

▣ 연구논문

## 이차원 보증정책을 갖는 제품의 보증비용 모형<sup>+</sup>

김제승

상지대학교 산업공학과

D.N.P. Murthy

Dept. of Mechanical Engineering, The University of Queensland

## Warranty Cost Models for a Product with a Two-Dimensional Warranty Policy

C. S. Kim

Dept. of Industrial Engineering, Sangji University

D.N.P.Murthy

Dept. of Mechanical Engineering, The University of Queensland

### Abstract

A two-dimensional warranty policy, two types of warranty criteria, such as the age and mileage of an automobile, are employed simultaneously to determine the eligibility of a warranty claim. We deal with the analysis of a variety of combined two-dimensional free replacement warranty(FRW) and pro-rata replacement warranty(PRW). In this paper we also propose the analysis of policies with item failures modelled using the one-dimensional and two-dimensional approach, respectively. We obtain expressions for the expected warranty costs and illustrate through numerical examples.

+ 이 논문은 1997년 학술진흥재단의 공모과제 연구비에 의하여 연구되었음.

## 1. 서론

보증정책은 제품 판매 후 일정 기간 발생하는 결함이나 고장에 대하여 생산자나 판매자가 수리 또는 교체 등의 조치를 해준다는 일종의 소비자와의 계약이다. 즉 제품 사용 중 고장이 발생하면 보증기간 내에는 생산자 또는 판매자가 수리비용의 일부 또는 전부를 부담하는 것이다. 일차원 보증정책은 단지 보증기간에 의한 보증으로 대부분의 제품은 일차원 보증으로 판매되며, 보증기간에 발생한 고장에 대해서는 보증정책에 명시된 대로 생산자나 판매자로부터 적절한 조치를 받을 수 있다. 그런데, 이차원 보증정책은 두 가지 변수(예를 들면, 보증기간과 보증거리)를 갖는 이차원 영역으로 특정 지워지고 이 영역 내에서 발생한 고장에 대해서는 판매 시 명시된 보증정책에 의해 생산자나 판매자로부터 적절한 조치를 받을 수 있다. 소비자의 입장에서 볼 때 제품 구입 후의 실제 사용 및 유지에 따르는 금전적, 심리적 부담을 덜기 위해 보증이 필요하며, 생산자의 입장에서는 보증을 통해 소비자의 구매의욕을 높일 수 있는 중요한 마케팅 전략일 뿐만 아니라, 기업이 생산 판매한 제품은 기업이 책임을 진다는 사회적 책임의 이행이라고 볼 수 있다. 또한, 단순한 보증기간의 연장과 보증정책의 변경은 기업의 막대한 비용을 부가하는 것으로 새로운 보증정책의 도입은 보증비용의 추정을 통해 기업의 비용부담을 평가할 필요가 있을 것이다. 따라서, 적절한 보증정책의 선택은 소비자와 생산자 모두에게 중요한 관심사가 아닐 수 없다. 보증에 필요한 자금을 기업이 너무 높게 책정하면 그 만큼 투자기회를 상실하는 것이 되고, 너무 낮게 책정하게 되면 향후 발생할 회사의 이윤 중 일부를 보증비용에 할애해야 하므로 회사의 이익계획결정에 차질이 발생하게 될 것이다. 보증에 필요한 자금은 결국 원가요소이므로 적절한 계획이 없으면 그만큼 가격 경쟁력을 잃게 된다. 때문에 보증기간과 보증비율을 적절히 결정할 필요가 있다. 즉 제품 판매 후 발생한 고장에 대해서는 어느 정도의 비율로 생산자나 판매자가 책임질 것인가를 결정해야 한다. 제품보증정책은 고장에 대한 소비자의 부담정도에 따라 무료보증과 비율보증으로 나누는데, 무료보증정책에서는 보증기간 내에 고장난 제품에 대해서는 생산자가 무료로 수리해주거나 교체를 해준다. 반면에 비율보증정책은 보증기간 내에 고장난 제품에 대해 제품의 판매 가격의 일부를 사용기간 혹은 사용량에 비례해서 소비자에게 부담시키는 정책이다. 무료보증정책과 비율보증정책을 혼합한 것으로 일정기간에는 고장난 제품에 대해 무료로 수리 혹은 교환을 해주다가 그 후에는 비율보증을 실시하는 혼합보증정책이 있다.

1차원 보증에 관한 연구는 지금까지 많이 이루어졌으나 2차원 보증의 경우는 그 연구구성과가 미흡하다고 볼 수 있다. 2차원 보증에 관한 연구로서 Blischke and Murthy(1994)는 지금까지의 2차원 보증정책의 종류와 비용 추정문제를 제시하였고, Moskowitz와 Chun(1994)은 생산자가 동일한 보증비용으로 다양한 보증영역을 제시하여 소비자가 임의로 보증영역을 선택할 수 있는 보증정책(flexible warranty policy)을 제시하였다. Yun & Yoo(1996)는 수리와 교체 영역을 갖는 제품보증정책을 제시하고 일차원 접근 방법에 의한 비용분석을 시행하였다. Chun & Tang(1999)은 제품의 사용

률에 따른 이차원 보증정책을 제시하였다.

본 논문에서는 Blischke and Murthy(1994)가 제안한 이차원 보증정책에서 생산자 및 소비자가 관심을 갖는 두 가지 이차원 혼합보증정책을 일·이차원 접근법으로 분석한다. 각각의 보증정책에 대한 제품교환시 보증기간이 생신되지 않는 경우와 rebate 가 이루어진 경우에 대한 분석도 실시한다.

## 2. 제품의 고장 모형화

이차원 보증정책의 경우에 제품 고장은 이차원 보증영역 내에서 확률적으로 발생하고, 판매된 제품은 모두 수리가 불가능하다고 가정한다. 따라서 보증기간 내에 고장난 제품은 새로운 제품으로 교환이 이루어지고 교환시간은 평균고장시간에 비해 상대적으로 적기 때문에 무시할 수 있다고 한다. 본 장에서는 제품의 고장을 모형화하기 위한 두 가지의 다른 접근 방법에 대해 설명하겠다. 즉 일차원 계수과정과 이차원 계수과정이다.

### 2.1 일차원 접근방법

보증기간 동안의 총 보증비용을 구하기 위해서는 사용거리와 사용기간과의 관계 그리고 제품고장과의 관계를 모형화해야 한다. 제품 판매시  $t=0$ 라고 하고,  $T_c(t)$ 와  $D_c(t)$ 는  $t$ 시점에 현재 사용중인 제품의 사용기간과 사용량(혹은 사용거리)이라고 하자. 현 제품의 사용기간을  $T(t)$ , 사용거리를  $D(t)$ 라면,  $[0, t]$ 동안 고장이 발생하지 않는다면 그때  $T_c(t) = t$ 이고  $D_c(t) = D(t)$ 가 된다. 이는 고장난 모든 제품은 수리가 가능하고 수리 시간은 무시 할 경우에 타당하다. 그러나 만약에 고장난 제품이 수리 불가능하거나  $[0, t]$ 동안에 한번 이상의 고장이 발생하면  $T_c(t) < t$  및  $D_c(t) < D(t)$ 가 된다. 일차원 접근방법에서는  $D_c(t)$ 는  $T_c(t)$ 의 함수로 나타낼 수 있다. 이는 제품의 사용량을 사용기간의 함수로 나타낼 수 있다는 것을 의미한다. 사용기간은 사용량의 선형함수라고 가정하였으므로 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$D_c(t) = UT_c(t) \quad (1.1)$$

여기서  $U$ 는 단위 시간동안의 평균 사용량 즉 사용률이고 확률변수이다. 확률변수  $U$ 의 분포함수를  $G(u)$ , 확률밀도 함수를  $g(u)$ 이라고 하면 일반적으로 일양분포나 감마분포로 나타낼 수 있다. 또한 제품의 고장률을 선형으로 가정하였으므로  $U = u$ 로 주어진 경우 제품의 고장률함수는 Murthy & Wilson[1991]에 의해 다음 식(1.2)와 같이 표현할 수 있고, 모든  $\theta_i \geq 0$ ,  $0 \leq i \leq 3$ 이다.

$$\lambda(t | u) = \theta_0 + \theta_1 u + \theta_2 T_c(t) + \theta_3 D_c(t) \quad (1.2)$$

$T_u^l$ 를  $U=u$ 로 주어진 경우 처음으로 고장이 발생할 때까지의 시간이라면,  $T_u^l$ 에 대한 분포함수는 다음 식으로 주어진다.

$$F(t | u) = 1 - \exp \left\{ - \int_0^t \lambda(x | u) dx \right\} \quad (1.3)$$

보증기간 내에 고장난 모든 제품에 대해서 수리가 이루어지는 경우는 수리 후의 제품의 고장률은 고장직전의 상태와 동일한 조건이라고 가정한다(최소수리라고 가정)[Barlow & Proschan(1965)]. 결과적으로  $U=u$ 가 주어진 경우  $T_c(t)=t$ ,  $D_c(t)=ut$  이므로 고장률함수는 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\lambda(t | u) = \theta_0 + \theta_1 u + (\theta_2 + \theta_3 u)t \quad (1.4)$$

이때  $U=u$ 가 주어진 경우 고장횟수  $N(t | u)$ 는 고장률함수  $\lambda(t | u)$ 를 갖는 NHPP를 따른다. 수리가 불가능한 제품에 대해서는 새로운 제품에 의해 교환이 이루어진다.  $T_u^i$ 를  $U=u$ 가 주어진 경우  $i$ 번째와  $(i-1)$ 번째 고장 사이의 시간이라고 하자.  $T_u^i$ 는 식(1.3)에서 주어진  $F(t | u)$ 와 동일한 분포를 갖고 서로 독립적으로 발생한다. 즉  $U=u$ 로 주어진 경우에  $N(t | u)$ 는 재생과정을 따른다.

## 2.2 이차원 접근방법

일차원 접근 방법에서는 두 변수간에 일정한 선형관계를 가정하여 일차원 계수과정으로 모형화한다. 그러나 실제 자료로부터 선형관계 계수를 추정하기가 어려울 뿐만 아니라 선형관계는 변수로 표현하는 것이 더 현실적이라 하겠다. 또한 수리 불가능한 경우에 모든 사용자가 사용기간에 따라 사용률이 같은 것으로 고려된다. 이는 일차원 접근방법의 한계이다. 이차원 접근방법에서는 제품고장은 이차원 분포함수에 의해 나타낼 수 있다. 이때  $(T_1, D_1)$ 을 첫 번째 고장이 발생할 때까지 사용기간 및 사용거리라고 하고,  $(T_i, D_i)$ ,  $i \geq 2$ 는  $(i-1)$ 번째 고장과  $i$ 번째 고장사이의 사용시간 및 사용거리라고 하자. 즉  $(T_i, D_i)$ 는 이변량분포함수인  $F_i(t, d | \theta)$ ,  $i \geq 1$ 에 의해 모형화되고,  $\theta$ 는 분포함수의 매개변수이다.

$$F_i(t, d | \theta) = Pr\{T_i \leq t, D_i \leq d\} \quad (2.1)$$

수리 가능한 제품에 대해서는 보증기간에 고장난 제품에 대해 수리가 이루어지므로

결과적으로  $(T_i, D_i)$ 에 대한 분포함수는 고장난 제품의 수리형태에 따라 달라질 수 있다.  $t=0$ 에서는 신제품이다.  $(T_1, D_1)$ 를 최초 고장시 사용시간 및 사용거리라고 하면, 결합확률 분포함수는  $F(t, d | \theta)$ 로 주어진다. 또한 수리되는 모든 제품들이 동일하다고 가정하면, 그들은 같은 결합 확률분포함수  $F_p(t, d | \theta)$ 를 갖는다. 이는  $F(t, d | \theta)$ 와는 다른 분포이다. 따라서 이차원 보증영역에서 발생하는 고장은 수정된 재생과정에 의해 발생한다.

고장난 제품에 대해 수리가 불가능한 경우는 신제품으로 교환이 이루어져야 하고 교환시간은 평균고장시간에 비해 상대적으로 짧기 때문에 무시할 수 있다. 결과적으로  $(T_i, D_i)$ ,  $i \geq 1$  는 동일하고 서로 독립인 이차원 결합분포  $F(t, d | \theta)$ 를 갖는다. 즉 제품고장이 이차원 재생과정에 의해 발생한다. Murthy & Blischke[1994]는 이런 분포와 관련된 이변량 분포를 제시하였다. 이는 사용시간에 비례해서 사용량이 증가하리라는 성질을 갖는 분포로 설명 가능하다.

### 3. 재생과정과 재생함수

본 장에서는 일차원 및 이차원 재생과정과 재생함수에 대해서 살펴보고, 이런 재생함수를 이용하여 다양한 이차원 보증정책들의 분석에 중요한 역할에 대해 알아본다.

#### 3.1 일차원 재생과정

$(i-1)$ 번째 고장과  $i$ 번째 고장 사이의 시간을  $T_i$ 라고 하면 이는 분포함수  $F(t)$ 를 갖는 *i.i.d.* 확률변수이고 일차원 재생과정  $N(t)$ 를 정의한다.  $N(t)$ 는 원점이 재생점인 일차원 재생과정에서 발생되는 재생횟수가 된다. 재생과정  $N(t)$ 에서  $n$ 번째 재생사건이 발생한 시점을  $S_n = \sum_{i=1}^n T_i$ 라고 하면  $N(t) = \max\{n: S_n < t\}$ 와 같은 관계식이 성립한다[Hunter(1974)]. 그리고 일차원 재생함수  $M(t) = E[N(t)]$ 는 분포함수와 다음 관계식을 갖는다[Ross(1970)].

$$M(t) = \sum_{n=0}^{\infty} F^{(n)}(t) \quad (3.1)$$

재생과정에서 재생함수는 중요한 역할을 하는데, 재생적분 방정식을 통해서 재생함수를 구할 수 있다.

$$M(t) = F(t) + \int_0^t M(t-x)dF(x) \quad (3.2)$$

### 3.2 이차원 재생과정

이차원 재생과정은 재생이 2차원 평면에서 발생하게 되는데, 원점이 재생점인 이차원 재생과정에서 주어진 영역에서 발생되는 재생횟수를  $N(t, d)$ 라 하자. 재생과정  $N(t, d)$ 는 각 쌍이 분포함수  $F(t, d)$ 를 가지는 서로독립이고 동일한 이변량 변수열  $(T_i, D_i), i \geq 1$ 로써 특정 지워진다. 여기서  $S_{1n} = \sum_{i=1}^n T_i, S_{2n} = \sum_{i=1}^n D_i$ 라고 하자. 이 때  $S_{1n}$ 은  $n$ 번째 재생까지의 사용시간이고,  $S_{2n}$ 은  $n$ 번째 재생까지의 전체 사용량이 된다. 즉,

$N_1(t) = \max \{ n : S_{1n} \leq t \}, N_2(d) = \max \{ n : S_{2n} \leq d \}, N(t, d) = \max \{ n : S_{1n} \leq t, S_{2n} \leq d \}$ . 재생과정에서 재생함수  $N_1(t)$ 와  $N_2(d)$ 는 중요한 역할을 한다. 여기서  $N_1(t)$ 와  $N_2(d)$ 는 분포함수  $F_1(t)$  및  $F_2(d)$ 와 관련된 재생과정이다. 또한  $F_1(t)$ 와  $F_2(d)$ 는 이변량 분포함수  $F(t, d)$ 의 주변분포이다. 즉,  $F_1(t) = F(t, \infty)$ ,  $F_2(d) = F(\infty, d)$ 이다. 또한,  $N(t, d)$ 는 분포함수  $F(t, d)$ 와 관련된 이차원 재생과정이고, 주어진 영역에서 발생하는 재생횟수가 된다[Hunter(1974)]. 이를 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$N(t, d) = \min \{ N_1(t), N_2(d) \} \quad (3.3)$$

$T_i$ 를  $(i-1)$ 번째 고장과  $i$ 번째 고장 사이의 시간이라 하고,  $D_i$ 를  $(i-1)$ 번째 고장과  $i$ 번째 고장 사이의 제품의 사용량이라고 하자. 이 때 주어진 영역 내에서 발생하는 평균 재생 횟수  $M(t, d) = E[N(t, d)]$ 이고,  $M(t, d)$ 는 이차원 재생함수가 된다. Hunter (1974)는  $M(t, d) = E[N(t, d)] = \sum_{i=1}^{\infty} P\{N(t, d) \geq n\}$ 로 나타냈다. 여기서  $N(t, d) = N_1(t) \cap N_2(d)$ 이므로  $\{N(t, d) \geq n\} = \{N_1(t) \geq n\} \cap \{N_2(d) \geq n\} = \{S_{1n} \leq t, S_{2n} \leq d\}$ 가 된다. 즉,

$$M(t, d) = \sum_{i=1}^{\infty} P\{S_{1n} \leq t, S_{2n} \leq d\} = F^{[n]}(t, d) \quad (3.4)$$

여기서  $F^{[n]}(t, d) = F**F^{[n-1]}(t, d), F^{[1]}(t, d) = F(t, d)$  그리고  $F^{[0]}(t, d) = 1, t, d \geq 0$ 이고 다른 구간에서는 0 이 된다. 이러한 관계를 이용하여 식(3.4)을 정리하면 다음과 같이 표현된다.

$$M(t, d) = F(t, d) + \int_0^d \int_0^t M(t-u, d-v) dF(u, v) \quad (3.5)$$

결과적으로, 재생함수는 위의 이차원 적분방정식에서 수치해법으로써 해를 구할 수 있다. 그러나 일반적인 이차원 재생함수인 식(3.5)에 대한 분석적인 해를 구하기가 어렵기 때문에 수치계산으로 구해진다.

#### 4. 제품의 혼합보증정책 모형화

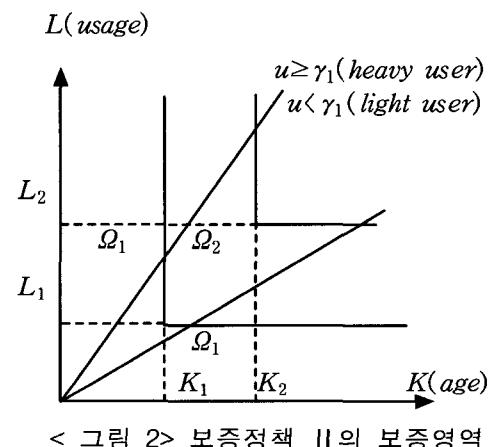
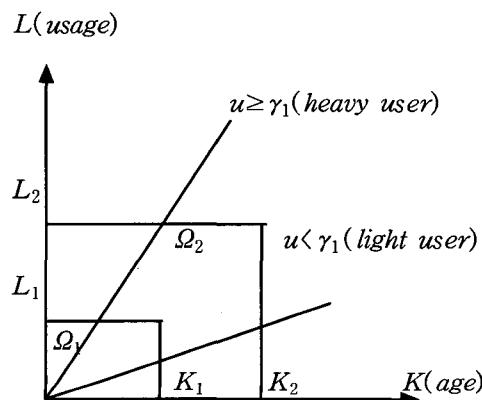
Murthy(1995)는 서로 다른 보증영역을 갖는 네 가지의 제품보증정책을 제시하였다. 본 논문에서는 현재 생산자와 소비자가 가장 많이 선호하는 정책 I, 정책 II에 대한 제품교환시 보증기간이 개선되지 않는 경우와 rebate가 이루어지는 모형에 대한 일·이차원 보증모형만을 고려 대상으로 한다.

정책 I : 보증영역을 <그림 1>에서와 같이  $\Omega$ 라고 하면 서로 배반사건인 두 영역, 즉 무료보증영역  $\Omega_1$ 과 비율보증영역  $\Omega_2$ 로 나눌 수 있다. 보증영역 밖에서의 제품고장에 대해서는 생산자가 책임을 지지 않는다.

$$\Omega_1 = [0, K_1] \times [0, L_1], \Omega_2 = [K_1, K_2] \times [L_1, L_2] \quad (4.1)$$

정책 II : 보증영역은 <그림 2>와 같이 두 개의 무한대 스트립인 무료보증영역  $\Omega_1$ 과 비율보증영역  $\Omega_2$ 로 나눌 수 있다.

$$\begin{aligned} \Omega_1 &= \{[0, K_1] \times [0, \infty)\} \cup \{[K_1, \infty) \times [0, L_1]\} \\ \Omega_2 &= \{[K_1, K_2] \times [L_1, \infty)\} \cup \{[K_2, \infty) \times [L_1, L_2]\} \end{aligned} \quad (4.2)$$



## 5. 보증정책 I 분석

본 장에서는 보증정책 I에 대한 일차원 접근 방법과 이차원 접근방법을 통해서 분석한다.

### 5.1 일차원 접근 방법 분석

#### 5.1.1 보증정책 I-a (Non-Renewing FRW and Non-Renewing PRW)

보증기간에 발생되는 고장은 일차원 접근 방법을 사용하여 모형화하고, 조건부 고장함수  $\lambda(t|u)$ 에 의해 나타낼 수 있다. 기대 보증비용을  $EC(\theta)$ 라고 하면  $\theta$ 를 보증정책의 매개변수라 하자. 그때  $\theta$ 는 다음과 같은 식  $\theta = \{K_1, K_2, L_1, L_2\}$ 로 나타낼 수 있다. 이때 보증 영역을 식(4.1)과 같은 서로 배반사건인 무료보증영역  $\Omega_1$ 과 비율보증영역  $\Omega_2$ 로 나눌 수 있다. 보증영역에서 발생되는 고장에 대해서는 생산자로부터 수리 혹은 교환 비용의 일부 또는 전부를 환불받을 수 있다. 이때 이 함수를 표현하면 다음과 같다.

$$R(t, d) = \begin{cases} s & \text{if } 0 < t \leq K_1; 0 < d \leq L_1 \\ (1 - \frac{t}{K_2})(1 - \frac{d - L_1}{L_2 - L_1})s & \text{if } 0 < t \leq K_1; L_1 < d \leq L_2 \\ (1 - \frac{t - K_1}{K_2 - K_1})(1 - \frac{d - L_1}{L_2 - L_1})s & \text{if } K_1 < t \leq K_2; L_1 < d \leq L_2 \\ (1 - \frac{t - K_1}{K_2 - K_1})(1 - \frac{d}{L_2})s & \text{if } K_1 < t \leq K_2; L_1 < d \leq L_2 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (5.1)$$

이제 사용률  $U = u$ 로 주어진 경우에 조건부 기대값으로부터 평균보증비용  $EC(\theta)$ 을 구할 수 있다. 이제  $\gamma_1 = L_1/K_1$ ,  $\gamma_2 = L_2/K_2$  및  $\gamma_1 = \gamma_2$ 라고 하자.  $EC(\theta|u)$ 를  $U = u$ 로 주어진 경우의 조건부 기대값이라고 하자. 이때 두 가지의 경우 1)  $u < \gamma_1$  와  $u \geq \gamma_1$ 로 나눌 수가 있다.

#### 1) $u < \gamma_1$

사용률  $U = u$ 로 주어진 경우의 기대보증비용은  $EC(\theta|u) = EC(K_1, K_2|u)$ 로 주어진다.  $t < K_1$  이면 새로운 제품의 보증기간은  $[t, K_2]$  구간이 된다. 생산자 비용은 제품교환 비용과 잔여 보증기간의 기대 보증비용이 된다. 고장시점이 재생시점이기

때문에 잔여 기대보증비용은  $EC(K_1 - t, K_2 - t | u)$ 로 주어진다. 그리고 만약 제품고장 발생 시점이 구간  $K_1 < t \leq K_2$ 라면 생산자는 제품고장에 대한 수리 혹은 교환 비용의 일부인  $R(t, ut)$  만큼 부담하게 된다. 여기서  $R(t, ut)$ 는 식(5.1)로 주어진다. 마지막으로  $t > K_2$ 라면 보증기간 밖에서 제품고장이 발생했기 때문에 생산자의 부담비용은 없다. 결과적으로  $U = u$ 로 주어진 경우 최초 고장이 발생한 시점에서의 사용시간을  $T_u^l = t$ 라고 정의하면 기대보증비용에 대한 식은 다음과 같다.

$$EC[K_1, K_2 | T_u^l, U = u] = \begin{cases} EC[K_1 - t, K_2 - t | U = u] + c & \text{if } 0 \leq t < K_1 \\ R(t, ut) & \text{if } K_1 < t < K_2 \\ 0 & \text{if } t > K_2 \end{cases} \quad (5.2)$$

이제 고장 발생시점에 대한 조건부 기대값을 없애기 위해

$$\begin{aligned} EC[K_1, K_2 | u] &= \int_0^{K_1} \{EC[K_1 - t, K_2 - t | u] + c\} dF(t | u) \\ &\quad + \int_{K_1}^{K_2} R(t, ut) dF(t | u) \end{aligned} \quad (5.3)$$

2)  $u \geq \gamma_1$

이 경우에는  $U = u$ 로 주어진 경우 보증정책의 매개변수는  $\vartheta = \left\{ \frac{L_1}{u}, \frac{L_2}{u} \right\}$ 에 의해 주어진다. 즉 보증기간의 기대 비용은  $EC\left[\frac{L_1}{u}, \frac{L_2}{u} | u\right]$ 과 같이 주어진다. 1)의 접근방법과 유사하게 위의 식을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} EC[\vartheta | T_u^l, U = u] &= EC\left[\frac{L_1}{u}, \frac{L_2}{u} | T_u^l, U = u\right] \\ &= \begin{cases} EC\left[\frac{L_1}{u} - t, \frac{L_2}{u} - t | U = u\right] + c & \text{if } 0 \leq t < \frac{L_1}{u} \\ R(t, ut) & \text{if } \frac{L_1}{u} < t < \frac{L_2}{u} \\ 0 & \text{if } t > \frac{L_2}{u} \end{cases} \end{aligned} \quad (5.4)$$

이제  $R(t, d)$ 는 식(5.1)에 주어져 있고, 조건부 기대값을 없애기 위해

$$\begin{aligned} EC\left[\frac{L_1}{u}, \frac{L_2}{u} \mid U=u\right] &= \int_0^{\frac{L_1}{u}} \left\{ EC\left[\frac{L_1}{u}-t, \frac{L_2}{u}-t \mid U=u\right] + c \right\} dF(t \mid u) \\ &\quad + \int_{\frac{L_1}{u}}^{\frac{L_2}{u}} R(t, ut) dF(t \mid u) \end{aligned} \quad (5.5)$$

결과적으로 식(5.3)과 식(5.4)에 의해 보증영역에서의 평균보증비용은 다음 식으로 주어진다.

$$EC[\bar{\theta}] = \int_0^{r_1} EC[K_1, K_2 \mid u] dG(u) + \int_{r_1}^{\infty} EC\left[\frac{L_1}{u}, \frac{L_2}{u} \mid u\right] dG(u) \quad (5.6)$$

### 5.1.2 보증정책 I -b (Combined Rebate FRW and Non-Renewing PRW)

보증영역은 <그림 1>과 같고, 식(4.1)로 주어지고 보상함수는 다음 식(5.7)과 같다.

$$R(t, d) = \begin{cases} s & \text{if } (t, d) \in Q_1 \\ \phi(t, d) & \text{if } (t, d) \in Q_2 \\ 0 & \text{if } (t, d) \notin Q \end{cases} \quad (5.7)$$

여기서  $\phi(t, d)$ 는 정책 I -a의 식(5.1)의  $R(t, d)$ 와 동일하고  $EC(\bar{\theta})$ 을 구하기 위해 조건부 확률을 이용해야한다. 따라서  $U=u$ 가 주어진 경우의 기대 보증비용  $EC(\bar{\theta} \mid u)$ 는 다음 식으로 표현 가능하다.

$$EC(\bar{\theta} \mid u) = \begin{cases} sF(K_1 \mid u) + \int_0^{K_1} R(t, ut) dF(t \mid u) & \text{if } u < r_1 \\ sF\left(\frac{K_1}{u} \mid u\right) + \int_0^{\frac{L_2}{u}} R(t, ut) dF(t \mid u) & \text{if } u \geq r_1 \end{cases} \quad (5.8)$$

$R(t, ut)$ 는 식(5.6)에 주어져 있고 사용률에 대한 조건부 기대값을 없애면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} EC(\theta) &= \int_0^{\gamma} \left[ sF(K_1 | u) + \int_0^{K_1} R(t, ut) dF(t | u) \right] dG(u) \\ &+ \int_{\gamma}^{\infty} \left[ sF\left(\frac{L_1}{u} | u\right) + \int_0^{\frac{L_2}{u}} R(t, ut) dF(t | u) \right] dG(u) \end{aligned} \quad (5.9)$$

## 5.2 이차원 접근방법 분석

이 절에서는 기대보증비용을 얻기 위해 보증기간에 발생되는 고장을 이차원 접근방법을 통해서 모형화하고 분석한다. 따라서 보증기간 내에 제품고장모형은 이변량 분포인  $F(t, d)$ 에 의해서 특정 지어진다.

### 5.2.1 보증정책 I-a (Non-Renewing FRW and Non-Renewing PRW)

보증영역은 <그림 1>과 식(4.1)로 나타낼 수 있고, 보증영역 내에 발생하는 제품에 대한 비용부담  $R(t, d)$ 는 식(5.1)과 동일하다. 한 제품에 대한 기대보증비용  $EC[\theta]$ 을 얻기 위해 조건부 확률분포를 이용한다. 여기서  $\theta = \{K_1, L_1, K_2, L_2\}$ 로 정의된다. 제품의 최초 고장에서 사용시간과 사용량을  $(T_1 = t, D_1 = d)$ 라고 정의하자. 첫째,  $(t, d) \in \Omega_1$ 인 경우 고장난 제품에 대해서는 무료로 교환 혹은 수리가 이루어진다. 물론 보증기간이 재생되지 않기 때문에 잔여 보증영역이  $\Omega' = [t, K_2] \times (d, L_2]$ 로 바뀌게 된다. 이때의 기대보증비용은  $EC[K_1 - t, L_1 - d, K_2 - t, L_2 - d]$ 에 의해 주어진다. 둘째,  $(t, d) \in \Omega_2$ 인 경우에는 생산자는 고장제품에 대해 일정액  $R(t, d)$ 을 보상해 준다. 마지막으로  $(t, d) \notin \Omega$ 인 경우에는 보증영역 밖에서 발생된 고장이기 때문에 생산자 부담비용은 없다. 결과적으로 다음과 같이 식(5.10)의 조건부 기대값을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} EC[\theta | T_1 = t, D_1 = d] &= EC[K_1, L_1, K_2, L_2 | T_1 = t, D_1 = d] \\ &= \begin{cases} EC[K_1 - t, L_1 - d, K_2 - t, L_2 - d | T_1, D_1] + c & \text{if } (t, d) \in \Omega_1 \\ R(t, ut) & \text{if } (t, d) \in \Omega_2 \\ 0 & \text{if } (t, d) \notin \Omega \end{cases} \end{aligned} \quad (5.10)$$

따라서 위의 식으로부터 기대보증비용  $EC[\theta]$ 는 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} EC[\theta] &= \int \int_{\Omega_1} \{ EC[K_1 - t, L_1 - d, K_2 - t, L_2 - d] + c \} dF(t, d) \\ &+ \int \int_{\Omega_2} R(t, d) dF(t, d) \end{aligned} \quad (5.11)$$

### 5.2.2 보증정책 I -b (Combined Rebate FRW and Non-Renewing PRW)

보증영역은 <그림 1>과 동일하고 식(4.1)에 주어진 바와 같이 서로 배반인 두 집합  $\Omega_1$ 과  $\Omega_2$ 로 나누어진다. 마찬가지로 보상함수는 식(5.7)과 같이 주어진다. 이 정책에서 첫 번째 고장이 발생한 시점의 사용량과 사용시간이  $(t, d) \in \Omega$ 라면 그때의 보상은  $R(t, d)$ 이고 보증기간은 종료된다. 결과적으로 제품당 기대보증비용,  $EC(\tilde{\theta})$ 는 판매시의 제품에 대한 기대 보상과 동일하고 다음 식으로 주어진다.

$$EC(\tilde{\theta}) = cF(K_1, L_1) + \int \int_{\Omega_2} R(t, d)dF(t, d) \quad (5.12)$$

## 6 보증정책 II 분석

본 장에서는 보증정책 II에 대한 일차원 접근방법과 이차원 접근방법을 통해서 분석한다.

### 6.1 일차원 접근방법 분석

#### 6.1.1 보증정책 II-a (Non-Renewing FRW and Non-Renewing PRW)

제품의 보증영역은 <그림 2> 및 식(4.2)에 주어진 것과 같이 서로 배반인 무료보증영역  $\Omega_1$ 과 비율보증영역  $\Omega_2$ 의 무한대 스트립으로 나누어진다. 보상함수는 다음 식으로 주어진다.

$$R(t, d) = \begin{cases} s & \text{if } (t, d) \in \Omega_1 \\ 1 - \min\left\{\frac{t-K_1}{K_2-K_1}, \frac{d-L_1}{L_2-L_1}\right\} & \text{if } (t, d) \in \Omega_2 \\ 0 & \text{if } (t, d) \notin \Omega \end{cases} \quad (6.1)$$

이제 기대보증 비용  $EC(\tilde{\theta})$ 를 얻기 위해 정책 I -a에서 사용한 접근방법을 이용한다.  $EC(\tilde{\theta} | u)$ 를  $U=u$ 로 주어진 경우의 조건부 기대값이라면, 이때 두 가지의 경우 1)  $u \geq \gamma_1$  와 2)  $u < \gamma_1$ 로 나눌 수 있다.

1)  $u \geq \gamma_1$

이 경우에 사용률  $U=u$ 로 주어진 경우의 매개변수의 집합  $\tilde{\theta} = \left\{ \frac{L_1}{u}, \frac{L_2}{u} \right\}$  나타낼 수 있다. 그리고 기대보증비용은  $EC(\tilde{\theta} | u) = EC\left(\frac{L_1}{u}, \frac{L_2}{u} | u\right)$ 로 주어진다.

$U = u$ 로 주어진 경우 최초 고장이 발생한 시점에서의 사용시간을  $T_u^l = t$  라고 정의하면 기대보증비용에 대한 식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} EC[\bar{\theta} | T_u^l, U = u] &= EC\left[\frac{L_1}{u}, \frac{L_2}{u} | T_u^l, U = u\right] \\ &= \begin{cases} EC\left(\frac{L_1}{u} - t, \frac{L_2}{u} - t | U = u\right) + c & \text{if } 0 \leq t < \frac{L_1}{u} \\ R(t, ut) & \text{if } \frac{L_1}{u} \leq t \leq \frac{L_2}{u} \\ 0 & \text{if } t > \frac{L_2}{u} \end{cases} \quad (6.2) \end{aligned}$$

여기서  $R(t, ut)$ 는 식(6.1)에 의해서 주어지고, 고장 발생시점에 대한 조건부 기대값을 없애면 다음의 식과 같다.

$$\begin{aligned} EC\left[\frac{L_1}{u}, \frac{L_2}{u} | u\right] &= \int_0^{\frac{L_1}{u}} \left\{ EC\left[\frac{L_1}{u} - t, \frac{L_2}{u} - t | u\right] + c \right\} dF(t | u) \quad (6.3) \\ &\quad + \int_{\frac{L_1}{u}}^{\frac{L_2}{u}} R(t, ut) dF(t | u) \end{aligned}$$

2)  $u < \gamma_1$

이 경우에는  $U = u$ 로 주어진 경우 보증정책의 매개변수는  $\bar{\theta} = \{K_1, K_2\}$ 에 의해서 주어지고 보증기간의 기대비용은  $EC(\bar{\theta} | u) = EC[K_1, K_2 | u]$ 과 같이 주어진다. 1)의 접근방법과 유사하게 위의 식을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} EC[\bar{\theta} | T_u^l, U = u] &= EC[K_1, K_2 | T_u^l, U = u] \\ &= \begin{cases} EC[K_1 - t, K_2 - t | U = u] + c & \text{if } 0 \leq t < K_1 \\ R(t, ut) & \text{if } K_1 \leq t < K_2 \\ 0 & \text{if } t > K_2 \end{cases} \quad (6.4) \end{aligned}$$

이제 조건부 기대값을 없애기 위해

$$\begin{aligned} EC[K_1, K_2 \mid U=u] &= \int_0^{K_1} \{EC[K_1-t, K_2-t \mid U=u] + c\} dF(t \mid u) \\ &\quad + \int_{K_1}^{K_2} R(t, ut) dF(t \mid u) \end{aligned} \quad (6.5)$$

결과적으로 식(6.4)와 식(6.5)에 의해 보증영역에서의 평균보증 비용은 다음 식과 같다.

$$EC[\bar{\theta}] = \int_0^{r_1} EC[K_1, K_2 \mid u] dG(u) + \int_{r_1}^{\infty} EC\left[\frac{L_1}{u}, \frac{L_2}{u} \mid u\right] dG(u) \quad (6.6)$$

#### 6.1.2 보증정책 II-b (Combined Rebate FRW and Non-Renewing PRW)

보증영역이 <그림 2>와 같고 식(4.2)로 주어진다. 제품고장시 생산자가 보상해주는 보상함수는 다음과 같다.

$$R(t, d) = \begin{cases} s & \text{if } (t, d) \in \Omega_1 \\ 1 - \min\left\{\frac{t-K_1}{K_2-K_1}, \frac{d-L_1}{L_2-L_1}\right\} & \text{if } (t, d) \in \Omega_2 \\ 0 & \text{if } (t, d) \notin \Omega \end{cases} \quad (6.7)$$

사용률이 주어진 경우의 기대보증 비용  $EC(\bar{\theta})$ 는 다음 식으로 주어진다. 즉,

$$EC(\bar{\theta} \mid u) = \begin{cases} sF\left(\frac{L_1}{u} \mid u\right) + \int_{\frac{L_1}{u}}^{\frac{L_2}{u}} R(t, ut) dF(t \mid u) & \text{if } u \geq r_1 \\ sF(K_1 \mid u) + \int_{K_1}^{K_2} R(t, ut) dF(t \mid u) & \text{if } u < r_1 \end{cases} \quad (6.8)$$

마지막으로 사용률에 대한 조건부 기대값을 제거하면 기대보증 비용함수가 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} EC(\bar{\theta}) &= \int_{r_1}^{\infty} \left[ sF\left(\frac{L_1}{u} \mid u\right) + \int_{\frac{L_1}{u}}^{\frac{L_2}{u}} R(t, ut) dF(t \mid u) \right] dG(u) \\ &\quad + \int_0^{r_1} \left[ sF(K_1 \mid u) + \int_{K_1}^{K_2} R(t, ut) dF(t \mid u) \right] dG(u) \end{aligned} \quad (6.9)$$

## 6.2 이차원 접근방법 분석

이 절에서는 기대보증비용을 얻기 위해 보증기간에 발생되는 고장을 이차원 접근방법을 통해서 모형화하고 분석한다. 따라서 보증기간 내에 제품고장 모형은 이변량 분포인  $F(t, d)$ 에 의해서 특정 지워진다.

### 6.2.1 보증정책 II-a (Non-Renewing FRW and Non-Renewing PRW)

보증영역은 <그림 2> 및 식(4.2)로 주어진 바와 같이 서로 배반인 두 집합  $\Omega_1$ 과  $\Omega_2$ 로 나누어지고, 보상함수는 식(6.1)로 주어진다. 여기서 기대보증비용  $EC(\bar{\theta})$ 를 얻기 위해 5.2.1의 보증정책 I-a와 비슷한 방법을 적용하면 결과적으로 다음 식을 얻을 수 있다.

$$EC(\bar{\theta}) = \int \int_{\Omega_1} [EC(K_1 - t, L_1 - d, K_2 - t, L_2 - d) + c] + \int \int_{\Omega_2} R(t, d) dF(t, d) \quad (6.10)$$

### 6.2.2 보증정책 II-b (Combined Rebate FRW and Non-Renewing PRW)

보증영역은 <그림 2> 및 식(4.2)에 주어진 바와 같이 서로 배반인 두 집합  $\Omega_1$ 과  $\Omega_2$ 로 나누어지고, 보상함수는 식(6.7)로 주어진다. 6.2.2의 정책에서 이용된 분석방법을 적용하면 제품당 기대보증비용  $EC(\bar{\theta})$ 는 다음 식으로 주어진다.

$$EC(\bar{\theta}) = c[F_1(K_1) + F_2(L_1) - F(K_1, L_1)] + \int \int_{\Omega_2} R(t, d) dF(t, d) \quad (6.11)$$

## 7. 수치 예제

제품의 사용률  $u$ 는 다음과 같은 일양분포(Uniform distribution)를 갖는다고 가정하자.

$$g(u) = \frac{1}{u_u - u_l}, \quad u_l \leq u \leq u_u$$

고장을 함수  $\lambda(t | u) = \theta_0 + \theta_1 u$ 로 주어지고, 평균 사용률에 따라 낮은 사용자, 중간 사용자 및 높은 사용자로 나누어 각각에 대한 다음 파라미터 집합에 대해  $\theta_0 = 0.06$ ,  $\theta_1 = 0.1$  이라 하자.

	$u_l$	$u_h$	$E(U)$
(light)	0.05	0.95	0.5
(medium)	0.65	1.35	1.0
(heavy)	1.05	2.95	2.0

이 예에서는 서로 다른 보증기간 및 사용률에 따른 판매가격에 대한 기대보증비용의 비율을 구한다.

### 예제 1]

<표 7.1>에서는 정책 I-b에 대한 일차원 접근 방법에 의한 서로 다른 보증기간 및 사용률에 따른 판매가격에 대한 기대보증비용의 비율을 나타낸다.  $K_1 = 0.5K_2$ ,  $L_1 = 0.5L_2$  및 서로 다른  $K_2$ ,  $L_2$  대한 값이다.

< 표 7.1 >  $EC[\bar{\theta}]/s$ 의 비(제품판매가격에 대한 보증비용의 비율)

$L_2 \backslash K_2$	0.50	1.00	1.50	2.00	매개변수
0.5	0.0363	0.0592	0.0684	0.0755	light
	0.0477	0.0515	0.0532	0.0543	medium
	0.0412	0.0431	0.0441	0.0446	heavy
1.0	0.0376	0.0715	0.0978	0.1152	light
	0.0516	0.0940	0.1009	0.1013	medium
	0.0723	0.0827	0.0846	0.0864	heavy
1.5	0.0384	0.0725	0.1053	0.1343	light
	0.0534	0.1005	0.1378	0.1477	medium
	0.0817	0.1172	0.1221	0.1240	heavy
2.0	0.0388	0.0740	0.1062	0.1378	light
	0.0544	0.1009	0.1471	0.1794	medium
	0.0820	0.1404	0.1568	0.1598	heavy

만약 이 예제에서  $K_2/L_2 = 0.5$ 인 경우는 light user가 기대보증비용에 비해 상대적으로 가장 적은 보증부담 비율을 나타내고,  $K_2/L_2 = 2.0$ 일 때는 반대로 heavy user가 된다.  $K_2/L_2 = 1$ 이라면 모든 형태의 사용자들은 <표 7.1>에서 보는 바와 같이 비슷한 보증부담 비율을 보여주고 있다. 예를 들어 모든 형태의 사용자들에게 같은

보증기간과 동일한 사용률을 적용해보자. 즉  $K_2 = L_2 = 1.0$  이라고 하자. 이 때  $p_l, p_m$  그리고  $p_h$ 를 light, medium 그리고 heavy user의 비율이라고 하자. 그 때  $K_2 = L_2 = 1.0$ 인 경우의 기대보증 비용은  $\delta = (0.0715p_l + 0.0940p_m + 0.0827p_h)s$  이 된다. 결과적으로 제품의 판매가격은 적어도 매 제품당 평균이윤( $\Delta$ )을 보장하기 위해서는 다음 식을 만족해야 한다는 것을 알 수 있다.

$$s = (c_m + \Delta) / \{1 - (0.0715p_l + 0.0940p_m + 0.0827p_h)\}$$

#### 예제 2]

<표 7.2>는 정책 II-b에 대한 일차원 접근 방법에 대한 서로 다른 보증기간 및 사용률에 따른 판매가격에 대한 기대보증비용의 비율을 나타낸다. 또한  $K_1 = 0.5K_2$ ,  $L_1 = 0.5L_2$  및 서로 다른  $K_2$  및  $L_2$  대한 값이다.

< 표 7.2 >  $EC[\theta]/s$ 의 비(제품판매가격에 대한 보증비용의 비율)

$L_2 \backslash K_2$	0.50	1.00	1.50	2.00	매개변수
0.5	0.0928	0.1051	0.1290	0.1597	light
	0.0617	0.1118	0.1629	0.2109	medium
	0.0910	0.1738	0.2484	0.3157	heavy
1.0	0.1759	0.1759	0.1795	0.1982	light
	0.1129	0.1201	0.1629	0.2109	medium
	0.1010	0.1738	0.2484	0.3157	heavy
1.5	0.2500	0.2500	0.2500	0.2523	light
	0.1649	0.1649	0.1748	0.2113	medium
	0.1354	0.1778	0.2484	0.3157	heavy
2.0	0.3162	0.3162	0.3162	0.3162	light
	0.2137	0.2137	0.2137	0.2259	medium
	0.1767	0.1923	0.2506	0.3157	heavy

$K_2 = L_2 = 1.0$ 인 경우에서와 같이 light 및 heavy user의 판매비용에 대한 기대보증 비용의 비율이 각각 0.1759와 0.1738인 반면에 medium user의 경우는 0.1201이다. 이전의 접근방법과 마찬가지로  $K_2 = L_2 = 1.0$ 이라고 하자. 이 때  $p_l, p_m$  그리고  $p_h$ 를 light, medium 그리고 heavy user의 비율이라고 하자. 그 때  $K_2 = L_2 = 1.0$ 인 경

우의 기대보증비용은  $\delta = (0.1759p_l + 0.1201p_m + 0.1738p_h)s$ 이 된다. 결과적으로 제품의 판매가격은 적어도 매 제품당 평균 이윤( $\Delta$ )을 보장하기 위해서는 다음 식을 만족해야 한다. 즉,  $s = (c_m + \Delta) / \{1 - (0.1759p_l + 0.1201p_m + 0.1738p_h)\}$

[예제 3]

아래의 <표 7.3>은 정책 I-b에 대한 이차원 접근 방법으로 서로 다른 보증기간 및 사용률에 따른 판매가격에 대한 기대보증비용의 비율을 나타낸다. 제품 고장은 Murhtry & Blischke(1994)에서 제시한 Beta Stacy 분포에 의해 주어진다고 가정한다.  $K_1 = 0.5K_2$ ,  $L_1 = 0.5L_2$  및 서로 다른  $K_2$  및  $L_2$  대한 값이다. 일차원 접근방법의 경우와 마찬가지로  $K_2/L_2 = 0.5$ 일 때는 light user가 최적이다. 반면에  $K_2/L_2 = 2.0$ 일 때는 heavy user가 최적임을 보여준다. 또한  $K_2/L_2 = 1.0$ 이라면 heavy user 및 light user가 medium user 보다 더 좋다.

< 표 7.3 >  $EC[\bar{\theta}]/s$ 의 비(제품판매가격에 대한 보증비용의 비율)

$L_2 \backslash K_2$	0.50	1.00	1.50	2.00	매개변수
0.5	0.00012	0.00179	0.00433	0.00622	<i>light</i>
	0.00033	0.00065	0.00068	0.00074	<i>medium</i>
	0.00030	0.00038	0.00041	0.00043	<i>heavy</i>
1.0	0.00014	0.00256	0.01193	0.02661	<i>light</i>
	0.00043	0.00624	0.01044	0.01067	<i>medium</i>
	0.00185	0.00521	0.00580	0.00613	<i>heavy</i>
1.5	0.00015	0.00273	0.01285	0.03519	<i>light</i>
	0.00048	0.00804	0.02862	0.04142	<i>medium</i>
	0.00247	0.01661	0.02248	0.02379	<i>heavy</i>
2.0	0.00015	0.00291	0.01336	0.03621	<i>light</i>
	0.00051	0.00791	0.03529	0.07415	<i>medium</i>
	0.00253	0.02740	0.04961	0.05591	<i>heavy</i>

$K_2 = L_2 = 1.0$ 인 경우에서와 같이 light 및 heavy user의 판매비용에 대한 기대보증 비용의 비율이 각각 0.00256 및 0.00521인 반면에 medium user의 경우는 0.00624이다. 이전의 접근방법과 마찬가지로  $p_l, p_m$  그리고  $p_h$ 를 light, medium 그리고

heavy user의 비율이라고 하자.  $K_2 = L_2 = 1.0$  일 때의 기대보증비용은  $\delta = (0.00256 p_l + 0.00624 p_m + 0.00521 p_h) s$  임으로, 결과적으로 제품의 판매가격은 적어도 매 제품당 평균 이윤( $\Delta$ )을 보장하기 위해서는  $s = (c_m + \Delta) / \{1 - (0.00256 p_l + 0.00624 p_m + 0.00521 p_h)\}$ 을 만족해야 한다.

## 예제 4]

아래의 표는 정책 II-b에 대한 이차원 접근방법에 대한 서로 다른 보증기간 및 사용률에 따른 판매가격에 대한 기대보증비용의 비율을 나타낸다.  $K_1 = 0.5 K_2$ ,  $L_1 = 0.5 L_2$  및 서로 다른  $K_2$  및  $L_2$  대한 값이다.

< 표 7.4 >  $EC[\theta]/s$ 의 비(제품판매가격에 대한 보증비용의 비율)

$L_2 \backslash K_2$	0.50	1.00	1.50	2.00	매개변수
0.5	0.01207	0.01298	0.02316	0.05122	<i>light</i>
	0.00102	0.01092	0.04768	0.11768	<i>medium</i>
	0.00349	0.04767	0.16360	0.32592	<i>heavy</i>
1.0	0.08997	0.08993	0.09066	0.10126	<i>light</i>
	0.01471	0.01671	0.04823	0.11761	<i>medium</i>
	0.00863	0.04832	0.16361	0.32589	<i>heavy</i>
1.5	0.22632	0.22628	0.22629	0.22671	<i>light</i>
	0.05890	0.05890	0.06673	0.12103	<i>medium</i>
	0.03184	0.05666	0.16510	0.32615	<i>heavy</i>
2.0	0.38040	0.38040	0.38039	0.38037	<i>light</i>
	0.13623	0.13609	0.13640	0.15369	<i>medium</i>
	0.07601	0.08610	0.17346	0.32794	<i>heavy</i>

$K_2 = L_2 = 1.0$  일 때 light 및 heavy user의 판매비용에 대한 기대보증 비용의 비율이 각각 0.08993 및 0.04832인 반면에 medium user의 경우는 0.01671이다. 이전 접근방법과 마찬가지로  $p_l, p_m$  그리고  $p_h$ 를 light, medium 그리고 heavy user의 비율이라고 하자.  $K_2 = L_2 = 1.0$ 인 경우의 기대보증비용은  $\delta = (0.08993 p_l + 0.01671 p_m + 0.04832 p_h) s$ 이 된다. 결과적으로 제품의 판매가격은 적어도 매 제품당 평균이윤( $\Delta$ )을 보장하기 위해서는 다음 식을 만족해야 한다. 즉,

$$s = (c_m + \Delta) / \{1 - (0.08993 p_l + 0.01671 p_m + 0.04832 p_h)\}$$

## 8. 결론

본 논문에서는 사용기간 혹은 사용거리 중 먼저 도래하는 것까지 고장난 제품에 대해서는 일정범위까지는 신제품으로 무료로 교체 해주고 이후 보증범위의 끝까지 발생한 고장에 대해서는 사용기간 및 사용량에 비례해서 일정액을 보상해주는 이차원 보증정책에 대한 비용을 일차원 및 이차원 재생과정을 통하여 분석하였다. 또한 수치예제를 통하여 제품의 판매비용에 대한 적절한 보증비용의 할당량들을 구하였다. 이는 기업이 새로운 제품의 이차원 보증정책을 도입할 경우에 보증정책의 선택과 보증비용 산정에 대한 기본자료로 활용 가능하리라 생각된다. 또한 수리가 불가능한 제품들에 대해 보증기간이 개선되지 않는 정책에 대하여 분석을 하였다. 앞으로의 연구는 수리 가능한 경우와 보증기간이 개선되는 제품도 고려되어야 한다고 본다.

## 참고문헌

- [1] Blischke, W.R. and D.N.P. Murthy, D.N.P.(1992), "Product Warranty Management: A Taxonomy for Warranty Policies," *European Journal of Operational Research*, Vol. 62, pp. 127-148.
- [2] Blischke, W.R. and Murthy, D.N.P.(1994), *Warranty Cost Analysis*, Marcel Dekker.
- [3] Mamer, J.M.(1982), "Cost Analysis of Prorata and Free Replacement Warranties," *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 29, pp. 345-356.
- [4] Moskowitz, H. and Chun, Y.H.(1994), "A Poisson Regression Model for Two-attribute Warranty Policies," *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 41, pp. 355-376.
- [5] Murthy, D.N.P., B.P. Iskandar and Wilson, R.J.(1995), "Two-dimensional Failure-free Warranty Policies," *Operations Research*, Vol. 43, No. 2, pp. 356-366.
- [6] Murthy, D.N.P. and Blischke, W.R.(1992), "Product Warranty Management: A Review of Mathematical Models," *European Journal of Operational Research*, Vol. 62, pp. 1-34.
- [7] Nguyen, D.G. and Murthy, D.N.P.(1984a), "A General Model for Estimating Warranty Costs for Repairable Products," *IIE Transactions*, Vol. 16, pp. 379-386.

- [ 8 ] Nguyen, D.G. and Murthy, D.N.P.(1984b), "Cost Analysis of Warranty Policies," *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 31, pp. 525-541.
- [ 9 ] Young H. Chun and Tang, K.(1999), "Cost Analysis of Two-Attribute Warranty Policies Based on the Product Usage Rate," *IEEE Transactions on Engineering Management*, Vol. 46, No. 2, pp. 201-209.
- [10] Yun, W.Y. and Yoo, S.H.(1996), "Cost Analysis of a Two-dimensional Warranty Policy with Replacement and Repair Regions," *Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers*, Vol. 22, No. 2, pp. 247-253.