 마지막 표본을 추출할 때까지의 시간
- ④ $E(T_4)$: 표본을 분석하고 그 결과를 관리도에 적용하는데 소요되는 시간
- ⑤ $E(T_5)$: 이상원인을 검색하고 공정을 수정하는데 소요되는 시간

따라서 기대공정주기시간 $E(T)$ 는 다음과 같다.

$$E(T) = E(T_1) + E(T_2) + E(T_3) + E(T_4) + E(T_5)$$

$$= \frac{1}{\lambda} + (1 - D_1) \cdot \frac{s \cdot T_f}{ARL_{in}} + (h - \tau) + h(ARL_{out} - 1) + Inspect \quad (1)$$

단, $Inspect = n \cdot e + D_1 T_{Find} + D_2 T_{Repair}$

또한 비용함수는 Lorenzen and Vance의 모형을 이용하는 데 단위시간당 기대비용 L 은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$L = \frac{C_{in}}{\lambda} + \frac{C_{out}(h \cdot ARL_{out} - \tau + Inspect)}{E(T_T)} + \frac{C_F \cdot \frac{s}{ARL_{in}} + C_D}{E(T_T)}$$

$$+ \frac{[B_1 + B_2 \cdot n] \cdot [\frac{1}{\lambda} - \tau + h \cdot ARL_{out} + Inspect]}{h \cdot E(T_T)} \quad (2)$$

따라서 비용식 L 을 최소로 하는 $\bar{X}-S$ 관리도의 경제적 설계를 하기 위해서는 ARL_{in} 과 ARL_{out} 이 계산되어야 한다.

3.3 \bar{X} -S 관리도에서의 평균런길이(ARL) 계산

평균런길이는 관리도에서의 두가지 오류에 대한 확률값 α, β 와 다음과 같은 관계식이 성립되므로 \bar{X} -S 관리도에서의 $\alpha_{\bar{X}-S}, \beta_{\bar{X}-S}$ 값을 먼저 계산한다.

$$ARL_{out} = \frac{1}{1 - \beta_{\bar{X}-S}}, \quad ARL_{in} = \frac{1}{\alpha_{\bar{X}-S}} \quad (3)$$

3.3.1 측정된 데이터가 측정시스템의 오차로 인하여 $N(\mu, \frac{\sigma_P^2 + \sigma_M^2}{n})$ 의 분포를 따른다고 가정할 때의 $\alpha_{\bar{X}-S}$ 과 $\beta_{\bar{X}-S}$ 의 계산

① $\beta_{\bar{X}-S} = \beta_{\bar{X}} \cdot \beta_S$

$$\beta_{\bar{X}} = \Pr \left[\mu - K_1 \sqrt{\frac{\sigma_P^2 + \sigma_M^2}{n}} \leq \bar{X} \leq \mu + K_1 \sqrt{\frac{\sigma_P^2 + \sigma_M^2}{n}} \right]$$

$$\beta_S = \Pr \left[(c_4 - K_2 \sqrt{1 - c_4^2}) \sqrt{\sigma_P^2 + \sigma_M^2} \leq S \leq (c_4 + K_2 \sqrt{1 - c_4^2}) \sqrt{\sigma_P^2 + \sigma_M^2} \right]$$

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu'}{\sqrt{\frac{\sigma_P^2 + \sigma_M^2}{n}}} \sim N(0, 1^2) \text{ 이므로 표준정규변환하고,}$$

$$\frac{\mu' - \mu}{\sigma_P} = d, \quad \frac{\sigma_P^2}{\sigma_P^2} = q^2, \quad \frac{\sigma_M^2}{\sigma_P^2} = v^2 \text{ 로 놓으면}$$

$$\beta_{\bar{X}-S} = \left[\int_{\frac{\sqrt{\frac{1+v^2}{q^2+v^2}} \left(K_1 - \frac{d\sqrt{n}}{\sqrt{1+v^2}} \right)}{\sqrt{\frac{1+v^2}{q^2+v^2}} \left(-K_1 - \frac{d\sqrt{n}}{\sqrt{1+v^2}} \right)}}^{\left(K_1 - \frac{d\sqrt{n}}{\sqrt{1+v^2}} \right)} f(x) dx \right] \cdot \left[\int_{\frac{(d' + K_2) \sqrt{\frac{1+v^2}{q^2+v^2}} - d'}{(d' - K_2) \sqrt{\frac{1+v^2}{q^2+v^2}} - d'}}^{\left((d' + K_2) \sqrt{\frac{1+v^2}{q^2+v^2}} - d' \right)} f(x) dx \right] \quad (4)$$

단, $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}x^2\right)$

② $\alpha_{\bar{X}-S} = \alpha_{\bar{X}} + \alpha_S - (\alpha_{\bar{X}} \cdot \alpha_S)$ 이고

$$\alpha_{\bar{X}} = \Pr \left[Z \geq \frac{\mu + K_1 \sqrt{\frac{\sigma_P^2 + \sigma_M^2}{n}} - \mu}{\sqrt{\frac{\sigma_P^2 + \sigma_M^2}{n}}} \right] + \Pr \left[Z \leq \frac{\mu - K_1 \sqrt{\frac{\sigma_P^2 + \sigma_M^2}{n}} - \mu}{\sqrt{\frac{\sigma_P^2 + \sigma_M^2}{n}}} \right]$$

$$\alpha_S = \Pr \left[Z \geq \frac{(c_4 + K_2 \sqrt{1 - c_4^2}) \cdot \sqrt{\sigma_P^2 + \sigma_M^2} - c_4 \sqrt{\sigma_P^2 + \sigma_M^2}}{\beta_n \sqrt{\sigma_P^2 + \sigma_M^2}} \right] + \Pr \left[Z \leq \frac{(c_4 - K_2 \sqrt{1 - c_4^2}) \cdot \sqrt{\sigma_P^2 + \sigma_M^2} - c_4 \sqrt{\sigma_P^2 + \sigma_M^2}}{\beta_n \sqrt{\sigma_P^2 + \sigma_M^2}} \right]$$

이므로

①번에서와 같이 표준정규분포로 변환하고

$$\frac{c_4}{\sqrt{1 - c_4^2}} = d', \quad \frac{\sigma_P^2}{\sigma_P^2} = q^2, \quad \frac{\sigma_M^2}{\sigma_P^2} = v^2 \text{ 로 놓고 정리하면}$$

$$\alpha_{\bar{x}-s} = 1 - 2 \int_0^{K_1} f(x) dx + 1 - 2 \int_0^{K_2} f(x) dx - \left[\left(1 - 2 \int_0^{K_1} f(x) dx \right) \cdot \left(1 - 2 \int_0^{K_2} f(x) dx \right) \right] \quad (5)$$

3.3.2 측정시스템 분석으로 추정된 측정시스템의 오차를 제거했을 때의 $\alpha'_{\bar{x}-s}$ 과 $\beta'_{\bar{x}-s}$ 의 계산

① $\beta'_{\bar{x}-s} = \beta'_{\bar{x}} \cdot \beta'_s$

$$\beta'_{\bar{x}} = \Pr \left[\mu - K_1 \sqrt{\frac{\sigma_P^2}{n}} \leq \bar{X} \leq \mu + K_1 \sqrt{\frac{\sigma_P^2}{n}} \right]$$

$$\beta'_s = \Pr \left[(c_4 - K_2 \sqrt{1 - c_4^2}) \sqrt{\sigma_P^2} \leq S \leq (c_4 + K_2 \sqrt{1 - c_4^2}) \sqrt{\sigma_P^2} \right]$$

그러나 측정된 데이터에는 측정시스템의 오차가 혼재해 있어 $N(\mu, \frac{\sigma_P^2 + \sigma_M^2}{n})$ 의 분포를 따르므로 표준화는 다음과 같이 한다. 따라서

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu'}{\sqrt{\frac{\sigma_P^2 + \sigma_M^2}{n}}} \sim N(0, 1^2) \text{ 이므로 표준정규변환하고 정리하면}$$

$$\beta'_{\bar{x}-s} = \left[\int_{\frac{(d' - K_2) \sqrt{\frac{1}{q^2 + v^2}} - d'}{\sqrt{\frac{1}{q^2 + v^2}} - d'}}^{\frac{(d' + K_2) \sqrt{\frac{1}{q^2 + v^2}} - d'}{\sqrt{\frac{1}{q^2 + v^2}} - d'}} f(x) dx \right] \cdot \left[\int_{\frac{(c_4 - K_2 \sqrt{1 - c_4^2}) \sqrt{\sigma_P^2} - c_4 \sqrt{\sigma_P^2 + \sigma_M^2}}{\beta_n \sqrt{\sigma_P^2 + \sigma_M^2}}}^{\frac{(c_4 + K_2 \sqrt{1 - c_4^2}) \sqrt{\sigma_P^2} - c_4 \sqrt{\sigma_P^2 + \sigma_M^2}}{\beta_n \sqrt{\sigma_P^2 + \sigma_M^2}}} f(x) dx \right] \quad (6)$$

단, $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{1}{2} x^2)$

② $\alpha'_{\bar{x}-s} = \alpha'_{\bar{x}} + \alpha'_s - (\alpha'_{\bar{x}} \cdot \alpha'_s)$

$$\alpha'_{\bar{x}} = \Pr \left[Z \geq \frac{\mu + K_1 \sqrt{\frac{\sigma_P^2}{n}} - \mu}{\sqrt{\frac{\sigma_P^2 + \sigma_M^2}{n}}} \right] + \Pr \left[Z \leq \frac{\mu - K_1 \sqrt{\frac{\sigma_P^2}{n}} - \mu}{\sqrt{\frac{\sigma_P^2 + \sigma_M^2}{n}}} \right]$$

$$\alpha'_s = \Pr \left[Z \geq \frac{(c_4 + K_2 \sqrt{1 - c_4^2}) \cdot \sqrt{\sigma_P^2} - c_4 \sqrt{\sigma_P^2 + \sigma_M^2}}{\beta_n \sqrt{\sigma_P^2 + \sigma_M^2}} \right]$$

$$+ \Pr \left[Z \leq \frac{(c_4 - K_2 \sqrt{1 - c_4^2}) \cdot \sqrt{\sigma_P^2} - c_4 \sqrt{\sigma_P^2 + \sigma_M^2}}{\beta_n \sqrt{\sigma_P^2 + \sigma_M^2}} \right]$$

따라서 이와 같이 표준정규분포로 변환하여

$$\frac{c_4}{\sqrt{1 - c_4^2}} = d', \quad \frac{\sigma_P^2}{\sigma_P^2} = q^2, \quad \frac{\sigma_M^2}{\sigma_P^2} = v^2 \text{ 로 놓고 정리하면}$$

$$\alpha'_{\bar{x}-s} = 1 - \int_{-K_1 \sqrt{\frac{1}{1+v^2}}}^{K_1 \sqrt{\frac{1}{1+v^2}}} f(x) dx + 1 - \int_{d' \sqrt{\frac{1}{1+v^2}} - 1}^{d' \sqrt{\frac{1}{1+v^2}} + K_2 \sqrt{\frac{1}{1+v^2}}} f(x) dx - \left[1 - \int_{-K_1 \sqrt{\frac{1}{1+v^2}}}^{K_1 \sqrt{\frac{1}{1+v^2}}} f(x) dx \right] \cdot \left[1 - \int_{d' \sqrt{\frac{1}{1+v^2}} - 1}^{d' \sqrt{\frac{1}{1+v^2}} + K_2 \sqrt{\frac{1}{1+v^2}}} f(x) dx \right] \quad (7)$$

3.3.1절과 3.3.2절에서 계산된 $\bar{X}-S$ 관리도의 제1종오류의 확률값과 제2종오류의 확률값을 3.2절의 비용함수식에 대입하고 컴퓨터에 의한 계산으로 비용함수 L 을 최소로 하는 $\bar{X}-S$ 관리도의 최적 모수값을 찾는다.

4. 결과분석

최적 모수값에 대한 추정은 Duncan이 \bar{X} 관리도를 경제적으로 설계하면서 사용한 추정값들을 이용하였으며, 본 연구에서는 $\bar{X}-S$ 관리도의 특성상 표본 크기가 10이상일 때 $\bar{X}-R$ 관리도 대신 $\bar{X}-S$ 관리도를 이용하기 때문에 표본크기를 10부터 20까지 변화시켜 보았다. 그리고 파라미터(n, K_1, K_2)의 변화는 다음과 같은 범위 내에서 변화시켰고, K_1 과 K_2 는 각각 0.1씩 증가시켜가면서 값을 추출해 냈다.

$$(10 \leq n \leq 20, 2.0 \leq K_1 \leq 6.0, 2.0 \leq K_2 \leq 6.0)$$

또한 본 연구에서 제시한 관리한계선을 적용할 때 총비용이 공정평균변화와 공정표준편차 변화에 따라 어떻게 변하는지를 알아보기 위하여 공정평균변화량은 0, 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5의 값과, 공정표준편차변화량은 $(\sigma_p' / \sigma_p) : 0.5 \sim 6.0$ 까지의 값을 0.5씩 증가시켜가면서, 최소비용과 그때의 관리도 모수들을 찾아냈다. 다음 그림 1은 제2종 품질비용이 100과 500일 때 평균변화량이 0~2.5까지 변화할 때의 최적비용을 나타낸 그래프이며, (표 1)은 그 실제 데이터를 표현한 것이다. 그래프를 보면 평균변화량이 커질수록 비용이 더 작아짐을 알 수 있고, (표 1)을 보면 측정오차를 고려했을때의 비용이 측정오차를 고려하지 않았을 때의 비용보다 적게 발생됨을 알 수 있다.

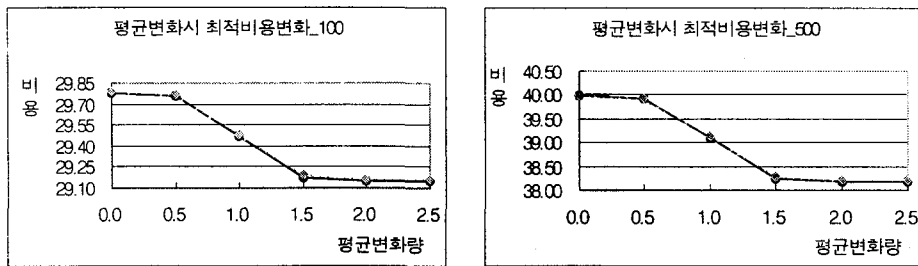


그림 1 평균변화량에 따른 최적비용변화

(표 1) 평균변화량에 따른 최적비용변화에 대한 실제 데이터값

평균변화	측정오차를 고려한 비용	측정오차를 고려안한 비용	차이
0.0	29.7757	29.7897	0.0140
0.5	29.7554	29.7699	0.0145
1.0	29.4681	29.4830	0.0149
1.5	29.1768	29.1905	0.0137
2.0	29.1526	29.1664	0.0138
2.5	29.1518	29.1656	0.0138

평균변화	측정오차를 고려한 비용	측정오차를 고려안한 비용	차이
0.0	39.9665	39.9824	0.0159
0.5	39.9098	39.9258	0.0160
1.0	39.0892	39.1176	0.0284
1.5	38.2586	38.2720	0.0134
2.0	38.1956	38.2097	0.0141
2.5	38.1936	38.2077	0.0141

다음 그림 2 와 그림 3은 평균변화량이 1보다 클 때와 1보다 작을 때를 구분한 다음 분산변화량에 따른 최적비용변화를 나타낸 그래프이다.

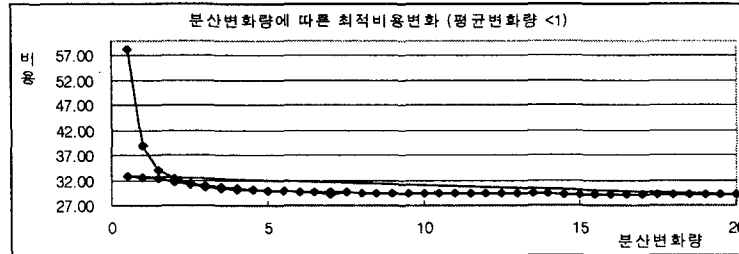


그림 2 평균변화량이 1보다 작을 때 분산변화량에 따른 최적비용변화

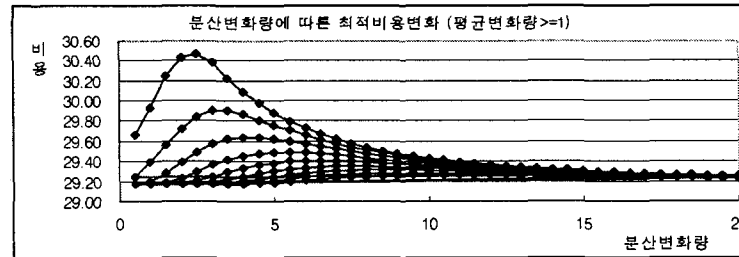


그림 3 평균변화량이 1보다 클 때 분산변화량에 따른 최적비용변화

그림 2를 보면 평균변화량이 1 보다 작을 때는 분산변화량이 커질수록 최적비용이 더 줄어들지만, 평균변화량이 1 이상일 때는 분산변화량이 3 정도가 될 때까지는 최적비용이 증가하다가 3 이상이 되면 다시 최적비용이 줄어드는 것을 볼 수 있다. 이것은 본 연구에서 이용한 Lorenzen and Vance[7]의 비용모형이 ARL_{in} 및 ARL_{out} 의 함수로 산출되기 때문에 관리도의 두 가지 오류에 대한 확률값 α, β 에 의해서 다르게 계산되기 때문이다. 즉, 평균변화량과 분산변화량이 커지면 α 값은 커지지만, β 값은 거의 0에 가까워져서 검출력이 1에 가까워지기 때문이다. 또한 평균변화량이 커질수록 최적비용의 변화가 적은 것을 알 수 있다. 좀 더 정확한 데이터를 보기 위하여 평균과 분산변화량이 2.0 까지의 최적 파라미터 n, K_1, K_2 와 ARL_{in}, ARL_{out} 및 최적 비용을 표로 나타내면 (표 1)과 같다.

(표 1) 평균과 분산변화량에 따른 최적 파라미터 및 최적비용

평균 변화량	분산 변화량	샘플 수	K_1	K_2	샘플링 주기	ARL_{in}	ARL_{out}	비용
0.5	0.5	15	2.0	6.0	5.62759	12.0099	2.1419	32.8375
0.5	1.0	15	2.0	6.0	5.71820	12.0099	2.0903	32.7318
0.5	1.5	15	2.0	2.1	6.58670	6.8266	1.6986	32.2841
1.0	0.5	15	2.4	6.0	9.92739	26.5484	1.0276	29.6637
1.0	1.0	15	2.2	6.0	9.47230	17.6221	1.0796	29.9343
1.0	1.5	15	2.2	3.6	8.81112	17.1039	1.1698	30.2446
1.5	0.5	10	3.0	6.0	10.03560	106.6670	1.0114	29.2464
1.5	1.0	11	2.7	6.0	9.91372	51.6169	1.0250	29.3854
1.5	1.5	13	2.7	4.5	9.72288	51.3643	1.0480	29.5579
2.0	0.5	10	3.9	6.0	10.14130	1366.7100	1.0008	29.1714
2.0	1.0	10	3.4	6.0	10.09160	309.1080	1.0057	29.1995
2.0	1.5	10	3.0	5.0	9.95524	106.5020	1.0196	29.2749

다음은 공정평균이 22.391이고, 측정된 데이터의 표준편차가 3.143이며, 측정시스템분석으로부터 추정된 총공정변동에 대한 측정시스템의 오차가 1.5715일 때 공정평균시간 0.01, 고정비 0.5, 변동비 0.1, 이상원인 수정시간 2, 샘플 한 개당 관리도에 타점하는 시간 0.05이고, 제2종 오류에 대한 품질비용을 오경보에 대한 품질비용의 1배~20배로 변화시켰을 때의 최적 모수와 비용을 그림 4~그림 6과 같이 얻었다.

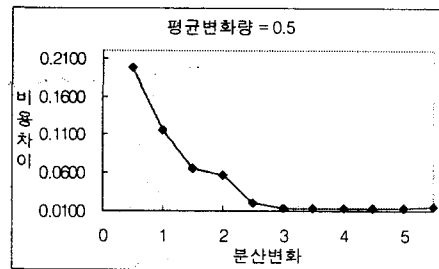
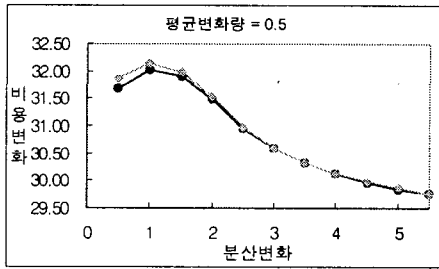


그림 4 제2종 오류에 대한 품질비용이 오경보비의 2배일 때

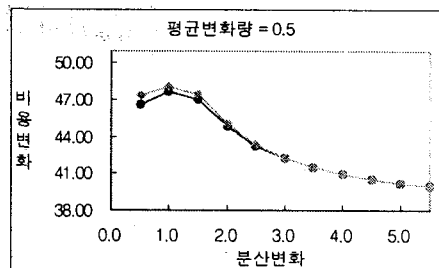
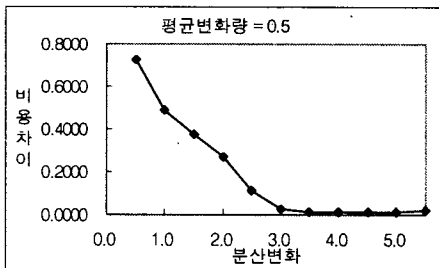


그림 5 제2종 오류에 대한 품질비용이 오경보비의 10배일 때

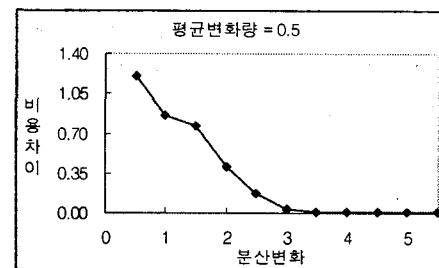
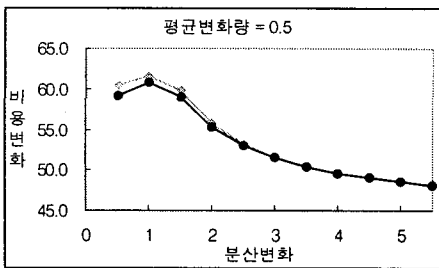


그림 6 제2종 오류에 대한 품질비용이 오경보비의 20배일 때

그림 4~그림 6에서 보는 바와 같이 오경보 비용에 비해서 제2종 오류에 대한 품질비용이 상대적으로 커질수록 최소비용의 차이가 커짐을 알 수 있다. 또한 측정오차를 고려하면 측정오차를 고려하지 않았을 때 보다 비용을 더 절감할 수 있으며, 제2종오류에 대한 품질비용이 커질수록 그 차이가 더욱 크다.

그리고 평균변화량이 1보다 작을 때는 분산의 변화량이 작을수록 그 차이가 더욱 크다. 평균변화량이 1보다 클 때에도 물론 측정오차를 고려한 경우가 더 비용이 작게 나타나지만 그 차이는 아주 미세하다.

6. 결론

측정시스템의 오차는 경제성을 고려한 관리도 작성에 많은 영향을 미치기 때문에 측정시스템의 오차를 고려하여 $\bar{X}-S$ 관리도를 설계해야 한다. 특히 공정평균과 분산의 변화가 작은 미세한 공정변동에서는 측정시스템의 오차부분을 제외시킨 분포에 의한 관리한계선으로 관리하면 비용을 더 절감할 수 있다. 또한 측정시스템 분석으로부터 추정된 측정오차를 고려하여 비용을 더 적게 하는 $\bar{X}-S$ 관리도의 최적 모수값을 제시하였다.

마지막으로 본 연구에서는 공정에 대한 표준편차를 미리 알고 있는 경우의 경제적인 $\bar{X}-S$ 관리도에 대한 연구를 하였으나, 추후 연구로서는 공정에 대한 표준편차를 모르고 있을 때의 경제적인 $\bar{X}-S$ 관리도의 설계에 대해서도 연구해 볼 수 있을 것이다.

참고문헌

- [1] 유영창; "측정오차를 고려한 $\bar{X}-S$ 관리도의 경제적 설계," 석사학위논문, 한양대학교, 1999.
- [2] Abraham, B., "Control Charts and Measurement Error," *Annual Technical Conference Transactions of the American Society for Quality Control*, Vol. 31, No. 4, pp. 370-374, 1977.
- [3] Bennett, C. A., "Effect of Measurement Error on Chemical Process Control," *Industrial Quality Control*, Vol. 10, No. 4, pp. 17-20, 1954.
- [4] Duncan, A. J., "The Economic Design of \bar{X} -Charts used to Maintain Current Control of a Process," *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 11, No. 274, pp. 228-242, 1956.
- [5] Kanazuka, T., "The Effect of Measurement Error on the Power of $\bar{X}-R$ Charts," *Journal of Quality Technology*, Vol. 18, No. 2, pp. 91-95, 1986.
- [6] Lindgren B. L., *Statistical Theory*, Macmillan Publishing, 3rd ed., New York, NY, 1968.
- [7] Lorenzen, T. J. and Vance, L. C., "The Economic Design of Control Charts: A Unified Approach," *Technometrics*, Vol. 28, No. 1, pp. 3-10, 1986.
- [8] Mizuno, S., "Problem on Measurement Errors in Process Control," *Bulletin of International Statistical Institute*, Vol. 38, No. 3, pp. 405-415, 1961
- [9] Montgomery, D. C. and Runger, G. C., "Gauge Capability Analysis and Designed Experiments. Part I: Basic Methods," *Quality Engineering*, Vol. 6, No. 1, pp. 115-135, 1994.
- [10] Suich, R. "The c Control Chart under Inspection Error," *Journal of Quality Technology*, Vol. 20, No. 4, pp. 314-318, 1988.
- [11] Smith, G., *Statistical Process Control and Quality Improvement*, 2nd ed., Prentice Hall, NJ, 1995.
- [12] Tricker, E. C. and Okell, E., "The Effect on the R Chart of Precision of Measurement," *Journal of Quality Technology*, Vol. 30, No. 3, pp. 232-239, 1998.