

## 맥동관냉동기의 정상상태 질량흐름에 의한 엔탈피손실

백 상 호, 정 은 수<sup>†</sup>  
 홍익대학교 기계공학과

### Enthalpy Flow Loss by Steady Mass Streaming in Pulse Tube Refrigerators

Sang Ho Baek, Eun Soo Jeong<sup>†</sup>

Department of Mechanical Engineering, Hong-Ik University, Seoul 121-791, Korea

(Received January 29, 2000; revision received May 4, 2000)

**ABSTRACT:** Effects of the taper angle and the angular velocity of a pulse tube on the enthalpy flow loss associated with the steady mass streaming were analyzed by two-dimensional analysis of a pulse tube with variable cross-section. It was shown that the steady mass flux can lead to a large steady second-order temperature. The enthalpy flow loss associated with the steady mass streaming increases as the angular velocity increases. For a pulse tube where the viscous penetration depth is far thinner than the inner radius, the enthalpy flow loss can be significantly reduced by tapering the pulse tube since both the steady mass flux and the steady second-order temperature decrease as the taper angle increases.

**Key words:** Pulse tube refrigerator(맥동관냉동기), Pulse tube(맥동관), Steady mass streaming (정상상태 질량흐름), Enthalpy flow loss(엔탈피손실)

#### 기 호 설 명

$a$  : 음속,  $\sqrt{\gamma R_g T_m}$   
 $\langle \dot{H} \rangle$  : 정미엔탈피유동  
 $i$  : 허수단위,  $\sqrt{-1}$   
 $k$  : 열전도도  
 $L$  : 맥동관의 길이  
 $l$  : 맥동관벽의 두께  
 $Ma$  : 마하수,  $\omega s_0 / \sqrt{\gamma R T_H}$   
 $p$  : 압력  
 $Pr$  : 프란틀수

$R$  : 맥동관의 반지름  
 $R_g$  : 기체상수  
 $r$  : 반경방향 좌표  
 $s$  : 단면평균 변위길이  
 $T$  : 온도  
 $T_H$  :  $x=L$ 에서의 온도, 기준온도  
 $t$  : 시간  
 $u$  :  $x$ -방향 속도  
 $v$  :  $r$ -방향 속도  
 $x$  : 축방향 좌표  
 $y$  :  $x$ 에 수직인 직교좌표

<sup>†</sup> Corresponding author

Tel.: +82-2-320-1676; fax: +82-2-322-7003  
 E-mail address: esjeong@wow.hongik.ac.kr

#### 그리스문자

$\beta$  : 무차원 작동속도

- $\gamma$  : 비열비  
 $\mu$  : 점도  
 $\rho$  : 밀도  
 $\emptyset$  : 맥동관의 테이퍼각  
 $\phi$  : 맥동관 양단의 속도 사이의 위상차  
 $\omega$  : 각속도

### 상첨자

- \* : 무차원변수  
 ~ : 공역복소수  
 ^ : 복소진폭(complex amplitude)

### 하첨자

- 0 : 축방향 온도구배가 0일 때의 값  
 1 : 1차항  
 2 : 2차항  
 C : 맥동관의 저온부( $x=0$ )  
 H : 맥동관의 고온부( $x=L$ )  
 m : 시간평균  
 s : 2차항의 정상성분  
 st : 정상상태의 질량흐름  
 w : 맥동관벽

## 1. 서론

맥동관냉동기(pulse tube refrigerator)는 냉동기의 수명을 저하시키는 저온구동부가 없으므로 신뢰성이 높고 저온부의 진동이 작으며, 또한 구조가 간단하다는 장점을 갖고 있다. 맥동관냉동기는 신뢰성이 높다는 장점을 갖고 있으므로 초기에는 우주왕복선 탑재용이나 상온초전도체 냉각용의 소형 극저온냉동기로 개발되어 왔다. 그러나, 맥동관냉동기의 단점이었던 낮은 효율도 새로운 형태의 맥동관냉동기의 개발로 스텔링냉동기와 비슷한 수준으로 향상되었기 때문에 미국, 일본, 중국 등에서 소형 극저온냉동기 뿐만 아니라 대용량의 천연가스 액화용 냉동기나 전자부품을 극저온으로 냉각시키기 위한 냉동기로 실용화하려는 연구들이 매우 활발히 진행되고 있다.<sup>(1-3)</sup>

Lee et al.<sup>(4)</sup>은 기본형과 오리피스형 맥동관냉동기 내부에 정상상태의 대규모 흐름(steady large scale streaming) 형태의 이차유동(secondary flow)이 존재한다는 것을 실험적으로 보였고, 이 이차유동에 수반되는 정상상태의 엔탈피흐름(enthalpy streaming)이 맥동관냉동기의 성능을 저하시키는 손실로 작용한다고 제안하였다. Olson and Swift<sup>(5)</sup>는 맥동관의 단면적을 적절히 변화시키면 정상상태의 질량흐름을 억제할 수 있다는 것을 맥동관의 반지름이 점성침투깊이와 열침투깊이의 두께에 비하여 매우 큰 경우에 대하여 해석적으로 보였고, 그들이 구한 최적 테이퍼각에서 오리피스 맥동관냉동기의 냉동용량이 상당히 증가한다는 것을 실험적으로 보였다.

맥동관 내부의 정상상태의 이차유동과 질량흐름에 관한 지금까지의 연구들<sup>(6-11)</sup>은 모두 단면적이 일정한 맥동관에 대하여 이루어졌으며, 맥동관벽의 축방향 평균온도구배를 고려하지 않았거나 평균온도분포가 선형적이라고 가정하였다. Baek et al.<sup>(12)</sup>과 Baek and Jeong<sup>(13)</sup>은 단면적이 일정한 맥동관의 축방향 평균온도분포를 직접 구할 수 있는 맥동관의 2차원 해석모델을 제시하였으며, Baek and Jeong<sup>(14)</sup>은 축방향으로 단면적이 변화하는 맥동관의 2차원 해석모델을 제시하여 맥동관의 단면적 변화가 평균온도분포와 정미질량흐름에 미치는 영향을 보였다. 기존의 맥동관에 대한 해석모델들은 정상상태의 질량흐름에 의한 엔탈피손실을 고려하지 않았기 때문에 맥동관의 단면적을 적절히 변화시키면 맥동관냉동기의 냉동용량이 상당히 증가한다는 Olson and Swift<sup>(5)</sup>의 실험결과를 설명할 수 없다.

본 연구에서는 축방향으로 단면적이 변화하는 맥동관의 2차원 해석모델<sup>(14)</sup>을 이용하여 맥동관의 테이퍼각과 작동속도가 정상상태의 질량흐름에 의한 엔탈피손실에 미치는 영향을 알아보았다. 2차(second-order) 운동량보존식과 에너지보존식을 시간평균하여 2차 축방향 속도와 온도의 정상성분을 구하였다.

## 2. 해석 모델

Fig. 1은 맥동관냉동기의 맥동관을 나타낸다. Fig. 1에 보여진 맥동관의 왼쪽과 오른쪽에 저온 열교환기와 고온열교환기가 각각 위치한다. 맥동

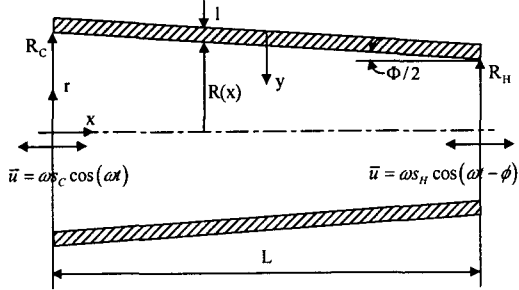


Fig. 1 Schematic diagram of a tapered pulse tube.

관 내부의 작동가스는 맥동관 양쪽으로 들어오고 나가는 작동가스의 주기적인 운동에 의하여 압축과 팽창을 반복하며, 정미엔탈피는 저온열교환기에서 고온열교환기 방향으로 이동한다.

맥동관의 2차원 해석을 위하여 다음과 같은 가정들을 사용하였다.

- (1) 가스의 왕복운동의 진폭  $s_C$ 와  $s_H$ 는 맥동관의 길이  $L$ 에 비하여 작다.
- (2) 맥동관의 반지름과 길이의 비  $R/L$ 과 테이퍼각  $\phi$ 는 작다. 그러므로, 압력은 맥동관의 한 단면에서 균일하다.
- (3) 작동가스가 움직이지 않을 때 맥동관벽과 작동가스의 온도는 평균온도  $T_m(x)$ 로 같다.
- (4) 작동유체는 이상기체이고, 유동은 층류이다.
- (5) 맥동관의 외벽은 단열되어 있다.

위의 가정들을 이용하여 구한 작동가스의 질량보존, 운동량보존, 에너지보존, 이상기체 방정식과 맥동관벽의 에너지보존식은 Baek et al.<sup>(12)</sup>에 기술되어 있다. 지배방정식의 해를 일반화하기 위하여 변수들을 다음과 같이 무차원화 할 수 있는데

$$\begin{aligned} x^* &= \frac{x}{L} & r^* &= \frac{r}{R} & R^* &= \frac{R}{R_0} \\ t^* &= \frac{t}{1/\omega} & u^* &= \frac{u}{\omega s_C} & v^* &= \frac{v}{\omega s_C R_0/L} \\ p^* &= \frac{p}{p_0} & T^* &= \frac{T}{T_H} & \rho^* &= \frac{\rho}{\rho_0} \end{aligned} \quad (1)$$

여기서  $p_0$ 와  $\rho_0$ 는 각각 기준압력과 기준밀도이다.  $R_0$ 는 맥동관 내부의 체적과 길이를 일정하게 유지하고 테이퍼각  $\phi$ 를  $0^\circ$ 로 하였을 때의 맥

동관의 반지름으로  $R_C$ 와  $R_0$  사이의 관계는 다음과 같다.

$$\frac{R_C}{R_0} = \frac{1}{2} \left[ \frac{L}{R_0} \tan \frac{\phi}{2} + \sqrt{4 - \frac{1}{3} \left( \frac{L}{R_0} \tan \frac{\phi}{2} \right)^2} \right] \quad (2)$$

$s_C$ 는  $x=0$ 에서의 체적유량을 일정하게 유지하고 테이퍼각  $\phi$ 를  $0^\circ$ 로 하였을 때의 변위길이를 다음 식과 같이 표현된다.

$$s_C = s_C \left( \frac{R_C}{R_0} \right)^2 \quad (3)$$

속도, 온도, 밀도, 그리고 압력의 해는 섭동법(perturbation method)을 이용하여 구하였다. 섭동법에서는 모든 변수들이 다음과 같이 시간평균항, 1차항, 2차항, 그리고 고차항들의 합으로 표현된다.<sup>(15)</sup>

$$N^* = N_m^* + N_1^* + N_2^* + \dots \quad (4)$$

1차항은 시간에 따라 주기적으로 변화하는 값이므로  $N_1^* = \text{Re}[\hat{N}_1^* e^{it^*}]$ 의 형태로 표현할 수 있다. 여기서  $\text{Re}[\ ]$ 는 실수부를 나타내고,  $\hat{N}_1^*$ 는  $N_1^*$ 의 복소진폭(complex amplitude)이다.

무차원화된 속도, 온도, 밀도의 1차해들을 구하면 다음과 같다.<sup>(14)</sup>

$$\hat{u}_1^*(x^*, r^*) = i \frac{s_C \omega / L}{\gamma \text{Ma}^2} \frac{1}{\rho_m^*} \frac{d\hat{p}_1^*}{dx^*} [1 - f_1(r^*)] \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \hat{v}_1^*(x^*, r^*) &= -\frac{iR^*}{2\gamma(s_C \omega / L)} \frac{\hat{p}_1^*}{\rho_m^* T_m^*} \\ &\times \left[ r^* + \frac{\gamma-1}{1+\epsilon_s} f_x(r^*) \right] - \frac{i(s_C \omega / L)}{2\gamma \text{Ma}^2} \frac{R^*}{\rho_m^* T_m^*} \\ &\times \frac{dT_m^*}{dx^*} \frac{d\hat{p}_1^*}{dx^*} \left[ r^* - \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}-1} f_v(r^*) \right] \\ &+ \frac{1+\epsilon_s f_v(1)/f_x(1)}{(\text{Pr}-1)(1+\epsilon_s)} f_x(r^*) - (1+b) f_3(r^*) \end{aligned}$$

$$-\frac{i(s_{\infty}/L)}{2\gamma\text{Ma}^2} \frac{R^*}{\rho_m^*} \frac{d^2 \hat{p}_1^*}{dx^{*2}} [r^* - f_\nu(r^*)] \\ + \frac{i(s_{\infty}/L)}{\gamma\text{Ma}^2} \frac{1}{\rho_m^*} \frac{dR^*}{dx^*} \frac{d\hat{p}_1^*}{dx^*} f_2(r^*) \quad (6)$$

$$\hat{T}_1^*(x^*, r^*) = \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{\hat{p}_1^*}{\rho_m^*} \left[ 1 - \frac{f_4(r^*)}{1+\epsilon_s} \right] \\ - \frac{(s_{\infty}/L)^2}{\gamma\text{Ma}^2} \frac{1}{\rho_m^*} \frac{dT_m^*}{dx^*} \frac{d\hat{p}_1^*}{dx^*} \left[ 1 - \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}-1} \right. \\ \left. \times f_1(r^*) + \frac{1}{\text{Pr}-1} \frac{1+\epsilon_s f_\nu(1)/f_x(1)}{1+\epsilon_s} f_4(r^*) \right] \quad (7)$$

$$\hat{\rho}_1^*(x^*, r^*) = -\frac{\rho_m^*}{T_m^*} \hat{T}_1^* + \frac{\hat{p}_1^*}{T_m^*} \quad (8)$$

여기서

$$\beta = \frac{R}{\sqrt{2\mu_m/(\rho_m\omega)}} = \beta_0 \frac{R^*}{\sqrt{(T_m^*)^b/\rho_m^*}} \quad (9)$$

$$\beta_0 = \frac{R_0}{\sqrt{2\mu_0/(\rho_0\omega)}} \quad (10)$$

$$f_\nu(r^*) = \frac{2}{(i-1)\beta} \frac{J_1[(i-1)\beta r^*]}{J_0[(i-1)\beta]} \quad (11)$$

$$f_x(r^*) = \frac{2}{(i-1)\beta\sqrt{\text{Pr}}} \frac{J_1[(i-1)\beta\sqrt{\text{Pr}} r^*]}{J_0[(i-1)\beta\sqrt{\text{Pr}}]} \quad (12)$$

$$f_1(r^*) = \frac{J_0[(i-1)\beta r^*]}{J_0[(i-1)\beta]} \quad (13)$$

$$f_2(r^*) = \frac{J_1[(i-1)\beta r^*] J_1[(i-1)\beta]}{\{J_0[(i-1)\beta]\}^2} \quad (14)$$

$$f_3(r^*) = f_\nu(r^*) - r^* f_1(r^*) - f_2(r^*) \quad (15)$$

$$f_4(r^*) = \frac{J_0[(i-1)\beta\sqrt{\text{Pr}} r^*]}{J_0[(i-1)\beta\sqrt{\text{Pr}}]} \quad (16)$$

$$\epsilon_s = -i \frac{\sqrt{k_m \rho_m C_p}}{\sqrt{k_w \rho_w C_w}} \\ \times \frac{J_1[(i-1)\beta\sqrt{\text{Pr}}]/J_0[(i-1)\beta\sqrt{\text{Pr}}]}{\tanh[(1+i)\beta_w]} \quad (17)$$

$$\beta_w = \frac{l}{\sqrt{2k_w/(\rho_w C_w \omega)}} \quad (18)$$

$$\text{Ma} = \frac{as_{\infty}}{\sqrt{\gamma RT_H}} \quad (19)$$

$$b = \frac{T_m}{\mu_m} \frac{d\mu_m}{dT_m} \quad (20)$$

이다.

1차 압력의 파동방정식(wave equation)은 다음과 같이 구할 수 있고

$$\frac{d^2 \hat{p}_1^*}{dx^{*2}} = \frac{1}{1-f_\nu(1)} \left[ \frac{f_x(1) - f_\nu(1)}{(1-\text{Pr})(1+\epsilon_s)} - 1 \right. \\ \left. + f_\nu(1) - (1+b)f_3(1) \right] \frac{1}{T_m^*} \frac{dT_m^*}{dx^*} \frac{d\hat{p}_1^*}{dx^*} \\ - \frac{\text{Ma}^2}{(s_{\infty}/L)^2} \frac{1 + (\gamma-1)f_x(1)/(1+\epsilon_s)}{1-f_\nu(1)} \frac{\hat{p}_1^*}{T_m^*} \\ + \frac{2f_2(1)}{1-f_\nu(1)} \frac{1}{R^*} \frac{dR^*}{dx^*} \frac{d\hat{p}_1^*}{dx^*} \quad (21)$$

파동방정식의 경계조건들은 다음과 같다.<sup>(14)</sup>

$$\left( \frac{d\hat{p}_1^*}{dx^*} \right)_{x^*=0} = -\frac{i\rho_m^* \gamma \text{Ma}^2}{(s_{\infty}/L)\{1-f_\nu(1)\}(R_C^*)^2} \quad (22)$$

$$\left( \frac{d\hat{p}_1^*}{dx^*} \right)_{x^*=1} = -\frac{i\rho_m^* \gamma \text{Ma}^2 (s_{H0}/s_{\infty})}{(s_{\infty}/L)\{1-f_\nu(1)\}(R_H^*)^2} e^{-i\phi} \quad (23)$$

$x$ -방향 운동량보존식의 2차항들만을 모아서 시간평균을 취하면 다음과 같이 시간평균된 2차 운동량보존식을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mu_m \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u_s}{\partial r} \right) + \left\langle \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \mu_1 \frac{\partial u_1}{\partial r} \right) \right\rangle - \frac{dp_s}{dx} \\ = \left\langle \rho_m u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} \right\rangle + \left\langle \rho_m v_1 \frac{\partial u_1}{\partial r} \right\rangle \\ + \left\langle \rho_1 \frac{\partial u_1}{\partial t} \right\rangle \end{aligned} \quad (24)$$

여기서 각괄호( $\langle \rangle$ )는 시간평균을 나타낸다. 1차 질량보존식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_m u_1)}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \rho_m v_1)}{\partial r} = 0 \quad (25)$$

식 (25)에 1차 축방향 속도  $u_1$ 을 곱한 후 시간평균을 취하여 식 (24)의 우변에 더하면 식 (24)의 우변은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{\partial}{\partial x} [\rho_m \langle u_1^2 \rangle] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r \rho_m \langle u_1 v_1 \rangle] \quad (26)$$

1차 속도  $u_1$ 과  $v_1$ 은 시간에 따라 주기적으로 변화하므로 시간평균을 취하면 0이 되나  $\rho_m \langle u_1^2 \rangle$ 과  $\rho_m \langle u_1 v_1 \rangle$ 은 0이 아닌 값을 갖는다. 이것들은 마치 난류유동에서 속도의 요동성분(fluctuating component)들에 의한 Reynolds 응력<sup>(16)</sup>과 같은 역할을 한다. 2차 속도의 정상성분  $u_s$ 는 식 (24)와 (26)에서 알 수 있는 바와 같이 시간에 따라 주기적으로 변하는 1차 속도에 의한 Reynolds 응력에 의하여 발생한다. 식 (24)를 무차원화하면 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left( r^* \frac{\partial u_s^*}{\partial r^*} \right) = 2 \frac{\beta^2}{\gamma Ma^2} \frac{s\omega}{L} \frac{1}{\rho_m^*} \frac{dp_s^*}{dx^*} \\ + \beta^2 \frac{s\omega}{L} Re \left[ \hat{u}_1^* \frac{\partial \hat{u}_1^*}{\partial x^*} \right] \\ + \beta^2 \frac{s\omega}{L} \frac{1}{R^*} Re \left[ \hat{v}_1^* \frac{\partial \hat{u}_1^*}{\partial r^*} \right] \\ + \beta^2 \rho_m^* Im \left[ \hat{\rho}_1^* \hat{u}_1^* \right] \\ - \frac{b}{2T_m^*} Re \left[ \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left( r^* \hat{T}_1^* \frac{\partial \hat{u}_1^*}{\partial r^*} \right) \right] \end{aligned} \quad (27)$$

여기서  $Re[\ ]$ 는 실수부를 나타내고,  $Im[\ ]$ 는 허수부를 의미한다.  $u_s^*$ 는 무차원화된 축방향의 2차 속도의 정상성분이고,  $p_s^*$ 는 무차원화된 2차 압력의 정상성분이다.

맥동관의 한 단면을 통과하는 정미질량유량을 무차원화하면 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{m}_s^* = 2(R^*)^2 \int_0^1 [\rho_m^* u_s^* + \langle \rho_1^* u_1^* \rangle] r^* dr^* \quad (28)$$

여기서  $\rho_m^* u_s^*$ 는 축방향 2차 속도의 정상성분에 의한 질량유속이고,  $\langle \rho_1^* u_1^* \rangle$ 는 축방향 1차속도와 1차 밀도에 의한 정미질량유속을 나타낸다. 기본형이나 오리피스형 맥동관냉동기에서는 맥동관의 한 단면을 통과하는 정미질량유량은 0이 되어야 하므로  $\dot{m}_s^* = 0$ 이다.

2차 에너지보존식을 시간평균을 취하여 무차원화하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left( r^* \frac{\partial T_s^*}{\partial r^*} \right) = \beta^2 Pr \frac{1}{\rho_m^*} Im \left[ \hat{\rho}_1^* \hat{T}_1^* \right] \\ + \beta^2 Pr \frac{s\omega}{L} Re \left[ \hat{u}_1^* \frac{\partial \hat{T}_1^*}{\partial x^*} \right] \\ + \beta^2 Pr \frac{s\omega}{L} \frac{1}{R^*} Re \left[ \hat{v}_1^* \frac{\partial \hat{T}_1^*}{\partial r^*} \right] \\ + 2\beta^2 Pr \frac{s\omega}{L} u_s^* \frac{dT_m^*}{dx^*} \\ + \beta^2 Pr \frac{s\omega}{L} \frac{1}{\rho_m^*} Re \left[ \hat{\rho}_1^* \hat{u}_1^* \right] \frac{dT_m^*}{dx^*} \\ - \frac{\gamma-1}{\gamma} \beta^2 Pr \frac{s\omega}{L} \frac{1}{\rho_m^*} Re \left[ \hat{u}_1^* \frac{d\hat{p}_1^*}{dx^*} \right] \\ - \frac{\gamma-1}{2} Ma^2 Pr Re \left[ \frac{\partial \hat{u}_1^*}{\partial r^*} \frac{\partial \hat{u}_1^*}{\partial r^*} \right] \\ - \frac{c}{2T_m^*} Re \left[ \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left( r^* \hat{T}_1^* \frac{\partial \hat{T}_1^*}{\partial r^*} \right) \right] \end{aligned} \quad (29)$$

여기서

$$c = \frac{T_m}{k_m} \frac{dk_m}{dT_m} \quad (30)$$

이고,  $T_s^*$ 는 무차원화된 2차 온도의 정상성분을 나타낸다.

### 3. 수치해석방법

2차 축방향 속도의 정상성분  $u_s^*$ 와 2차 온도의 정상성분  $T_s^*$ 는 식 (27)과 (29)에 유한차분법을 적용하여 구하였다. 식 (27)에서 구한  $u_s^*$ 가 정미질량유량식 (28)을 만족할 때까지  $dp_s^*/dx^*$ 의 값을 가정하여 반복 계산하였다. 식 (27)과 (29)의 우변에 있는 무차원화된 속도, 온도, 압력, 밀도의 1차해들을 구하는 방법은 Baek and Jeong<sup>(14)</sup>에 기술되어 있다.

### 4. 결과 및 토의

본 연구의 계산에 사용된 무차원 변수들의 기준조건은  $s_{c0}/L=0.1$ ,  $R_0/L=0.1$ ,  $Pr=0.7$ ,  $\gamma=5/3$ ,  $s_{H0}/s_{c0}=0.3$ ,  $\phi=90^\circ$ ,  $\beta_w=0.5$ ,  $T_c^*=0.6$ ,  $x^*=0.5$ 이다. 무차원화에 사용된 기준압력  $p_0=1.0$  MPa 이고 기준온도  $T_H=300$ K이며, 무차원 평균압력  $p_m^*=0.85$ 이다. 맥동관 양단의 속도의 비  $s_{H0}/s_{c0}=0.3$ 은 오리피스형 맥동관냉동기에 해당되는 값이다.<sup>(10)</sup> 맥동관의 내부 반지름이 8.5 mm이고 맥동관의 길이가 85 mm인 맥동관냉동기가 50 Hz

의 주파수로 작동할 경우, 기준상태(1.0 MPa, 300K)에서 헬륨의 점도는  $2.0 \times 10^{-5}$  kg/m-sec이고 밀도는  $1.605$  kg/m<sup>3</sup>이므로, 무차원 작동속도  $\beta_0=30$ 이 된다.

무차원 작동속도  $\beta_0$ 가 정미질량유속의 반경방향 분포에 미치는 영향을 Fig. 2에 나타내었다. 식 (10)에서 알 수 있는 바와 같이  $\beta_0$ 는 맥동관의 반지름과 점성침투깊이(viscous penetration depth)의 비를 나타내는 무차원변수이다.  $\beta_0$ 는 왕복동유동에서 많이 사용되는 Womersley수 ( $R\sqrt{\rho\omega/\mu}$ )를  $\sqrt{2}$ 로 나눈 값이고, 맥동관냉동기의 해석에 많이 사용되는 Valensi수의 1/2승에 비례한다. 각속도  $\omega$ 가 증가할수록 점성침투깊이  $\sqrt{2\mu_0/(\rho_0\omega)}$ 는 얇아지므로, 맥동관의 내부 반지름이 주어진 경우 각속도  $\omega$ 가 증가할수록  $\beta_0$ 는 커진다.  $\beta_0=5$ 와 10일 경우에는 관벽 가까이의 작동가스와 중심부의 작동가스는 고온열교환기에서 저온열교환기로 이동하고 그 중간영역에서는 작동가스가 반대방향으로 이동하지만  $\beta_0=20$  이상일 경우에는 관벽 가까이의 작동가스는 고온열교환기 방향으로 움직이고 관 중심부의 작동가스는 저온열교환기 방향으로 이동한다.  $\beta_0$ 가 커질수록 Reynolds 응력의 크기가 증가하여 2차 축방향 속도의 정상성분이 커지므로 정미질량유속의 크기는 증가하고, 정미질량유속의 최대값은 커지며, 최대가 되는 위치가 벽으로 이동하는 것을 볼 수 있다.

$\beta_0=30$ 일 경우에 테이퍼각  $\phi$ 가 정미질량유속

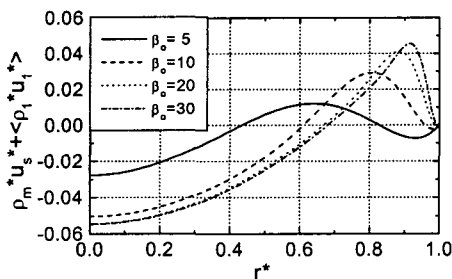


Fig. 2 Effect of  $\beta_0$  on steady mass flux. ( $\phi=0^\circ$ )

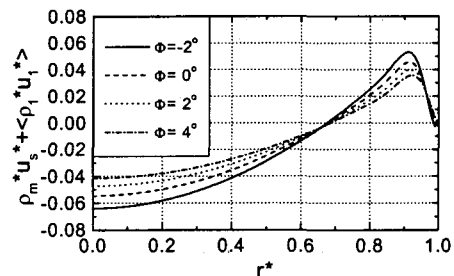


Fig. 3 Effect of taper angle on steady mass flux. ( $\beta_0=30$ )

에 미치는 영향을 Fig. 3에 나타내었다.  $\Phi$ 가 증가할수록 정미질량유속의 크기는 감소하는 것을 볼 수 있다. Lee et al.<sup>(4)</sup>에 의하면 2차 축방향 속도의 정상성분  $u_s$ 는  $O(U_c \Delta U_c / \omega L)$ 의 크기를 갖는다. 여기서  $U_c$ 는 관 중심에서의 1차 속도의 진폭이고,  $\Delta U_c$ 는 맥동관 양단의  $U_c$ 의 차이이다.  $\Phi$ 가 증가할수록 고온열교환기 방향으로 맥동관의 단면적이 감소하므로  $x^*=0$ 에서  $U_c$ 는 감소하고  $x^*=1$ 에서  $U_c$ 는 증가한다. 따라서,  $\Phi$ 가 증가할수록  $\Delta U_c$ 가 감소하므로 정미질량유속의 크기는 감소한다.

Fig. 4는 테이퍼각  $\Phi$ 가  $0^\circ$  일 때  $\beta_0$ 가 2차 온도의 정상성분에 미치는 영향을 보여준다. 관벽에서 중심부로 갈수록 2차 온도의 정상성분  $T_s^*$ 가 증가하는 것을 볼 수 있다.  $\beta_0$ 가 증가할수록 2차 온도의 정상성분  $T_s^*$ 의 크기는 증가하는 것을 볼 수 있는데, 이것은 식 (29)의 우변의 마지막 2항을 제외한 다른 항들이  $\beta^2$ 에 비례하기 때문으로 생각된다. Fig. 2에서 볼 수 있는 바와 같이 맥동관의 중심부에서는 정미질량이 온도가 높은 고온열교환기에서 온도가 낮은 저온열교환기 방향으로 이동하므로 관 중심부의  $T_s^*$ 는 상승한다.  $\beta_0$ 가 증가할수록 Reynolds 응력이 커지고, 따라서 정미질량유속이 증가하므로  $\beta_0$ 가 증가할수록  $T_s^*$ 는 증가한다.

테이퍼각  $\Phi$ 가 2차 온도의 정상성분에 미치는 영향을 Fig. 5에 나타내었다. 테이퍼각  $\Phi$ 가 증가

할수록  $T_s^*$ 의 크기는 감소하는 것을 볼 수 있다. 식 (29)의 우변의 네 번째와 다섯 번째 항은 정미질량유속과 평균온도의 축방향 구배의 곱을 나타낸다. Fig. 3에서 볼 수 있는 것처럼 테이퍼각  $\Phi$ 가 증가할수록 정미질량유속의 크기가 감소하므로  $T_s^*$ 의 크기는 감소하는 것으로 생각된다.

$T_s^*$ 는 2차 온도이지만 평균온도와 거의 같은 크기를 갖는 것을 볼 수 있다. 이것은 맥동관의 경우 정미질량흐름에 의하여 2차 온도의 정상성분  $T_s^*$ 가 맥동관 양단의 온도차와 같은 크기를 가질 수 있다고 한 Olson and Swift<sup>(5)</sup>의 제안을 확인시켜준다. 테이퍼각  $\Phi$ 를 증가시켜 맥동관의 단면적을 고온열교환기 방향으로 감소시키면 정미질량유속 뿐만 아니라 2차 온도의 정상성분  $T_s^*$ 의 크기를 감소시킬 수 있다.

지금까지 맥동관냉동기의 해석모델들에서 냉동용량을 구하는 데 사용된 2차 정미엔탈피유동은 다음과 같이 표현된다.<sup>(2)</sup>

$$\langle \dot{H}_2 \rangle = 2\pi \int_0^R \left[ \rho_m C_p \langle u_1 T_1 \rangle + \left\langle -k \frac{dT_m}{dx} \right\rangle \right] r dr + 2\pi R \int_0^l \left\langle -k_w \frac{dT_m}{dx} \right\rangle dy \quad (31)$$

Fig. 6은 테이퍼각  $\Phi$ 가 2차 정미엔탈피유동에 미치는 영향을 보여준다.  $\beta_0$ 가 10, 20일 경우에는  $\Phi$ 가 증가함에 따라 2차 정미엔탈피유동이 약간 감소하고  $\beta_0$ 가 30일 경우에는 약간 증가하나,

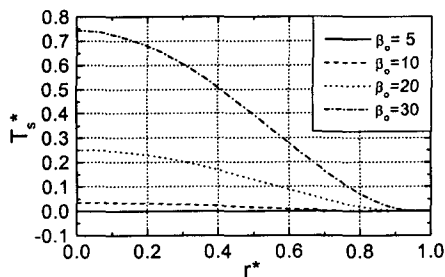


Fig. 4 Effect of  $\beta_0$  on steady component of second-order temperature. ( $\Phi = 0^\circ$ )

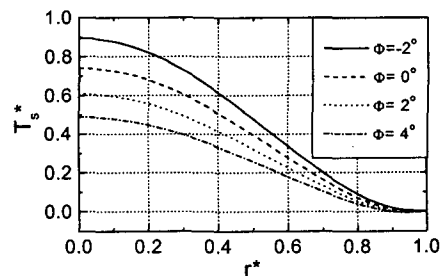


Fig. 5 Effect of taper angle on steady component of second-order temperature. ( $\beta_0 = 30$ )

그 변화는 매우 작은 것을 볼 수 있다. 이것은 정미엔탈피유동을 2차(second-order)까지 고려해서는 맥동관의 단면적을 적절히 변화시키면 오리피스 맥동관냉동기의 냉동용량이 상당히 증가한다는 Olson and Swift<sup>(6)</sup>의 실험결과를 예측할 수 없다는 것을 보여준다. Lee et al.<sup>(4)</sup>에 의하면 2차 정미엔탈피유동은  $O(C_p |p_1| U_c \pi R^2 \omega / R_g)$ 의 크기를 갖는다. 여기서  $U_c \pi R^2$ 은 작동가스의 체적유량의 크기를 나타낸다. 본 연구에서는 맥동관 양단의 체적유량을 일정하게 유지하면서 테이퍼각을 변화시켰다. 그러므로, 테이퍼각이 변하여도 맥동관의 체적유량과 1차 압력의 진폭  $|p_1|$ 은 거의 변화가 없으므로 2차 정미엔탈피유동은 테이퍼각에 큰 영향을 받지 않는 것으로 생각된다.

정미질량흐름에 의한 엔탈피손실은 다음 식과 같이 표현된다.<sup>(5)</sup>

$$\langle \dot{H}_{st} \rangle = 2\pi \int_0^R [\rho_m u_s + \langle \rho_1 u_1 \rangle] C_p T_s r dr \quad (32)$$

여기서  $u_s$ 와  $T_s$ 는 각각 2차항이므로 정미질량흐름에 의한 엔탈피손실은 4차(fourth-order)항이 된다. Fig. 3에서 볼 수 있는 것처럼 기본형이나 오리피스 맥동관냉동기의 경우 맥동관의 한 단면을 통과하는 정미질량유량은 0이나  $\beta_0$ 가 큰 경우 정미질량유속은 관벽 가까이에서는 저온열교환기에서 고온열교환기 방향으로 이동하고, 관 중심부에서는 반대로 움직인다. 따라서, 정미질량흐름에 의한 엔탈피유동은 관벽 가까이에서는 고온열교환기 방향으로 이동하고 관 중심부에서는

저온열교환기 방향으로 이동한다. 이차 온도의 정상성분  $T_s^*$ 는 Fig. 4와 5에 보인 바와 같이 관벽에서 중심부로 갈수록 증가하므로 저온열교환기 방향으로 이동하는 관 중심부의 엔탈피유동이 고온열교환기 방향으로 이동하는 관벽 가까이 엔탈피유동 보다 크다. 그러므로, 정상상태의 질량흐름에 의한 정미엔탈피유동은 고온열교환기에서 저온열교환기 방향으로 이동하고, 맥동관냉동기의 냉동용량을 감소시키는 손실로 작용한다.

Fig. 7은  $\beta_0$ 와 테이퍼각  $\Phi$ 가 정상상태의 질량흐름에 의한 엔탈피손실과 2차 정미엔탈피유동의 비에 미치는 영향을 보여준다.  $\beta_0$ 가 작을 때에는 Fig. 2와 4에서 볼 수 있는 것처럼 정미질량유속과  $T_s^*$ 가 모두 작으므로 정상상태의 질량흐름에 의한 엔탈피손실은 무시할 만큼 작다는 것을 알 수 있다. 그러나,  $\beta_0$ 가 클 경우에는 정상상태의 질량흐름에 의한 엔탈피손실이 2차 정미엔탈피유동과 거의 같은 크기를 갖으며,  $\beta_0$ 가 커질수록 증가하는 것을 볼 수 있다. 테이퍼각  $\Phi$ 가 증가할수록 Fig. 3과 5에 보인 바와 같이 정미질량유속과  $T_s^*$ 의 크기가 감소하므로 정상상태의 질량흐름에 의한 엔탈피손실은 감소한다.

## 5. 결론

본 연구에서는 축방향으로 단면적이 변화하는 맥동관의 2차원 해석모델을 이용하여 맥동관의 테이퍼각과 작동속도가 정미질량유속, 2차 온도의 정상성분, 그리고 정미질량흐름에 의한 엔탈

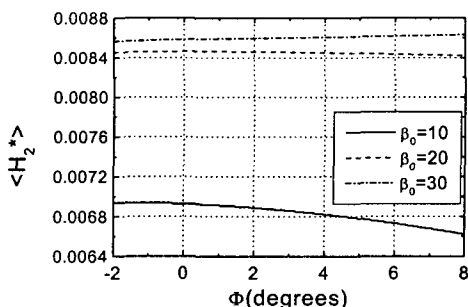


Fig. 6 Effect of taper angle on second-order net enthalpy flow.

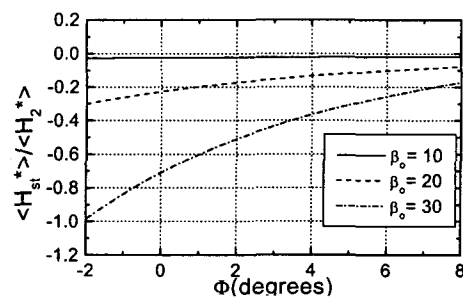


Fig. 7 Effect of taper angle on enthalpy flow loss.



피손실에 미치는 영향을 알아보았다.

무차원 작동속도  $\beta_0$ 가 커질수록 정미질량유속과 2차 온도의 정상성분의 크기가 증가하므로 정상상태의 질량흐름에 의한 엔탈피손실은 증가한다. 맥동관의 테이퍼각이 커질수록 정미질량유속과 2차 온도의 정상성분의 크기는 감소하므로 정상상태의 질량흐름에 의한 엔탈피손실은 감소한다.  $\beta_0$ 가 클 경우 2차 정미엔탈피유동은 테이퍼각에 큰 영향을 받지 않으나 정상상태의 질량흐름에 의한 엔탈피손실은 테이퍼각이 증가할수록 크게 감소하므로 맥동관의 단면적을 고온열교환기 방향으로 감소시키면 냉동용량을 크게 향상시킬 수 있다.

후 기

이 연구는 1998년도 한국과학재단 연구비(과제번호 : 981-1006-040-2) 지원에 의한 결과입니다. 관계자 여러분께 감사드립니다.

참 고 문 헌

1. Richardson, R. N., 1986, Pulse tube refrigerator - an alternative cryocooler?, *Cryogenics*, Vol. 26, pp. 331-340.
2. Swift, G. W., 1995, Thermoacoustic engines and refrigerators, *Physics Today*, July, pp. 22-28.
3. Wang, C., Ju, Y. L. and Zhou, Y., 1996, The experimental investigation of a two stage pulse tube refrigerator, *Cryogenics*, Vol. 36, No. 8, pp. 605-609.
4. Lee, J. M., Kittel, P., Timmerhaus, K. D., and Radebaugh, R., 1993, Flow patterns intrinsic to the pulse tube refrigerator, *Proceedings of the 7th International Cryocooler Conference*, pp. 125-139.
5. Olson, J. R. and Swift, G. W., 1997, Acoustic streaming in pulse tube refrigerators: tapered pulse tube, *Cryogenics*, Vol. 37, No. 12, pp. 769-776.
6. Rott, N., 1974, The influence of heat

- conduction in acoustic steaming, *J. Appl. Math. Phys.* Vol. 25, pp. 417-421.
7. Jeong, E. S., and Smith, J. L., Jr., 1992, Secondary flow in reciprocating machinery, *Proceedings of ASME National Heat Transfer Conference*, Vol. 24, pp. 97-104.
8. Jeong, E. S., 1996, Secondary flow in basic pulse tube refrigerators, *Cryogenics*, Vol. 36, No. 5, pp. 317-323.
9. Lee, H. J., Chae, W. B. and Jeong, E. S., 1997, Second-order velocity and temperature in pulse tube refrigerators, *Korean Journal of Air-Conditioning and Refrigeration Engineering*, Vo. 9, No. 2, pp. 239-248.
10. Lee, J. M., Kittel, P., Timmerhaus, K. D., and Radebaugh, R., 1995, Steady Secondary Momentum and Enthalpy Streaming in the Pulse Tube Refrigerator, *Cryocoolers* 8, pp. 359-369.
11. Kang, Y. G. and Jeong, E. S., 1998, Enthalpy transport in pulse tube refrigerators, *Korean Journal of Air-Conditioning and Refrigeration Engineering*, Vol. 10, No. 2, pp. 180-192.
12. Baek, S. H., Jeong, S. C. and Jeong, E. S., 1999, Two-dimensional analysis of enthalpy flow in a pulse tube, *J. Korea Institute of Applied Superconductivity and Cryogenics*, Vol. 1, No. 1, pp. 42-47.
13. Baek, S. H. and Jeong, E. S., 1999, Steady mass streaming in a pulse tube, *Proceedings of the SAREK Summer Annual Conference*, pp. 946-954.
14. Baek, S. H. and Jeong, E. S., 1999, Two-dimensional analysis model for tapered pulse tubes, *Proceedings of the KSME Thermal Engineering Conference*, pp. 783-790.
15. H. Schlichting, 1979, *Boundary Layer Theory*, McGraw-Hill.
16. Potter, M. C. and Foss, J. F., 1982, *Fluid Mechanics*, Great Lakes Press, Inc.