Journal of the KSTLE Vol. 16, No. 3, June 2000, pp. 201~207
The Korean Society of Tribologists & Lubrication Engineers

박용디젤기관 밸브기구용 캠-롤러 사이의 비정상상태 탄성유체윤활해석

구영필 · 강민호* · 이득우** · 조용주**

부산대학교 기계기술연구소
*부산대학교 대학원 정밀기계공학과
**부산대학교 기계공학부

Non-Steady Elastohydrodynamic Lubrication Analysis on the Cam-Roller of Valve Mechanism for a Marine Diesel Engine

Young-Pil Koo, Min-Ho Kang*, Deug-Woo Lee and Yong-Joo Cho****

Research Institute of Mechanical Technology, Pusan National University
**Graduate School, Pusan National University*
***School of Mechanical Engineering, Pusan National University*

Abstract – The numerical procedure to analyze a non-steady 3-dimensional elastohydrodynamic lubrication on the cyclically loaded contact has been newly developed. The procedure was applied on the cam-roller contact of the valve mechanism for the marine diesel engine. Both the pressure distribution and the film thickness between the cam and roller follower were calculated for each time step of the whole cycle. The pressure spike is shown at the outlet of the roller edge and it is getting higher as the external load is increased. The film thicknesses in the result of the non-steady analysis have a tendency to increase compared to those in the result of the analysis with the assumption of steady state. Therefore, the surface roughness of the non-steady contact need not be limited below that of the steady contact of the equivalent operating conditions.

Key words – elastohydrodynamic lubrication, non-steady, cam-roller, non-conformal contact.

1. 서 론

탄성유체윤활은 상대 운동하는 두 물체사이의 압력에 의한 윤활면의 탄성 변형량이 유막 형상에 영향을 미치는 형태의 윤활을 말하며 비교적 높은 압력에서도 윤활막이 파괴되지 않고 성공적인 윤활이 이루어지는 모델로서 설명되어 왔다[1]. 주어진 지배방정식을 일반적인 미분방정식의 해법에 따라 풀면, 간단하게 유체압력분포의 형상이 구해지는 유체윤활의 경우와는 달리 탄성유체윤활에서는 압력분포의 계산 과정 중에 고체 윤활면의 탄성변형도 고려해야 하는 장애요인이 있으므로 정밀한 해를 구하는 데는 많은 어려움이 있다. 더구나, 비정상상태에서는 시간의 경과에 따른 하중 변화와 유막두께 변화를 고려해야 하고 전 주기에 대하여 압력분포와 유막두께의 거동을 평가해야 하므로 계산량이 증대되는 문제가 있다.

캠과 롤러 접촉면에 관한 연구로서 Ping C. Sui는 디젤기관용 연료분사펌프의 캠과 롤러 기구에 대하여 윤활해석과 응력해석을 수행하였다[2]. Mei Xuesong과 Xie Youbai는 캠-롤러 기구와 유사한, 캠과 평면 종동자에 대하여 2차원으로 비정상상태 탄성유체 윤활 해석을 수행하였다[3]. Jeffrey Matthews, Farshid Sadeghi 및 Raymond J Cipra는 여러 종류의 캠 기구에 대하여 접촉점에서의 곡률 반경과 상대 미끄럼 속도를 구하는 절차를 소개하였다[4]. Jeffrey A Matthews와 Farshid Sadeghi는 캠-롤러 기구에서 접촉압력과 최소 유막 두께를 계산하였다[5]. 캠-롤러 기구와

관련이 있는 연구로서 Rong Tsong Lee와 B.J. Hamrock은 선 접촉 상태의 롤러에서 탄성유체 윤활 해석을 수행하였으며 박태조는 롤러와 평판사이에서 정상상태의 3차원 탄성유체 윤활 문제를 해석하였다[6,7].

캠과 롤러 접촉면에 대한 기존의 연구들은 2차원 문제로서 롤러의 길이가 무한하다고 가정한 것이므로 실제적이지 않으며 기존의 해석모델로서는 롤러 양 측면 가장자리에서의 압력분포와 유막 형상을 예측할 수 없다. 정상상태의 3차원 탄성유체 윤활해석에서는 롤러의 가장자리에 상대적으로 높은 압력이 나타나고 있음을 보여주고 있다[7]. 그러나, 캠-롤러와 같이 비정상상태의 3차원 문제에 대한 탄성유체윤활 해석결과는 아직까지 발표되지 않고 있다.

따라서, 본 연구에서는 주기적인 동하중이 작용하는 non-conformal 접촉면에 대하여 비정상상태의 3차원 탄성유체윤활 해석절차를 수립하고 이 절차를 이용하여 박용 디젤기관 밸브기구용 캠-롤러 접촉면의 윤활 현상을 해석한다.

2. 지배방정식

일반적인 롤러-롤러 기구는 등가반경을 갖는 제3의 롤러가 매끈한 무한평면 위를 운동하는 형태로 변환될 수 있으므로 정상상태의 문제로 간략화 된다. Fig. 1에 나타낸 캠-롤러 기구는 접촉점에서의 곡률반경과 작용하중이 주기적으로 변화하므로 비정상상태의 문제이다. 즉, 캠 회전각에 따라 등가반경의 크기가 다른 롤러가 평면 위를 운동하는 경우에 해당되므로 인접하는 시간단계의 윤활막의 두께는 서로 영향을 받게되는 복잡한 양상을 띄게 된다.

본 연구에서는 캠-롤러 접촉면의 탄성유체 윤활 해석을 수행하기 위하여 다음과 같은 가정을 적용한다.

1) 윤활유는 등온상태이다.
2) 윤활면에서 윤활유의 미끄럼은 없다.
3) 윤활유의 관성력은 무시한다.
4) 윤활유의 체적력은 무시한다.
5) 유막 두께방향의 압력은 일정하다.
6) 윤활면은 반무한탄성체이다.

이 가정을 도입하고 운동량방정식과 연속방정식 또는 질량보존 원리를 이용하면 윤활 압력의 지배방정식인 식(1)의 Reynolds방정식이 구해진다.

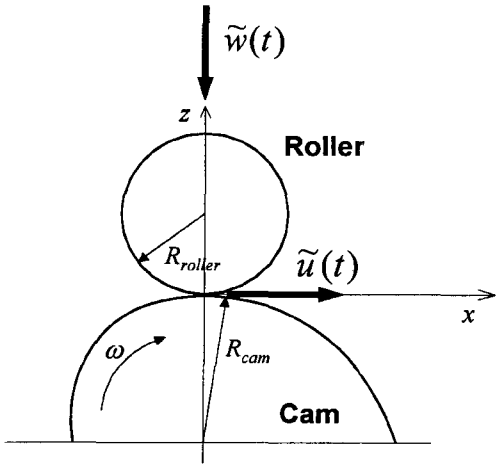

Fig. 1. Schematic of cam-roller mechanism.

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\rho h^3}{12\eta}\frac{\partial p}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\rho h^3}{12\eta}\frac{\partial p}{\partial y}\right)=\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\rho h(u_1+u_2)}{2}\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{\rho h(\upsilon_1+\upsilon_2)}{2}\right]+\frac{\partial(\rho h)}{\partial t} \quad (1)$$

윤활유가 x 방향으로만 일정속도로 유입된다면 식(1)은 다음과 같이 간략화 된다.

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\rho h^3}{\eta}\frac{\partial p}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\rho h^3}{\eta}\frac{\partial p}{\partial y}\right)=12\tilde{u}\frac{\partial(\rho h)}{\partial x}+12\frac{\partial(\rho h)}{\partial t} \quad (2)$$

식(2)는 비정상상태의 3차원 탄성유체윤활 문제에 적용될 수 있다. 식(2)를 풀기 위하여 본 연구에서 적용한 경계조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} &p(x_{in},\ y,\ t)=p(x_{out},\ y,\ t)=0,\ \forall t \\ &p(x,\ y_a,\ t)=p(x,\ y_b,\ t)=0,\ \forall t \\ &p(x,\ y,\ t)>0,\ \forall x_{in}<x<x_{out},\ y_a<y<y_b,\ t \end{aligned} \quad (3)$$

식(2)로부터 구해진 압력은 다음의 하중 조건식을 만족해야한다. 즉, 압력에 의한 합력은 외부하중과 평형을 이루어야 한다.

$$\tilde{w}=\iint p\,dx\,dy \quad (4)$$

윤활제가 높은 압력을 받게 되면 점도는 압력의 영향에 의하여 변화하게 된다. 본 연구에서는 Roelands가 제시한 점도-압력 관계식을 적용한다.

$$\eta=\eta_0\left(\frac{\eta_\infty}{\eta_0}\right)^{1-(1+p/c_p)^z} \quad (5)$$

$\eta_\infty = 6.31\times10^{-5}\,\mathrm{Ns/m^2}$

$c_p = 1.96\times10^{8}\,\mathrm{N/m^2}$

윤활유의 밀도-압력 관계는 Dowson과 Higginson이 제시한 다음의 관계식을 적용한다.

$$\rho = \rho_0\left(1+\frac{0.6\times10^{-9}p}{1+1.7\times10^{-9}p}\right) \tag{6}$$

3. 수치해석

3-1. 지배방정식의 차분화

다음의 무차원 변수를 식(2)에 대입하여 정리하면 식(8)과 같이 무차원화된 지배방정식을 얻을 수 있다.

$$X=\frac{x}{R},\ Y=\frac{y}{R},\ H=\frac{h}{c},\ \bar{\eta}=\frac{\eta}{\eta_0}$$

$$\bar{\rho}=\frac{\rho}{\rho_0},\ P=\frac{p}{E},\ U=\frac{\eta_0\tilde{u}}{ER},\ T=\frac{\omega t}{2\pi} \tag{7}$$

$$\frac{\partial}{\partial X}\left(\frac{\bar{\rho}\bar{H}^3}{\bar{\eta}}\frac{\partial P}{\partial X}\right)+\frac{\partial}{\partial Y}\left(\frac{\bar{\rho}\bar{H}^3}{\bar{\eta}}\frac{\partial P}{\partial Y}\right)=K\frac{\partial(\bar{\rho}\bar{H})}{\partial X}+V\frac{\partial(\bar{\rho}\bar{H})}{\partial T} \tag{8}$$

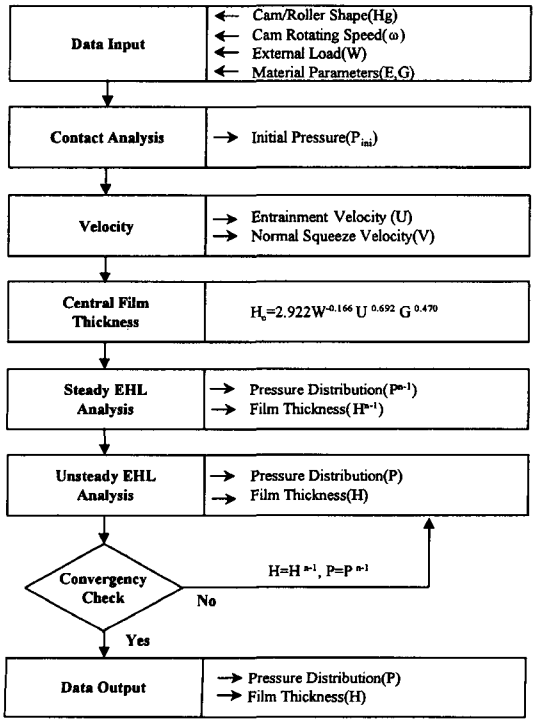

Fig. 2. Procedure for non-steady EHL analysis.

여기에서, $K=12U\left(\frac{R}{c}\right)^2$

$$V=6\frac{\omega\eta_0}{\pi E}\left(\frac{R}{c}\right)^2$$

무차원화된 지배방정식을 시간에 대해서는 후방차분을 적용하고 공간에 대해서는 중앙차분을 적용하여 차분화 시킨다.

$$f_{i,j}=\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{\bar{\rho}\bar{H}^3}{\bar{\eta}}\right)_{i+1,j}+\left(\frac{\bar{\rho}\bar{H}^3}{\bar{\eta}}\right)_{i,j}\right\}\frac{P_{i+1,j}-P_{i,j}}{\Delta X^2}$$

$$-\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{\bar{\rho}\bar{H}^3}{\bar{\eta}}\right)_{i,j}+\left(\frac{\bar{\rho}\bar{H}^3}{\bar{\eta}}\right)_{i-1,j}\right\}\frac{P_{i,j}-P_{i-1,j}}{\Delta X^2}$$

$$+\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{\bar{\rho}\bar{H}^3}{\bar{\eta}}\right)_{i,j+1}+\left(\frac{\bar{\rho}\bar{H}^3}{\bar{\eta}}\right)_{i,j}\right\}\frac{P_{i,j+1}-P_{i,j}}{\Delta Y^2}$$

$$-\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{\bar{\rho}\bar{H}^3}{\bar{\eta}}\right)_{i,j}+\left(\frac{\bar{\rho}\bar{H}^3}{\bar{\eta}}\right)_{i,j-1}\right\}\frac{P_{i,j}-P_{i,j-1}}{\Delta Y^2}$$

$$-K\frac{\bar{\rho}_{i+1,j}H_{i+1,j}-\bar{\rho}_{i-1,j}H_{i-1,j}}{2\Delta X}-V$$

$$\left[H_{i,j}\left(\frac{\partial\bar{\rho}}{\partial P}\right)_{i,j}\frac{P_{i,j}-P_{i,j}^{n-1}}{\Delta T}+\bar{\rho}_{i,j}\frac{H_{i,j}-H_{i,j}^{n-1}}{\Delta T}\right] \tag{9}$$

여기에서 n-1은 한 단계 전의 시간 단계를 나타내는 첨자이다.

3-2. 해석절차

Fig. 2에 비정상상태 탄성유체윤활의 해석절차를 나타내었다. 우선, 계산 첫 주기의 시작단계에서는 정상상태로 가정하여 윤활해석을 수행한다. 이후 단계에서는 앞 단계에서 계산된 압력분포와 유막두께를 식(9) 마지막 항의 n-1 단계의 값으로 할당하여 비정상상태 탄성유체윤활해석을 수행한다. 각 계산단계에서 차분화된 지배방정식으로부터 자코비언을 구하고 Newton-Rapson법을 적용하여 외부하중과 평형을 이루는 압력분포를 구한다. 압력의 초기치는 외부하중에 의한 접촉압력 분포를 적용한다. 중앙에서의 유막두께 초기치는 Pan과 Hamrock이 제시한 식(10)을 이용한다[8].

$$H_c=2.922\ W^{0.166}\ U^{0.692}\ G^{0.470} \tag{10}$$

두 번째 계산 주기부터는 시작단계에서도 비정상

상태 해석을 수행한다. 즉, 이전 주기 마지막 단계에서 계산된 압력분포와 유막두께의 결과를 현 주기 시작 단계에서 *n-1* 단계의 값으로 할당하면 비정상 상태의 탄성유체윤활해석이 가능하다. 각 시간단계 내의 수렴판정 기준은 현 계산단계와 이전 계산단계의 압력 차이를 이용하였고, 계산주기의 수렴판정 기준은 현 계산주기와 이전 계산주기에서 각 시간단계별 유막두께 차이를 이용하였다.

비정상 상태의 문제는 계산량이 많아지므로 계산시간을 단축하기 위하여 본 연구에서는 필터링 기법을 적용하였다. 즉, 압력의 초기치로 이용된 접촉압력 분포를 계산할 경우에 Bosinesque식을 응답함수로 이용하고 주파수영역에서의 필터링 기법을 적용하여 접촉 압력을 계산하였다[9].

3-3. 해석조건

해석에서 물리적인 타당성을 확보하기 위하여 캠-롤러 작용하중, 윤활면의 평균속도, 윤활제 물성치 등 입력변수들의 크기는 실제 사용조건의 값을 적용하였다.

밸브기구용 캠과 롤러 사이에 작용하는 하중은 측정에 의한 실험적 방법 또는 동적 시뮬레이션을 이용하는 해석적 방법에 의해서 구할 수 있다. Fig. 3에 연구 대상 기관의 밸브기구에 대하여 실험적으로 구한 각 회전속도별 푸시로드의 변형률을 도시하였다[10]. 측정된 푸시로드의 변형률과 Hook의 법칙에 따른 푸시로드의 탄성계수, 프와송비, 단면적 등을 고려하여 푸시로드에 작용하는 하중을 구한다. 캠과

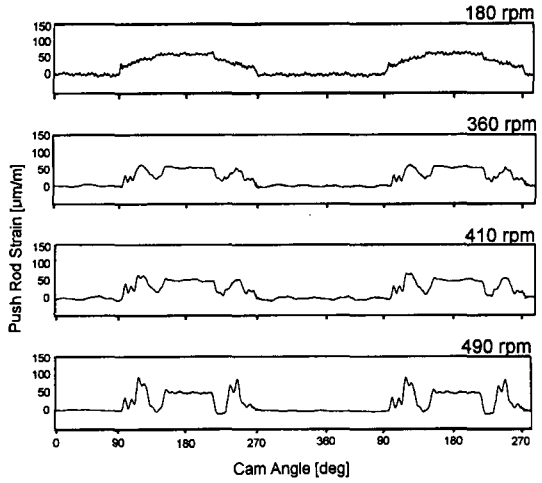

Fig. 3. Push rod strain.

롤러 사이에 작용하는 하중은 푸시로드 하중에 태핏 스프링의 작용력을 더하면 구할 수 있다.

연구대상 디젤기관과 같이 캠의 수직 중심선과 롤러의 상하 운동방향이 일치할 경우에 롤러와 캠의 미끄럼을 무시하면 윤활면의 평균속도는 다음과 같이 표현된다[4].

$$\tilde{u} = \omega R_{cam} \tag{11}$$

여기에서 ω는 캠의 회전속도이고 R_{cam}은 캠의 곡률 반경으로서 각 시간 단계별로 다른 값을 가진다. Fig. 4에 캠의 정격 회전속도에 대한 각 시간단계별 캠-롤러 작용하중과 윤활면의 평균속도를 나타내었다.

윤활유 점도는 0.07 Ns/m^2, 윤활유의 무차원 압력-점도지수는 0.4223, 캠-롤러의 상당탄성계수는 220 GPa을 적용하였다. Node 수는 구름방향으로 41개, 롤러 길이방향으로는 31개로 하였고 격자 크기는 0.02 mm×0.5 mm로 두었다. 시간 간격은 4.63×10^{-3} sec로 두었으며 이는 캠 회전각도 0.1745 rad에 해당된다. 롤러의 형상은 기존 2차원 연구결과의 유막두께와 비교하기 위하여 길이 방향으로 직경이 균일한 형상을 채택하였다.

4. 해석결과 및 검토

비정상상태의 해석에서는 인접하는 시간 단계의 압력, 유막두께는 서로 영향을 미치므로 한 주기 내의 수렴된 결과를 얻기 위해서는 주기 전체에 대하여 반복적으로 계산을 수행해야 한다. 비정상상태의 계산에서 수렴 여부를 판단하기 위하여 중앙에서의 유

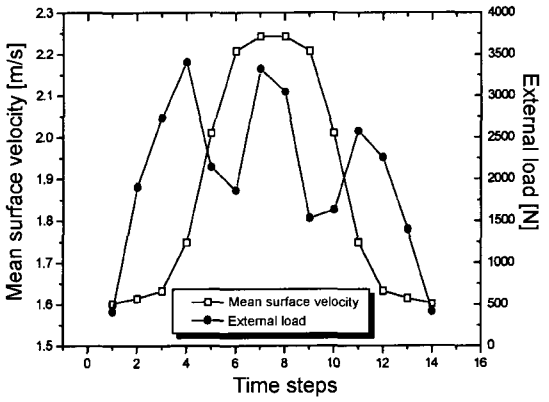

Fig. 4. Mean surface velocity & External load.

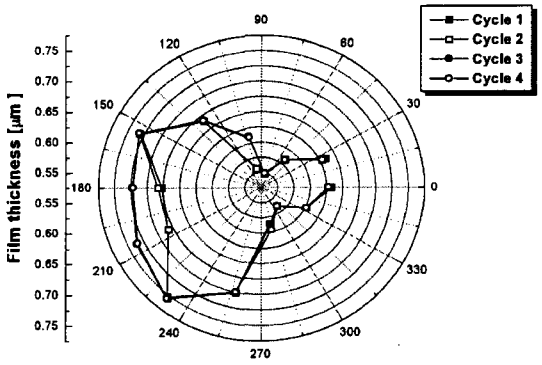

Fig. 5. Central film thickness loci.

막두께 변화를 조사하였다. Fig. 5에 계산주기별 그 궤적을 나타내었다. 4번째 계산주기부터는 거의 일치된 궤적을 나타내고 있으므로 본 연구에서 수행한 비정상상태의 해석결과는 수렴된 결과임을 알 수 있다.

Fig. 6에 롤러 중앙에서의 시간 단계별 구름방향 압력 프로파일을 나타내었다. 작용하중이 낮은 경우에 압력분포는 유체동력학적인 경향을 보이며 구름방향으로 압력이 형성되는 영역도 좁다. 하중이 증가하면 불연속적인 압력 스파이크가 나타나며 압력형성 영역이 확대되는 것을 볼 수 있다. Fig. 7, Fig. 8의 3차원 압력분포에서 롤러 길이방향의 가장자리에 압력 피크가 나타나고 있으며 높은 하중에 대하여 가장자리의 압력은 중앙에 비하여 더 높게 나타나고 있다.

Fig. 9에 롤러 중앙에서의 구름방향 유막두께 프로파일을 나타내었다. 전형적인 탄성유체 윤활상태의 유막두께 형상으로서 고체 윤활면의 탄성 변형에 의하여 출구에서의 유막두께가 더 작아지는 양상을 볼

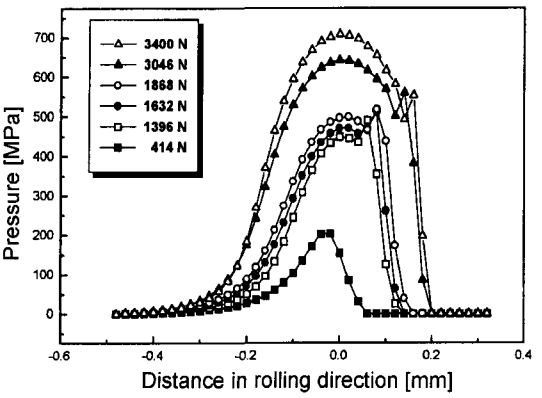

Fig. 6. Pressure profiles in rolling direction.

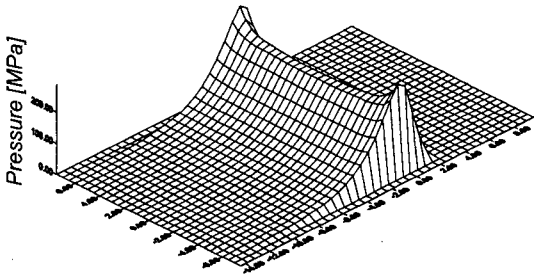

Fig. 7. 3-D pressure distribution; 414N.

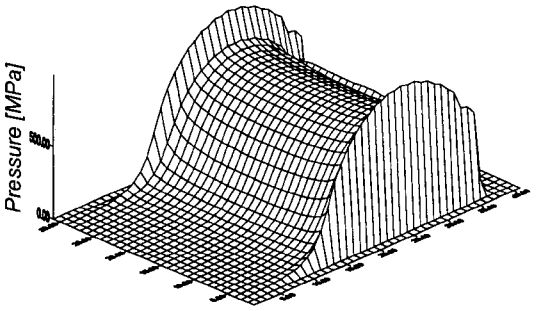

Fig. 8. 3-D pressure distribution; 3400N.

수 있다. 높은 하중에 대하여 유막두께가 더 작아지는 양상을 보이고 있으나 Fig. 4를 동시에 참고하면 윤활면의 평균속도가 큰 3046N(step8)의 경우에는 하중이 높아도 유막두께는 크게 나타나고 있으며 평균속도가 작은 1907N (step2)의 경우에는 하중이 상대적으로 작아도 유막두께는 작게 나타남을 알 수 있다.

Fig. 10, Fig. 11에 낮은 하중과 높은 하중에 대하여 구름방향으로의 압력 프로파일과 유막두께 프로파일의 관계를 각각 도시하였다. 최소 유막두께 직전에 피크압력이 나타나고 있다.

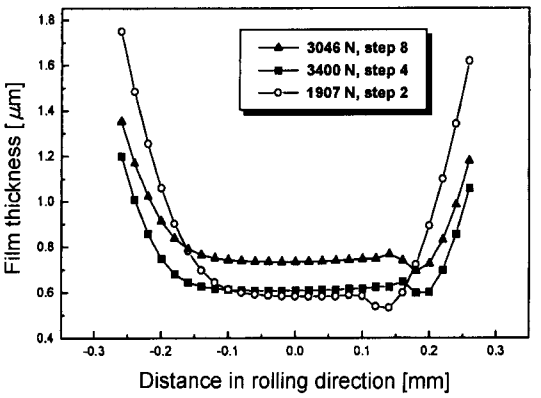

Fig. 9. Film profiles in rolling direction.

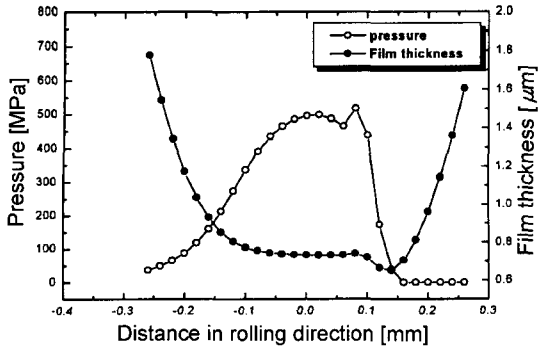

Fig. 10. Film and pressure profiles; 1868N.

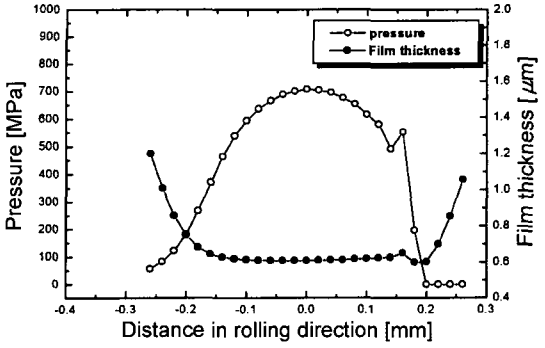

Fig. 11. Film and pressure profiles; 3400N.

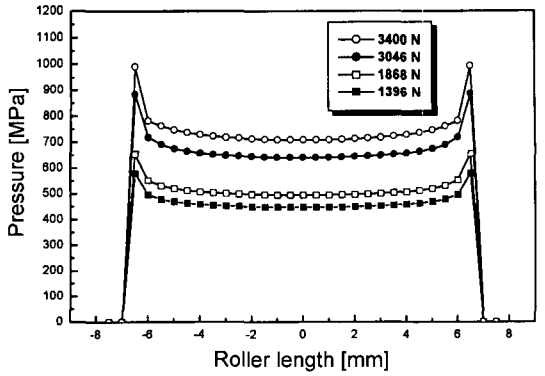

Fig. 12. Pressure profiles in transverse direction.

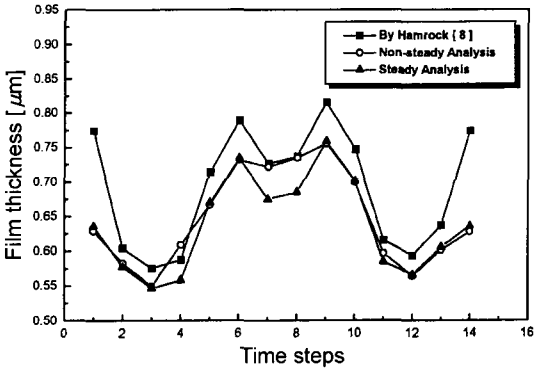

Fig. 13. Central film thickness for time steps.

Fig. 12에 중심선을 따라 롤러 길이방향으로의 압력분포를 나타내었다. 롤러 가장자리에 상대적으로 높은 압력이 나타나고 있다.

중앙에서의 유막두께에 대하여 비정상상태의 해석결과와 정상상태로 가정하여 수행한 해석결과 및 기존의 연구결과[8]를 비교하여 Fig. 13에 나타내었다. 정상상태 해석에 대한 중앙에서의 유막두께는 Pan과 Hamrock[8]이 제시한 식과 유사한 경향을 보이고 있다. 탄성유체윤활 영역에서 중앙의 유막두께는 4-7%의 오차를 유지하면서 기존의 식과 잘 일치하고 있다. 기존의 식은 2차원 무한장 롤러에 대한 것이지만 3차원 해석결과에서 중앙의 유막두께는 기존의 식과 큰 차이가 나지 않음을 알 수 있다.

Fig. 13에서 비정상상태 해석에 대한 중앙에서의 유막두께는 그 경향이 정상상태와는 차이가 있음을 볼 수 있다. 즉, 하중변동이 심한 단계6에서 단계9까지의 경향을 보면 비정상상태의 유막두께 변동은 정상상태에 비하여 변동 폭이 크지 않다. 이것은 스퀴즈 항의 영향으로 생각되며 물리적으로도 타당한 것으로 판단된다. 즉, 단계6과 단계9의 정상상태 유막두께는 단계7 및 단계8의 정상상태 두께보다 크며 단계7과 단계8의 비정상상태 유막두께는 단계9의 정상상태에 도달되기 전의 천이과정에 있다고 볼 수 있으므로 정상상태의 해석결과보다 유막두께가 더 크게 나타난다고 평가할 수 있다.

5. 결 론

본 연구에서는 비정상상태의 3차원 탄성유체윤활 해석절차를 수립하였고, 이 절차를 박용 디젤기관 밸브기구용 캠-롤러에 적용하여 주기적으로 동하중이 작용하는 non-conformal 접촉면의 탄성유체윤활 현상을 면밀하게 분석하였다. 본 연구로부터 얻은 결론은 다음과 같다.

1. 캠-롤러 작용하중이 낮은 경우에 압력분포는 유체동력학적인 경향을 보이지만 하중이 증가하면 구름방향으로 롤러의 탄성변형이 커지며 불연속적인 압력 스파이크가 나타난다.

2. 비정상상태의 해석결과에서 유막두께는 정상상

태로 가정하여 해석한 결과에 비하여 크게 나타난다. 따라서 비정상상태로 운전되는 기계요소의 접촉면을 설계할 경우에 표면거칠기를 동등한 조건의 정상상태보다 더 엄격하게 제한할 필요가 없다고 말할 수 있다.

3. 본 연구에서 확립된 비정상 상태의 3차원 탄성유체윤활 해석절차는 동하중이 작용하는 기계요소에서의 윤활 현상을 정밀하게 예측하여 롤러 프로파일링 등, 비정상상태로 운전되는 기계요소의 최적화 설계에 이용될 수 있다.

기호설명

c : reference length in the film thickness direction [m]
E : the equivalent Young's modulus [N/m^2]
$f_{i,j}$: discrete Reynolds equation at node (i,j)
H : dimensionless film thickness
h : film thickness [m]
K : dimensionless entrainment velocity parameter
P : dimensionless pressure
p : pressure [N/m^2]
R : base circle radius of the cam [m]
R_{cam} : radius of curvature of the cam [m]
T : dimensionless time
ΔT : dimensionless time step
t : time [s]
U : dimensionless velocity parameter
$\tilde{u}$: mean surface velocity in x direction [m/s] $\tilde{u} = (u_1 + u_2)/2$
u_1 : velocity of the roller in x direction [m/s]
u_2 : velocity of the cam in x direction [m/s]
V : dimensionless normal velocity parameter
v_1 : velocity of the roller in y direction [m/s]
v_2 : velocity of the cam in y direction [m/s]
$\tilde{w}$: external loads [N]
X, Y : dimensionless Cartesian coordinates
ΔX : dimensionless grid size in x direction
ΔY : dimensionless grid size in y direction
x, y : Cartesian coordinates
x_{in} : inlet boundary in x direction
x_{out} : outlet boundary in x direction
y_a : lower boundary in y direction
y_b : upper boundary in y direction
Z : dimensionless viscosity-pressure index
η : viscosity [Ns/m^2]
η_0 : viscosity at $p = 0$ [Ns/m^2]
$\bar{\eta}$: dimensionless absolute viscosity
ρ : density [Ns^2/m^4]
ρ_0 : density at $p = 0$ [Ns^2/m^4]
$\bar{\rho}$: dimensionless density
ω : angular velocity of the cam [rad/s]

참 고 문 헌

1. Hamrock, B. J. "Fundamentals of Fluid Film Lubrication," McGRAW-HILL, 1994.
2. Sui, Ping C., "Lubrication and Stress Analyses of the Cam Roller System in a Distributor Fuel Injection Rotary Pump," SAE 970640, 1997.
3. Xuesong, Mei and YoubaiJohnson, Xie "A Numerical Analysis of the Nonsteady EHL Process in High-Speed Rotating Engine Cam/Tappet Pairs," Journal of Tribology, Vol.118, pp.637-643, 1996.
4. Matthew, Jeffery and Sadeghi, F. and Cipra, Raymond J. "Radius of Curvature and Entraining Velocity of Cam Follower Mechanim," Tribology Transactions, Vol.39, pp899-907, 1996.
5. Matthew, Jeffery and Sadeghi,F. "Kinematics and Lubrication of Camshaft Roller Follower Mechanisms," Tribology Transactions, Vol.39, pp.425-433, 1996.
6. Lee, Rong-Tsong and Hamrock, B. J. "Squeeze and Entraining Motion in Nonconformal Line Contacts. Part II-Elastohydrodynamic Lubrication," Journal of Tribology, Vol.111, pp.8-16, 1989.
7. 박태조, "3차원 탄성유체윤활 문제의 수치해석," 박사학위논문, 한국과학기술원, 1989.
8. Pan, Ping and Hamrock, B. J. "Simple For- mulas for Performance Parameters Used in Elastohydrodynamically Lubricated Line Contacts," Journal of Tribology, Vol.111, pp.246-251, 1989.
9. 구영필, 조용주, "FFT를 이용한 Hertzian Contact 해석," 한국윤활학회지, 제14권 제4호, pp.121-127, 1998.
10. 구영필, 조민현, 조용주, "박용 디젤기관의 캠-밸브 기구 하중특성," 한국박용기관학회지, Vol.23, No.6, 1999.