

Q-보정을 이용한 디지털 피킹 필터 설계

Design of Digital Peaking Filters Using Q-Compensation

이 지 하*, 이 규 하*, 박 영 철**, 안 동 순***, 윤 대 희*

(Ji-Ha Lee*, Kyu-Ha Lee*, Young-Cheol Park**, Dong-Sun Ahn***, Dae-Hee Youn*)

요 약

본 논문에서는 표준 대역통과 필터와 무중폭 바이패스 이득의 조합을 이용한 구조에 근거하여 전문가용 디지털 오디오에 적합한 정교한 주파수응답을 갖고, 실시간 시스템에서 적은 계산량과 메모리로 구현이 용이한 2차 디지털 피킹 필터의 설계방식을 제안하였다. 이와 같이 설계된 디지털 피킹 필터는 이득요인에 따라 필터의 대역폭이 왜곡되는 단점을 Q-보정을 통해 제거하였으며, 컨포말 변환에 의한 설계보다 수학적으로 간단하고 구현이 용이하며, 적은 계산량 및 메모리를 필요로 한다.

핵심용어: 디지털 피킹 필터, 전문가용 디지털 오디오, 표준 대역통과 필터, 무중폭 바이패스 이득, Q-왜곡, Q-보정

ABSTRACT

A new type of second-order digital peaking filters for professional-quality digital audio system is proposed whose frequency response can be elaborately controlled throughout the composite structure of a standard band-pass filter and a 0-dB bypass gain. The proposed method for designing the peaking filter uses the Q-compensation technique to prevent the Q-distortion caused by the variation of the gain factor and is reduced into a compact form which is proper to the real-time implementation. Methods are examined for computing its coefficients, which are exact and very straightforward to compute with small amount of the system resources.

Key words: Digital peaking filter, Professional digital audio, Standard band-pass filter, 0-dB bypass gain, Q-distortion, Q-compensation

투고분야: 전기음향(3.5), 음향 신호처리(1.2, 1.5)

I. 서 론

대부분의 전문가용 오디오 신호처리 시스템은 각각의 채널마다 이퀄라이저를 포함하는 필터링 기능을 갖고 있으며, 그 역할은 간단한 저음-고음 제어에서부터 복잡한 파라메트릭 boost/cut에 이르기까지 매우 다양하다. 디지털 오디오 및 디지털 방송시대의 도래에 따라 방송용 믹싱 콘솔 및 기타 전문가용 오디오 장비의 기능을 디지털 시스템으로 구현하려는 시도는 꾸준히 증가하고 있다[1][2]. 이런 범주에 속하는 기능 중에 하나가 이퀄라이저에 이용되는 peaking 필터이다. Peaking 필터는 종 모양의 전달함수를 갖고 특정대역의 신호를 0-dB를 중심으로 증가시키거나 감쇄시키는 필터이다. 디지털 peaking 필터의 설계 방식으로는 표준 대역통과 필터와 0-dB 바이패스 이득의 조합을 이용하여 설계하는 방식과[3], Nyquist 주파수를 중심주파수로 갖는 표준 필터를 bilinear transform을 통해 원하는 중심주파수를 갖는 필터로 변환하는 conformal

mapping의 방식이 있다[4][5].

표준 대역통과 필터와 0-dB 바이패스 이득의 조합을 이용한 peaking 필터 설계 방식은, 기존의 아날로그 peaking 필터 구조를 직접적으로 구현한 방식으로써 필터 계수 계산이 수학적으로 간단하고 위상 응답이 표준 대역통과 필터의 위상응답에 따라 좌우된다는 장점이 있다. 그러나 이러한 설계방식은 기존의 아날로그 오디오 시스템 사용자에게 익숙하게 작용하지만 0-dB 바이패스 경로 출력과 대역통과 필터 출력과의 위상오차로 인해 이득요인에 따라 필터의 대역폭 또는 Q-인자가 균일하지 않다는 단점이 있다[3]. 반면에 conformal mapping에 의한 peaking 필터 설계 방식은 주어진 이득레벨과 Q-인자에 대하여 왜곡이 없는 정교한 주파수응답을 가지는 설계방식이지만, 필터 설계가 초월함수 계산을 포함한 매우 복잡한 형태로 주어지기 때문에 구현에 상당한 어려움이 있다[4][5].

본 논문에서는 표준 대역통과 필터와 0-dB 바이패스 이득의 조합으로 구성된 구조를 이용하여 이득 레벨에 따라 대역폭 또는 Q-인자가 균일한 peaking 필터 설계방식을 제안하였다. 표준 대역통과 필터는 RLC로 구성된 2차 아날로그 Butterworth 대역통과 필터의 등가모델을 이용하여 설계하였으며, 표준 대역통과 필터의 출력과 0-dB 바이패스 출력과의 위상 오차를 보정하기 위해 표준 대

* 연세대학교 전자공학과

** 연세대학교 신호처리 연구센터

*** 목포대학교 컴퓨터공학과

접수일자: 1999년 7월 13일

역통과 필터의 Q-인자를 보정하는 방법을 제안하였다. 이와 같은 설계방식은 수학적으로 간단하여 적은 계산량으로 conformal mapping에 의한 설계방식과 같은 정도의 정교한 주파수응답을 갖는다.

본 논문의 2장에서는 표준대역통과 필터를 이용한 peaking 필터 설계 방법을 설명하고, 3장에서는 conformal mapping에 의한 peaking 필터 설계 방법을 설명하며, 4장에서는 표준대역통과 필터를 이용한 peaking 필터 설계 방법에 대해 Q-인자를 보정하여 peaking 필터를 설계하는 방법을 제안한다. 그리고 5장에서는 Q-보정을 이용한 peaking 필터의 효과적인 구현 방법을 제안하며, 6장에서 결론을 맺는다.

II. 표준 대역통과 필터를 이용한 peaking 필터

Peaking 필터는 0-dB를 기준으로 특정 대역 신호를 boost/cut시켜야 하므로 제한대역 신호에 대한 레벨 유지와 통과대역 신호에 대한 대역 필터링이 필요하다.

그러므로 peaking 필터는 그림 1과 같이 제한대역 신호 레벨 유지를 위한 0-dB 바이패스 경로, 통과대역 신호 대역 필터링을 위한 표준 대역통과 필터 $H(\theta)$, 최대 boost/cut 레벨에 따라 고정되는 이득 g_0 와 peaking 필터의 boost/cut 레벨을 조정하는 가변 이득 g_1 으로 구성된다.

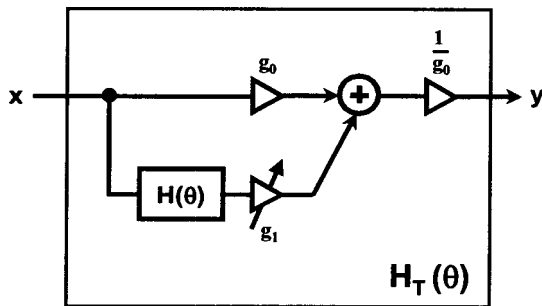


그림 1. 표준 대역통과 필터를 이용한 peaking 필터구조
Fig. 1. Peaking filter structure using the standard BPF.

그림 1에서 $H_T(\theta)$ 는 표준 대역통과 필터 $H(\theta)$ 와 0-dB 바이패스 경로 및 이득 요인들을 포함한 peaking 필터 전달함수이다. Peaking 필터에 사용되는 표준 대역통과 필터 $H(\theta)$ 는 일반적으로 2차 아날로그 Butterworth 대역통과 필터의 RLC 등가모델로부터 얻어진다. 이때 전달함수는 다음과 같이 주어진다[3].

$$H(\theta) = \frac{2\alpha - 2\alpha z^{-2}}{1 - 2\gamma z^{-1} + 2\beta z^{-2}} \quad \Big|_{z=e^{j\theta}} \quad (1)$$

따라서 표준 대역통과 필터의 크기자승응답은 다음과 같다.

$$|H(\theta)|^2 = \frac{4\alpha^2 \sin^2 \theta}{\left(\frac{1}{2} - \beta\right)^2 \sin^2 \theta + \left(\frac{1}{2} + \beta\right)^2 \left(\cos \theta - \frac{\gamma}{\frac{1}{2} + \beta}\right)^2} \quad (2)$$

위 식에서 분모의 2번째 항을 중심주파수 θ_0 에 대해 다음과 같이 정의한다.

$$\frac{\gamma}{\frac{1}{2} + \beta} = \cos \theta_0 \quad (3)$$

식 (2)에 SAA(Small Angle Approximation), 즉 $\sin \theta \approx \theta$, $\cos \theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$ 를 대입하고 식 (3)을 이용하면, 식 (2)는 다음과 같이 근사화된다.

$$|H(\theta)|^2 \approx \frac{\left(\frac{-2\alpha}{\frac{1}{2} - \beta}\right)^2}{1 + \left(\frac{\frac{1}{2} + \beta}{\frac{1}{2} - \beta}\right)^2 \left(\frac{\theta^2 - \theta_0^2}{2\theta}\right)^2} \quad (4)$$

표준 대역통과 필터 $H(\theta)$ 의 계수를 구하기 위해서는 중심주파수와 차단 주파수에 대해 다음과 같은 통과대역 조건을 적용한다.

$$|H(\theta_0)|^2 = 1 \quad (5a)$$

$$|H(k\theta_0)|^2 = |H\left(\frac{\theta_0}{k}\right)|^2 = \frac{1}{2} \quad (5b)$$

위 식에서 $k > 1$ 는 상수이다.

$H(\theta)$ 가 대수논금의 주파수 영역에서 대칭된 전달함수를 갖도록 설정하면 Q-인자는 다음과 같이 주어진다.

$$Q = \frac{f_0}{BW} = \frac{\theta_0}{k\theta_0 - \frac{\theta_0}{k}} = \frac{k}{k^2 - 1} \quad (6)$$

결과적으로 표준 대역통과 필터 계수식은 식 (4), (5), (6)으로부터 얻어진다. 먼저, 식 (4)와 중심주파수 조건식 (5a)로부터

$$2\alpha = \left(\frac{1}{2} - \beta\right) \quad (7)$$

의 관계식이 얻어지며, 식 (4)와 차단주파수 조건식 (5b)로부터

$$2\beta = \frac{2Q - \theta_0}{2Q + \theta_0} \quad (8)$$

의 관계식이 얻어진다. 식 (3), (7), (8)은 식 (1)과 같은 전달함수를 갖는 표준 대역통과 필터의 최종 계수식이다.

그림 2는 peaking 필터의 출력이 0-dB를 기준으로 boost일때와 cut일때에 대하여 제한대역 성분과 통과대역 성분의 전달함수를 보여주고 있다.

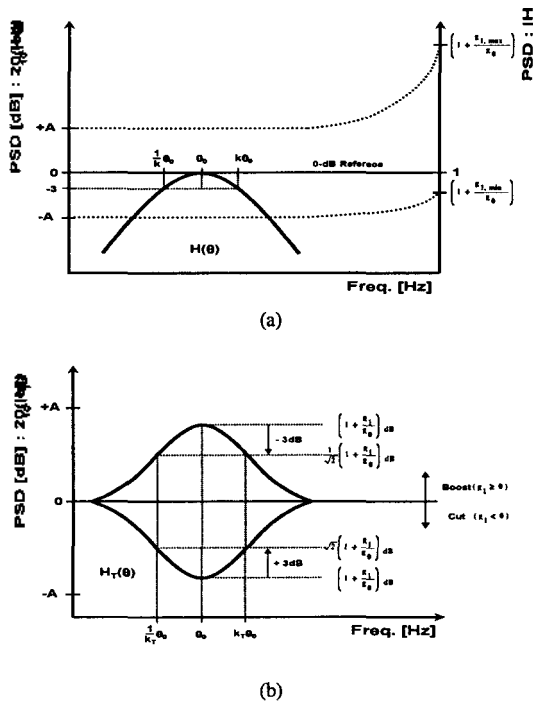


그림 2. Boost/Cut일때의 Peaking 필터 전달함수
(a) 표준 대역통과 필터 $H(\theta)$ 의 전달함수
(b) Peaking 필터 $H_T(\theta)$ 의 전달함수

Fig. 2. Transfer function of the peaking filter when a boost/cut;
(a) Transfer function of the standard BPF $H(\theta)$.
(b) Transfer function of the peaking filter $H_T(\theta)$.

그림 2에서 가변이득 요인 g_1 이 $[g_{1, \min}, g_{1, \max}]$ 범위의 값을 갖는다면 표준대역통과 필터 응답과 0dB 바이패스 경로 응답의 합의 최소, 최대치는 각각 $1 + \frac{g_{1, \min}}{g_0}$, $1 + \frac{g_{1, \max}}{g_0}$ 을 가지며, 이는 대수눈금으로 표현된 응답에서 -A, +A [dB]의 값을 갖는다. 또한

표 1. 최대 boost/cut에 따른 이득레벨
Table 1. Gain levels with respect to the maximum boost/cut.

g_0	g_1	Max. Boost/Cut
1/4	-0.2000 ~ 1	-14 ~ 14 (dB)
0.2163	-0.1778 ~ 1	-15 ~ 15 (dB)
1/8	-0.1111 ~ 1	-19 ~ 19 (dB)
0.1111	-0.1000 ~ 1	-20 ~ 20 (dB)

peaking 필터의 경우 0-dB 바이패스 이득 g_0 는 최대 boost/cut 레벨에 따라 대칭으로 스윙하도록 설정되어진다. 실제적으로 사용되는 이득레벨 조합을 표 1에 예시하였다.

그러나 이러한 peaking 필터 설계 방식은 이득요인에 따라 대역폭이 왜곡되어 Q-인자가 균일하지 않다는 단점을 갖는다. 이러한 문제점은 표준 대역통과 필터의 통과대역 위상 응답 특성과 관련된다. 즉 0-dB 바이패스 경로를 통과한 통과대역 신호와, 표준 대역통과 필터를 통과하여 통과대역 주변으로 위상 천이가 유발된 신호가 합쳐지는 과정에서 표준대역통과 필터의 Q-인자를 포함한 크기 응답이 왜곡되는 것이다.

그림 3은 이득 레벨이 변화함에 따라 왜곡되는 Q-인자를 보여주고 있다. 그림 3은 최대 boost/cut 레벨이 ± 14 dB 인 경우에 $Q=1, f_0=100[Hz]$ 와 $Q=5, f_0=5[kHz]$ 로 설계된 표준 대역통과 필터를 이용하는 peaking 필터의 전달함수를 몇가지 이득 레벨에 대해 도시한 것이다. 이때의 차단주파수는 각각 [62, 162], [4525, 5525]이다.

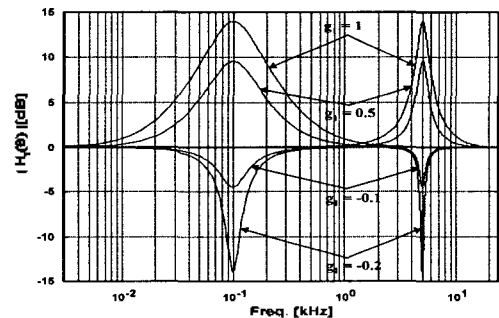


그림 3. 표준 대역통과 필터를 이용한 peaking 필터에서 발생하는 전달함수 왜곡

$Q=1, f_0=100[Hz], BW=[62, 162]$; $Q=5, f_0=5[kHz], BW=[4525, 5525]$

Fig. 3. Distortion in the transfer function of peaking filter using the standard BPF

$(Q=1, f_0=100[Hz], BW=[62, 162]$; $Q=5, f_0=5[kHz], BW=[4525, 5525]$).

그림 3과 같이 가변 이득요인 g_1 에 따라 peaking 필터의 Q-인자가 왜곡되는 경우, 왜곡을 분석하기 위해 표준 대역통과 필터 $H(\theta)$ 의 전달함수 식 (1)을 다음과 같은 간단한 등가모델로 놓는다.

$$H(\theta) = \frac{C + jD}{A + jB} \tag{9}$$

식 (9)의 크기자승응답은

$$|H(\theta)|^2 = \frac{C^2 + D^2}{A^2 + B^2} \tag{10}$$

이 되며, 이때 0-dB 바이패스 경로를 포함하는 필터 전체 전달함수 $H_T(\theta)$ 는 다음과 같다.

$$H_T(\theta) = [g_0 + g_1 H(\theta)] \frac{1}{g_0} = 1 + \left(\frac{g_1}{g_0}\right) H(\theta) \quad (11)$$

전체 전달함수 $H_T(\theta)$ 의 크기자승응답은 식 (10), (11)로부터

$$|H_T(\theta)|^2 = 1 + \left(\frac{g_1}{g_0}\right)^2 \cdot |H(\theta)|^2 + 2\left(\frac{g_1}{g_0}\right) \cdot \frac{AC+BD}{A^2+B^2} \quad (12)$$

으로 표현된다. 식 (12)에서 우변의 첫 번째, 두 번째 항은 boost/cut일때 표준 대역통과 필터의 대역폭 또는 Q-인자가 왜곡되지 않는 이상적인 전달함수에 해당하는 항들이다. 왜냐하면 식 (12)의 첫 번째, 두 번째 항으로만 구성된 $|H_T(\theta)|^2$ 의 Q-인자는 $|H(\theta)|^2$ 의 Q-인자를 그대로 반영하기 때문이다. 그러나 식 (12)의 세 번째 항은 0-dB 바이패스 경로로 인해 생기는 전달함수의 실수부, 허수부의 결합 항으로서 가변 이득요인 g_1 에 따라 표준 대역통과 필터의 대역폭 또는 Q-인자의 왜곡 정도를 조절하는 부분으로 해석할 수 있다. 식 (12)의 결합항은 표준 대역통과 필터와 0-dB 바이패스 경로의 조합으로 설계되는 peaking 필터 구조에서는 피할수 없으며 그 결과 항상 Q-인자 왜곡을 동반한다. 이러한 문제점을 극복하기 위해 독립적인 하나의 필터만으로 peaking 필터를 설계하려는 연구가 많이 진행되었으며 가장 대표적인 방법이 conformal mapping을 이용한 설계이다[4][5].

III. Conformal mapping을 이용한 peaking 필터

Conformal mapping이란 필터의 차단/중심 주파수를 변환하는 방법의 하나로 $\frac{\pi}{2}$ 를 차단/중심 주파수로 갖는 표준 필터를 원하는 차단/중심 주파수를 갖는 필터로 재설계하는 방법이다[6][7]. 즉, Z-평면의 단위원 위의 점을 각 위치만 변환된 점으로 대응시키는 것으로 다음과 같이 정의된다[4].

$$z^{-1} = \frac{a + z_1^{-1}}{1 + a z_1^{-1}} \quad (13)$$

식 (13)으로부터 변환되기 전 필터의 차단/중심 주파수 $\frac{\pi}{2}$ 와 변환된 후 필터의 차단/중심 주파수 ω 는 다음의 관계를 갖는다.

$$a = \tan\left\{\frac{1}{2}\left(\omega - \frac{\pi}{2}\right)\right\} \quad (14)$$

Conformal mapping을 이용한 peaking 필터를 설계하기 위해 일반적으로 다음과 같은 전달함수를 갖는 표준 필터를 정의한다.

$$T(z) = \frac{(1 + \alpha_n) + (1 - \alpha_n)z^{-2}}{(1 + \alpha_d) + (1 - \alpha_d)z^{-2}} \quad (15)$$

식 (15)의 표준 필터는 $\frac{\pi}{2}$ 를 중심으로 정확하게 대칭인 주파수응답을 갖는다. 표준 필터의 대역통과 특성을 정리하기 위해 식 (15)에 중심주파수 $\frac{\pi}{2}$ 와 3dB 주파수 θ 에 대하여 다음과 같은 조건을 부여한다.

$$|T(e^{j\frac{\pi}{2}})|^2 = \left(\frac{\alpha_n}{\alpha_d}\right)^2 = A^2 \quad (16a)$$

$$|T(e^{j\theta})|^2 = \frac{(1 + \alpha_n^2) + (1 - \alpha_n^2)\cos 2\theta}{(1 + \alpha_d^2) + (1 - \alpha_d^2)\cos 2\theta} = F^2 \quad (16b)$$

단, 여기서 A 는 중심주파수에서의 크기 응답을, F 는 3dB 주파수에서의 크기 응답을 의미한다. 식 (16)으로부터 필터계수 α_n, α_d 는 다음과 같이 크기응답 A, F 로 표현된다.

$$\alpha_d = \sqrt{\frac{F^2 - 1}{A^2 - F^2}} \cot \theta \quad (17a)$$

$$\alpha_n = A \alpha_d \quad (17b)$$

최종적으로 식 (13)을 식 (15)에 대입하면 중심주파수 $\frac{\pi}{2}$ 에 대해 설계된 표준 필터를 원하는 중심주파수 ω 로 변환할 수 있다. 변환된 peaking 필터의 전달함수는 다음과 같이 구해진다.

$$T(z) = \frac{\{(1 + a^2) + \alpha_n(1 - a^2)\} + 4az^{-1} + \{(1 + a^2) - \alpha_n(1 - a^2)\}z^{-2}}{\{(1 + a^2) + \alpha_d(1 - a^2)\} + 4az^{-1} + \{(1 + a^2) - \alpha_d(1 - a^2)\}z^{-2}} \quad (18)$$

그러나, 식 (18)로 얻어진 peaking 필터는 conformal mapping이 갖는 비선형 변환 성질에 의해 변환되기전 표준 필터의 Q-인자와는 다른 Q-인자를 갖는다. 그러므로 peaking 필터의 Q-인자를 조정하기 위해 3dB 주파수 θ 를 구하게 되는데, θ 는 복잡한 유도과정을 거쳐 다음과 같이 구해진다.

$$\theta = \frac{1}{2} \left\{ \arcsin\left(\frac{2a^2 T}{\sqrt{M}}\right) - \delta \right\} \quad (19)$$

$$\text{여기서 } T = \tan\left(\frac{\omega}{Q}\right), \quad \delta = \arctan\left\{\frac{1 + a^4}{1 - a^4} T\right\},$$

$M = \{ (1 + a^4)^2 T^2 + (1 - a^4)^2 \}$ 는 매개변수이며, arcsine 함수는 다가함수(many-valued function)이므로 첫 번째 사분면의 값을 택하여 사용한다. 식 (19)의 θ 을 식 (17a)에 대입함으로써 변환되기전 표준 필터의 Q-인자와 같은 Q-인자를 갖는 변환필터가 설계된다[4].

Conformal mapping에 의한 peaking 필터의 설계방법을 표 2에 정리, 요약하였다.

표 2. Conformal mapping을 이용한 Peaking 필터 설계
Table 2. Peaking filter design using the conformal mapping.

Initialization	Determine A, Q, ω
Preliminaries	If $A > 6$ [dB], $F=A-3$ [dB] If $A < -6$ [dB], $F=A+3$ [dB] otherwise, $F=A/2$ [dB]
Conformal Mapping	$a = \tan \left\{ \frac{1}{2} \left(\omega - \frac{\pi}{2} \right) \right\}$ 식 (14) (3dB frequency calculation) $T = \tan \left(\frac{\omega}{Q} \right)$ $\delta = \arctan \left\{ \frac{1 + a^4}{1 - a^4} T \right\}$ $M = \{ (1 + a^4)^2 T^2 + (1 - a^4)^2 \}$ $\theta = \frac{1}{2} \{ \arcsin \left(\frac{2a^2 T}{\sqrt{M}} \right) - \delta \}$ 식 (19) $\alpha_d = \sqrt{\frac{F^2 - 1}{A^2 - F^2}} \cot \theta$ 식 (17a) $\alpha_n = A \alpha_d$ 식 (17b)
Filter Design	$l = \{ (1 + a^2) + \alpha_n(1 - a^2) \}$ $m = m' = 4a$ $n = \{ (1 + a^2) - \alpha_n(1 - a^2) \}$ $l' = \{ (1 + a^2) + \alpha_d(1 - a^2) \}$ $n' = \{ (1 + a^2) - \alpha_d(1 - a^2) \}$ $T(z) = \frac{\frac{l}{l'} + \frac{m}{l'} z^{-1} + \frac{n}{l'} z^{-2}}{1 + \frac{m'}{l'} z^{-1} + \frac{n'}{l'} z^{-2}}$ 식 (18)

표 2에서 볼수 있듯이 conformal mapping을 이용해 peaking 필터를 설계하기 위해서는 tangent, arctangent, arcsine, cotangent, 그리고 square-root 함수를 포함하는 초월함수의 계산이 필요하다. 이러한 함수들과 복잡한 필터 계수 계산식은 실시간 시스템 구현에 있어 불리하게 작용하므로 conformal mapping에 의한 peaking 필터와 같이 정교한 전달함수를 가지며, 좀더 설계가 간단한 peaking 필터가 필요하다. 제 4장에서는 필터 설계방법이 간단한 표준 대역통과 필터를 이용하여, Q-왜곡이 없는 정교한 전달함수를 갖는 peaking 필터 설계방법을 제안한다.

IV. Q-보정을 이용한 디지털 Peaking 필터

표준 대역통과 필터와 0-dB 바이패스 경로의 조합으로

peaking 필터를 설계하는 방법은 앞서 언급한 것처럼 필터 계수 계산이 수학적으로 간단하나 이득레벨에 따라 Q-왜곡이 일어나는 단점이 있다. 한편 conformal mapping을 이용하여 peaking 필터를 설계하는 방법은 Q-왜곡이 없는 정교한 주파수응답을 가지나 초월함수를 포함한 복잡한 필터 계수 계산의 문제점이 있다.

본 논문에서는 간단한 필터계수 계산에 의해 정교한 주파수 응답을 갖는 peaking 필터를 설계하는 방법을 제안한다. 제안하는 방법은 2장에서 설명한 표준 대역통과 필터를 이용하는 방법에 근거하며, peaking 필터의 Q-왜곡을 제거하기 위해 표준 대역통과 필터의 Q-인자를 보정하는 방법을 사용한다.

먼저, 이득요인에 무관하게 동일한 대역폭 및 Q-인자를 갖는 peaking 필터를 설계하기 위해서는 식 (12)의 결합항을 효율적으로 제어하는 것이 요구된다. 0-dB 바이패스 경로를 포함한 전체 전달함수 $H_T(\theta)$ 의 크기자승응답은 SAA를 거쳐 식 (4)와 (12)로부터 다음과 같이 근사화된다.

$$|H_T(\theta)|^2 \approx 1 + \left(\frac{g_1}{g_0} \right)^2 |H(\theta)|^2 + 2 \left(\frac{g_1}{g_0} \right) \frac{\frac{2a}{\left(\frac{1}{2} - \beta \right)}}{1 + \left(\frac{\frac{1}{2} + \beta}{\frac{1}{2} - \beta} \right)^2 \left(\frac{\theta^2 - \theta_0^2}{2\theta} \right)^2} \quad (20)$$

식 (20)에 이미 설계된 $H(\theta)$ 와 필터계수식 (3),(7),(8)을 대입하여 정리하면, 최종적으로 다음과 같은 $H_T(\theta)$ 의 크기자승응답을 얻을 수 있다.

$$|H_T(\theta)|^2 \approx 1 + \left(\frac{g_1}{g_0} \right)^2 \frac{1}{1 + \left(\frac{2Q}{\theta_0} \right)^2 \left(\frac{\theta^2 - \theta_0^2}{2\theta} \right)^2} + 2 \left(\frac{g_1}{g_0} \right) \frac{1}{1 + \left(\frac{2Q}{\theta_0} \right)^2 \left(\frac{\theta^2 - \theta_0^2}{2\theta} \right)^2} \quad (21)$$

식 (21)과 같이 0-dB 바이패스 경로를 포함한 전체 전달함수 $H_T(\theta)$ 는 앞서 설명한 것처럼 표준 대역통과 필터 $H(\theta)$ 와는 다른 왜곡된 Q-인자를 갖는데, 이를 다음과 같이 Q_T 로 표현하고 식 (6)과 유사하게 정의한다.

$$Q_T = \frac{k_T}{k_T^2 - 1} \quad (22)$$

$H(\theta)$ 의 Q-인자 Q 와 $H_T(\theta)$ 의 Q-인자 Q_T 의 관계를 유도하기 위해, 중심주파수와 차단주파수에서 $H_T(\theta)$ 의 크기 자승응답을 $H(\theta)$ 와 비교해보는 것이 필요하다.

먼저, 중심주파수에서의 전달함수 이득은 그림 2(b)로부터 다음을 만족시켜야 한다.

$$|H_T(\theta_0)|^2 = \left(1 + \left(\frac{g_1}{g_0}\right)^2\right)^2 \quad (23)$$

$H_T(\theta)$ 의 크기 자승응답식 (21)에 중심주파수 θ_0 를 대입하면, 식 (23)을 만족함을 알 수 있다. 이러한 관계는 표준 대역통과 필터 $H(\theta)$ 의 위상 응답이 중심 주파수 θ_0 를 중심으로 대칭인 구조를 가질 뿐 아니라 $\angle H(\theta_0) = 0^\circ$ 를 갖기 때문에 0-dB 바이패스 경로로 인해 θ_0 에서의 $H_T(\theta)$ 의 크기응답은 왜곡되지 않음에 기인한다.

Peaking 필터의 대역폭을 결정하는 차단주파수는 boost-cut 레벨에 따라 달리 결정되어야 한다. 그림 2(b)에서 볼 수 있듯이 3dB 이하의 boost인 경우에 차단주파수는 이보다 3dB 낮은 0dB 이하로 설정하며, -3dB 이상의 cut인 경우에 차단주파수는 이보다 3dB 높은 0dB 이상으로 설정한다. 이와같이 boost 또는 cut에 따라 차단 주파수 응답이 각각 0dB 이하 또는 0dB 이상을 넘어서도록 설정하는 것은 전달함수의 불안정성을 유발한다. 필터 설계에 있어 이러한 불안정성은 제한대역 신호 응답의 발진으로 나타나므로, 관계적으로 3dB의 안전대역을 두어 +6dB 이상의 boost, -6dB 이하의 cut, 그리고 그 외 영역에 대하여 각각 다른 차단 주파수 설정을 적용한다[4].

먼저 6dB 이상의 boost인 경우, 즉 중심 주파수 θ_0 에서 전달함수 $H_T(\theta)$ 의 응답 $\left(1 + \left(\frac{g_1}{g_0}\right)^2\right)^2 > 4 (=6dB)$ 인 경우에는 차단주파수는 차단주파수에서의 크기자승응답이 다음과 같이 중심 주파수 응답의 $\frac{1}{2} (= -3dB)$ 배로 감쇄하는 주파수로 설정한다.

$$|H_T\left(\frac{\theta_0}{k_T}\right)|^2 = |H_T(k_T\theta_0)|^2 = \frac{1}{2} \left(1 + \left(\frac{g_1}{g_0}\right)^2\right)^2 \quad (24)$$

3dB 이상 cut인 경우, 즉 중심 주파수 θ_0 에서 전달함수 $H_T(\theta)$ 의 응답 $\left(1 + \left(\frac{g_1}{g_0}\right)^2\right)^2 < \frac{1}{4} (= -6dB)$ 인 경우에는 크기자승응답이 다음과 같이 중심 주파수 응답의 2(=+3dB)배로 상승하는 주파수로 차단주파수를 설정한다.

$$|H_T\left(\frac{\theta_0}{k_T}\right)|^2 = |H_T(k_T\theta_0)|^2 = 2 \left(1 + \left(\frac{g_1}{g_0}\right)^2\right)^2 \quad (25)$$

그 외의 구간, 즉 (-6dB, +6dB)의 구간에 대해서는 식 (24), (25)의 응답들과 연속성을 유지하는 것이 필요하다. 그러므로 기하학적 평균 조건을 부여하여 다음과 같이 차단주파수를 설정한다.

$$|H_T\left(\frac{\theta_0}{k_T}\right)|^2 = |H_T(k_T\theta_0)|^2 = \sqrt{\left(1 + \left(\frac{g_1}{g_0}\right)^2\right)^2} \quad (26)$$

식 (21)에 차단주파수 $\frac{\theta_0}{k_T}$ 또는 $k_T\theta_0$ 를 대입하면 다음

과 같은 차단주파수에서의 크기자승응답을 얻는다.

$$\begin{aligned} |H_T\left(\frac{\theta_0}{k_T}\right)|^2 &= |H_T(k_T\theta_0)|^2 \\ &= 1 + \left(\frac{g_1}{g_0}\right)^2 \frac{1}{1 + \left(\frac{2Q}{\theta_0}\right)^2 \left(\frac{\theta_0}{2Q_T}\right)^2} \\ &\quad + 2\left(\frac{g_1}{g_0}\right) \frac{1}{1 + \left(\frac{2Q}{\theta_0}\right)^2 \left(\frac{\theta_0}{2Q_T}\right)^2} \end{aligned} \quad (27)$$

식 (27)은 표준 대역통과 필터 $H(\theta)$ 의 Q-인자 Q와 $H_T(\theta)$ 의 Q-인자 Q_T , 그리고 이득요인의 비율로 표현되는 크기자승응답을 나타낸다. 최종적으로 식 (27)에 식 (24), (25), (26)의 관계를 적용함으로써 $H(\theta)$ 의 Q-인자 Q와 $H_T(\theta)$ 의 Q-인자 Q_T 의 관계를 얻을 수 있다.

식 (24)의 조건을 갖는 boost 구간에서는, 식 (27)로부터 다음과 같은 식을 얻게된다.

$$Q = \sqrt{\frac{(G+1)^2}{(G+1)^2 - 2}} Q_T \quad (28)$$

여기서 $G = \left(\frac{g_1}{g_0}\right)$ 는 가변이득과 바이패스 경로 이득의 이득요인 비율이다. 식 (25)의 조건을 갖는 cut 구간에서는 식 (27)으로부터 다음의 관계가 성립한다.

$$Q = \sqrt{\frac{(G+1)^2}{(G+1)^2}} Q_T \quad (29)$$

식 (26)의 조건을 갖는 나머지 영역에서는 식 (27)으로부터 다음의 관계가 성립한다.

$$Q = \sqrt{(G+1)} Q_T \quad (30)$$

식 (28), (29), (30)으로부터 표준 대역통과 필터 $H(\theta)$ 의 Q-인자 Q는 peaking 필터 $H_T(\theta)$ 의 Q-인자 Q_T 에 대해 중심주파수와는 무관한, 단순한 이득요인 비율의 함수로 표현됨을 알 수 있다. 그러므로 $H_T(\theta)$ 의 Q_T 를 고정한 후 이득레벨에 따라 표준 대역통과 필터 $H(\theta)$ 의 Q를 사전에 결정하고 식 (3),(7),(8)을 이용하여 $H(\theta)$ 의 계수를 구하면, 결과적으로 이득요인에 따라 Q-인자가 왜곡되지 않는 peaking 필터를 설계할 수 있다.

이 방법에서는 표준 대역통과 필터의 Q-인자를 조절함으로써 이를 기반으로 결과적으로 얻어지는 peaking 필터의 Q-인자 Q_T 를 이득레벨에 상관없이 일정하게 유지할 수 있다. 제한한 방법은 그림 1의 구조를 갖는 peaking 필터에 내재한 Q-왜곡을 제거하기보다는 허용하는 사전 왜곡(pre-distortion) 방법이라 할 수 있다. 즉, 이득레벨에 따른 다른 Q-요인을 갖는 표준 대역통과 필터를 설계함

으로써 실제로 설계하고자하는 peaking 필터의 Q-인자 Q_T 를 일정하게 유지하는 방법이다.

이와 같이 Q-보정을 이용한 peaking 필터 설계 방법을 표3에 정리, 요약하였다.

표 3. Q-보정을 이용한 Peaking 필터 설계
Table 3. Peaking filter design using the Q-compensation.

Initialization	Fix g_0 (according to the maximum boost/cut level) Determine Q_T, g_1, θ_0
Q-Compensation	If $(1+G)^2 > 4, Q = \sqrt{\frac{(G+1)^2}{(G+1)^2 - 2}} Q_T$ 식 (27)
	If $(1+G)^2 < \frac{1}{4}, Q = \sqrt{\frac{(G+1)^2}{1 - 2(G+1)^2}} Q_T$ 식 (28)
	otherwise $Q = \sqrt{(G+1)} Q_T$ 식 (29)
Filter Design	$2\beta = \frac{2Q - \theta_0}{2Q + \theta_0}$ 식 (8)
	$2\alpha = (\frac{1}{2} - \beta)$ 식 (7)
	$2\gamma = (1 + 2\beta) \cos \theta_0$ 식 (3)
	$H_T(\theta) = 1 + G \frac{2\alpha - 2\alpha z^{-2}}{1 - 2\gamma z^{-1} + 2\beta z^{-2}} \Big _{z=e^{j\theta}}$ 식 (11)

V. Q-보정을 이용한 디지털 peaking 필터 구현

대부분의 디지털 오디오 시스템은 최대 boost/cut 레벨 및 중심 주파수 변화 폭을 대수눈금 상에서 32, 64 또는 256 레벨로 등분하여 구현된다. 따라서 모든 함수는 미리 정해진 이득 또는 주파수 값에 대해서만 계산하면 되고, 이를 실시간 시스템에서 구현하는 경우에는 미리 계산된 값들을 참조표로 만들어 사용할 수 있다.

먼저, 표 2로 표현되는 conformal mapping을 이용한 설계 방법을 고려해보자. 식 (14)에서 중심 주파수 ω 에 따른 탄젠트 함수 항, 식 (17a)에서 가변 이득 요인 A, F 에 따른 제곱근 항을 미리 참조표로 만들 수 있다. 그러나 3dB 주파수 제산을 위한 매개변수 T 는 중심주파수와 Q-인자의 조합으로 표현되므로 1차원 참조표로는 구현할 수 없으며, 나머지 매개변수 δ, M 항이 T 를 사용하므로 식 (19)로 표현되는 항들은 참조표로 만들 수 없다. T, δ, M 항이 계산되어야만 비로소 식(14), (17a,b), (19)에 표현되는 매개변수의 조합으로부터 필터의 계수를 구할 수 있다.

반면 표 3에 정리된 Q-보정을 이용한 설계 방법의 경우, 식 (28), (29), (30)에서 Q-보정항은 단순한 이득요인의 비율로 표현된다. 그러므로 이득레벨이 정해지는 실제의 디지털 오디오 시스템에 적용할 경우, 1차원 참조표로 쉽게 구성할 수 있다. 즉, Q_T 를 Q 로 변환하기 위한 보정

항을 그림 4와 같이 참조표로 구성함으로써 초월함수를 포함한 복잡한 Q 보정 연산을 단순히 하나의 곱셈으로 구현할 수 있다. 이와같이 Q-보정항을 참조표로 구성할 경우, 제안한 peaking 필터 설계 방법은 Q-보정을 위한 하나의 곱셈을 제외하면 표준 대역통과 필터를 이용한 peaking 필터의 설계 방법과 동일해짐을 알 수 있다.

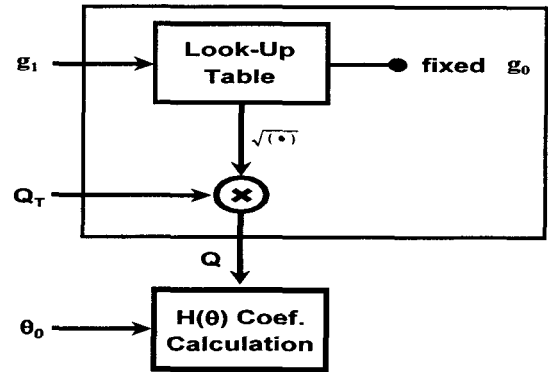


그림 4. 참조표를 이용한 Q-보정 방법 블록도
Fig. 4. Block diagram of the Q-compensation method using the look-up table.

식 (3)의 $\cos \theta_0$ 항 또한 SAA로 근사화하거나, 또는 참조표로 구성할 수 있다.

각각의 peaking 필터 설계 방법에 대하여 필요한 기본 연산량을 표 4에 비교하였다.

여기서, C_{inv} 는 실수의 역수를 구하는 연산에서 덧셈 및 곱셈의 필요 연산량을 나타낸다. 또한, C_{tan} 는 탄젠트, C_{atan} 는 역탄젠트, C_{sq} 는 제곱근, C_{asin} 는 역사인, 그리고 C_{ctan} 는 코탄젠트 연산에서 덧셈 및 곱셈의 필요 연산량을 나타낸다.

대부분의 초월함수 항들을 실시간 소프트웨어로 구성할 경우 대략 30개 안팎의 연산량 단위를 필요로 한다. 예를 들어 표 4의 초월함수를 모두 30개의 연산량 단위로 가정할 경우, conformal mapping이 269개의 연산량 단위를 필요로 하는 반면, Q-보정 방법은 39개의 연산량 단위로써 대략 14.5%의 계산량만으로 구현할 수 있다.

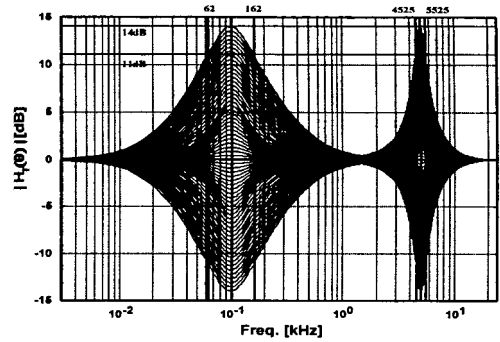
표 4에서와 같이 Q-보정 방법을 이용한 peaking 필터 설계 방법이 conformal mapping에 의한 방법에 비해 참조표로 구성해야할 매개변수가 적으므로 메모리가 적게 필요하다는 것을 알 수 있다. 또한, 덧셈 및 곱셈의 기본 연산뿐만 아니라 초월함수 항을 참조표로 모두 구성할 수 있으므로, 매우 감소된 계산량과 수치연산 오차에 안정된 성질을 갖는다. 특히, 표 4에서와 같이 참조표로 구성할 수 없는 초월함수 항들은 실시간 시스템 구현에 매우 불리하게 작용할 수 있으며, 고정 소수점 DSP에서의 수치연산 오차 및 신호의 동적 범위를 증폭시키는 요인으로 작용한다.

표 4. Conformal mapping과 Q-보정 방법의 필요 연산량 비교
Table 4. Complexity requirement comparison of the Q-compensation method to the conformal mapping method.

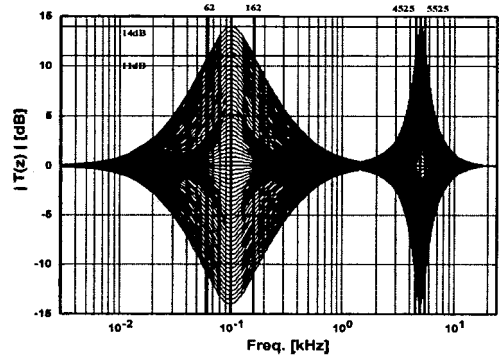
Conformal Mapping			Q-보정		
연산	참조 표	+/\times	연산	참조 표	+/\times
Conformal mapping			Q-Comp.		
a	○		$\sqrt{f(G)}$	○	
T		$C_{inv} + C_{tan} + 1$	Q		1
$\frac{1+a^4}{1-a^4} T$	○	1			
δ		C_{atan}			
M		10			
$\frac{2a^2 T}{\sqrt{M}}$		$C_{sq} + C_{inv} + 2$			
θ		$C_{asin} + 2$			
$\cot \theta$		C_{ctan}			
α_d	○	1			
α_n		1			
$T(z)$			$H(\theta)$		
Design			Design		
l'		5	$2B$		$C_{inv} + 3$
$\frac{1}{l'}$		C_{inv}			
$\frac{m}{l'}$		2	2α		1
$\frac{n}{l'}$		1	$\cos \theta_0$	○	
$\frac{l}{l'}$		2	2γ		2
$\frac{m}{l'}$			$H_T(\theta)$		2
$\frac{n}{l'}$		1			
Total	3	$3 C_{inv} + C_{tan} + C_{atan} C_{sq} + C_{asin} + C_{ctan} + 29$	Total	2	$C_{inv} + 9$

실제로 부동소수점 범용 DSP로 구현된 디지털 오디오 믹싱 콘솔에서도 Q-보정 방법은 conformal mapping과 같이 bilinear transform에 근거한 설계 방법에 비해 source 길 이 측면에서나 필요 메모리 양 그리고 계산량 측면에서 도 표 4의 결과보다 더 많은 절약 효과를 볼 수 있었다. 이는 참조표로 구성하는 매개변수의 개수가 적고, 필터 계수 계산을 위한 매개변수 연산 구조가 더 간단하여 실 시간 소프트웨어의 효율적인 구현에 유리하다는 것에 기 인한다.

Q-보정 방법과 conformal mapping 방법을 이용하여 $\pm 14\text{dB}$ 최대 boost/cut 영역을 대수눈금에서 64 레벨로 등분 하여 실시간 시스템에서 구현하였다. $Q_T=1, f_0=100[\text{Hz}]$ 인 경우와 $Q_T=5, f_0=5[\text{kHz}]$ 인 경우에 대하여 설계된 peaking 필터의 전달함수를 그림 5에 도시하였다. 이때의 차단주파수는 각각 [62, 162], [4525, 5525]이다.



(a)



(b)

그림 5. Peaking 필터의 전달함수

(a) Q-보정을 이용한 peaking 필터의 전달함수

(b) Conformal mapping을 이용한 peaking 필터의 전달 함수

($Q_T=1, f_0=100[\text{Hz}], \text{BW}=[62, 162]: Q_T=5, f_0=5[\text{kHz}], \text{BW}=[4525, 5525]$)

Fig. 5. Transfer function of the peaking filter.

(a) Transfer function of the peaking filter using the Q-compensation

(b) Transfer function of the peaking filter using the conformal mapping

($Q_T=1, f_0=100[\text{Hz}], \text{BW}=[62, 162]: Q_T=5, f_0=5[\text{kHz}], \text{BW}=[4525, 5525]$)

그림 5로부터 Q-보정 방법을 사용하면, 그림 3에서 볼 수 있는 0-dB 바이패스 출력과 표준 대역통과 필터 출력 과의 위상 오차로 인한 Q-왜곡을 완전히 제거할 수 있음을 알 수 있다. 또한 가변이득 g_1 의 레벨 변화에 대해서도 균일한 Q-요인을 유지하며 전달함수의 연속성을 유지하 고 있음을 알 수 있다. 즉, Q-보정을 이용하여 모든 가변 이득 레벨 g_1 에 대해 균일한 Q-인자를 갖는 peaking 필 터의 설계가 가능하다.

그림 5에 도시된 두 방법의 전달함수는 제한 대역 부 근에 미소한 차이가 있으나 두 방법 모두 중심주파수와 차단주파수의 응답을 포함하는 Q-요인이 정확히 $Q_T=1, Q_T=5$ 의 값을 갖고 3dB 조건을 만족함을 알 수 있다.

결과적으로 표 4로부터 Q-보정을 이용한 peaking 필터는 매우 감소된 계산량과 메모리로 그림 5의 conformal mapping에 의한 방법과 같이 정교한 전달함수를 가짐을 알 수 있다.

VI. 결 론

본 논문에서는 표준 대역통과 필터와 0-dB 바이패스 이득의 조합을 이용한 구조에 근거하여, Q-왜곡이 없는 peaking 필터를 설계하는 방법을 제안하였다.

제안한 방법은 0-dB 바이패스 출력과 표준 대역통과 필터 출력과의 위상 오차를 보정하기 위해 표준 대역통과 필터의 Q-인자를 보정하는 방법을 사용하였다. Q-보정 방법은 이 구조에 내재한 Q-왜곡을 제거하기보다는 허용하여 실제로 설계하고자하는 peaking 필터의 Q-인자를 얻는 일종의 사전왜곡 방법이다.

제안된 peaking 필터 설계 방식은 conformal mapping 과 같이 bilinear transform에 근거한 설계 방식에 비해 매우 간단하고, 구현이 용이하다. 또한, Q-보정항을 참조 표로 구성함으로써 적은 계산량과 메모리로 필터 계수를 계산할 수 있으므로 실시간 시스템에서 구현이 용이하고, 이득 요인에 따라 필터의 대역폭 및 Q-인자가 왜곡되는 현상을 제거하여 정교하게 제어되는 전달함수를 얻을 수 있다.

참 고 문 헌

1. N. Sakamoto, S. Yamaguchi and A. Kurahashi, "A Professional Digital Audio Mixer," J. Audio Eng. Soc., Vol. 30, No. 1/2, pp. 28-33, Jan./Feb., 1982
2. G. W. McNally, "Digital Audio in Broadcasting," IEEE ASSP Magazine, pp. 26-44, Oct., 1985
3. N. Cerna, D. Koenig, "Digital Implementation of a 10-Band Stereo Equalizer," Berlin '91, International Conference on DSP Application and Technology, pp. 690-697, Oct., 1991
4. J. A. Moorer, "The Manifold Joys of Conformal Mapping : Application to Digital Filtering in the Studio," J. Audio Eng. Soc., Vol. 31, No. 11, pp. 826-841, Nov., 1983
5. S. J. Orfanidis, "Digital Parametric Equalizer Design with Prescribed Nyquist-Frequency Gain," J. Audio Eng. Soc., Vol. 45, No. 6, pp. 444-455, Jun., 1997
6. A. G. Constantinides, "Spectral Transformations for Digital Filters," Proc. IEEE, Vol. 117, pp. 1585-1590, Aug. 1970
7. J. A. Moorer, "General Spectral Transformations for Digital Filters," IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, Vol. ASSP-29, pp. 1092-1094, Oct., 1981

▲ 이 지 하 (Ji-Ha Lee)



1994년 2월 : 연세대학교 전자공학과 공학사
 1996년 2월 : 연세대학교 전자공학과 공학석사
 1996년 9월 ~ 현재 : 연세대학교 전기, 컴퓨터 공학과 박사과정
 ※ 주관심분야 : 오디오 신호처리, 실시간 신호처리, 적응 신호처리 및 응용

▲ 이 규 하(Kyu-Ha Yi)

1997년 2월 : 연세대학교 전자공학과 공학사
 1999년 2월 : 연세대학교 전자공학과 공학석사
 1999년 3월 ~ 현재 : 연세대학교 전기, 컴퓨터 공학과 박사과정
 ※ 주관심분야 : 아레이 신호처리, 실시간 신호처리

▲ 박 영 철(Young-Chrol Park)

1998년 ~ 현재 : 연세대학교 신호처리 연구센터 연구교수
 1999년 ~ 현재 : In-Time Tech. 연구실장
 ※ 주관심분야 : 적응신호처리, 디지털 보청 알고리즘, 레이다 및 소나 신호처리, 음성부호화, 오디오부호화 (1999년 7월 한국음향학회지, 제18권 5호 참조)

▲ 안 동 순(Dong-Sun Ahn)

목표대학교 컴퓨터 공학과 교수
 ※ 주관심분야 : 오디오/음성 부호화, 음성 인식 (1999년 2월 한국음향학회지, 18권 2호 참조)

▲ 윤 대 화(Dae-Hee Youn)

1985년 9월 ~ 현재 : 연세대학교 기계전자공학부 교수
 ※ 주관심분야 : 음성신호처리, 음향신호처리, 적응신호처리, 레이다 및 소나 신호처리 (1999년 10월 한국음향학회지, 제18권, 제7호 참조)