

강의 피로균열전파수명의 확률분포 추정에 관한 연구

김선진 · 윤성환 · 전창환 · 김일석
부경대학교 기계공학부

A Study on Estimation of the Probability Distribution of Fatigue Crack Growth Life for Steels

SEON-JIN KIM, SUNG-HWAN YOON, CHANG-HWAN JEON AND IL-SEOCK KIM
School of Mechanical Engineering, Pukyong National University, Pusan 608-739, Korea

KEY WORDS: Probability distribution 확률분포, Fatigue crack growth life 피로균열전파수명, Reliability assessment 신뢰성평가, Stochastic process 확률과정, Specimen thickness 시험편두께

ABSTRACT: Presented are the estimation of the probability distribution of fatigue crack growth life and reliability assessment of structures by simulating material resistance to fatigue crack growth along a crack path. The material resistance is treated as a Weibull stochastic process. A non-Gaussian stochastic fields simulation method proposed by Shimozuka, et al is applied with the statistical data obtained experimentally. Test results are obtained for ΔK constant amplitude load in tension with stress ratio of $R=0.2$ and three specimen thicknesses of 6, 12 and 18mm. This simulation method is useful to estimate the probability distribution of fatigue crack growth life and the smallest life.

1. 서 론

재료의 피로특성을 명확히 하기 위해서는 무엇보다도 통계적 해석에 이용할 수 있는 정보, 즉 많은 량의 실험 데이터가 필요하다. 소수회의 실측이나 실험에서 얻은 값을 가지고 재료 특성을 명확히 하는 것은 곤란한 경우가 많고, 충분한 량의 기초 데이터를 수집해서 통계적 특성을 해석하고 소요의 분포 특성치를 추출하는 것이 가장 효과적이다. 그러나, 피로파괴의 경우 수명분포의 실험적 추정은 시간적으로나 경제적으로 많은 제약이 있으며, 현실적으로 많은 량의 데이터를 수집하는 것은 어려움이 많다. 이러한 결점을 보완한 방법 중에 베이시안(bayesian)통계법을 이용한 피로수명분포를 추정하는 방법도 있지만, 이러한 방법으로 추정한 수명의 분포특성을 이용한 설계에서도 필연적으로 불확실성 요인을 포함하고 있다. 따라서, 소수의 시험을 통하여 믿을 만한 피로파괴에 대한 수명의 확률분포를 추정하는 방법은 중요하다.

板垣 등(1989)은 소수의 실험을 통하여 얻은 실험 데이터를 가지고 피로균열전파의 확률분포를 시뮬레이션으로 구하는 방법을 제안하였다. 이 방법은 실험결과에서 얻은 재료의 통계적 특성에 기초하고 있기 때문에 재료의 공간적 분포를 고찰하는 것이 중요한 사항 등의 하나이다. 그 일례로, 板垣 등(1991)은 재료의 공간적 변동과 피로시험에 대한 균열의 측정간격과의 관계를 신뢰성공학적으로 검토하여 비교적 긴 균열의 전파시험에서 얻은 데이터를 이용하여 비교적 짧은 균열의 전파추정이 가능하다는 것을 보고하였다. 또한, 일반적으로 시험편 두께가 다르면 피로균열전파수명의 확률분포에도 영향을 미치며,

재료의 공간적 변동의 양상에 의해서 피로균열전파 수명의 분포도 변화하리라 생각되어 진다. 따라서, 김 등(金等, 1993)은 시험편 두께가 다른 해양구조물용 고장력강을 이용한 일정 응력확대계수제어 시험을 통하여 시험편 두께가 피로균열전파율에 미치는 영향을 조사하였다. 또한, 피로균열 전파저항의 변동에도 영향이 있음을 보고하였다. 윤, 심 등(윤 등, 1992; 심과 김, 1998)에 의하면 시험편 두께에 따라 수명분포에도 차이가 있음을 보고하였다. 이들의 결과에 의하면 피로균열 전파수명의 변동계수는 시험편 두께의 평방근에 반비례함을 보고하였다. 그러나, 대부분의 실험 결과는 균열선단에서의 응력 상태가 증가하는 일정하중 제어하의 실험결과가 많고 체계적으로 피로균열전파수명의 분포에 대한 통계적 특성 내지는 변동성을 고찰하지는 않았다. 또한, 재료의 공간적 변동의 양상에 따라서는 시험편 두께가 다른 재료의 경우에는 그 수명의 확률분포도 변화하리라 생각된다. 그러나, 이에 대한 연구는 아직까지 상당히 미흡한 실정이며, 실험 데이터의 수집도 부족한 실정이다.

이러한 관점에서, 본 연구에서는 피로균열전파에 대한 재료저항을 하나의 공간적 확률과정이라 취급하여, 시험편 두께가 다른 기계구조용강에 대한 4종류의 응력확대계수범위 일정제어 피로균열전파시험을 행하고, 그 결과의 통계적 특성을 이용하여 확률과정 시뮬레이션법에 의한 피로균열전파과정을 재현하여 피로균열전파수명의 확률분포를 추정하는 방법을 검토한다. 또한, 시험편 두께와 응력레벨이 다른 경우에 있어서의 피로균열전파수명의 확률분포를 추정하여 피로균열전파에 대한 신뢰성평가 방법을 검토한다.

2. 피로균열전파의 확률모델 및 통계적 해석

피로균열전파를 표현하는 식으로 현재 가장 널리 사용되는 것이 Paris식(Paris and Erdogan, 1963)이다. 즉,

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \quad (1)$$

여기서 a 는 균열길이, N 은 하중(응력)반복수, K 는 응력확대계수이고, C , m 은 재료상수로 정의된다. da/dN 의 통계적 변동을 고려할 때에는 실험 데이터에 나타나는 C 또는 m 을 구별해서 해석할 필요가 있으나, 본 연구에서는 시험편 내에서는 m 을 일정으로 하고, C 만이 공간적으로 변동하는 확률모델을 사용하였다. 따라서, 피로균열전파율은 하나의 확률과정으로 보는 것이 가능하고, 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{da}{dN} = C(x)(\Delta K)^m \quad (2)$$

여기서, x 는 균열선단에서의 위치를 나타낸다.

피로균열전파에 대한 재료저항의 특성을 나타내는데는 피로균열전파율 da/dN 보다도 Ortiz등(Ortiz and Kiremidjian, 1986)과 같이 그 역수, 피로균열전파에 대한 재료의 저항 dN/da 을 취급하는 것이 타당하다. 왜냐하면, 이것은 균열전파 경로에 연한 어떤 위치에서의 전파저항은 그 점에서의 균열전파에 대한 재료 강도를 나타낸다고 생각되기 때문이다. 즉, 피로균열전파율의 변동 대신에 재료의 전파저항의 변동을 고려하는 것이 재료의 통계적 특성의 해석모델을 설정하는데 있어 더 유용하다. 따라서, 식(2)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Z(x) = (\Delta K)^m \frac{dN}{da} \quad (3)$$

여기서, $Z(x)$ (즉, $1/C(x)$)를 전파 경로 x 에 연한 피로균열전파에 대한 재료의 피로균열전파저항계수(간단히, 전파저항계수)라 부른다.

식(3)에서 알 수 있듯이, ΔK 및 응력비(R)를 일정으로 하여 실험을 행하면, 피로균열전파에 대한 재료의 전파저항계수와 실험적으로 구하는 dN/da 의 통계적 특성은 등가로 된다. 따라서, 확률과정 $Z(x)$ 의 특성은 피로균열전파율의 역수를 조사하면 된다. 그러나, 실험적으로 얻어지는 전파율은 유한구간 Δa 의 평균치이므로 식(3)으로 얻어지는 $Z(x)$ 도 평균치로 되고, 평균치의 통계적 변동을 관찰하는 것으로 된다. Z 는 공간적인 확률과정이므로, dN/da 의 계측은 일정하중 반복수 간격이 아니고 일정균열길이 간격으로 행할 필요가 있다.

한편, 이 전파저항 Z 의 확률분포에 관해서는 금속재료의 경우 여러 분포가 사용되나, 재료강도가 극치분포 중에서도 경험적으로 Weibull 분포에 따르는 예(金等, 1993)가 많으므로, Z 의 확률분포는 Weibull 분포에 따른다고 가정한다. Z 의 분포가 2-parameter Weibull 분포에 따른다고 하면, 그 확률분포함수와 밀도함수는 다음과 같이 주어진다.

$$F_z(z) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{z}{\beta}\right)^\alpha\right) \quad (4)$$

$$f_z(z) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{z}{\beta}\right)^{\alpha-1} \exp\left(-\left(\frac{z}{\beta}\right)^\alpha\right) \quad (5)$$

여기서, α 는 형상모수(shape parameter)이고, β 는 척도모수(scale parameter)이다.

그리고, Z 의 잔차에 대한 자기상관함수를 구하면, Z 의 통계적 성질은 결정되는 것으로 한다.

3. 실험방법

3.1 재료 및 시험편

본 연구에 사용된 시험편 재료는 일반 기계구조용강인 S45C로, 그 화학적 성분과 기계적 성질을 Table 1에 나타낸다. 시험편은 ASTM E647-93의 규정에 의하여 폭이 100mm 그리고 두께 6, 12, 18mm인 3종류의 CT 시험편이며, 그 형상과 치수를 Fig. 1에 나타내었다. 시험편 채취방향은 압연방향과 균열의 전파방향이 직각(L-T direction)이 되도록 하였다.

Table 1 Chemical composition(%) and mechanical properties

Material	C	Si	Mn	P	S	Cr
SM45C	0.43	0.16	0.66	0.025	0.007	0.03

Material	Tensile strength	Yield strength	Elongation(%)	Hardness(H _B)
SM45C	610MPa	342 MPa	23.0	170

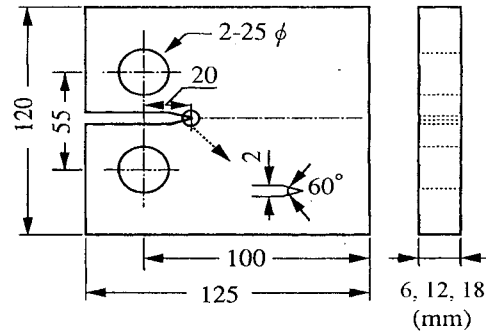


Fig. 1 Shape and dimension of specimen

3.2 피로실험 및 실험방법

시험조건은 대기 실험실 중에서 응력반복속도 10Hz, 응력비 0.2의 정현파로 일정 ΔK 제어 실험을 하였다. 본 실험에서 제어한 ΔK 치는 25, 30, 37.5 및 45 $MPa\sqrt{m}$ 의 4종류이고, 시험편 두께 6, 12, 18mm에서 각 ΔK 당 5개씩 총 60개의 시험편에 대하여 행하였다. 균열이 25mm부터 40mm까지 진행되는 동안 Δa 가 0.5mm 간격으로 $a \sim N$ Data를 저장하였다.

3.3 실험결과와 해석

3.3.1 피로균열전파거동

하나의 예로, 두께 12mm의 CT 시험편에 대하여 ΔK 치가

25, 30, 37.5, 45 MPa√m의 조건하에서 얻은 응력반복수 N에 대한 균열길이 a와의 관계를 Fig. 2에 나타낸다. 그림에서 보는 바와 같이, 하나의 시험편에서 a~N곡선은 비교적 잘 직선 형태로 되고 있음을 알 수 있다. 그러나, 균열선단의 동일한 응력상태 및 동일 두께의 경우에 있어서도 그 기울기는 서로 다르고, 또한 a~N곡선은 서로 겹치고 있음을 알 수 있다. 이것은 피로균열전파에 대한 재료의 전파저항의 국부적 평균치가 변동한다고 할 수 있으며, 또한 Paris 법칙에 대한 m이 시험편마다 변동하는 것과, 또 C가 비교적 완만한 변동과 백색잡음적 변동의 양 성격을 동시에 가지고 있다고 생각된다. 그러나, 본 연구의 해석에서는 m은 일정으로 하고 있으므로 이들의 변동의 양상은 모두 C에 기인하는 것으로 생각한다.

한편, Fig. 3은 시험편 두께에 대하여 ΔK에 대한 평균 피로균열전파율 da/dN의 관계를 나타낸 것이다. 이들의 관계를 Paris 식에 적용하면 m과 C값은 각각 Table 2와 같은 값을 얻었다. 그림에서 보는 바와 같이, 본 실험의 범위는 피로균열전파의 제 2단계 영역인 안정 전파영역에 속함을 알 수 있다. 그림에서와 같이, ΔK가 증가하면 평균 균열전파율도 증가하는 일반적 경향을 나타내고 있지만, 동일 ΔK, 동일 두께의 시험편에서도 균열전파율에는 변동이 있다는 것을 알 수 있다.

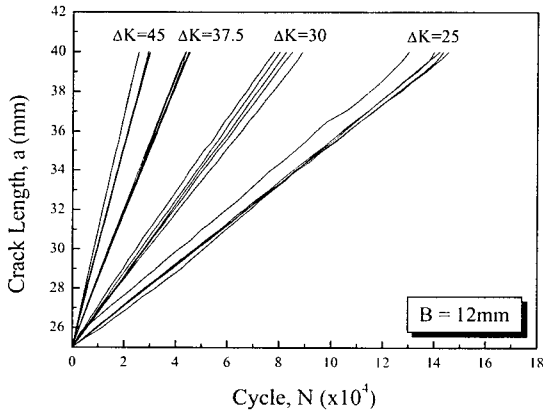


Fig. 2 a~N curves for 12mm specimens

Table 2 The constants in Paris' law

B	m	C
6	2.61	2.54E-08
12	2.77	1.46E-08
18	2.81	1.34E-08
mean	2.73	1.78E-08

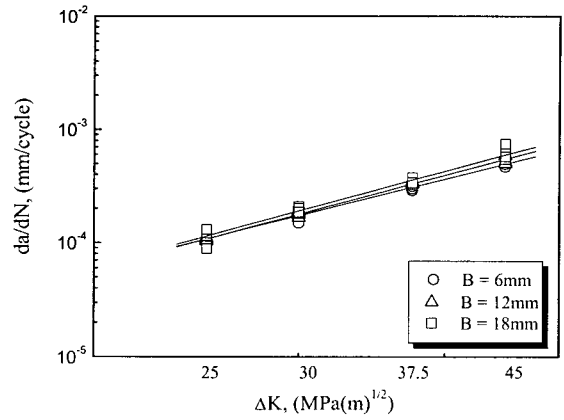


Fig. 3 Relationship between ΔK and da/dN

3.3.2 Z의 통계적 특성

동일한 시험편두께와 동일 ΔK에 대한 전 시험편에 대하여 구한 Z(x)의 평균자기상관함수를 Fig. 4에 보인다. 그림에서와 같이 Z의 자기상관함수는 지수함수 형태를 띠고 있으며, 이를 지수함수로 나타내면 식 (6)과 같다.

$$R(\tau) = \exp(-a_0\tau) \tag{6}$$

또한, Z(x)의 확률분포를 알아보기 위해 동일 시험편두께와 동일 ΔK하의 5개 시험편의 데이터를 종합하여 Weibull확률지에 나타냈으며, 일례로 Fig. 5는 ΔK=30 일 때의 시험편두께 6, 12, 18mm의 예이다. 그림에서 실선은 직접탐색법으로 그린 것이다. 그림에서와 같이 Z의 확률분포는 2모수 Weibull분포로 근사할 수 있다.

이상의 방법으로 구한 2모수 Weibull분포의 파라미터와 동일 시험편 두께 전체 Z(x) 데이터에서 구한 2모수 Weibull분포의 파라미터를 Fig. 6에 나타낸다.

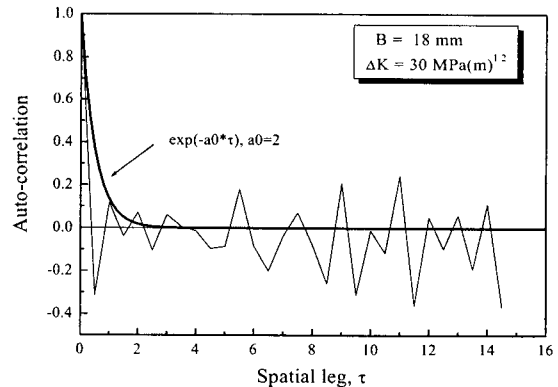


Fig. 4 Autocorrelation function of Z(x)

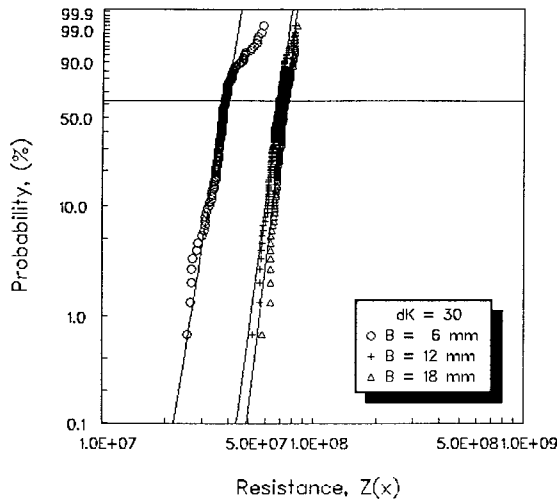


Fig. 5 Weibull probability distributions of Z

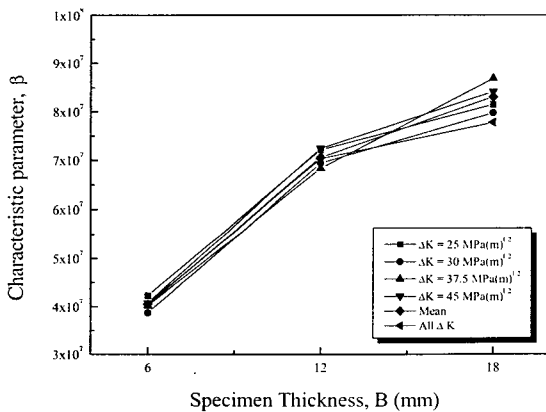
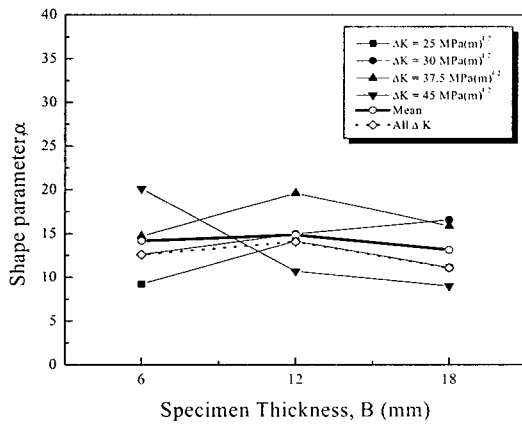


Fig. 6 Effect of Weibull parameters on specimen thickness

식(3)을 통해서 Z(x)의 값은 dN 값의 변동에 따라 영향을 받으며, 2-parameter Weibull 분포에 의하면 α 값이 증가할수록 데이터의 산포도는 더 작아진다. 그림에서 같이, α 는 ΔK 가 25,

37.5일 때는 시험편 두께가 증가할수록 증가하다가 감소하며, ΔK 가 30일 경우는 증가하며, ΔK 가 45일 경우는 감소하는 경향을 보이고 있다. 동일 시험편 두께 전체 Z(x)의 α 값과 평균 α 값은 거의 비슷한 양상을 나타내고 있다. 즉, 평균적으로는 본 실험의 경우 거의 동일한 분포 양상을 보이는 것으로 생각된다. 척도계수 β 는 응력레벨에 관계없이 시험편 두께가 증가함에 따라 증가하는 경향을 보이고 있다.

4. 피로균열전파수명의 확률분포추정 및 신뢰도

4.1 시뮬레이션에 의한 Z(x)의 재현

균열전파 시뮬레이션에 선행해서 먼저 3.3.2절에 나타난 Z(x)의 확률특성을 기초로 해서 Z(x)의 시뮬레이션을 행하였다. Z(x)는 Weibull 과정에 따르는 비정규 확률과정이기 때문에 통상의 정규 확률과정을 전제로 한 시뮬레이션은 사용 불가능하다. 따라서, 본 연구에는 Shimozuka 등(Shimozuka *et al.*, 1987)이 개발한 비정규확률과정의 시뮬레이션을 이용해서 식(4), (6)에 나타난 데이터에서 Z(x)를 시뮬레이션 하였다. 더욱 실험에서 구한 Z(x)는 x가 0.5mm 진행하는 동안의 평균적인 균열전파 저항이기 때문에, 시뮬레이트에서도 0.5mm 간격으로 행하였다. 시뮬레이트한 일례를 Fig. 7에 나타내었다. 비교적 실험결과와 잘 일치하였다.

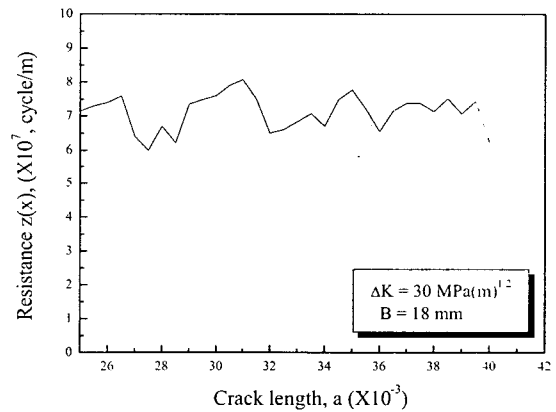


Fig. 7 Example of simulated Z(x)

4.2 시뮬레이션에 의한 균열전파과정의 재현

임의의 균열길이 $a_i (i=1,2,\dots,n)$ 에 달하는 반복수 N_i 는 시뮬레이트한 확률과정 Z(x)의 데이터로부터 식(8)에 의해서 일정 ΔK 하의 $a \sim N$ 관계를 계산할 수 있다. 즉,

$$N_i = \sum_{k=1}^i Z(a_k) \frac{\Delta a}{\Delta K^m} \tag{8}$$

단, a_0 는 초기 균열 길이로, a_i 은

$$a_i = a_0 + \sum_{k=1}^i \Delta a \tag{9}$$

이다.

최종균열길이 a_f 를 적당히 결정하여 확률과정 $Z(x)$ 의 시물레이션을 반복하여 식(8) 및 식(9)를 이용하여 원하는 수만큼의 $a \sim N$ 곡선을 시물레이션하는 것이 가능하다.

Fig. 8은 두께 18mm, $\Delta K=30 MPa\sqrt{m}$ 에 대한 시물레이션한 결과의 일례로 실험결과를 함께 나타낸 것이다. 그림에서 보는 바와 같이 본 시물레이션 방법에 의하여 피로균열전파과정을 어느 정도 재현 할 수 있음을 알 수 있다. 따라서, 피로균열전파 수명분포의 추정정도에 의해서 필요한 수의 $a \sim N$ 곡선을 얻는 것이 가능하다.

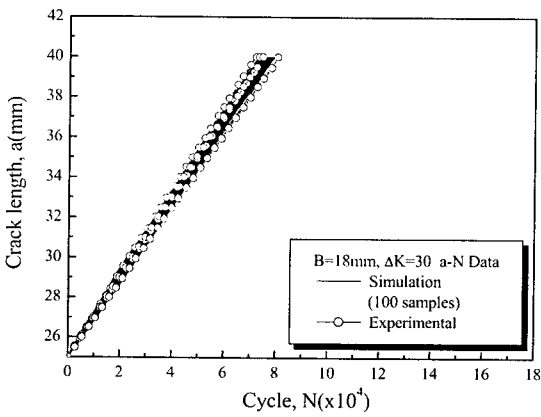


Fig. 8 a~N curves by simulation and experiments

4.3 수명의 확률분포 및 신뢰도평가

한편, 식(8), (9)로부터 계산한 $a \sim N$ 데이터에서 소정의 균열 길이까지 전파했을 때의 반복수 N 를 구하여 확률분포를 구할 수 있다.

수명의 확률분포 특성을 고려해서 3-parameter Weibull 분포 함수 $F_N(n | \alpha', \beta', \gamma')$ 를 전파수명 N 의 확률분포함수라 한다. 즉,

$$F_N(n | \alpha', \beta', \gamma') = 1 - \exp\left\{-\left(\frac{n - \gamma'}{\beta' - \gamma'}\right)^{\alpha'}\right\} \quad (10)$$

이다. 단, α', β', γ' 는 각각 형상계수, 척도계수, 위치계수이다.

한편, 구조물의 사용기간 (n)중에 성장한 균열 길이가 소정의 균열길이 a_f 보다 작을 확률을 구조물의 신뢰도 $R(n)$ 이라 한다. 즉, 신뢰도 $R(n)$ 은 다음 식으로 표시된다.

$$R(n) = P_r[a < a_f] = p_r[K < n] = 1 - F_N(n) \quad (11)$$

식(10)을 식(11)에 대입하면 신뢰도 함수 $R(n)$ 은 다음식으로 구하여진다.

$$R(n | \alpha', \beta', \gamma') = \exp\left\{-\left(\frac{n - \gamma'}{\beta' - \gamma'}\right)^{\alpha'}\right\} \quad (12)$$

이다. (12)식으로부터 구조물의 소정의 신뢰도 $R(n)$ 이 주어지면

그것에 대한 사용수명 n 을 구할 수 있다. 또, 식(12)에서 알 수 있듯이 만약 γ' 가 존재하면 γ' 는 균열길이 a 에 도달하는 전파수명의 최소치 N_s 이므로

$$N_s = \gamma' \quad (13)$$

이다.

사용수명 n 이 이 값 이하이면 균열은 길이 a 에 도달하지 않는다. 즉, $R(n)=100\%$ 이다. N_s 를 최소수명이라고 한다.

4.4 두께와 응력레벨에 따른 시물레이션 결과와 고찰

Fig. 8에서 구한 100회분의 $a \sim N$ 곡선에서 균열길이가 각각 30, 35, 40mm에 달했을 때의 전파수명 $N(a)$ 을 구해 Weibull 확률지상에 나타난 것이 Fig. 9이다. 그림중의 실선은 직접 탐색법을 이용하여 그린 분포함수이다. 균열길이가 증가하면 전파수명도 증가하고 있지만, 분포의 영상은 비교적 일치하고 있다. 피로균열전파에 대해서 구조물의 요구신뢰도 $R(n)$ 이 주어지면, 추정된 피로균열 전파수명의 분포함수를 이용해서 계산한 예를 Table 3에 나타낸다. 또, 균열전파경로에 의한 장소에 있어서 전파저항계수 $Z(x)$ 가 최소치를 취했을 때의 전파수명을 N_0 라고 해 동일 표에 나타내었다. Table 3에서 알 수 있듯이, 상술의 시물레이션에 의해서 추정한 최소수명의 추정치 γ' 와 N_0 의 값은 거의 일치하고 있다. 따라서, 이와 같이 시물레이션에 의한 피로균열전파수명의 확률분포를 추정하는 방법이 가능하리라 생각된다. 그러나 이는 실험의 제어정도, 데이터의 선택방법 등에 의해서는 전파저항의 확률특성이 달라질 가능성이 있으므로 주의를 요한다.

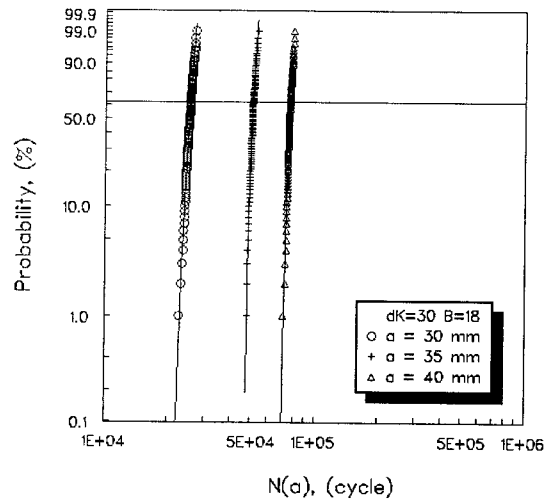
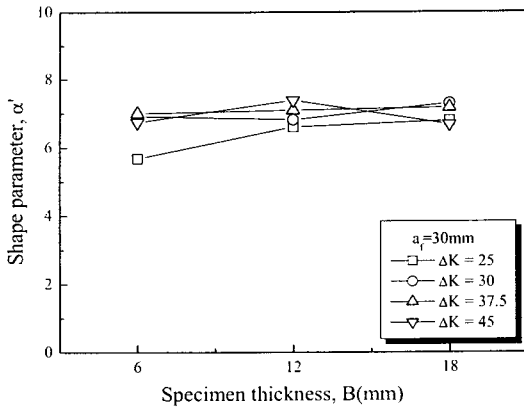


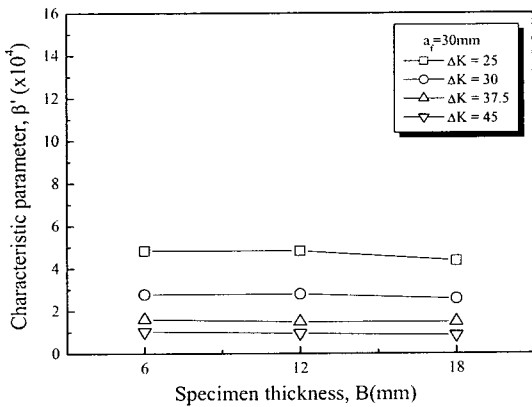
Fig. 9 Weibull distribution of crack growth life by simulation

Table 3 Results of reliability calculation by simulation

B	ΔK	a_f	parameter of P.D.F for $N(a)$			probability (%)	minimum life, N_0
			α'	β'	γ'	99.999	
18	30	30	7.29	2.56E+04	2.00E+04	2.11E+04	2.27E+04
		35	3.19	5.06E+04	4.72E+04	4.73E+04	4.81E+04
		40	4.54	7.67E+04	6.91E+04	6.97E+04	7.14E+04



(a) Effect of shape parameter on specimen thickness



(a) Effect of scale parameter on specimen thickness

Fig. 10 Weibull parameters for fatigue crack growth life

Fig. 10은 소정의 균열길이에서 ΔK 별로 시험편 두께와 수명 분포의 파라미터 α' , β' 값을 비교한 것이다. 그림에서와 같이, 동일 균열길이에서는 전파수명의 Weibull 파라미터 α' 의 값은 시험편 두께와 응력레벨에 큰 영향을 받지 않고 거의 6~7 정도의 값을 나타내고 있다. 이는 수명의 분포양상이 시험편 두께나 응력레벨에 상관없이 비교적 비슷한 분포의 형상을 보인다고 할 수 있다. 수명분포의 특성 파라미터인 β' 는 시험편 두께에 대한 영향은 미미하나 응력레벨이 증가할수록 그 값이 작아짐을 알 수 있다. 이는 응력레벨이 증가할수록 균열전파속도가 빠르게 되는 결과라 생각된다.

5. 결 론

강의 피로균열전파수명의 확률분포 추정의 목적으로 기계구조용강인 S45C의 실험결과에서 얻은 재료의 통계적 특성을 이용한 피로균열전파 수명의 데이터 추출을 위한 확률시물레이션에 대하여 시험편 두께와 응력레벨에 대하여 검토하여, 소수의 피로시험결과를 이용해서 설계자료로 중요한 피로균열전파 수명의 확률분포를 비정규 확률과정의 시물레이션 방법의 의해서 추정할 수 있으며, 신뢰도 평가도 가능함을 알 수 있었다. 그러나, 이의 결과는 실험의 제어정도에 좌우되므로 대상으로 되는 균열길이가 다른 경우에는 시험방법 등에 대한 고려가 필요하다고 생각된다.

후 기

본 연구는 1999년도 부경대학교 기성회연구비에 의하여 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

참 고 문 헌

심동석, 김정균(1998). “두께변화에 따른 피로균열진전의 변동성에 대한 확률론적 해석”, 대한기계학회논문집, 제22권, 제8호, pp 1523~1532.

윤한용, 양영순, 윤장호(1992). “균열진폭하중하에서의 확률론적 균열진전 수명해석”, 대한기계학회논문집, 제16권, 제9호, pp 1691~1699.

Ortiz, K and Kiremidjian, A. S.(1986). “Time Series Analysis of Fatigue Crack Growth Rate Data”, Eng. Fracture Mechanics, 24-5, pp 657~673.

Paris, P. C. and Erdogan, F.(1963). “A Critical Analysis of Crack Propagation Laws”, ASME J. Basic Eng., Vol. 55, pp 528~534.

Shinozuka, M.(1987). “Stochastic Mechanics”, Vol. 1, Columbia University, P 235.

金善振, 板垣 浩, 石塚鐵夫(1993). “材質の空間的變動の材料試験結果に及ぼす影響について”, 日本造船學會論文集, 第173号, pp 327~336.

板垣 浩, 石塚鐵夫, 金善振(1991). “材質の空間的變動の材料試験結果に及ぼす影響について”, 日本造船學會論文集, 第170号, pp 665~671.

板垣 浩, 石塚鐵夫, 黄培彦(1989). “疲勞キ裂傳播壽命の確率分布推定に關する實驗的研究”, 日本機械學會論文集, 第57号, pp 250~258.

2000년 8월 18일 원고 접수

2000년 10월 20일 수정본 채택