

그루브형상을 고려한 빗살무늬저널베어링의 유한요소해석

신동우 · 임윤철*

연세대학교 대학원 기계공학과

*연세대학교 기계전자공학부

An Analysis of Herringbone Groove Journal Bearing Considering Groove Shape

Dong-woo Shin and Yoon-chul Rhim*

Graduate School, Yonsei University

*School of Electrical & Mechanical Eng., Yonsei University

Abstract – Herringbone groove journal bearing (HGJB) is developed to improve the static and dynamic performances of hydrodynamic journal bearing. Conventional studies on HGJB were based on the Narrow Groove theory assuming that the number of grooves approaches infinity. In this study, an oil lubricated HGJB is analyzed using Finite Element Method. Load carrying capacity, attitude angle, stiffness and damping coefficients are obtained numerically for various bearing configurations especially for the inclined width ratio and asymmetric ratio and compared with the results obtained using Finite Volume Method. The bearing load and stability characteristics are dependent on geometric parameters such as inclined width ratio, asymmetric ratio, groove depth ratio, groove width ratio, and groove angle.

Key words – herringbone groove journal bearing, load, stability, FEM, inclined width ratio.

1. 서 론

빗살무늬 저널베어링은 주로 고속 회전하는 터보기계의 회전축 지지용 베어링의 강성을 높이고 안정성을 향상시키기 위한 목적으로 검토되었다[1-2]. Vohr and Chow[3]등은 특히 가스 윤활 빗살무늬 저널베어링에 대해 흄의 수가 무한히 많다고 가정하는 협곡이론(Narrow Groove Theory)을 적용하여 압력분포를 계산하였고, Kawabata, et al.[4], Bootsma[5]등에 의해 협곡이론을 적용한 연구가 계속 이어졌다. 그러나 흄수의 영향을 고려하기 위해 Bonneau and Absi [6] 등이 압축성 유체에 대한 레이놀즈 방정식을 사용하여 유한요소법으로 강성계수 및 감쇠계수를 구하였다. 강경필, 임윤철[7,8]등은 직각단면이 아닌 원호흡을 가진 빗살무늬 저널베어링에 대한 해석을 하였다. 또 Nicole Zirkelback[9]는 유한요소법으로 빗살무늬 저널베어링 형상변수에 따른 성능에 대한 해

석을 하였다.

본 논문에서는 빗살무늬 저널베어링을 유한요소법으로 해석할 때 불가피하게 발생하는 그루브 옆면의 기울어짐 효과와 빗살무늬의 비대칭적인 형상의 영향에 주로 초점을 두고 해석하였다.

2. 해석

2-1. 지배방정식

빗살무늬 저널베어링은 Fig. 1과 같이 베어링 면에 빗살무늬 형상의 흄을 가공한 저널 베어링이다. 베어링의 성능 계산 시 흄의 주요한 형상변수로서 Fig. 1에 도시된 흄폭비($\alpha = l_g/l$), 꺾임각(β), 흄깊이비($\gamma = h_g/h$), 비대칭비($\delta = D/D$)등이 있다.

빗살무늬 저널 베어링의 간극 h 는 동심상태에서의 간극 c 와 흄깊이 h_g 그리고 편심량 e 를 사용하여 다음과 같이 표현된다.

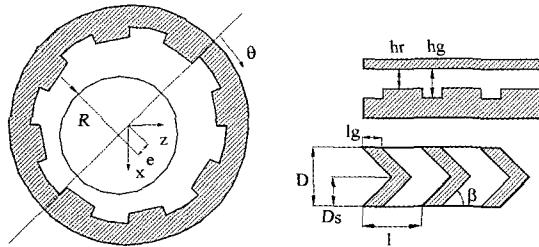


Fig. 1. Schematic of Herringbone-groove journal bearing and definitions of bearing parameters (Groove Width Ratio ($\alpha = l_g/l$), Groove Angle (β), Groove Depth Ratio ($\gamma = h_g/h_r$), Asymmetric Ratio ($\delta = D_s/D$)).

$$\begin{cases} h = h_g + e \cos \theta \rightarrow \text{groove part} \\ h = c + e \cos \theta \rightarrow \text{ridge part} \end{cases} \quad (1)$$

이 간극에 따른 steady state에서의 압력분포를 얻기 위하여 점성이 일정하다고 가정할 경우 비압축성 유체에 대한 레이놀즈 방정식을 이용한다.

베어링의 강성계수와 감쇠계수는 회전축의 미소변 위에 의한 압력의 미소변동분을 고려한 섭동법 (perturbation method)을 사용하여 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} p &= (p)_0 + \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_0 \Delta x + \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)_0 \Delta z + \left| \frac{\partial p}{\partial x} \right| \Delta \dot{x} + \left| \frac{\partial p}{\partial z} \right| \Delta \dot{z} \\ &= (p)_0 + p_x \Delta x + p_z \Delta z + p_{\dot{x}} \Delta \dot{x} + p_{\dot{z}} \Delta \dot{z} \end{aligned} \quad (2)$$

또한 미소변위에 의한 간극의 변화는 다음과 같다.

$$h = h_0 + \Delta x \cos \theta' + \Delta z \sin \theta'$$

$$\begin{aligned} \frac{dh}{dt} &= \Delta \dot{x} \cos \theta' + \Delta \dot{z} \sin \theta' \\ \begin{cases} h_0 = h_g + e_0 \cos(\theta - \Phi_0) \rightarrow \text{groove part} \\ h_0 = c + e_0 \cos(\theta - \Phi_0) \rightarrow \text{ridge part} \end{cases} & (3) \end{aligned}$$

여기서 Φ_0 는 자세각이며 θ' 은 x-y 고정좌표계에서 시계방향으로의 각도를 의미한다. 위의 간극식을 고정좌표계에 대한 레이놀즈방정식에 대입하면 다음과 같다.

$$\frac{1}{R_2} \frac{\partial}{\partial \theta'} \left(\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial \theta'} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = \frac{1}{2} \omega \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial t} \quad (4)$$

식(2)와 식(3)을 식(4)에 대입하여 $O(1)$, $O(\Delta x)$, $O(\Delta z)$, $O|\Delta \dot{x}|$, $O|\Delta \dot{z}|$ 의 각 항에 대해서 정리하면 p_0 , p_x , p_z , $p_{\dot{x}}$, $p_{\dot{z}}$ 에 대한 방정식을 얻을 수 있으며 이

방정식들로부터 하중, 자세각, 강성계수, 감쇠계수 등을 구한다. 여기서 하중은 $F = \frac{f}{(6\mu\omega(R/c)^2 LD)}$ 으로 무차원화 하였다. 각각의 식은 유한한 길이의 베어링에서 일반적으로 사용하는 경계조건 즉, 길이방향으로는 양단에서 주위압력을 그리고 회전방향으로는 주기조건을 적용하여 해석하였다. 즉,

$$\begin{aligned} P_0 &= P_a \text{ at } y = 0, L \\ P_0(\theta) &= P_0(\theta + 2\pi) \\ P_i &= 0 \text{ at } y = 0, L \\ P_i(\theta') &= P_i(\theta' + 2\pi), i = x, z, \dot{x}, \dot{z} \end{aligned} \quad (5)$$

2-2. 유한요소해석

유한요소법의 수식화에는 여러 가지 접근방법이 있으나 모두 같은 대수행렬 방정식을 얻게 된다. 이에는 직접법, 변분법 및 가중잔류치법 등이 있다. 지배방정식과 경계조건으로 설정된 문제에 대해서 유한요소법을 적용하여 근사해를 구하는 방법중 가중잔류치법이 가장 광범위한 문제에 적용할 수 있는 방법이므로 본 연구에서는 Galerkin's weighted residual method를 선택하였다.

해석하고자 하는 식은 2차원 field 문제이므로 다음과 같이 쓸 수 있다

$$A \frac{\partial^2 p}{\partial \theta'^2} + B \frac{\partial p}{\partial \theta'} + C \frac{\partial^2 p}{\partial y^{*2}} + D \frac{\partial p}{\partial y^*} = E \quad (6)$$

여기서 A , B , C , D , E 는 간극값 h_0 에 따라 각 절점에서 다른 값을 갖는다. 대수행렬 방정식을 얻기 위한 각 요소에서의 잔류치는 다음과 같다.

$$\{R^{(e)}\} = - \int_A [N]^T \left(A \frac{\partial^2 p}{\partial \theta'^2} + B \frac{\partial p}{\partial \theta'} + C \frac{\partial^2 p}{\partial y^{*2}} + D \frac{\partial p}{\partial y^*} - E \right) dA \quad (7)$$

여기서 (e) 는 각 요소를 뜻하고 $[N]^T$ 은 요소의 형상함수를 포함하는 열 벡터(row vector)이다. 식(7)을 Green's theorem을 이용하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \{R^{(e)}\} &= - \int_r [N]^T \left(A \frac{\partial p}{\partial \theta'} + \cos \theta + C \frac{\partial p}{\partial y^*} + \sin \theta \right) d\Gamma \\ &\quad + \int_A E [N]^T dA + \int_A \left([N]^T \left(A \frac{\partial [N]^T}{\partial \theta'} \frac{\partial p}{\partial \theta'} - B \frac{\partial p}{\partial \theta'} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + C \frac{\partial [N]^T}{\partial y^*} \frac{\partial p}{\partial y^*} - D \frac{\partial p}{\partial y^*} \right) \right) dA \end{aligned} \quad (8)$$

식(8)에 $p^{(e)} = [N]^T \{P^{(e)}\}$ 의 관계를 대입함으로써 최종형태를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \{R^{(e)}\} &= -\int_A \left(A \frac{\partial p}{\partial \theta} \cos \theta + C \frac{\partial p}{\partial y^*} \sin \theta \right) dA + \int_A E[N]^T dA \\ &\quad + \left(\int_A \left(A \frac{\partial [N]^T}{\partial \theta} \frac{\partial [N]}{\partial \theta} - B \frac{\partial [N]}{\partial \theta} + C \frac{\partial [N]^T}{\partial y^*} \frac{\partial [N]}{\partial y^*} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - D \frac{\partial [N]}{\partial y^*} \right) dA \right) \{P^{(e)}\} \end{aligned} \quad (9)$$

결국 각 요소에 대한 강성행렬(stiffness matrix)과 힘 벡터(force vector)는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \{k^{(e)}\} &= \int_A \left(A \frac{\partial [N]^T}{\partial \theta} \frac{\partial [N]}{\partial \theta} - B \frac{\partial [N]}{\partial \theta} + C \frac{\partial [N]^T}{\partial y^*} \frac{\partial [N]}{\partial y^*} \right. \\ &\quad \left. - D \frac{\partial [N]}{\partial y^*} \right) dA \\ \{f^{(e)}\} &= -\int_A E[N]^T dA \end{aligned} \quad (10)$$

8개의 node를 갖는 quadratic element에 9-point Gauss-Legendre 적분기법을 이용하여 적분하고 각 요소에 대한 강성행렬과 힘 벡터는 direct stiffness method로 전체 강성행렬과 힘 벡터로 합성되고 이렇게 구성된 대수행렬 방정식을 메모리 사용량과 계산 시간을 경감시킬 수 있는 skyline method를 사용하여 해를 구한다.

2-3. 안정성 판별해석

질량이 m 인 회전체의 운동방정식은 감쇠계수를 c , 강성계수를 k 라고 할 때 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{pmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \dot{x} \\ \Delta \ddot{z} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xz} \\ c_{zx} & c_{zz} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \dot{x} \\ \Delta \dot{z} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xz} \\ k_{zx} & k_{zz} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta z \end{pmatrix} = 0 \quad (11)$$

식(11)에 대한 일반해는 복소수를 이용하여 다음과 같이 가정할 수 있다.

$$\begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_h \\ z_h \end{pmatrix} \exp^{-\bar{\Omega}t\omega} \quad \text{where} \quad \bar{\Omega} = \frac{\Omega}{\omega} \quad (12)$$

여기서 ω 와 $\bar{\Omega}$ 는 각각 저널의 회전각속도와 훨각 속도이며, $\bar{\Omega} = -\bar{\Omega}_d + i\bar{\Omega}_r$ 이다. 식(12)를 식(11)에 대입하여 풀면

$$\det \begin{Bmatrix} \bar{\Omega} M_a + \bar{\Omega} C_{xx} + K_{xx} \bar{\Omega} C_{xz} + K_{xz} \\ \bar{\Omega} C_{zx} + K_{zx} & \bar{\Omega} M_a + \bar{\Omega} C_{zz} + K_{zz} \end{Bmatrix} = 0 \quad (13)$$

$$\text{where } M_a = \frac{cm\omega^2}{6\mu\omega(R/c)^2 LD}$$

$$\begin{bmatrix} K_{xx} & K_{zx} \\ K_{xz} & K_{zz} \end{bmatrix} = \frac{c}{6\mu\omega(R/c)^2 LD} \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xz} \\ k_{zx} & k_{zz} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} C_{xx} & C_{zx} \\ C_{xz} & C_{zz} \end{bmatrix} = \frac{c\omega}{6\mu\omega(R/c)^2 LD} \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xz} \\ c_{zx} & c_{zz} \end{bmatrix}$$

이다. $\bar{\Omega}_d = -\bar{\Omega}_d + i\bar{\Omega}_r$ 를 식(13)에 대입한 후 $\bar{\Omega}_d < 0$ 일 때를 베어링이 불안정해지는 시점이라고 할 수 있으므로 $\bar{\Omega}_d = 0$ 일 때의 M_a 값을 $(M_a)_{cr}$ 이라고 하면 M_a 가 $(M_a)_{cr}$ 보다 작으면 시스템은 안정할 것이고 $(\bar{\Omega}_d > 0)$, M_a 가 $(M_a)_{cr}$ 보다 크면 시스템은 불안정해 질 것이다. ($\bar{\Omega}_d < 0$). 따라서 베어링의 안정성을 여러 동 특성계수의 조합에 의하여 결정된다.

3. 결과 및 고찰

3-1. 압력분포

Fig. 2 (a)에서 보듯이 빗살무늬 저널베어링의 압력은 편심에 의한 압력발생 외에 8개의 빗살무늬의 홈을 따라 압력이 상승한다. Fig. 2 (b)는 편심율이 0이고 빗살무늬가 비대칭적 형상인 경우의 압력분포이다. 플레인 저널베어링은 편심율이 0일 때 압력이 발생하지 않는데 반해 빗살무늬 저널베어링은 홈을 따라 압력이 발생하여 플레인 저널베어링에 비해서 높은 강성과 안정성을 보인다. 비대칭 빗살무늬를 사용할 경우 압력이 비대칭적으로 발생하므로 윤활유를 원하는 축방향으로 편평할 수 있다. 이는 저널과 스러스트 베어링을 일체형으로 제작할 경우 스러스트 베어링쪽으로의 급유를 가능케 한다.

3-2. FVM, NGT결과와의 비교

본 연구의 결과를 Kawabata et al.[4]의 결과와 FVM으로 계산한 원호흡의 형상을 갖는 빗살무늬 저널베어링의 결과와 비교하였다. Fig. 3에서 보듯이 하중은 전체 편심을 영역에서 원호흡 빗살무늬 저널베어링의 약 85% 정도임을 확인 할 수 있었다. 또 Kawabata et al.[4]의 결과와의 비교에서는

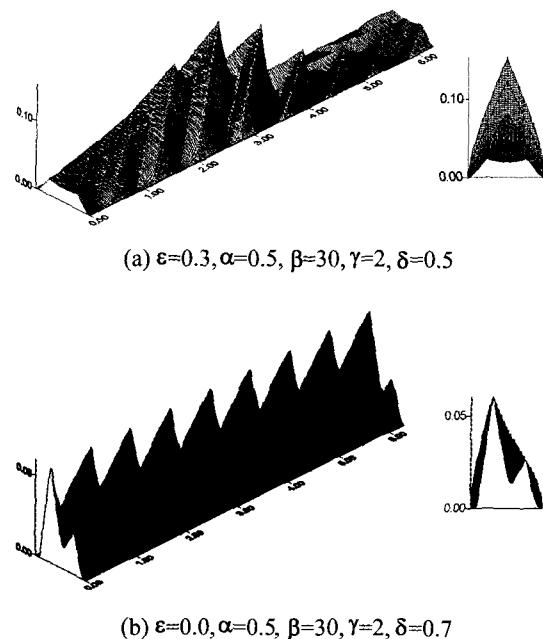


Fig. 2. Pressure distribution for 8-groove journal bearing.

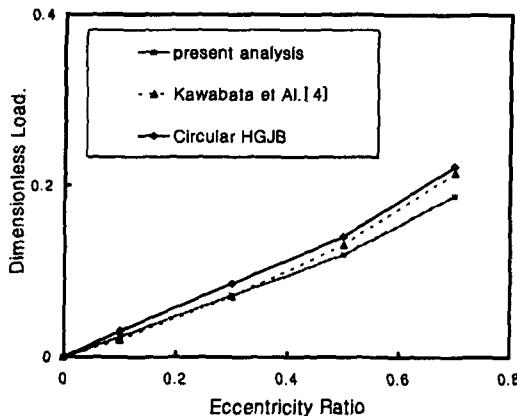


Fig. 3. Dimensionless load capacity ($\alpha = 0.5$, $\beta = 30$, $\gamma = 2$, $\delta = 0.5$).

편심율이 0.3 이하에서는 계산된 하중이 거의 일치하였으며 편심율이 증가함에 따라 점차 차이를 보이기 시작하였다.

3.3. 그루브 옆면의 기울어진 영향

그루브가 사각단면일 경우, Fig. 4의 (a)와 같은 모양을 갖는 그루브를 해석해야 하나 같은 θ' 좌표값을 갖는 절점에서 2개의 다른 간극값을 갖게 되기

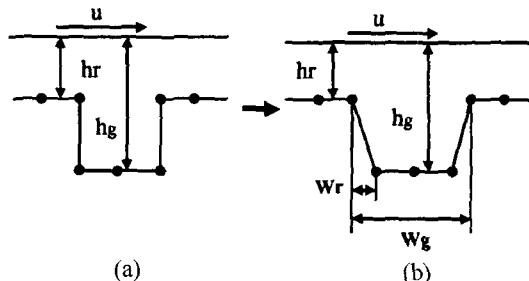


Fig. 4. Numerical domain of groove geometry and definition of Inclined Width Ratio (w_r/w_g).

때문에 특이점 문제가 발생하며 따라서 기존의 많은 수치해석에서는 (b)와 같이 등간격으로 절점을 형성시키고, 위치에 따른 간극값을 부여하여 계산하였다. 즉, 수직으로 형성되어야 할 그루브의 옆면이 수치해석상 불가피하게 비스듬하게 되었다. 본 연구에서는 특이점 문제를 해결하기 위하여 그루브의 빗면에 element를 첨가하였고, 이 옆면의 기울어짐 정도에 따른 특성의 변화를 살펴보았다.

그루브의 기울어짐에 대한 변수는 경사폭비로서 그루브의 폭에 대한 기울어진 부분의 폭의 비로 정의하였다. 그루브의 형상은 경사폭비가 작아질수록 직각단면에 가까운 모양이 되며 경사폭비가 커질수록 사다리꼴모양에 가까운 형상을 갖게 된다.

Fig. 5는 편심율 0.01, 겹임각 30도, 홈폭비 0.5에서 경사폭비에 대한 무차원 하중의 변화를 나타낸다. 모든 홈깊이비에 대해서 경사폭비가 커짐에 따라 하중이 증가하는 경향이 나타났다.

Fig. 6은 Fig. 5와 같은 경우의 경사폭비에 대한 자세각의 변화를 나타낸다. 모든 홈깊이비에 대해서 비슷한 기울기를 갖고 자세각이 경사폭비 증가에 따라 증가하는 경향을 나타내었다. 그러나 그 영향은 10% 내로 큰 영향은 없었다.

Fig. 7은 같은 경우의 불안정시작속도를 나타낸 것이다. 홈깊이비가 1.5인 경우에는 경사폭비가 커짐에 따라서 작아지는 경향이 나타났지만 홈깊이비 2.0에서는 증가하다가 감소하는 경향이 나타났고 홈깊이비 2.5인 경우는 처음부터 증가하는 경향이 나타났다. 이것으로 보아 특정 홈깊이비에 대해서 직각홈인 그루브보다 더 나은 안정성을 갖는 그루브의 형상이 있음을 알 수 있다.

Fig. 8은 편심율 변화에 대한 하중과 자세각의 변화를 FVM의 결과와 비교하였다. 경사폭비가 0.02와

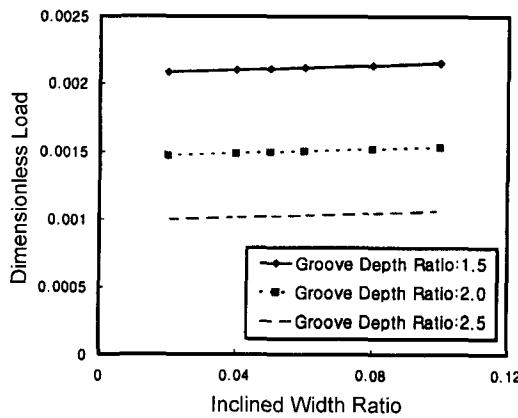


Fig. 5. Dimensionless Load vs. inclined width ratio ($\alpha = 0.5$, $\beta = 30$, $\varepsilon = 0.01$).

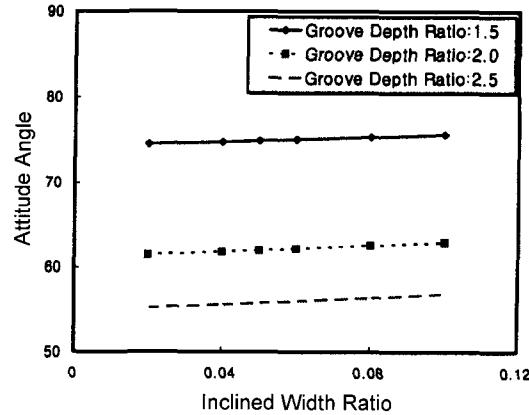


Fig. 6. Attitude angle vs. inclined width ratio ($\alpha = 0.5$, $\beta = 30$, $\varepsilon = 0.01$).

0.1인 경우에 대해서는 그 값의 차이가 크지 않았다. 하중지지능력은 전 영역에서 비슷한 경향을 나타내었고 자세각은 본 해석의 결과가 전 영역에서 10도 가량 큰 값을 나타내었다. 이는 FVM의 경우 cavitation을 고려하기 위해 Swift-Stieber 조건을 사용한데 반해 본 연구에서는 반복계산을 시행하기 어려운 유한요소법의 특성상 Half-sommerfeld 조건을 사용하였기 때문이라고 생각된다.

3-4. 비대칭적인 형상의 영향

Fig. 9부터 11까지는 비대칭적인 형상을 갖는 베어링에 대한 해석의 결과를 보여준다. Fig. 9는 비대칭비에 대한 불안정 시작속도와 자세각을 보여주는데 대칭적인 형상을 가질 때($\delta = 0.5$) 가장 높은 안정성

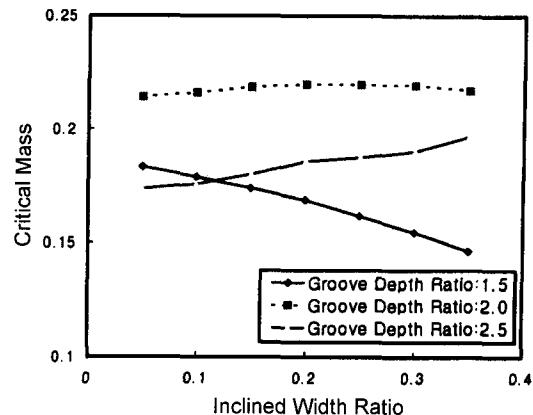


Fig. 7. Critical Mass Parameter vs. inclined width ratio ($\alpha = 0.5$, $\beta = 30$, $\varepsilon = 0.01$).

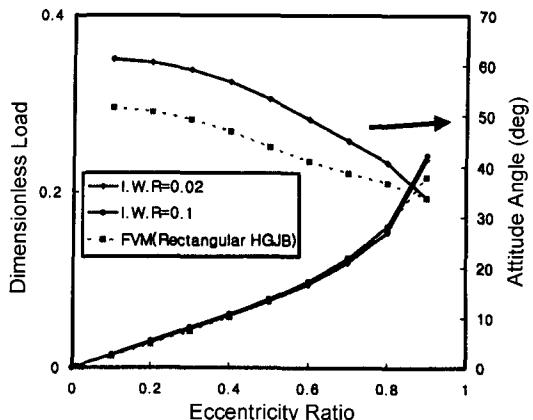


Fig. 8. Dimensionless Load and Attitude Angle vs. Eccentricity Ratio ($\alpha = 0.5$, $\beta = 30$, $\gamma = 2$, $\varepsilon = 0.01$).

과 가장 낮은 자세각을 보이며 불안정 시작속도와 자세각은 서로 반대되는 경향을 갖는다. Fig. 10과 11은 비대칭비에 대한 그루브 중심에서의 축 방향 유량을 보여준다. 그루브가 대칭형상일 때 중심에서 축방향으로 펌핑되는 유량은 0이며 비대칭비가 커짐에 따라 축방향으로 펌핑되는 유량이 선형적으로 증가함을 알 수 있다. 또한 홈폭비와 홈깊이비가 커질수록, 즉 베어링 단면에서 그루브가 차지하는 비율이 커질수록 축방향 유량이 증가함을 알 수 있다. 이러한 축방향 유량은 2개 이상의 베어링으로 구성된 윤활시스템에서 한쪽 방향으로 유량을 발생시켜 시스템의 강성을 향상시키고자 할 때 응용될 수 있다. Fig. 10과 11에서 유량 q 는 $4Q/c\omega LD$ 로 무차원화하였다.

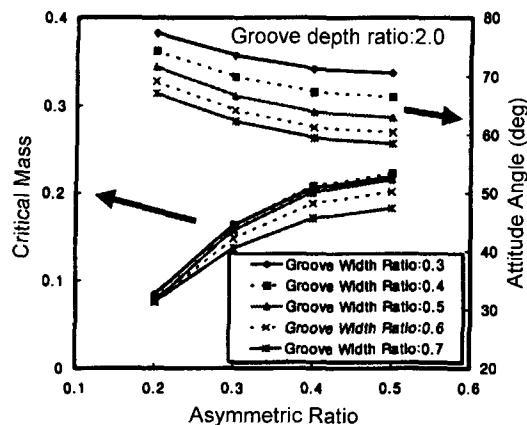


Fig. 9. Critical Mass Parameter vs. asymmetrical ratio ($\beta = 30$, $\varepsilon = 0.01$).

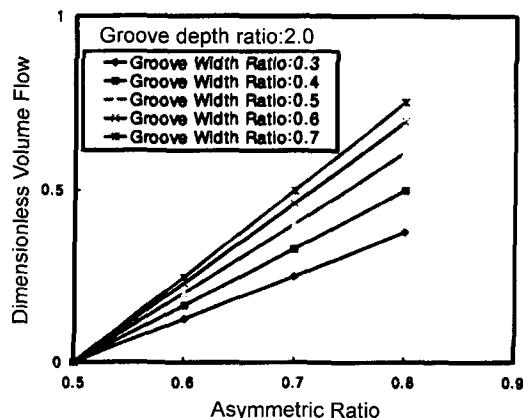


Fig. 10. Dimensionless volume flow rate in center line of groove vs. asymmetric ratio ($\beta \approx 30$, $\varepsilon = 0.0$).

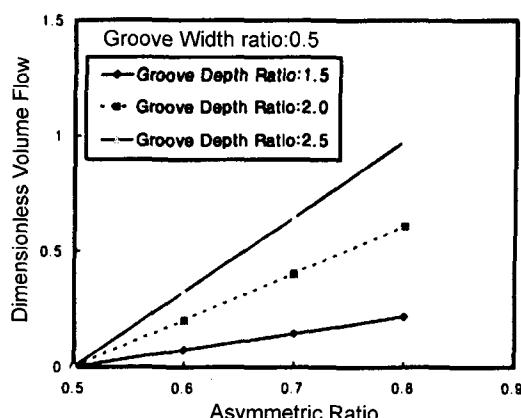


Fig. 11. Dimensionless volume flow rate in center line of groove vs. asymmetric ratio ($\alpha = 0.5$, $\varepsilon = 0.0$).

4. 결 론

비압축성 유체를 사용한 빗살무늬 저널베어링을 유한요소법을 사용하여 해석한 결과로부터 얻은 정적, 동적 특성에 대하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 원호흡 빗살무늬 저널베어링의 FVM 결과와 하중을 비교한 결과 원호흡의 약 85% 정도였으며 NGT의 결과와는 편심을 증가에 따라 그 차이가 조금씩 증가하였다.

2. 수치해석상 불가피한 그루브의 기울어짐에 대한 효과를 보기 위하여 경사폭비라는 변수를 정의하여 낮은 편심을 영역에서 해석을 한 결과 경사폭비가 0.02에서 0.1까지 증가함에 따라 하중과 자세각은 10% 가량 증가하였으며, 불안정 시작속도는 흄깊이비에 따라 다른 경향을 나타내었다.

3. 비대칭적인 형상을 갖는 빗살무늬 저널베어링에 대해 해석한 결과 대칭적인 형상을 갖는 베어링이 낮은 자세각과 불안정 시작속도를 나타내었고 비대칭비가 커질수록 그리고 흄폭비와 흄깊이비가 커질수록 축 방향 유량은 증가하였다.

후 기

본 연구는 연세대학교 정보저장기기연구센터(과제 번호 : 1999G0303)의 지원을 받아 이루어졌으며 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

참고문헌

1. Malanoski, S. B., 1967, "Experiments on an Ultrastable Gas Journal Bearing," Journal of Lubrication Technology, Trans ASME, Series F, Vol.89, No.4, pp. 433-438.
2. Cunningham, R. E., Fleming, D. P., and Anderson, W. J., 1969, "Experimental Stability Studies of the Herringbone Groove Gas-Lubricated Journal Bearings," Journal of Lubrication Technology, pp. 52-59.
3. Vohr, J. H., and Chow, C. Y., 1965, "Characteristics of Herringbone-Groove Gas Lubrication Journal Bearings," ASME Journal of Basic Engineering, Vol. 87, pp. 568-578.
4. Kawabata, Ozawa, Kamaya, Miyake, "Static Characteristics of the Regular and Reversible Rotation Type Herringbone Groove Journal Bearing, Journal of tribology," Vol.111, July 1989.
5. Bootsma, J., 1975, "Liquid-Lubricated Spiral Groove

- Bearings," Thesis, Technological University, Delft, The Netherlands.
6. Bonneau, D., and Absi, J., 1994, "Analysis of Aero-dynamic Journal Bearings with Small Number of Herringbone Grooves by Finite Element Method," *Journal of Tribology*, Vol. 116, pp. 698-704.
 7. 강경필, 임윤철, 1996, "오일윤활 원호흡단면 저어널 베어링에 대한 수치해석," *대한기계학회 춘계학술대회*
 8. 강경필, 임윤철, "오일윤활 빗살무늬 저널 베어링에 대한 정특성 및 안정성 해석," *대한기계학회 논문집 A권*, 제22권 제4호, pp859-867, 1998.
 9. Nicole Zirkelback and Luis San Andres "Finite Element Analysis of Herringbone Groove Journal Bearings:A Parametric Study," *ASME Journal of Tribology*, Vol. 120, pp234-240.