▩ 연구논문

FMS에서의 생산비용 최소화를 위한 공구 결정 및 공구로우딩-부품 할당 기법

A Tool Selection and Tool Loading-Part Assignment Procedure to Minimize Operation Costs in FMS

나 윤 균*
Na, Yoon Kyoon
이 동 하*
Lee, Dhongha

Abstract

In FMS where tool movement policy is adopted, a mathematical model has been developed which determines the selection of a tool type for each operation and tool loading-part assignment simultaneouly. The objective is to minimize the total cost of operation including machining time cost, tool cost, tool replacement and loading time cost, and tool change time cost. Due to the complexity of the problem, an approximate solution procedure has been developed utilizing the special structure of the model. Tool selection was determined first to allocate one tool type to each operation considering more than one tool type alternatives for each operation. Tool loading-part assignment was determined to minimize the total number of tool changes due to part mix based on the tool selection.

1. 서론

FMS의 높은 투자 및 운용비용에 비추어 시스템을 효과적으로 이용하는 것은 매우 중요하다. Gray et al.(1993)과 Veeramani et al. (1992)는 자동제조시스템의 공구관리 문제들을 조사하고, 공구에 관하여 고려되어야 할 사항의 미비로 시스템의 성능저하를 초래할 수 있음을 강조하였다. Kouvelis(1991)은 절삭공구 이용율을 전체 시스템 성능의 중요한 변수로 인식하였으며 공구관련 비용이 생산의 고정 및 변동비용의 25-30%를 차지하는 것으로 보고하였다. Gray et al. (1993)은 공구관리 문제들이 어떻게 공구수준, 기계수준, 시스템수준으로 분류될 수 있는지를 검사하기 위한 자원계획의 통합적 개념의 틀을 제공하였다.

공구관리에 대한 결정들은 생산계획 및 일정계획 단계에서 발생하고 시스템 수준에서는 기계군 형성, 부품형태 선택 및 로우딩, 공구할당 문제들을 수반한다. 개별 기계수준에서의 주요한 공구관리 문제들은 기계 매거진에 공구를 로우딩하고 위치시키고, 특정 매거진 제약조건을 수용하는 부품 투입순서를 결정하고 공구 교체전략을 수립하는 것이다. 공구수준에서의 공구관

---

* 수원대학교 산업공학과

리 문제들은 절삭공구의 종류 및 수와 각 제조공정을 위한 공구절삭속도, 이송율을 포함한다.

시스템 수준에서의 공구할당문제를 해결하기 위하여 Stecke(1983)은 FMS 로우딩 문제를 혼합정수계획문제로 모델링하였으며, Sarin and Chen(1987)은 총기계가공비용이 공구와 기계의 조합에 의존한다는 가정하에 정수계획 모형을 제시하였다. Leung et al.(1993)은 기계공정, 공수사용, 자재운반비용의 합을 최소화하기 위한 공구할당 및 부품할당 모델을 제시하였으며, 이 모델은 몇 가지 공정제어 전략을 시뮬레이션 모델을 이용하여 평가함으로써 Maheshwari and Khator(1995)에 의하여 확장되었다. 그러나 이 모든 연구들은 일정한 가공시간과 공구수명을 가정함으로써 기계 가공조건 선택 및 공구 가용성 제한과의 상호작용을 무시하고 있으며, 따라서 실제 공구마모와 그에 따른 공구수명제한과 공구교체 요구 및 총비용에 미치는 영향을 고려할 수 없었다. 더욱이 배취 크기에 따라 어떤 공정을 수행하는데 소요되는 공구의 수는 한 개 이상이 될 수 있다. 또한 대부분의 연구들은 각 공정에 대한 공구소요량을 독립적으로 결정함으로써 제한적인 공구 수로 인한 공정간의 경쟁을 고려하지 못하고 있다. 기계가공조건, 공구가용성, 공구수명과 같은 시스템 구성요소의 가공적 특성들은 CNC의 모델링을 위하여 고려되어야만 한다.

기계수준에서의 많은 연구(Tang & Denardo, 1988, Kouvelis, 1991, Crama et al., 1994)는 부품혼합에 따른 공구교환의 최소화를 강조하였으며, 공구마모로 인한 공구교체는 기계 가공조건의 선택과 직접적인 관계가 있는데도 불구하고 일정한 가공시간과 공구수명을 가정하고 있다. 단일공정을 위한 기계가공조건 최적화는 널리 알려진 문제이며 결정 변수들은 절삭속도와 이송율이다. SerimAktu(1999)는 다공정의 경우에 중요한 요소가 될 수 있는 비가공시간의 영향을 고려한 공구절삭 조건 및 공정에의 공구할당 모델을 수립하고 해법을 제시하였다.

시스템 수준에서의 현재의 공구관리 방법은 공구문제들을 기계 가공조건에 관련시키지 못하고 있으며 공구 가용성과 공구 마모 제약을 무시하고 있다. 이와 같은 점을 극복하기 위하여 본 연구에서는 다공정 작업에서 각 공정에 대해 작업이 가능한 여러 종류의 절삭공구들을 고려하면서, 생산비용을 최소화하기 위하여 각 공정에 할당되는 공구종류 뿐만 아니라 부품혼합에 따른 공구교환을 최소화하는 공구 및 부품할당을 동시에 고려하는 수리모형을 제시하고 해법을 개발하였다.

2. 수리모형

본 연구에서는 Han et al.(1989)에 의하여 제시된 공구이동방식을 취하는 FMS를 가정하기로 한다. 기술의 발달로 해당 공정에 소요되는 공구가 주어지면 모든 공정의 수행이 가능한 머쉬닝센터의 등장이 가능하게 되었으며, 따라서 머쉬닝센터의 공정 수행 가능 여부는 공구 매거진에 필요한 공구가 존재하는 가에 달려 있다. 부품이 어느 머쉬닝센터에 할당이 되면 다른 머쉬닝센터로 이동하지 않고 부품작업에 필요한 모든 공정을 할당된 머쉬닝센터로부터 수행받는다. 할당된 부품의 어느 공정에 소요되는 공구가 공구매거진에 보관되어 있지 않는 경우 그 공구는 공구 크립이나 다른 머쉬닝센터의 공구매거진으로부터 공급되며, 각 공정에 소요되는 공구가 공구매거진에 위치한 후에 공정은 시작된다.

본 연구는 다음과 같은 가정하에 수행된다.

(1) 머쉬닝센터는 공정 수행에 요구되는 공구가 공급되면 모든 공정의 수행이 가능하다.
(2) 초기의 공구 로우딩과 이어 발생하는 공구교환은 머쉬닝센터가 정지 중일 때만 가능하며 공구교환은 한 번에 하나 씩 이루어진다.
(3) 각 부품의 배취 크기는 이미 알려져 있다.
(4) 각 공정에 대해 작업이 가능한 여러 종류의 절삭공구들이 존재하며, 작업수행시간은 절삭

공구의 종류에 따라 다르다.

(5) 각 공정은 한 가지 종류의 공구에 의해서만 수행된다.

(6) 각 공구 종류에 대하여 제한된 수의 공구만이 허용된다.

수리모형 수립을 위하여 다음과 같은 기호들을 사용하기로 한다.

I : set of machining centers or tool crib

J : set of parts

O : set of operations

T : set of tools

M : a very large positive number

B_j : batch size of part j

C_o : operating cost of the machining center

C_t : cost of tool t

n_{ot} : numer of tool type t required for completion of operation o

t_{ot} : machining time of operation o using tool t

t_{lt} : tool magazine loading time for tool t

t_{rt} : tool replacing time for tool t

t_c : tool change time

p_{ot} : number of times that an operation o can be performed by a tool type t

$a_{jo}=\begin{cases}1 & \text{부품 } j\text{가 공정 } o\text{를필요로하는경우} \\ 0 & \text{그렇지않은경우}\end{cases}$

r_j = number of tools required by part type j ($\sum_{o\in O}\sum_{t\in T} a_{jo}z_{ot}$)

s_i = capacity of magazine at machining center i

b = exact balance of workload

α = workload imbalance factor

$x_{it}=\begin{cases}1 & \text{공구 } t\text{가 머쉬닝센터 } i\text{에 할당되는 경우} \\ 0 & \text{그렇지 않은 경우}\end{cases}$

$y_{ij}=\begin{cases}1 & \text{부품 } j\text{가 머쉬닝센터 } i\text{에할당되는경우} \\ 0 & \text{그렇지 않은 경우}\end{cases}$

$z_{ot}=\begin{cases}1 & \text{공정 } o\text{가 공구 } t\text{에 의하여 수행이 되는 경우} \\ 0 & \text{그렇지 않은 경우}\end{cases}$

목적함수에는 생산에 관련된 비용으로 머쉬닝센터 가동비용, 공구교체 및 로우딩 비용, 공구비용, 부품혼합에 따른 공구교환비용을 포함한다. 머쉬닝센터 가동비용은 각 공정에 할당된 공구를 사용하여 공정을 수행하는데 소요되는 시간에 단위시간당 가동비용을 곱하여 산출된다. 공구교체에 소요되는 시간은 각 공정에 할당된 공구종류의 공구 수에서 1을 뺀 공구교체 회수에 1회 공구교체에 소요되는 시간을 곱하여 구한다. 두 번째 항은 공구교체시간 및 공구매거진에 공구를 로우딩하는 시간의 합에 단위시간당 가동비용을 곱하여 산출된다. 공구비용은 각 공정에 소요되는 공구의 수에 공구단가를 곱하여 얻을 수 있다. 부품혼합에 따른 공구교환비용은 어느 공정을 수행할 때 그 공정에 소요되는 공구가 공구매거진에 보관되어 있지 않는 경우 그 공구를 공구크립이나 다른 공구매거진으로부터 이송하여 교환하는데 소요되는 시간에 단위시간당 가동비용을 곱하여 얻는다.

$$P: \quad Minimize \quad C_o \sum_{j\in J} B_j \sum_{o\in O} b_{jo} \sum_{t\in T} z_{ot} t_{ot} + C_o \sum_{o\in O} \sum_{t\in T} z_{ot} [(n_{ot-1}) t_{rt} + t_{lt}] + \sum_{o\in O} \sum_{t\in T} z_{ot} n_{ot} C_t + C_o t_c [\sum_{i\in I} \sum_{j\in J} (r_j - \sum_{o\in O} \sum_{t\in T} a_{jo} z_{ot} x_{it}) y_{ij}]$$

subject to $\sum_{t\in T} z_{ot} = 1$ for *every* $i\in I$ (1)

$n_{ot} \leq M z_{ot}$ (2)

$\sum_{i\in I} x_{it} \leq \sum_{o\in O} n_{ot}$ for *every* $t\in T$ (3)

$\sum_{i\in I} x_{it} \geq 1$ for *every* $t\in T$ (4)

$\sum_{t\in T} x_{it} \leq s_i$ for *every* $i\in I$ (5)

$\sum_{i\in I} y_{ij} = 1$ for *every* $j\in J$ (6)

$\sum_{o\in O} \sum_{t\in T} \sum_{j\in J} t_{ot} z_{ot} a_{jo} y_{ij} \leq b(1+\alpha)$ for *every* $i\in I$ (7)

$x_{it} = 0$ or 1 for *every* $i\in I, t\in T$ (8)

$y_{ij} = 0$ or 1 for *every* $i\in I, j\in J$ (9)

$z_{ot} = 0$ or 1 for *every* $o\in O, t\in T$ (10)

제약조건 (1)은 각 공정은 한 종류의 공구에 의해서만 수행되는 것을 나타내며, 제약조건 (2)는 각 공정에 소요되는 공구의 수는 해당 공정이 그 공구에 의해서 수행되도록 선택된 경우에만 1 이상의 값을 갖도록 한다. 제약조건 (3)은 각 머쉬닝센터의 공구매거진에 할당된 공구의 총 수는 해당 공구의 사용가능한 수보다 크지 못함을 나타내며, 제약조건 (4)는 각 공구는 하나 이상의 매거진 또는 공구크립에 할당되도록 한다. 제약조건 (5)는 각 머쉬닝센터의 공구매거진에 할당된 공구의 총 수는 공구매거진의 보관 능력에 의해 제한됨을 나타내며, 제약조건 (6)은 각 부품은 하나의 머쉬닝센터에 할당되도록 한다. 제약조건 (7)은 각 머쉬닝센터에 할당된 부품의 가공시간의 합은 일정한 범위 내의 작업부하를 유지하도록 함으로써 머쉬닝센터 간 작업부하의 균형을 유지하도록 한다. 제약조건 (8),(9),(10)은 변수 x, y, z가 각각 0, 1의 값을 갖도록 한다.

3. 해법

목적함수의 비선형부분은 제약조건식에 선형 제약조건을 도입함으로써 선형화하는 것이 가능하지만 문제 크기가 커짐에 따라 선형화 부분의 크기는 기하학적으로 증가하게 되어 문제 해결이 매우 어려워진다. 또한 제약조건식에도 비선형부분이 존재하여 문제의 최적해를 구하는 것을 어렵게 한다. 따라서 본 연구에서는 문제의 특수한 구조를 이용한 근사해법이 개발되었다.

공구선택을 나타내는 변수 z는 목적함수에서는 선형으로 독립된 항으로 존재하며, 제약조건에서는 식(3)에서 변수 x를 제한한다. 제안된 해법은 제약조건식 (3)을 완화하여 원래 문제를 두 단계로 나누어 해결하고자 한다. 첫 단계는 변수 z의 값을 구하는 과정, 즉 공정-공구 할당 과정으로서 각 공정을 수행할 수 있는 여러 종류의 공구에 대하여 어느 공정을 어떤 공구에 의하여 수행하도록 하는 것이 머쉬닝센터 가동비용, 공구교체 및 로우딩 비용, 그리고 공구비용의 합을 최소화할 수 있는 가를 결정하는 단계이다. 두 번째 단계는 공구 로우딩 및 부품할당 과정으로 전 단계에서 결정된 z 변수의 값, 즉 공정-공구 할당을 가지고 부품혼합에 따른

공구 교환비용을 최소화하기 위한 공구 및 부품의 머쉬닝센터에의 할당을 결정한다.

3.1 공구선택

각 공정에 대하여 사용 가능한 1개 이상의 공구가 존재하며, 공구에 따라 수명이 다르고 교체시간 및 로우딩시간이 다르다. 또한 공구 종류에 따라 공구비용도 달라지게 된다. 각 공정에 대하여 머쉬닝센터 가동비용, 공구교체 및 로우딩 비용, 그리고 공구비용의 합을 최소화하는 공구의 선택은 다음과 같은 수리모형으로 제시된다. 목적함수의 첫 번째 항은 머쉬닝센터 가동비용, 두 번째 항은 공구 교체 및 로우딩 비용, 그리고 세 번째 항은 공구비용을 나타낸다. 제약조건식은 각 공정은 한 가지 종류의 공구에 의해서만 공정수행이 가능함을 나타낸다.

$$Minimize \quad \sum_{o\in O}\sum_{t\in T} z_{ot}\left[\sum_{j\in J} C_o B_j b_{jo} t_{ot} + C_o\{(n_{ot-1})t_{rt} + t_{lt}\} + n_{ot}C_t\right]$$

$$\text{subject to} \quad \sum_{t\in T} z_{ot} = 1 \quad \text{for } every \ o\in O$$

$$z_{ot} = 0 \text{ or } 1 \quad \text{for } every \ o\in O, t\in T$$

각 공정에 대하여 비용의 합을 최소화하는 공구를 선택하는 다음과 같은 방법으로 주어진 수리모형에 대한 최적해를 얻을 수 있다.

step 0. Let $n_{ot} = \sum_{j\in J} a_{jo}B_j / p_{ot}$ for $every \ o\in O, t\in T$ and

$$k_{ot} = \sum_{j\in J} C_o B_j b_{jo} t_{ot} + C_o\{(n_{ot-1})t_{rt} + t_{lt}\} + n_{ot}C_t$$

step 1. For every $o\in O$, select t' such that $k_{ot'}$=minimun k_{ot} and let z_{ot}=1.

step 2. For z_{ot}=0, let n_{ot}=0.

공구로우딩 및 부품할당 모형에서 사용되는 공구의 수 n_{ot}는 해당 공정에 사용되는 공구가 선택이 되지 않는 경우는 0의 값을 부여한다.

3.2 공구로우딩 및 부품할당

공구로우딩 및 부품할당은 부품혼합에 따른 공구교환의 수를 최소화하도록 결정되며, 공구선택 단계에서 결정된 z_{ot}*, n_{ot}*의 값을 가지고 x_{it}, y_{ij}의 값을 구한다. 목적함수는 각 부품이 필요로 하는 공정에 소요되는 공구가 공구매거진에 할당되어 있지 않는 경우에 공구크립이나 다른 공구매거진으로부터 가져오는 횟수에 비례하는 비용을 나타낸다.

제약조건 (1)은 각 머쉬닝센터의 공구매거진에 할당된 공구의 총 수는 공구선택 단계에서 결정된 공구의 사용가능한 수보다 크지 못함을 나타내며, 제약조건 (2),(3),(4),(5),(6),(7)은 문제 P의 제약조건 (4),(5),(6),(7),(8),(9)와 각각 같다.

$$Minimize \ C_o t_c\left[\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\left(r_j - \sum_{t\in T} a_{jo} z^*_{ot} x_{it}\right) y_{ij}\right]$$

$$\text{subject to} \quad \sum_{i\in I} x_{it} \le \sum_{o\in O} n^*_{ot} \quad \text{for } every \ t\in T \qquad (1)$$

$$\sum_{i\in I} x_{it} \ge 1 \quad \text{for } every \ t\in T \qquad (2)$$

$$\sum_{t\in T} x_{it} \le s_i \quad \text{for } every \ i\in I \qquad (3)$$

$$\sum_{i\in I} y_{ij} = 1 \quad \text{for } every \ j\in J \qquad (4)$$

$$\sum_{o\in O}\sum_{t\in T}\sum_{j\in J} t_{ot} z^{*}_{ot} b_{jo} y_{ij} \le b(1+\alpha) \quad \text{for } every \ i\in I \qquad (5)$$

$$x_{it} = 0 \text{ or } 1 \quad \text{for } every \ i\in I, t\in T \qquad (6)$$

$$y_{ij} = 0 \text{ or } 1 \quad \text{for } every \ i\in I, j\in J \qquad (7)$$

공구로우딩 및 부품할당 모델은 비선형 목적함수를 가지므로 정확한 해를 구하는 것이 어렵다. 따라서 변수 x_{it}와 y_{ij}의 비선형 구조는 목적함수에만 존재하고 제약조건식에서는 변수 x_{it}와 y_{ij}가 분리되어 존재하는 모델의 특수구조를 이용한 근사해법이 개발되었다. 제시된 해법은 공구로우딩 및 부품할당 모델을 공구로우딩 문제(S_1)와 부품할당 문제(S_2)로 분할한다.
제약조건식 (4), (5), (7)을 만족하는 변수 y_{ij}의 값이 $\hat{y}_{ij}$으로 주어지면, 목적함수는 변수 x_{it}의

선형함수가 되고 제약조건식 (1), (2), (3), (6)을 갖는 공구로우딩 문제로 축소되며 다음과 같은 수식 모형이 된다.

S_1 :

$$\min imize \ C_0 t_c \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} \hat{y}_{ij}\left(r_j - \sum_{t=1}^{L} a_{jo} z_{ot} x_{it}\right)$$

$$\text{subject to} \quad \sum_{i\in I} x_{it} \le \sum_{o\in O} n_{ot} \quad \text{for } every \ t\in T \qquad (1)$$

$$\sum_{i\in I} x_{it} \ge 1 \quad \text{for } every \ t\in T \qquad (2)$$

$$\sum_{t\in T} x_{it} \le s_i \quad \text{for } every \ i\in I \qquad (3)$$

$$x_{it} = 0 \text{ or } 1 \quad \text{for } every \ i\in I, t\in T \qquad (6)$$

수리모형 S_1의 제약조건식의 행렬을 A라고 하면 A는 totally unimodular이며(정리1) S_1은 선형계획법 문제로 해결할 수 있다(Papadimitriou & Steiglitz, 1982). 따라서 변수 x에 대한 정수 제약조건식은 연속변수 제약조건식, $0 \le x_{it} \le 1$, for all i, t. 으로 대체될 수 있다.

(정리1) Matrix A is totally unimodular.

(증명) Let A_k be any k x k submatrix from A. In order to prove the total unimodularity of the constraint set, we only have to show that det $A_k = \pm 1$, or 0 for all k. Since every element of matrix A is 1, -1, or 0, it is true for k=1. By induction on k, suppose that the totally unimodularity property is true for A_{k-1}. There are several cases for A_k.
(1) If any column of A_k has no nonzero entries, then det A_k=0.
(2) If some column of A_k contains a single 1 or -1, then expanding det A_k by the minors of that column we get det $A_k = \pm$det A_{k-1}. But, by the induction hypothesis, det $A_{k-1} = \pm 1$, 0. Thus, det $A_k = \pm 1$, 0.

(3) Each column of A_k has more than one nonzero entries. There are following three cases.

(i) Each column of A_k has at least two 1's. Then, the first row of A matrix is included and sum of the rows with 1's will yield the first row of A_k. Thus det A_k=0.

(ii) Each column of A_k has at least one 1 and one -1. Then, sum of all the rows except the row with all 1's is the zero vector and det A_k=0.

(iii) There exists a column containing one 1 and one -1, say j and a column containing two 1's. Since there is a column containing two 1's, the first row of A matrix is included. Suppose that column j has 1 at row i_1 and -1 at row i_2. There are two cases for the elements of row i_2: when there is another -1 or not. If there exists another -1 at row i_2, say at column j', subtract column j' from column j. Then column j has only one element -1. If there is no another -1 at row i_2, add row i_2 to the first row. Then, the first row of column j becomes 0 and column j has only one element -1. In either case, by expanding det A_k by the minors of column j, we get det A_k=±det A_{k-1}. Thus, det A_k=±1, 0.

By (1), (2), and (3), the property is true for A_k and the total unimodularity of the constraint set is shown. Q.E.D.

수리모형 S_1의 해 x_{it}의 값, $\widehat{x}_{it}$이 주어지면 목적함수는 변수 y_{ij}의 선형함수가 되고 제약조건식 (4), (5), (7)로 구성된 부품할당문제로 축소되며, 그 수리모형은 다음과 같이 주어진다.

S_2 :

$$\text{Minimize } C_o t_c \sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\left(r_j - \sum_{t\in T} a_{jo} z^*_{ot} \widehat{x}_{it}\right) y_{ij}$$

$$\text{subject to} \quad \sum_{i\in I} y_{ij} = 1 \quad \text{for every } j\in J \tag{4}$$

$$\sum_{o\in O}\sum_{t\in T}\sum_{j\in J} t_{ot} z^*_{ot} b_{jo} y_{ij} \le b(1+\alpha) \quad \text{for every } i\in I \tag{5}$$

$$y_{ij} = 0 \text{ or } 1 \quad \text{for every } i\in I, j\in J \tag{7}$$

수리모형 S_1과 S_2의 목적함수 값은 증가하지 않게 되므로(정리2), 공구로우딩 및 부품할당문제를 위한 해법은 위에서 제시된 수리모형 S_1과 S_2를 목적함수의 값의 향상이 미미한 수준에 이를 때까지 반복하여 푸는 것이다.

Step 0. Use LPT(Longest Processing Time) rule to find an initial solution of y_{ij}^0.

z_1^n : objective function value of S_1 at iteration n

z_2^n : objective function value of S_2 at iteration n

x_{it}^n : solution of S_1 at iteration n

y_{ij}^n : solution of S_2 at iteration n

ε : small integer value

$z_2^0 \leftarrow 0$

$n \leftarrow 1$

Step 1. With $y_{ij}=y_{ij}^{n-1}$, solve S_1 to find x_{it}^n and z_1^n. If $(z_2^{n-1}-z_1^n)<\varepsilon$, then stop with the solution of y_{ij}^{n-1} and x_{it}^n. Otherwise, go to step 2.

Step 2. With $x_{ij}=x_{ij}^{n-1}$, solve S_2 to find y_{it}^n and z_2^n. If $(z_2^{n-1}-z_1^n)<\varepsilon$, then stop with the solution of y_{ij}^{n-1} and x_{it}^n. Otherwise, go to step 1.

(정리2) The objective function values of S_1 and S_2 do not increase as the subproblems are solved recursively.

(증명) It should be demonstrated that $z_2^n \le z_1^n$ and $z_1^{n+1} \le z_2^n$.

(i) Proof of $z_2^n \le z_1^n$.

Since z_2^n is an optimal solution value of S_2 at iteration n, the following equation holds for any y_{ij};

$$z_2^n = C_o t_c [\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\left(r_j - \sum_{t\in T} a_{jo} z_{ot}^{*} x_{it}^{n}\right) y_{ij}^n] \le C_o t_c [\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\left(r_j - \sum_{t\in T} a_{jo} z_{ot}^{*} x_{it}^{n}\right) y_{ij}].$$

This equation holds true if y_{ij} is replaced with y_{ij}^{n-1} in the right hand side. Then right side becomes z_1^n. Thus, $z_2^n \le z_1^n$.

(ii) Proof of $z_1^{n+1} \le z_2^n$.

Since z_1^{n+1} is an optimal solution value of S_1 at iteration n+1, the following equation holds for any x_{it};

$$z_1^{n+1} = C_o t_c [\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\left(r_j - \sum_{t\in T} a_{jo} z_{ot}^{*} x_{it}^{n+1}\right) y_{ij}^n] \le C_o t_c [\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\left(r_j - \sum_{t\in T} a_{jo} z_{ot}^{*} x_{it}\right) y_{ij}^n].$$

This equation holds true if x_{it} is replaced with x_{it}^n in the right hand side. Then right side becomes z_2^n. Thus, $z_1^{n+1} \le z_2^n$.

From (i) and (ii), it is proved that the successive optimal solutions of S_1 and S_2 do not deteriorate. Q.E.D.

4. 실험결과

제시된 모델은 비선형 정수계획법 문제이므로 계산상의 어려움으로 인하여 최적해를 구하는 것은 현실적으로 불가능한 실정이다. 본 연구에서는 대안으로 근사해를 구하기 위한 해법을 제시하였으며, 비교대상이 되는 이전의 연구가 없는 관계로 더 쉬운 방법의 발견적 해법을 개발하여 두 해법을 비교하는 방법을 채택하였다. 두 해법을 구분하기 위하여 알고리즘으로 제시된 해법을 알고리듬, 그리고 다음에서 제시되는 해법을 발견적해법으로 부르기로 한다.

발견적해법은 공구종류 및 수량 결정은 제시된 알고리듬과 동일한 방법을 사용하고, 부품할당은 작업부하량을 우선적으로 고려하여 작업부하가 큰 부품부터 부하량이 가장 작은 머쉬닝센터에 할당한 후에, 각 머쉬닝센터에 할당된 부품들에 공통적으로 가장 많이 쓰이는 공구들을 머쉬닝센터 수용능력 범위내에서 우선적으로 할당하는 방법을 채택하였다.

실험을 위하여 네 가지 종류의 문제들을 각각 20개씩 발생시켰으며, 문제1과 문제2는 공구종류 20개, 중복된 공구 개수 10개, 그리고 머쉬닝센터 2대를 대상으로 하였다. 문제3과 문제4는 공구종류 30개, 중복된 공구 개수 15개, 그리고 머쉬닝센터 3대를 대상으로 하였다. 문제1에서는 40개의 부품을, 문제2와 문제3에서는 60개의 부품을, 그리고 문제4에서는 90개의 부품을 각각 사용하였다. 모든 문제에 대하여 머쉬닝센터의 공구매거진 수용능력(s_i)은 20으로, 작업부하량 상한선 산정을 위한 α는 0.2로 하였다. 각 문제에 사용된 파라메터의 값들은 표1에서 볼 수 있다.

표1. 문제에 사용된 파라메터의 값

파라메터	문제 1	문제 2	문제 3	문제 4
공구종류의 수	20	20	30	30
머쉬닝센터의 수	2	2	3	3
부품의 수	40	60	60	90
공구매거진 수용능력	20	20	20	20
문제 수	20	20	20	20

각 부품의 공정시간은 일양분포 U[1,10]으로부터, 각 부품에 소요되는 공구종류의 수는 일양분포 U[3,7]로부터 각각 임의로 선정되었으며 각 부품에 소요되는 공구의 종류도 임의로선정되었다.

알고리듬과 발견적해법은 모두 FORTRAN 언어로 프로그램되어 Vax 11/750 컴퓨터에서 수행되었다. 알고리듬과 발견적해법에 소요된 계산시간이 표2에 제시되어 있다. 알고리듬은 발견적해법에 비해서 많은 계산시간이 소요되며 문제 크기가 커질수록 급격히 증가하게 된다.

표2. 계산시간 및 알고리듬 수행 결과

문제	계산시간(초)		E(%)= $(Z_{alg}/Z_{heu})*100$
	알고리듬	발견적해법	
문제1	30.3	0.29	51.4
문제2	33.7	0.67	47.5
문제3	325.4	0.79	59.3
문제4	- 360.3	1.98	60.5

알고리듬의 효율은 알고리듬에 의한 해를 발견적해법에 의한 해에 대비하여 퍼센티지로 표시하였으며 다음과 같이 산출하였다: $E = (Z_{alg} / Z_{heu}) * 100\%$. Z_{alg}은 알고리듬에 의한 해를 그리고 Z_{heu}은 발견적해법에 의한 해를 나타낸다. 각 문제에 대한 알고리듬의 수행결과가 표2에 제시되어 있다. 알고리듬은 모든 문제들에서 발견적해법 보다 우수한 해를 제공하였으며, 통계적 t 검정 결과도 이를 증명하였다.

5. 결론

공구이동방식을 사용하는 FMS에서 시스템 수준에서의 현재의 공구관리 방법은 공구문제들을 기계 가공조건에 관련시키지 못하고 있으며 공구 가용성과 공구 마모 제약을 무시하고 있다. 이와 같은 점을 극복하기 위하여 본 연구에서는 다공정 작업에서 각 공정에 대해 작업이 가능한 여러 종류의 절삭공구들을 고려하면서, FMS에서의 생산비용을 최소화하기 위하여 각 공정에 할당되는 공구종류 뿐만 아니라 부품혼합에 따른 공구교환을 최소화하는 공구 및 작업할당을 동시에 결정하는 수리모형을 제시하였다.

수리모형의 복잡성으로 인하여 최적해법의 구현이 불가능하여 수리모형의 특수구조를 이용한 근사해법이 제시되었다. 우선 문제를 공구선택 문제와 공구로우딩 및 부품할당 문제로 나누

어, 공구관련비용을 최소화하는 공구선택 문제를 우선 해결하고 이어서 부품혼합에 따른 공구교환이동을 최소화하는 공구로우딩 및 부품할당문제를 해결하였다. 공구로우딩 및 부품할당문제에서는 부품할당과 공구할당을 반복하여 수행하는 해법을 제시하였다.

문제의 복잡성으로 인하여 최적해를 구하는 것이 현실적으로 불가능할 뿐만 아니라, 본 모델과 비교할 수 있는 기존 모델의 부재로 인하여, 보다 쉬운 방법의 발견적해법을 제시하고 상호비교하는 방법을 취하였다. 실험결과 제시된 해법은 발견적해법보다 계산시간은 더 많이 소요되었으나, 보다 우수한 해를 제공하는 것이 입증되었다.

참고 문헌

[1] Amoko-Gyampah, K., Meredith J. R., and Raturi, A., "A Comparsion of Tool Management Strategies and Part Selection Rules for a Flexible Manufacturing System," International Journal of Production Research, 30, 733-748(1992).

[2] Crama, Y., Kolen, A.W., Obriemans, A.G., and Spirksma, F.C.R., "Minimizing the Number of Tool Switches on a Flexible Machine", International Journal of Flexible Manufacturing Systems, 6, 35-54(1994).

[3] Garey, M.R., and Johnson, D.S., Computers and Intractability : A Guide to the Theory of NP-Completeness, W. H. Freeman Press, New York(1979).

[4] Gray, A.E., Seidmann, A., and Stecke, K.E., "A Synthesis of Decision Models for Tool Management in Automated Manufacturing", Management Science, 39, 549-567(1993).

[5] Han, M., Na, Y.K., and Hogg, G. L., "Tool Loading and Real Time Control in FMS," International Journal of Production Research, 27, 1257-1267(1989).

[6] Kouvelis, P., "An Optimal Tool Selection Procedure for the Initial Design Phase of a Flexible Manufacturing System," European Journal of Operations Research, 55, 201-210(1991).

[7] Leung, L.C., Maheshwari, S.K., and Moier, W.A., "Concurrent Part Assignment and Tool Allocation in FMS with Material Handling Considerations," International Journal of Production Research, 31, 117-138(1993).

[8] Maheshwari, S.K., and Khator, S.K., "Simultaneous Evaluation and Selection of Strategies for Loading and Controlling Machines and Material Handling System in FMS," International Journal of Computer Integrated Manufacturing, 8, 340-356(1995).

[9] Papadimitriou, K.S., and Steiglitz, K., Combinatorial Optimization: Algorithms and Complexity, Prentice-Hall, New Jersey(1982).

[10] Sarin, S.C., and Chen, C.S., "The Machine Loading and Tool Allocation Problem in a Flexible Manufacturing System," International Journal of Production Research, 25, 1081-1094(1987).

[11] SerimAkturk, M., "An Exact Tool Allocation Approach for CNC Machines," International Journal of Computer Integrated Manufacturing, 12, 129-140(1999).

[12] Stecke, K. E., "Formulation and Solution of Nonlinear Integer Production Planning Problems for Flexible Manufacturing Systems," Management Science, 29, 273-288(1983).

[13] Tang, C.S., and Denardo, E.V., "Models Arising from a Flexible Manufacturing Machine, Part I: Minimization of the Number of Tool Switches," Operations Research, 36, 767-777(1988).

[14] Veeramant, D., Ueton, D.M., and Barash, M.M., "Cutting Tool Management in Computer Integrated Manufacturing," International Journal of Flexible Manufacturing Systems, 4, 237-265(1992).

[15] Zavanella, L., and Bugini, A., "Planning Tool Requirements for Flexible Manufacturing : an Analytical Approach," International Journal of Production Research, 30, 1401-1414(1992).