

두 개의 이상원인을 고려한 VSS \bar{X} 관리도의 통계적 설계

심성보 · 강창욱

한양대학교 산업공학과

The Statistical Design of VSS \bar{X} Chart Considering Two Assignable Causes

Seongbo Sim · Changwook Kang

Dept. of Industrial Engineering, Hanyang University

Abstract

In this paper we apply VSS \bar{X} chart to the case when two assignable causes effect the process mean shift. We compare the case when two compound assignable causes effect the process mean with another one which effects individually. For the practical use of VSS \bar{X} chart we propose the sample size which minimizes the average number of samples until the signal is given in out-of-control state.

1. 서론

공정을 감시하기 위해 널리 쓰이는 관리도의 전통적인 방법은 공정으로부터 일정한 크기의 샘플을 취하는 것이다. 하지만 관리도로서 공정을 모니터링 할 때 샘플의 통계량이 관리한계선 가까이 타점 된다면(관리한계 범위 내에), 다음의 점들은 실제로 관리한계선 밖으로 나갈 가능성이 높기 때문에 통계량의 위치에 따라 가변적인 샘플 크기(Variable Sample Size: VSS)를 적용한 관리도를 사용하는 것이 더욱 효율적이다.

기존의 연구에서 단일 이상원인이 존재하는 경우에 VSS \bar{X} 관리도를 적용하면 샘플 크기가 고정된(fixed sample size: FSS) \bar{X} 관리도에 비해 공정이 관리상태일 때에 이상신호를 주기까지의 평균 샘플 수는 동일하게 유지되고, 이상상태일 때는 이상신호를 주기까지의 평균 샘플 수는 더욱 작은 것으로 알려져 있다. 또한 다중 이상원인이 존재하되 하나의 이상원인이 발생하면 다른 이상원인은 발생하지 않는다고 가정된 다중이상원인의 개별적인 발생의 경우에도 VSS \bar{X} 관리도가 FSS \bar{X} 관리도에 비해 비용함수를 줄일 수 있고, 이상원인의 발생을

알려주기까지의 평균 샘플 수에 대한 통계적 결과도 좋아지는 것으로 알려져 있다.[5]

본 연구에서는 공정평균의 변화를 일으키는 두 개의 이상원인이 독립적이며 복합적으로 발생하는 공정에 VSS \bar{X} 관리도를 적용한다. 그리고 관리상태에서 이상신호를 주기까지의 평균 샘플 수는 동일하게 유지하고, 이상상태에서 이상신호를 주기까지의 평균 샘플 수를 최소화하는 통계적 설계를 통한 최적의 샘플크기를 제시하고자 한다.

두 개의 이상원인으로 대변하여 관리할 수 있는 공정의 경우 본 연구에서 제시하는 샘플 크기를 이용하여 쉽게 VSS \bar{X} 관리도를 적용할 수 있고, 공정의 이상원인이 발생할 경우 더욱 빨리 공정의 이상원인을 발견할 수 있다.

2. 단일 이상원인이 존재하는 VSS \bar{X} 관리도

일반적으로 VSS \bar{X} 관리도를 사용함에 있어서 두 개의 샘플 크기를 사용하는 것이 관리도의 복잡함을 방지할 수 있는 합리적인 방법이고 실제 현장에 적용하기에 용이하므로 두 개의 샘플 크기를 갖는 VSS \bar{X} 관리도를 고려하기로 한다.

공정은 관리상태 ($\mu = \mu_0$)에서 시작하며 이상원인이 발생하면 공정평균은 목표치 μ_0 에서 $\mu_1 = \mu_0 \pm \delta\sigma$ 로 바뀐다. VSS \bar{X} 관리도에서 샘플링 간격은 h 시간으로 일정하고, 관리한계선은 $\mu_0 \pm k\sigma_{\bar{X}}$ 이며 임계선 $\mu_0 \pm k_1\sigma_{\bar{X}}$ 를 둔다. 샘플 평균이 중심선과 임계선 사이에서 타점되면 다음의 샘플의 크기는 작은 샘플 크기 n_1 을 선택하고, 임계선과 관리한계선 사이에서 타점되면 큰 샘플 크기 n_2 를 선택한다. 공정이 관리상태일 때에 이상신호를 주기까지의 평균 샘플 수가 FSS \bar{X} 관리도와 동일하게 유지하기 위해서 관리상태에서의 평균 샘플크기를 FSS

\bar{X} 관리도의 샘플크기와 같아야 하므로 임계선을 결정하기 위한 k_1 이 결정된다.[1][6][7] 여기서 $k_1 < k$ 이다. 샘플 크기에 따라서 관리한계선과 임계선이 변하게 되므로 관리의 편리성을 위해서 표준정규분포의 통계량을 이용한다.

즉, 표준정규분포의 통계량을 Z 으로 두고 j 번째 샘플 크기를 $n(j)$ 라고 하면 $n(j)$ 는 다음과 같이 결정된다.

$$n(j) = \begin{cases} n_2, & \text{if } k_1 < Z_{j-1} < k \\ n_1, & \text{if } -k_1 \leq Z_{j-1} \leq k_1 \quad j=1, 2, \dots \\ n_2, & \text{if } -k < Z_{j-1} < -k_1 \end{cases}$$

여기서 $n_1 < n_2$ 이다. $Z_j > k$ 또는 $Z_j < -k$ 이면 관리도는 이상신호를 발생한다.

두 개의 상이한 샘플 크기를 갖는 VSS \bar{X} 관리도에서 관리상태에서의 평균 샘플 크기와 일정한 샘플 크기를 갖는 FSS \bar{X} 관리도에서의 샘플 크기 n 을 동일하게 하고 이상상태일 때의 평균 샘플 수를 작게 하는 n_1, n_2 를 선정한다.

VSS \bar{X} 관리도의 특징에 대해 Costa(1994)는 여러 관리도와 비교해볼 때 VSS \bar{X} 관리도가 공정평균의 변화가 $0.5 < \delta < 1.5$ 에서 공정평균의 변화를 더욱 빨리 찾아내며, $\delta < 0.5$ 인 경우는 EWMA 또는 CUSUM 관리도가 더욱 빨리 공정평균의 변화를 찾아낸다는 것을 밝혔다. 또한 $\delta > 1.5$ 인 경우에는 FSS \bar{X} 관리도가 더욱 빨리 공정평균의 변화를 찾는다는 것을 Costa(1994)와 Prabhu et al.(1993)는 밝혔다.

3. 두 개의 이상원인이 존재하는 경우의 VSS \bar{X} 관리도

공정의 이상원인은 현실적으로 여러 가지가 존재하나 그 중에서도 최근의 완전 자동화가 이

루어진 공정에서는 크게 몇 가지 이상원인으로 나누어 관리할 수 있다. 그 실례로 위생구를 생산하는 Y회사의 김천공장은 생산시설의 완전자동화에 따라 공정의 이상원인을 크게 기계에 의한 이상원인과 재료에 의한 이상원인으로 나누어 관리하고 있다고 한다. 본 연구에서는 VSS \bar{X} 관리도를 이와 같이 두 가지 이상원인으로 관리되어지는 공정에 대하여 적용한다.

3.1 가정

본 연구의 가정은 다음과 같다.

- 1) 특성치가 정규분포를 따른다.
- 2) 이상원인의 종류는 두 가지다.
- 3) 이상원인의 발생에 따라 공정 평균이 변한다.
- 4) 이상원인이 발생할 확률은 알고 있다.
- 5) 이상원인의 발생은 독립적이다.
- 6) 하나의 이상원인이 발생하면 동일한 이상원인이 반복해서 발생하지는 않는다.

3.2 기호 정의

본 연구에서 사용되는 기호는 다음과 같다.

- N_0 : 관리상태에서 관리도가 이상신호를 주기까지의 샘플 수
- M_0 : 관리상태에서 관리도가 이상신호를 주기까지의 관측값 수
- N_1 : 이상상태에서 관리도가 이상신호를 주기까지의 샘플 수
- M_1 : 이상상태에서 관리도가 이상신호를 주기까지의 관측값 수
- $E(N_0)$: 관리상태에서 관리도가 이상신호를 주기까지의 평균 샘플 수
- $E(M_0)$: 관리상태에서 관리도가 이상신호를 주기까지의 평균 관측값 수
- $E(N_1)$: 이상상태에서 관리도가 이상신호를 주기까지의 평균 샘플 수
- $E(M_1)$: 이상상태에서 관리도가 이상신호를 주기까지의 평균 관측값 수
- $\pm k$: 통계량이 표준 정규분포를 따를 때

의 관리한계선

- $\pm k_1$: 통계량이 표준 정규분포를 따를 때의 임계선
- Z : 표준 정규분포 통계량
- W : 이상상태에서 샘플의 통계량
- \bar{n} : 관리상태에서의 평균 샘플 수
- p^*_{02} : 관리상태에서 통계량이 관리도의 임계선 사이에 타점 될 확률
- p^*_{01} : 관리상태에서 통계량이 관리도의 관리한계선과 임계선 사이에 타점 될 확률
- A_i : 이상원인의 종류 $i=1,2$
- p_{ij} : 상태 i 에서 j 로의 전이확률 $i=1, 2, j=1,2,\dots,6$
- p_i : 이상원인이 발생한 이후 최초 샘플이 i 상태에 있을 확률 $i=1,2,\dots,6$
- μ_0 : 공정 평균의 목표치
- μ_1 : 이상원인의 발생에 의한 공정 평균

3.3 VSS \bar{X} 관리도의 통계적 설계

두 개의 이상원인이 존재하는 경우에 공정이 관리상태에서 이상 신호를 주기까지의 평균 샘플 수는 단일 이상원인이 존재하는 경우와 동일하다. 즉, 평균 샘플 크기 \bar{n} 와 일정한 샘플 크기를 갖는 FSS \bar{X} 관리도에서의 샘플 크기 n 을 동일하게 두어 관리상태일 때 신호를 주기까지의 평균 샘플 수 $E(N_0)$ 와 평균 관측값 수 $E(M_0)$ 는 동일하게 유지한다.

$$\bar{n} = \frac{n_1 p^*_{02} + n_2 p^*_{01}}{1 - q}$$

공정이 이상상태인 경우에 이상 신호를 주기까지의 평균 샘플 수 $E(N_1)$ 와 평균 관측값 수 $E(M_1)$ 를 구하기 위해서 관리도상에서 통계량의 위치 상태와 샘플링 시점의 이상원인의 존재 상태를 고려하여 통계량의 상태를 다음과 같이 정의한다.

상태 1 : 이상원인이 하나 존재하고 $|W| < k_1$

상태 2 : 이상원인이 둘 존재하고 $|W| < k_1$

상태 3 : 이상원인이 하나 존재하고

$$k_1 < |W| < k$$

상태 4 : 이상원인이 둘 존재하고

$$k_1 < |W| < k$$

상태 5 : 이상원인이 하나 존재하고 $|W| > k$

상태 6 : 이상원인이 둘 존재하고 $|W| > k$

위와 같은 상태 정의에 따라 j 번째 관리통계량 W_j 는 단일이상원인에서와 같이 다음과 같은 전이행렬을 갖는 비기약 마코프 체인을 형성한다.

$$P = \begin{bmatrix} Q & R \\ O & I \end{bmatrix}$$

여기서 submatrix Q 와 R 은 다음과 같다. 그리고 O 은 2×4 인 0행렬이며, I 는 2×2 단위 행렬이다.

$$Q = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & p_{14} \\ 0 & p_{22} & 0 & p_{24} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} & p_{34} \\ 0 & p_{42} & 0 & p_{44} \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} p_{15} & p_{16} \\ p_{25} & p_{26} \\ p_{35} & p_{36} \\ p_{45} & p_{46} \end{bmatrix}$$

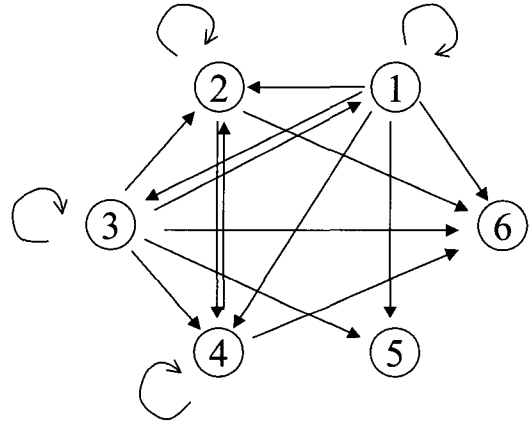
비기약 마코프 체인의 특성에 따라 최초의 상태를 고려하지 않았을 때 이상상태에서 이상 신호를 주기까지 각 상태를 방문한 평균 샘플의 수는 다음과 같다.

$$(I - Q)^{-1}$$

이상원인이 발생한 이후 최초 관리통계량이 각 상태에 있을 행렬 r 를 다음과 같이 정의한다.

$$r = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \end{bmatrix}$$

통계량의 상태에 따른 전이율 다이어그램은 <그림 1>과 같다.



< 그림 1 > 두 개의 이상원인에 따른 전이율 다이어그램

이상원인이 둘 다 발생한 경우 초기 상태를 고려하면 $E(N_1)$ 는 다음과 같다.

$$E(N_1) = r' [(I - Q)]^{-1} 1$$

여기서 $r' = (p_1, p_2, p_3, p_4)$ 이다.

각 상태에서 취하는 샘플 크기는 $s = [n_1, n_1, n_2, n_2]$ 이므로 이상원인이 둘 다 발생한 경우 초기 상태를 고려한 $E(M_1)$ 은 다음과 같다.

$$E(M_1) = r' [(I - Q)]^{-1} s$$

submatrix Q 를 구성하는 전이행렬과 이상원인이 발생한 이후 최초 관리통계량이 각 상태

에 있을 행렬 \mathbf{r} 은 이상 원인의 발생 유형에 따라 그 값이 다르므로, $E(N_1)$, $E(M_1)$ 의 계산은 어떠한 이상원인이 먼저 발생했는가에 따라 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} E(N_1) &= E(N_1|A1 \text{만 발생})P(A1 \text{만 발생}) \\ &\quad + E(N_1|A2 \text{만 발생})P(A2 \text{만 발생}) \\ &\quad + E(N_1|A1, A2 \text{ 모두 발생}) \\ &\quad P(A1, A2 \text{ 모두 발생}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(M_1) &= E(M_1|A1 \text{만 발생})P(A1 \text{만 발생}) \\ &\quad + E(M_1|A2 \text{만 발생})P(A2 \text{만 발생}) \\ &\quad + E(M_1|A1, A2 \text{ 모두 발생}) \\ &\quad P(A1, A2 \text{ 모두 발생}) \end{aligned}$$

두 개의 이상원인이 모두 발생한 경우에도 어떠한 이상원인이 먼저 발생했는가에 따라서 전이행렬이 다르므로 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} E(N_1 | A1, A2 \text{ 모두 발생}) \\ &= E(N_1|A1 \text{ 먼저 발생하고 } A2 \text{ 발생}) \\ &\quad + E(N_1|A2 \text{ 먼저 발생하고 } A1 \text{ 발생}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(M_1 | A1, A2 \text{ 모두 발생}) \\ &= E(M_1|A1 \text{ 먼저 발생하고 } A2 \text{ 발생}) \\ &\quad + E(M_1|A2 \text{ 먼저 발생하고 } A1 \text{ 발생}) \end{aligned}$$

이상원인 $A1$ 이 먼저 발생한 경우 \mathbf{Q} 행렬의 전이확률은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} p_{11} &= \Pr[|W| < k_1 \mid W \sim N(\delta_1\sqrt{n_1}, 1)](1 - p_{A2}) \\ p_{12} &= \Pr[|W| < k_1 \mid W \sim N(\delta_1\sqrt{n_1}, 1)]p_{A2} \\ p_{13} &= \Pr[k_1 < |W| < k \mid W \sim N(\delta_1\sqrt{n_1}, 1)](1 - p_{A2}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p_{14} &= \Pr[k_1 < |W| < k \mid W \sim N(\delta_1\sqrt{n_1}, 1)]p_{A2} \\ p_{22} &= \Pr[|W| < k_1 \mid W \sim N(\delta_1\sqrt{n_1} + \delta_2\sqrt{n_1}, 1)] \\ p_{24} &= \Pr[k_1 < |W| < k \mid W \sim N(\delta_1\sqrt{n_1} + \delta_2\sqrt{n_1}, 1)] \\ p_{21} &= p_{23} = 0 \\ p_{31} &= \Pr[|W| < k_1 \mid W \sim N(\delta_1\sqrt{n_2}, 1)](1 - p_{A2}) \\ p_{32} &= \Pr[|W| < k_1 \mid W \sim N(\delta_1\sqrt{n_2}, 1)]p_{A2} \\ p_{33} &= \Pr[k_1 < |W| < k \mid W \sim N(\delta_1\sqrt{n_2}, 1)](1 - p_{A2}) \\ p_{34} &= \Pr[k_1 < |W| < k \mid W \sim N(\delta_1\sqrt{n_2}, 1)]p_{A2} \\ p_{42} &= \Pr[|W| < k_1 \mid W \sim N(\delta_1\sqrt{n_2} + \delta_2\sqrt{n_2}, 1)] \\ p_{44} &= \Pr[k_1 < |W| < k \mid W \sim N(\delta_1\sqrt{n_2} + \delta_2\sqrt{n_2}, 1)] \\ p_{41} &= p_{43} = 0 \end{aligned}$$

이상원인 $A1$ 이 먼저 발생한 이후 최초 관리 통계량이 각 상태에 있을 확률은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} p_1 &= \Pr[|Z| < k_1 \mid Z \sim N(0, 1)](1 - p_{A2}) \\ p_2 &= \Pr[|Z| < k_1 \mid Z \sim N(0, 1)]p_{A2} \\ p_3 &= \Pr[k_1 < |Z| < k \mid Z \sim N(0, 1)](1 - p_{A2}) \\ p_4 &= \Pr[k_1 < |Z| < k \mid Z \sim N(0, 1)]p_{A2} \end{aligned}$$

이상원인 $A2$ 이 먼저 발생한 경우 \mathbf{Q} 행렬의 전이확률은 다음과 같다:

$$\begin{aligned} p_{11} &= \Pr[|W| < k_1 \mid W \sim N(\delta_2\sqrt{n_1}, 1)](1 - p_{A1}) \\ p_{12} &= \Pr[|W| < k_1 \mid W \sim N(\delta_2\sqrt{n_1}, 1)]p_{A1} \\ p_{13} &= \Pr[k_1 < |W| < k \mid W \sim N(\delta_2\sqrt{n_1}, 1)](1 - p_{A1}) \\ p_{14} &= \Pr[k_1 < |W| < k \mid W \sim N(\delta_2\sqrt{n_1}, 1)]p_{A1} \\ p_{22} &= \Pr[|W| < k_1 \mid W \sim N(\delta_1\sqrt{n_1} + \delta_2\sqrt{n_1}, 1)] \\ p_{24} &= \Pr[k_1 < |W| < k \mid W \sim N(\delta_1\sqrt{n_1} + \delta_2\sqrt{n_1}, 1)] \\ p_{21} &= p_{23} = 0 \\ p_{31} &= \Pr[|W| < k_1 \mid W \sim N(\delta_2\sqrt{n_2}, 1)](1 - p_{A1}) \\ p_{32} &= \Pr[|W| < k_1 \mid W \sim N(\delta_2\sqrt{n_2}, 1)]p_{A1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 p_{33} &= \Pr[k_1 < |W| < k | W \sim N(\delta_2 \sqrt{n_2}, 1)](1 - p_{A1}) \\
 p_{34} &= \Pr[k_1 < |W| < k | W \sim N(\delta_2 \sqrt{n_2}, 1)]p_{A1} \\
 p_{42} &= \Pr[|W| < k_1 | W \sim N(\delta_2 \sqrt{n_2} + \delta_2 \sqrt{n_1}, 1)] \\
 p_{44} &= \Pr[k_1 < |W| < k | W \sim N(\delta_1 \sqrt{n_2} + \delta_2 \sqrt{n_2}, 1)] \\
 p_{41} &= p_{43} = 0
 \end{aligned}$$

이상원인 A2이 먼저 발생한 이후 최초 관리 통계량이 각 상태에 있을 확률은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 p_1 &= \Pr[|Z| < k_1 | Z \sim N(0, 1)](1 - p_{A1}) \\
 p_2 &= \Pr[|Z| < k_1 | Z \sim N(0, 1)]p_{A1} \\
 p_3 &= \Pr[k_1 < |Z| < k | Z \sim N(0, 1)](1 - p_{A1}) \\
 p_4 &= \Pr[k_1 < |Z| < k | Z \sim N(0, 1)]p_{A1}
 \end{aligned}$$

위와 같이 구한 전이행렬 Q 와 초기 상태 벡터 r 를 이용하여 $E(N_1), E(M_1)$ 를 계산할 수 있다.

본 연구에서는 두 개의 이상원인이 있는 경우만을 고려하고 있으나, 3개 이상의 이상원인이 발생하는 경우로도 확장이 가능하다. 즉, 관리도상에서 통계량의 위치 상태와 샘플링 시점의 이상원인의 존재 상태에 따라 상태를 정의하고 이상원인의 발생상태에 따른 전이행렬과 이를 이용하여 $E(N_1), E(M_1)$ 을 구하면 VSS \bar{X} 관리도의 통계적 설계가 가능하다.

4. 수치예제

두 개의 이상원인이 존재하는 VSS \bar{X} 관리도에서 이상원인이 발생한 후 관리도가 이상 신호를 주기까지의 평균 샘플 수를 최소화하는 샘플 크기를 제시하기 위하여 다음과 같이 수치예제를 구성하였다.

VSS \bar{X} 관리도는 공정평균의 변화가 $0.5 < \delta < 1.5$ 에서 효율적이므로[1][6][7] 이

상원인에 의한 $\delta_i (i=1, 2)$ 를 0.5에서 1.5까지 0.1씩 증가시킨 값들의 조합에 의하여 수치예제의 결과를 보인다. 또한 관리한계선은 $\mu_0 \pm 3\sigma_{\bar{X}}$ 를 사용하고, 평균 샘플 크기 $\bar{n}=5$ 를 고려하며 이상원인이 발생할 확률은 동일한 확률 (0.5, 0.5)를 가정하여 결과를 보인다.

두 개의 이상원인이 복합적으로 존재하는 경우 n_1 값에 대해 $E(N_1)$ 의 값을 최소로 하는 (n_1, n_2) 의 조합과 Park and Reynolds[5]이 제시한 바와 같이 두 개의 이상 원인을 개별적으로 고려한 경우의 $E(N_1)$ 의 값은 각각 <표 1>과 <표 2>와 같다. 발생확률이 같으므로 표의 값은 표의 대각선을 중심으로 한 쪽 면에만 나타내었다. 두 개의 이상원인이 개별적으로 발생하는 경우의 $E(N_1)$ 의 값은 현실적인 공정의 상태를 반영했다고 하기에는 적절하지 못한 값이므로 두 개의 이상원인의 발생을 복합적으로 가정한 경우의 $E(N_1)$ 의 값과는 차이를 보였다. (δ_1, δ_2) 각 조합에 대한 두 경우의 $E(N_1)$ 값으로 평균값의 차의 검정을 실시한 결과, 두 개의 이상원인을 복합적으로 고려한 경우의 $E(N_1)$ 이 개별적으로 고려한 경우의 $E(N_1)$ 보다 작다는 대립가설에 대해 검정통계량 t 의 값은 -22.259674로 유의수준 1%에서 귀무가설을 기각하였다. 따라서 두 개의 이상원인을 복합적으로 고려한 $E(N_1)$ 이 기존의 두 개의 이상원인으로 개별적으로 고려한 경우의 $E(N_1)$ 보다 작다고 할 수 있다.

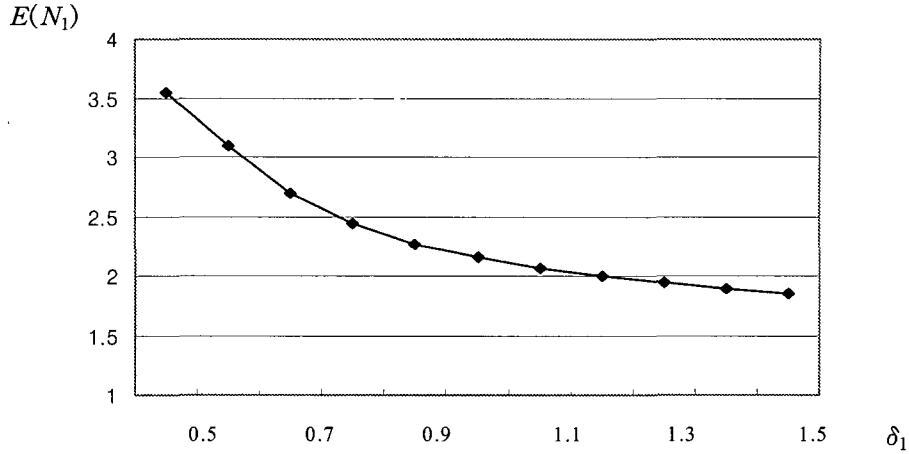
본 논문에서 제시하는 수치예제의 결과는 두 가지 이상원인을 고려한 VSS \bar{X} 관리도의 적용에 있어서 현실적인 상황을 반영할 때 통계적 수행 능력을 높이는 샘플 크기를 제시하여 준다. 그리고 <그림 2>에서 보이는 바와 같이 δ_1 이나 δ_2 중에서 하나를 고정시키고 다른 하나의 변화에 따른 $E(N_1)$ 의 변화를 살펴보면 이상원인에 의한 공정 평균의 변화가 클수록 $E(N_1)$ 는 작아짐을 알 수 있다.

< 표 1 > 두 이상원인을 복합적으로 고려한 경우 $E(N_1)$ 과 샘플크기

$\delta_1 \backslash \delta_2$	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
0.5	3.679 (1,6)										
0.6	3.666 (1,6)	3.441 (1,19)									
0.7	3.547 (1,6)	3.100 (1,18)	2.691 (3,23)								
0.8	3.243 (1,6)	2.883 (2,22)	2.435 (3,21)	2.170 (3,19)							
0.9	2.877 (1,6)	2.729 (3,25)	2.272 (1,15)	2.003 (3,18)	1.833 (3,17)						
1.0	2.566 (1,6)	2.610 (3,25)	2.158 (3,21)	1.889 (3,18)	1.702 (4,17)	1.573 (4,16)					
1.1	2.335 (1,6)	2.517 (3,26)	2.072 (3,21)	1.806 (3,18)	1.611 (4,17)	1.484 (4,16)	1.395 (4,15)				
1.2	2.175 (1,6)	2.430 (1,6)	2.003 (3,21)	1.742 (3,18)	1.544 (4,17)	1.419 (4,15)	1.332 (4,14)	1.268 (4,13)			
1.3	2.058 (1,6)	2.323 (1,6)	1.946 (3,21)	1.690 (3,18)	1.492 (4,17)	1.369 (4,15)	1.283 (4,14)	1.221 (4,13)	1.172 (4,12)		
1.4	1.978 (1,6)	2.247 (1,6)	1.894 (3,22)	1.645 (3,18)	1.449 (4,17)	1.329 (4,15)	1.245 (4,14)	1.183 (4,12)	1.134 (4,11)	1.095 (4,10)	
1.5	1.922 (1,6)	2.194 (1,6)	1.849 (3,22)	1.591 (4,20)	1.413 (4,18)	1.296 (4,15)	1.213 (4,14)	1.152 (4,12)	1.103 (4,11)	1.063 (4,10)	1.029 (4,9)

< 표 2 > 두 이상원인을 개별적으로 고려한 경우 $E(N_1)$ 과 샘플크기

$\delta_1 \backslash \delta_2$	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
0.5	4.545 (1,6)										
0.6	5.090 (1,6)	5.288 (1,19)									
0.7	5.269 (1,6)	4.714 (1,18)	4.101 (1,17)								
0.8	4.961 (1,6)	4.388 (1,17)	3.764 (1,15)	3.314 (3,19)							
0.9	4.446 (1,6)	4.195 (1,16)	3.501 (2,18)	3.041 (3,18)	2.754 (3,17)						
1.0	3.980 (1,6)	4.052 (1,6)	3.344 (2,18)	2.865 (3,18)	2.569 (3,16)	2.377 (3,15)					
1.1	3.633 (1,6)	3.979 (2,22)	3.228 (3,21)	2.747 (3,18)	2.446 (3,16)	2.246 (3,14)	2.108 (3,13)				
1.2	3.390 (1,6)	3.895 (2,22)	3.139 (3,21)	2.661 (3,18)	2.358 (3,16)	2.153 (3,14)	1.998 (4,14)	1.8836 (4,13)			
1.3	3.222 (1,6)	3.768 (1,6)	3.067 (3,21)	2.594 (3,18)	2.293 (3,16)	2.077 (4,15)	1.917 (4,14)	1.801 (4,13)	1.713 (4,120)		
1.4	3.106 (1,6)	3.651 (1,6)	3.006 (3,22)	2.538 (3,18)	2.240 (3,16)	2.013 (4,15)	1.853 (4,14)	1.733 (4,12)	1.644 (4,11)	1.573 (4,10)	
1.5	3.025 (1,6)	3.571 (1,6)	2.951 (3,22)	2.491 (3,19)	2.192 (4,18)	1.959 (4,15)	1.800 (4,14)	1.681 (4,12)	1.590 (4,11)	1.518 (4,10)	1.458 (4,9)



< 그림 2 > $\delta_2 = 0.7$ 일 때 δ_1 의 변화에 따른 $E(N_1)$

5. 결론

본 연구에서는 두 개의 이상원인을 복합적으로 고려한 VSS \bar{X} 관리도를 통계적 측면에서 설계하였다. 현실적으로 공정의 이상원인은 단일 이상원인이 존재하기보다는 다중 이상원인이 존재한다. 그럼에도 불구하고 기존의 VSS \bar{X} 관리도에 대한 연구에서는 대부분 단일 이상원인을 가정한 모델에서의 관리도 적용문제를 다루었고, 다중 이상원인을 고려한 연구에서도 하나의 이상원인이 발생하면 다른 이상원인은 발생하지 않는다는 가정을 둬으로써 현실적인 공정의 상태를 반영했다고 하기에는 적절하지 못하다.

본 연구는 두 개의 이상원인이 복합적으로 발생하는 경우, VSS \bar{X} 관리도를 적용하는데 있어서 이상상태에서 관리도가 이상신호를 주기까지의 평균 샘플 수를 최소화하는 샘플 크기를 제시하였다. 수치예제 결과 두 개의 이상원인을 복합적으로 고려한 VSS \bar{X} 관리도의 통계적 결과가 개별적으로 고려한 경우보다 좋은 통계적 값들을 가진다는 것을 볼 수 있었다. 따라서 현재 관리도의 사용에 있어서 FSS \bar{X} 관리도를 사용하고 있는 공정이 두 개의 이상원인으로

대변하여 관리할 수 있는 공정이면, 본 연구에서 제시하는 결과를 이용하여 VSS \bar{X} 관리도를 쉽게 적용할 수 있다. 그 효과로서 공정에 이상원인이 발생하는 경우 기존의 FSS \bar{X} 관리도에 비하여 이상원인을 더욱 빨리 찾게되어 공정을 효과적으로 관리할 수 있다.

참고문헌

- [1] Costa, A. F. B.(1994), " \bar{X} Charts with Variable Sample Size," *Journal of Quality Technology*, Vol. 26, No. 3, pp. 155-163.
- [2] Daudin, J. J.(1992), "Double Sampling \bar{X} Charts," *Journal of Quality Technology*, Vol. 24, No. 2, pp. 78-87.
- [3] Duncan, A. J.(1971), "The Economic Design of \bar{X} -Charts When There is a Multiplicity of Assignable Causes," *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 66, No. 333, pp. 107-121.

- [4] Montgomery, D. C.(1996), *Introduction to Statistical Quality Control*, 3rd ed., John Wiley & Sons, New York, NY.
- [5] Park, C. and M. R. Reynolds Jr. (1994), "Economic Design of a Variable Sample Size \bar{X} Charts," *Communication in Statistics-Simulation and Computation*, Vol. 23, No. 2, pp. 467-483.
- [6] Prabhu, S. S., Runger, G. C. and Keats, J. B.(1993), " \bar{X} Chart with Adaptive Sample Sizes," *International Journal of Production Research*, Vol. 31, No. 12, pp. 2895-2909.
- [7] Tagaras, G.(1998), "A Survey of Recent Development in the Design of Adaptive Control Charts," *Journal of Quality Technology*, Vol. 30, No. 3, pp. 212-231.
- [8] Woodall, W. H.(1986), "Weaknesses of the Economic Design of Control Charts," *Technometrics*, Vol. 28, No. 4, pp. 408-409.