⊠응용논문

2개의 상관변수를 이용한 생산공정의 최적 공정평균 및 검사기준값의 설정*

이민구
인제대학교 산업시스템공학과

Determination of Optimum Process Mean and Screening Limit for a Production Process Based on Two Correlated Variables

Min Koo Lee
Dept. of Industrial & Systems Engineering, Inje University

Abstract

This paper considers the problem of determining the optimum process mean value of the quality characteristic of interest, and the screening limit for two correlated variables under single-stage screening. In the single-stage screening, inspection is performed on two correlated variables which are correlated with the quality characteristic of interest.

Model is constructed which involves selling price, production, inspection, and penalty costs. Method for finding the optimum process mean and screening limit are presented when the quality characteristic of interest and the correlated variables are assumed to be jointly normally distributed. A numerical example is presented and numerical analysis is performed to compare the proposed screening based on two screening variables with screening based on one screening variable.

* 이 논문은 1999년도 한국학술진흥재단 연구비에 의하여 연구 되었음(KRF-99-003-E00112).

1. 서론

제품의 개발과정을 크게 제품설계, 공정설계 및 제조의 세 단계로 나눌 수 있다고 할 때, 종래의 품질관리 활동은 관리도나 샘플링 검사 등을 주로 이용한 생산공정의 통제에 치우쳤다고 할 수 있다. 그러나 1980년대에 들어오면서 이러한 검사중심의 수동적인 관리활동에서 벗어나 보다 적극적인 예방중심의 관리활동에 대한 중요성이 강조되고 있다. 즉 공정설계나 제품설계 과정에서의 품질관리 활동이 생산공정의 품질관리 활동에 비해 품질향상이나 비용절감면에서 훨씬 효과적이다. 품질보증에 관련된 최근의 연구동향이나 산업체의 움직임은 이미 만들어진 제품의 사후 검사를 통하여 일정 수준의 품질을 보증하던 기존의 방식에서 벗어나, 설계단계로부터 시작하여 제조공정의 적절한 관리를 통하여 불량의 발생을 미연에 방지하는 방향으로 가고 있다. 이러한 공정설계 단계의 품질관리 활동중의 대표적인 방법중의 하나가 생산공정의 공정평균을 합리적으로 결정하고자 하는 최적공정평균 결정법이다.

생산공정에서 만들어지는 제품중 규격을 만족시키는 제품은 합당한 가격에 판매되나, 규격을 만족시키지 못하는 제품은 재가공 또는 의도한 목적이 아닌 다른 용도에 사용, 할인판매 또는 폐기처분 된다. 더우기 공정에서 생산된 불량품이 검사과정에서 발견되지 않고 최종소비자에게 판매된 경우는 불량품의 교환등을 포함한 많은 비용들이 들어가기 때문에 제품을 생산하는 회사입장에서는 제품의 불량률을 줄여야 한다. 예를 들어 어떤 제품의 주성분 함량의 규격하한이 주어지고 주성분이 고가인 경우, 만일 주성분의 함량을 결정하는 공정평균을 낮게 설정하면 함량부족에 따른 불량품으로 인한 손실비용이 늘어나고, 반대로 공정평균을 높게 설정하면 불량품으로 인한 손실비용은 줄어드나, 초과해서 들어간 주성분 양으로 인해 많은 비용이 들게 될 것이다. 이와 같이 규격을 만족하는 제품과 만족하지 못하는 제품은 각각 다른 형태의 이익함수를 갖게 되며 따라서 제품당 기대이익을 최대로 하는 공정평균의 설정문제가 발생하게 된다. 이러한 점에 근거해서 주어진 규격의 형태와, 규격을 만족하는 제품과 만족하지 못하는 제품의 이익함수 형태에 따라 제품당 기대이익을 최대로 하는 공정평균의 설정문제를 Springer (1951), Betts(1961), Hunter와 Kartha(1977), Bisgaard 등(1984), Golhar와 Pollock(1988) 그리고 Lee와 Bai(1994)에 의해 많은 연구가 진행되었다.

앞에서 연구되어진 모든 연구들은 검사의 대상이 되는 제품의 주 품질특성치를 직접 측정하는 것을 다루었다. 그러나 최근 공장자동화가 산업현장에 널리 확산됨으로 인하여 제품의 검사 또한 자동검사장치를 이용한 검사방법이 많이 사용되고 있다. 이러한 자동검사장치의 검사특성치는 제품의 주 품질특성치를 직접 측정할 수 있는 것이 아니라 이와 상관관계가 높은 상관변수를 가지고 검사하는 것이다. 자동검사장치들의 대부분은 X-ray, Gamma-ray, Beta-ray, 초음파, 전류 등을 이용하여 간접적인 방법으로 제품의 주 품질특성치를 검사한다. 이러한 자동검사장치를 이용한 검사방법은 검사비용의 절감과 검사의 효율을 높일 수 있는 반면 양품을 불량으로 또는 불량을 양품으로 판단하는 오류를 수반하게 된다.

상관변수를 이용한 전수선별검사방식에 대한 연구는 Owen(1975) 등에 의해 생산현장에의 응용이 소개된후 최근의 Bai와 Lee(1996)에 이르기까지 많은 연구들이 수행되었다. 기존의 상관변수를 이용한 선별검사의 연구들은 대부분 제품을 단순히 양품과 불량품으로 구분하는데 관심을 가져왔다. 그러나 최근에 상관변수로 검사할 때 공정평균과 상관변수의 검사기준값을 결정하는 연구가 활발하게 이루어지고 있고, 현장에의 활용이 강조되고 있다. Tang과 Lo (1993)는 상관변수로 검사하고 규격하한만이 있는 경우, 규격을 만족하는 제품은 일정한 가격에 판매하고 규격에 미달하는 제품은 폐기할 때 제품의 단위당 기대이익을 최대로 하는 공정평균과 상관변수의 검사기준값을 설정하는 문제를 다루었다. Bai와 Lee(1993)는 상관변수로

검사하고 규격하한만이 있는 경우, 규격을 만족하는 제품은 일정한 가격에 판매하고 규격에 미달하는 제품은 재가공하는 상황에서 제품의 단위당 기대이익을 최대로하는 공정평균과 상관변수의 검사기준값을 설정하는 문제를 다루었다. 또한 Lee와 Kim(1994)은 상관변수로 검사하고 규격하한과 조정가능한 상한치가 있는 경우, 규격하한과 조정가능한 상한치 사이에 있는 제품은 일정한 가격에 판매하고 규격하한에 미달하거나 조정가능한 상한치를 초과하는 제품은 재가공할 때 제품의 단위당 기대이익을 최대로하는 공정평균과 상관변의 검사기준값 및 조정가능한 상한치를 동시에 설정하는 문제를 다루었다. 기존의 연구들은 한 개의 상관변수만을 이용하여 제품을 검사하는 생산공정만을 다루었다. 그러나 성능변수와 상관변수간의 상관관계가 완전하지 않기 때문에 제 1종 오류와 제2종 오류를 수반하게 된다. 이러한 오류를 보완하기 위해 최근에는 두 개의 상관변수를 이용한 자동검사장비의 개발에 대한 노력이 이루어지고 있다. 그러나 현재까지 두 개의 상관변수를 이용하여 제품을 검사하는 생산공정에 대한 최적 공정평균 및 검사기준값의 결정에 대한 연구는 없는 실정이다. 따라서 이에 대한 연구가 국내외적으로 필요하다.

본 논문에서는 이러한 점에 근거하여 생산공정의 자동화에 따라 검사가 생산공정의 일부로 흡수될 경우, 검사의 효율성과 정확도를 향상시키기 위해서 두 개의 상관변수를 이용하여 제품을 전수검사 하는 생산공정에 대해서 제품당 기대이익을 최대로 하는 공정평균과 상관변수의 검사기준값을 결정하는 문제를 다룬다.

2. 모형구성

본 논문에서 사용하는 기호와 가정은 다음과 같다.

기호 :

Y : 제품의 주 품질특성치

X_i : 제품의 주 품질특성치 Y와 상관관계가 있는 상관변수, $i=1,2$

Z : 두 상관변수의 선형결합식 $(Z=\lambda_1 X_1+\lambda_2 X_2)$

μ_y : 주 품질특성치의 평균

μ_{x_i} : 상관변수 X_i의 평균

L : 제품의 규격하한

δ : 제품의 합격 여·부를 결정하는 Z의 기각치 (검사기준값)

$f(y)$: Y의 주변확률밀도함수

$g_{x_i}(x_i \mid y)$: $Y=y$가 주어졌을 때 $X_i, i=1,2$의 조건부확률밀도함수

$\phi(\cdot)$, $\Phi(\cdot)$: 표준정규분포의 확률밀도함수와 누적분포함수

$\Psi(\cdot,\cdot;\rho)$: 상관계수가 ρ인 표준 이변량정규분포의 누적분포함수

a : 제품의 판매가격

r : 불량제품의 판매로 인한 손실비용

c_0 : 제품당 고정비용

c : 단위당 생산비용

c_{x_i} : 제품당 상관변수 X_i의 검사비용, $i=1,2$

가정 :

i) 제품의 주 품질특성치 Y와 상관변수 X_i, $i=1,2$의 분포는 평균이 $(\mu_y, \mu_{x_1}, \mu_{x_2})$이고 분산이 $(\sigma_y^2, {\sigma_{x_1}}^2, {\sigma_{x_2}}^2)$, 상관계수가 $(\rho_{0i}, \rho_{ij}, i,j=1,2)$인 정규분포를 따른다.

ii) 제품은 두 상관변수의 선형결합식 $Z=\lambda_1 X_1+\lambda_2 X_2$를 이용하여 전수검사한다.

제품의 주 품질특성치와 상관관계가 있는 두 상관변수를 이용하여 전수검사하는 생산공정에서 제품당 기대이익을 최대로 하는 공정평균과 검사기준값을 구하는 문제는 다음과 같다.

제품의 주 품질특성치를 Y라 하고 Y에 대한 규격하한 L이 존재한다고 하자. 만일 Y가

L보다 작으면 이 제품은 불량품으로 처리된다. Y가 평균이 μ_y이고 분산이 σ_y^2인 정규분포를 따르면 생산된 제품 중 불량품의 비율은

$$P_d = \int_{\infty}^{L} f(x)\,dx = \Phi((L-\mu_y)/\sigma_y) \qquad (1)$$

이 된다. 불량품을 고객에게 판매하였을 경우에는 이로 인해 단위 제품당 r의 손실비용이 발생하게 된다. 만일 공정평균을 높게 설정하면 불량품으로 인한 손실비용은 현저하게 줄어들 것이다. 그러나 공정평균을 높게 설정함으로 인해서 생산비용의 증가를 가져오게 된다. 제품단위당 생산비용을 $c_o + cy$라고 하면, 제품당 기대 생산비용은

$$EPC = \int_{-\infty}^{\infty} (c_0 - cy) f(y)\,dy = c_0 + c\mu_y \qquad (2)$$

이 된다. 생산된 제품 중 불량품을 고객에게 판매하지 않는 방법중의 하나가 제품을 출하하기 전에 전수검사 하는 것이다. 본 논문에서는 제품의 주 품질특성치 Y를 직접 검사하는 것이 아니라 이와 양의 상관관계가 있는 두 상관변수 $X_i, i=1,2$를 측정하여 이들의 선형결합식 $Z=\lambda_1 X_1 + \lambda_2 X_2$ 값이 δ보다 크거나 같으면 양품으로 처리하여 제품을 합격시키고 δ보다 작으면 불량품으로 처리하여 제품을 불합격시킨다. 여기서 δ은 우리가 구하고자 하는 두 상관변수의 검사 기준값이며 상수 λ_1과 λ_2는 Y와 Z의 상관계수가 최대가 되고 $(Y'-Z')$의 분산은 최소가 되는 값이다. 이와 같은 기준에 따라 λ_1과 λ_2를 구하면 다음과 같이 얻어진다 (유도과정은 Anderson(1984)를 참조).

$$\lambda_1 = (\rho_{01} - \rho_{02}\rho_{12})/(1-\rho_{12}^2),$$
$$\lambda_2 = (\rho_{02} - \rho_{01}\rho_{12})/(1-\rho_{12}^2) \qquad (3)$$

예를 들어 검사하고자 하는 제품의 주 품질특성치 Y를 용기에 담긴 양이라고 할 때 우리는 Y를 직접 검사하는 것이 아니라 이와 상관관계가 있는 X-ray와 Gamma-ray의 선형결합식을 이용하여 제품을 검사할 수 있다. 이들 X-ray와 Gamma-ray 그리고 주 품질특성치인 용기에 담긴 양은 일반적으로 삼변량 정규분포를 따른다. 만일 두 상관변수는 연속형 변수이고 Y가 이산형 변수일 경우, 대부분의 분포는 Y가 주어졌을 때 상관변수들의 분포는 로지스틱이나 정규분포를 따른다. 그리고 상관변수들간의 분포는 이변량 정규분포를 따른다.

본 논문에서는 (Y, X_1, X_2)가 평균이 $(\mu_y, \mu_{x_1}, \mu_{x_2})$이고 분산이 $(\sigma_y^2, \sigma_{x_1}{}^2, \sigma_{x_2}{}^2)$, 상관계수가 $(\rho_{0i}, \rho_{ij}, i,j=1,2)$인 정규분포를 따른다고 가정한다. Y와 $X_i, i=1,2$의 관계식은 조건부확률밀도함수 $g_{x_i}(x_i \mid y)$에 의해 나타낼 수 있다. 이들 조건부확률밀도함수는 평균이 $\alpha_{x_i} + \beta_{x_i} y$이고 분산이 $\sigma_i, i=1,2$인 정규분포를 따른다. 여기서 Y와 $X_i, i=1,2$는 양의 상관관계에 있기 때문에 β_{x_i}는 양의 값을 갖는다. 만일 Y와 $X_i, i=1,2$가 음의 상관관계를 가진다면 $-X_i$를 이용하여 동일하게 적용할 수 있다. 따라서 X_i와 Y의 결합확률밀도함수은 평균이 $(\mu_{x_i} = \alpha_{x_i} + \beta_{x_i}\mu_y,\ \mu_y)$이고 분산이 $(\sigma_{x_i}{}^2 = \beta_{x_i}{}^2\sigma_y^2 + \sigma_i^2,\ \sigma_y^2)$이고 X_i와 Y의 상관계수가 $\rho_{0i} = (\beta_{x_i}{}^2\sigma_y^2/(\beta_{x_i}{}^2\sigma_y^2 + \sigma_i^2))^{1/2}$인 이변량 정규분포를 각각 따른다 (유도과정은 Tang and Lo(1993) 참조). 또한 (Y, X_1, X_2)를 $Y' = (Y-\mu_y)/\sigma_y, X'_1 = (X_1 - \mu_{x_1})/\sigma_{x_1}, X'_2 = (X_2 - \mu_{x_2})/\sigma_{x_2}$로 변환하면 $(Y' X_1', X_2')$의 결합확률밀도함수는 다음과 같은 표준 삼변량정규분포를 따른다.

$$h(y' x_1', x_2') = (|\Sigma|^{1/2}/(2\pi)^{3/2})$$
$$\exp(-(y', x_1', x_2')\Sigma^{-1}(y', x_1', x_2')^T), \qquad (4)$$

여기서 $(y' \cdot x_1', x_2')^T$은 (y', x_1', x_2')의 변환 행렬이고 $\Sigma = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{01} & \rho_{02} \\ \rho_{01} & 1 & \rho_{12} \\ \rho_{02} & \rho_{12} & 1 \end{bmatrix}$이다.

상관변수를 이용한 검사방법은 주 품질특성치의 검사가 파괴검사이거나 검사비용이 매우 큰 경우는 유용하게 사용될 수 있다. 최근 센서기술의 발달로 인해 대부분 개발되는 자동검사 장치는 주 품질특성치를 직접 측정하는 것이 아니라 상관변수를 이용하여 간접적인 방법으로 측정한다. 그러나 이와 같은 검사방법은 주 품질특성치와 상관변수가 완전한 상관관계에 있지 않기 때문에 항상 양품을 불량품으로 처리하거나 불량품을 양품으로 처리하는 과오를 범하게 된다. 불량품을 양품으로 처리하면 손실비용 r이 발생한다면 제품당 손실비용은

$$ECR = r\int_{-\infty}^{\eta}\int_{\omega}^{\infty} k(y', z')\,dz'dy', \tag{5}$$

이 된다. 여기서 $\eta = (L-\mu_y)/\sigma_y$, $\omega = (\delta - \mu_{z'})/\sigma_{z'}$이고 $k(y', z')$는 Y'와 Z'의 결합확률밀도함수이다. 식 (5)를 다시 정리하면 다음과 같다 (유도과정은 부록 1을 참조)

$$ECR = r\Psi(-\omega/\theta,\ \eta,\ \theta). \tag{6}$$

여기서 $\theta = \sigma_{z'} = \rho_{y'z'} = ((\rho_{01}^2 + \rho_{02}^2 - 2\rho_{01}\rho_{02}\rho_{12})/(1-\rho_{12}^2))^{1/2}$이다. 양품을 양품으로 처리할 경우는 a의 가격으로 판매하기 때문에 제품당 기대수입은

$$ER = a\int_{\omega}^{\infty} \phi(z'/\theta)/\theta\, dz' = a\Phi(-\omega/\theta), \tag{7}$$

이다. 두 상관변수의 검사비용을 각각 c_{x_1}, c_{x_2}이라 하면 검사비용은

$$CI = c_{x_1} + c_{x_2} \tag{8}$$

이 되고, 따라서 제품당 기대이익은

$$\begin{aligned} EP &= ER - ECR - EPC - CI \\ &= a\Phi(-\omega/\theta) - r\Psi(-\omega/\theta,\ \eta;\ -\theta) - c_0 \\ &\quad - c(L - \eta\sigma_y) - c_{x_1} - c_{x_2} \end{aligned} \tag{9}$$

이 된다. 제품당 기대이익을 최대로 하는 공정평균 μ_y^*와 검사기준값 δ^*은 식 (9)를 최대로 하는 η^*와 ω^*를 구한 후, 다음의 관계식으로부터 구할 수 있다.

$$\mu_y^* = L - \eta^*\sigma_y, \tag{10}$$

$$\delta^* = \mu_z + \omega^*\sigma_z, \tag{11}$$

여기서 $\mu_z = \lambda_1\mu_{x_1} + \lambda_2\mu_{x_2}$, $\sigma_z^2 = \lambda_1^2\,\sigma_{x_1}{}^2 + \lambda_2^2\,\sigma_{x_2}{}^2 + 2\lambda_1\lambda_2\rho_{12}\sigma_{x_1}\sigma_{x_2}$이다.

3. 최적공정평균 및 검사기준값의 결정

본 장에서는 앞장에서 제안한 모형에 대한 최적공정평균과 검사기준값을 구하는 방법을 제안한다. 다음의 관계식들은 최적해를 구하기 위한 식들을 유도하는데 사용된다.

① $\partial\Psi(-\omega/\theta,\ \eta;\ -\theta)/\partial\omega = -\Phi((\eta-\omega)/(1-\theta^2)^{1/2})\phi(-\omega/\theta)/\theta,$ (12)

② $\partial\Psi(-\omega/\theta,\ \eta;\ -\theta)/\partial\eta = \Phi((-\omega/\theta + \eta\theta)/(1-\theta^2)^{1/2})\phi(\eta),$ (13)

제품당 기대이익 EP를 ω와 η에 대해 식 (12)-(13)를 이용하여 미분하면

$$\partial EP/\partial\omega = -a\phi(-\omega/\theta)/\theta + r\Phi((\eta-\omega)/(1-\theta^2)^{1/2})\phi(-\omega/\theta)/\theta, \quad (14)$$

$$\partial EP/\partial\eta = c\sigma_y - r\Phi((-\omega/\theta - \eta\theta)/(1-\theta^2)^{1/2})\phi(\eta), \quad (15)$$

이 된다. 만일 $\eta<0$ 이면, EP는 ω와 η에 대하여 단봉함수임가 된다 (증명은 부록2를 참조). η가 0보다 작다는 의미는 생산공정에서 규격하한 L에 미달하는 제품의 비율이 50%이하임을 나타낸다. 대부분의 생산공정에서 불량품의 비율이 50%이하이기 때문에 $\eta<0$의 조건은 합리적인 조건이다. 따라서 단위 제품당 기대이익을 최대로 하는 최적해 ω^*와 η^*는 $\partial EP/\partial\omega=0$와 $\partial EP/\partial\eta=0$을 만족하는 값이다. 최적해 ω^*와 η^*는 다음의 관계식을 동시에 만족하는 값이다.

$$\omega^* = \eta^* - (1-\theta^2)^{1/2}\Phi^{-1}(a/r), \quad (16)$$

$$\Phi((-\omega^*/\theta - \eta^*\theta)/(1-\theta^2)^{1/2})\phi(\eta^*) = c\sigma_y/r. \quad (17)$$

식 (16)-(17)에서 ω^*와 η^*의 값은 $\theta, a/r, c\sigma_y/r$의 값에 따라서 결정된다는 것을 알 수 있다. $\theta, a/r, c\sigma_y/r$에 따르는 식 (16)-(17)을 만족하는 ω^*와 η^*의 값은 IMSL(International Mathematical and Statistical Libraries)을 이용해서 Gauss-Siedel의 반복법을 이용해서 구한다.

4. 예제 및 분석

본 장에서는 수치예제를 통하여 앞장에서 설명한 최적 공정평균 및 검사기준값을 구하는 방법을 설명한다. 또한 이 예제를 통하여 모수 (σ_y, a, r, c)에 따른 기대이익의 변화를 알아본다. 분석은 IMSL과 FORTRAN언어를 사용한다.

4.1 예제

어떤 화학공정의 충전공정에서 용기에 담기는 화학혼합물의 양 Y는 평균이 μ_y이고 분산이 $(1.25lb)^2$인 정규분포를 따른다. 검사의 신속성을 위하여 Y를 직접관측하지 않고 이와 상관관계가 있는 두 상관변수 $X_i, i=1,2$의 선형결합식 $Z=\lambda_1X_1+\lambda_2X_2$을 이용하여 검사를 하고 있다. 용기에 담기는 화학혼합물의 규격하한은 $L=40.0lb$이다. Y와 $X_i, i=1,2$의 분포는 삼변량 정규분포를 따르며, Y와 $X_i, i=1,2$의 관계식을 조건부확률밀도함수 $g_{x_i}(x_i \mid y)$로 나타내면 다음과 같다.

$$g_{x_1}(x_1 \mid y) \sim N(4.0+0.08y; \sigma_1^2=0.05^2), \quad (18)$$

$$g_{x_2}(x_2 \mid y) \sim N(4.0+0.085y, \sigma_2^2=0.055^2). \quad (19)$$

과거의 자료에 의하면 두 상관변수의 상관계수는 $\rho_{12}=0.6$이다. 따라서 위의 정보로부터 (Y, X_1, X_2)의 분포는 평균이 $(\mu_y, \mu_{x_1}, \mu_{x_2})$이고 분산 및 상관계수가 각각 $(\sigma_y^2=1.25^2, \sigma_{x_1}{}^2=0.112^2, \sigma_{x_2}{}^2=0.114^2)$, $(\rho_{01}=0.894, \rho_{02}=0.877, \rho_{12}=0.60)$인 정규분포를 따른다. 제품의 판매가격과 비용항목이 $a=\$3.0$ $c_0=\$0.1c=\$0.06$, $r=\$6.5$, $c_{x_1}=\$0.045$, $c_{x_2}=\$0.04$일 때 최적해와 이때의 제품당 기대이익을 표로 정리하면 다음과 같다.

< 표 1 > 최적해 및 기대이익

μ_{x_1}	7.466	μ_{x_2}	7.683
ω^*	-2.648	η^*	-2.662
μ_y^*	43.327	δ^*	8.031
EP^*	0.2761	μ_z	8.062

한 개의 상관변수만을 이용하여 검사를 하는 경우에 대하여 기대이익과 검사기준값을 각각 구하면 다음과 같다.

< 표 2 > 검사방법에 따른 최적해 및 기대이익

검사방법	공정평균	검사 기준값	기대이익
X_1만을 이용	43.270	7.139	0.2729
X_2만을 이용	43.282	7.127	0.2728
X_1과 X_2를 이용	43.327	8.031	0.2761

<표 2>에서 알 수 있듯이 한 개의 상관변수 만을 사용하여 검사하는 것 보다 두 개의 상관변수를 검사하여 이들의 선형 결합식을 이용하여 검사하는 것이 제품당 기대이익이 큼을 알 수 있다. 이러한 결과는 또 다른 상관변수를 이용하여 검사하기 때문에 검사의 정확성이 향상된다. 따라서 불량품을 판매함으로서 발생하는 손실비용이 감소하기 때문에 제품당 기대이익이 증가하게 된다. 그러나 두 상관변수의 상관계수값이 커지면 이러한 이점은 감소하게 된다.

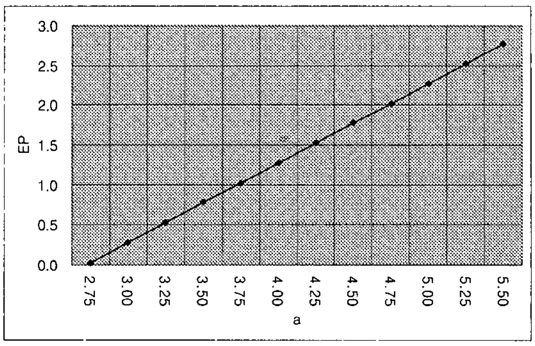
4.2 모수 (σ_y, a, r, c)의 효과 분석

<표 3>은 위의 예에서 σ_y의 여러 값 (1.0 (0.05) 2.0)에 따른 기대이익과 최적 공정평균 및 검사기준값을 나타낸 것이다. 우리가 예상했던 대로 σ_y의 값이 증가함에 따라 공정평균과 검사기준값은 증가하고 기대이익은 감소함을 알 수 있다. 이는 공정의 산포가 증가함으로 인해 규격에 미달하는 제품의 비율이 증가하기 때문에 이를 감소시키기 위해서는 공정평균을 좀 더 높은 값으로 설정하는 것이 필요하기 때문이다.

<그림 1>은 위의 예에서 다른 변수 값들은 고정되어 있고 a의 값만 변화할 때 기대이익을 그래프로 표시한 것이다. a의 값이 증가할 때 기대이익이 선형적으로 증가함을 알 수 있다.

< 표 3 > σ_y의 변화에 따른 최적 공정평균, 검사기준값 및 기대이익

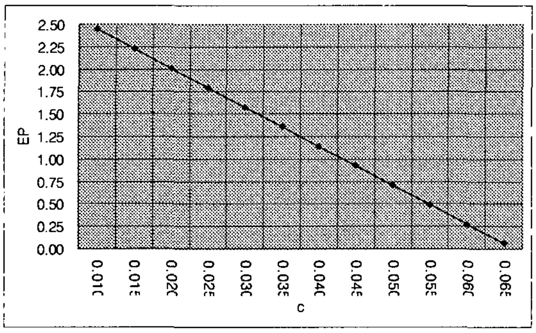
σ_y	μ_y^*	δ^*	EP^*
1.00	42.744	7.979	0.3144
1.05	42.863	7.990	0.3066
1.10	42.981	8.00	0.29891
1.15	43.097	8.011	0.2912
1.20	43.213	8.021	0.2836
1.25	43.327	8.031	0.2761
1.30	43.441	8.042	0.2685
1.35	43.555	8.052	0.2611
1.40	43.667	8.062	0.2536
1.45	43.778	8.072	0.2462
1.50	43.889	8.082	0.2389
1.55	43.999	8.091	0.2316
1.60	44.108	8.101	0.2243
1.65	44.217	8.111	0.2171
1.70	44.325	8.120	0.2099
1.75	44.432	8.130	0.2028
1.80	44.538	8.139	0.1957
1.85	44.644	8.149	0.1886
1.90	44.749	8.158	0.1816
1.95	44.854	8.168	0.1746
2.00	44.959	8.177	0.1676



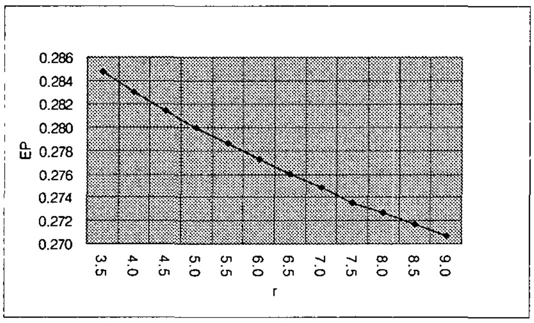
< 그림 1 > a의 값에 따른 제품당 기대이익의 값

<그림 2>와 <그림 3>은 다른 변수 값들

은 고정되어 있고 c와 r의 값만 각각 변화할 때 기대이익을 그래프로 나타낸 것이다. c와 r의 값이 증가함에 따라 기대이익은 감소한다.



< 그림 2 > c의 값에 따른 제품당 기대이익의 값

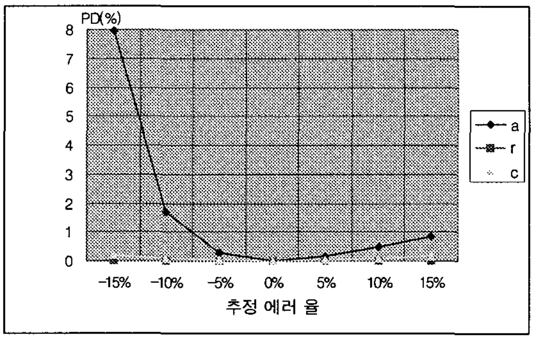


< 그림 3 > r의 값에 따른 제품당 기대이익의 값

<그림 4>는 비용들 (a, c, r)을 잘못 추정했을 때 기대이익의 감소를 나타낸다. y축의 PD 값은 기대이익의 감소율(%)을 나타내며 x축의 값은 비용들 (a, c, r)의 잘못 추정된 비율(%)을 나타낸다.

$$PD \frac{EP^{*} - EP'}{EP^{*}} \times 100(\%), \qquad (20)$$

여기서 EP^{*}은 올바른 비용을 사용했을 때의 최적 기대이익을 나타내며, EP'는 잘못 추정된 비용을 사용했을 때의 기대이익을 나타낸다. <그림 4>에서 알 수 있듯이 판매가격 a를 잘못 추정했을 경우를 제외하고 비용들 (c, r)에 대하여 둔감함을 알 수 있다.



< 그림 4 > 잘못 추정된 비용에 따른 기대이익의 감소

5. 결론

본 논문에서는 제품을 주 품질특성치와 상관관계에 있는 두 개의 상관변수의 선형결합값을 이용하여 전수 검사하는 생산공정에서 최적목표값의 결정에 관한 문제를 다루었다. 제품의 판매이익과 생산비용, 불량품으로 인한 손실비용 및 검사비용으로 구성된 이익함수 모형을 제안하고, 제품당 기대이익을 최대로 하는 공정평균과 검사 기준값을 결정하는 방법을 제시하였다. 수치적인 분석과정에서는 586 PC를 사용하였으며 IMSL과 FORTRAN언어를 이용하였다. 기대이익함수가 결정변수(공정평균 및 검사기준값)에 대하여 단봉함수가 됨을 수리적인 방법과 수치적인 방법을 이용하여 증명하였다. 수치예제를 통해 분석해 본 결과 공정의 산포가 증가함에 따라 제품당 기대이익이 감소하였으며 공정 평균과 검사기준값이 높게 설정됨을 알 수 있었다. 또한 불량으로 인한 손실비용과 생산비용이 증가함에 따라 제품당 기대이익은 감소하였고 판매이익이 증가하면 제품당 기대이익은 선형적으로 증가한다. 비용항목에 대한 기대이익의 민감도 분석을 실시한 결과 판매가격을 제외하고 비용항목들에 대하여 둔감함을 알 수 있었다.

추후의 연구로는 두 개의 상관 변수를 동시에 검사하는 것이 아니라 2단계 샘플링 검사방법과 비슷하게 한 개를 상관변수를 먼저 검사하여 제품을 양 · 불량으로 구별하기가 명확하지 않은 경우에 한하여 또 다른 상관변수를 검사하는 문제를 고려해볼 수 있겠다.

부록 1: 식(6)의 유도

식(5)를 다시 쓰면

$$ECR = r\int_{-\infty}^{\eta}\int_{\omega}^{\infty}\phi((y' - z')/(1-\theta^2)^{1/2})$$
$$\phi(z'/\theta)/(\theta(1-\theta^2)^{1/2}\ dz'dy', \quad (1.1)$$

이 되고

$$ECR = \int_{-\infty}^{\eta}\int_{\omega}^{\infty}\phi((y' - z')/(1-\theta^2)^{1/2})$$
$$\phi(z'/\theta)/(\theta(1-\theta^2)^{1/2})\ dz'dy'$$
$$= \Psi(-\omega/\theta,\ \eta;\ \theta), \quad (1.2)$$

를 이용하면 식 (6)이 얻어진다.

부록 2: 단봉함수의 증명

EP의 ω^*와 η^*($\partial EP/\partial\omega = 0$ 와 $\partial EP/\partial\eta = 0$ 를 만족하는 ω와 η의 값)에서의 2차 편미분값은 다음과 같이 주어진다.

$$\partial^2 EP/\partial\omega^2 = -r\phi((\eta^* - \omega^*)/(1-\theta^2)^{1/2})$$
$$\phi(-\omega^*/\theta)/(\theta(1-\theta^2)^{1/2}), \quad (2.1)$$

$$\partial^2 EP/\partial\eta^2 = -r\phi((-\omega^*/\theta + \eta^*\theta)/(1-\theta^2)^{1/2})$$
$$\phi(\eta^*)/(\theta(1-\theta^2)^{1/2})$$
$$+\eta^* r\Phi((-\omega^*/\theta + \eta^*\theta)/$$
$$(1-\theta^2)^{1/2})\phi(\eta^*), \quad (2.2)$$

$$\partial^2 EP/\partial\eta\partial\omega = r\phi((-\omega^*/\theta + \eta^*\theta)/(1-\theta^2)^{1/2})$$
$$\phi(\eta^*)/(\theta(1-\theta^2)^{1/2}), \quad (2.3)$$

이 된다. H를 EP의 ω^*와 η^*에서의 2차 편미분값의 행렬이라 하면 $\partial^2 EP/\partial\omega^2 < 0$, $\partial^2 EP/\partial\eta^2 < 0\ (\eta^* < 0)$이 된다. $det(H^2) > 0$ 임를 수리적으로 보이기는 힘들다. 그러나 모수 (r, θ)의 의미 있는 값에 대하여 수치적인 분석을 해본 결과, $det(H^2) > 0$ 임을 알 수 있었다. 따라서 Hessian 행렬이 음정치(negative definite)이므로 EP은 ω와 η에 대하여 단봉함수이고 (ω^*, η^*)은 EP를 최대로하는 점이다.

참고문헌

[1] Bai, D. S. and Lee, M. K.(1993), "Optimal target values for a Filling Process When Inspection is Based on a Correlaed Vraiable," *International Journal of Production Economics*. Vol. 32, pp. 327-334.

[2] Bai, D. S. and Lee, M. K.(1996), "Economic Designs of Two-Sided Single and Double Screening Procedures," *Metrika*. Vol. 44, pp. 53-69.

[3] Bettes, D. C.(1962), "Finding an Optimum Target Value in Relation to a Fixed Lower Limit and Arbitary Upper Limit," *Applied Statistics*. Vol. 11, pp. 202-210.

[4] Bisgaard, S., Hunter, W. G. and Pallesen, L.(1984), "Economic Selection of Quality of Manufactured Product," *Technometrics*. Vol. 26, pp. 9-18.

[5] Golhar, D. Y. and Pollock, S. M.(1988), "The Determination of the Best Mean and the Upper Limit for a Canning Problem," *Journal of Quality Technology*. Vol. 20, pp. 188-192.

[6] Hunter, W. G. and Kartha, C. D.(1977), "Determining the Most Profitable Target Value for a Production Process," *Journal of Quality Technology*. Vol. 9, pp. 176-180.

[7] Lee, M. K. and Bai, D. S.(1994), "Determination of the Optimal Target Values for a Canning Process with Linear Shift in the Mean," *Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers*. Vol. 20, pp. 3-13.

[8] Lee, M. K. and Kim, G. S.(1994), "Determination of the Optimal Target Values for a Filling Process When Inspection is Based on a Correlated Variable," *International Journal of Production Economics*. Vol. 34, pp. 205-213.

[9] Owen, D. B., McIntire., and Seymour, E.(1975), "Tables Using One or Two Screening Variables to Increases Acceptable Product under One-sided Specifications," *Journal of Quality Technology*. Vol. 7, pp. 127-138.

[10] *Reference Manual, International Mathematical and Statistical Libraries*, IMSL Library, Houston. 1987.

[11] Springer, C. H.(1951), "A Method for Determining the Most Economic Position of a Process Mean," *Industrial Quality Control*. Vol. 8, pp. 36-39.

[12] Tang, K. and Lo, J.(1993), "Determination of the Process Mean When Inspection is Based on a Correlated Variable," *IIE Transactions*. Vol. 25, pp. 66-72.