Journal of the KSTLE Vol. 16, No. 2, April 2000, pp. 91~98
The Korean Society of Tribologists & Lubrication Engineers

원주방향 변화를 갖는 슬롯 레스트릭터 베어링의 성능 연구

박정구 · 김경웅

한국과학기술원 기계공학과

A Study on the Performance of Slot Restrictor Bearing with a Variation in Circumferential Direction

Jung-Koo Park and Kyung-Woong Kim

Department of Mechaincal Engineeing, KAIST

Abstract – A slot restrictor air journal bearing has high load capacity and high stiffness. The stability characteristics of the slot restrictor air journal bearing are studied theoretically and experimentally to forecast and to prevent the whirl instability. As for the high speed rotating machinery, the instability called 'whirl' occurs when the rotor rotates at a speed more than twice the resonant speed. Once the whirl occurs, rubbing contact between the journal and the bearing occurs mostly and the bearing-rotor system is destroyed ultimately. Therefore, the forecasting and prevention of the occurrence of whirl instability is a very important subject especially to develop highly efficient high speed rotating machinery. The bearing with the slot restrictor that varies about circumferential direction is used for the purpose of the prevention of whirl instability.

Key words – Stability, slot, air journal bearing.

1. 서 론

외부가압 공기베어링 중에서 Fig. 1과 같이 베어링 간극과 비슷한 단위(order)의 간극을 갖는 슬롯을 통하여 공기를 공급하는 형태의 베어링을 슬롯 레스트릭터 공기베어링이라고 한다. 그림은 베어링을 반으로 자른 모양을 나타낸다.

이와 같은 베어링은 Dee가 최초로 제작하였으며 뒤에 Shires[1]와 함께 해석하였다. Rowe[2]는 이 베어링의 해석에 최초로 유한 차분법을 이용하였으며

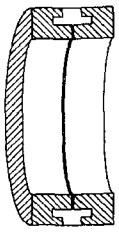

Fig. 1. Slot bearing.

Shires[3]는 Dee가 제작한 것과 동일한 베어링에 트러스트 베어링을 설치하여 트러스트 베어링의 개수 및 형상 치수에 따른 슬롯 레스트릭터 베어링 계의 반경방향 및 축방향 부하지지능력을 최적화 하였다. Rowe[4]는 원주방향으로 슬롯이 8개 이상일 때는 슬롯내의 흐름은 반경방향 일차원 흐름이라고 하였다. 또 Rowe [5]는 2열 급기 슬롯 하이브리드 저널 베어링을 해석하였다.

Yoshimoto등[6]은 슬롯 레스트릭터 베어링을 inherently compensated 레스트릭터 베어링과 비교하면서 강성은 전자가 높으며 감쇠는 베어링 간극이 매우 작은 경우를 제외하고는 일반적으로 전자가 낮다는 것을 보였다.

박[7]은 슬롯의 형상이 변함에 따라 고속안정성도 변화될 수 있음을 주장하였으며 매우 우수한 고속안정성을 가지는 슬롯의 형상을 찾아내었다.

본 연구에서는 박[7]의 연구결과를 응용한 형상에 대하여 고속안정성을 해석하고 실험을 통하여 입증하기로 한다.

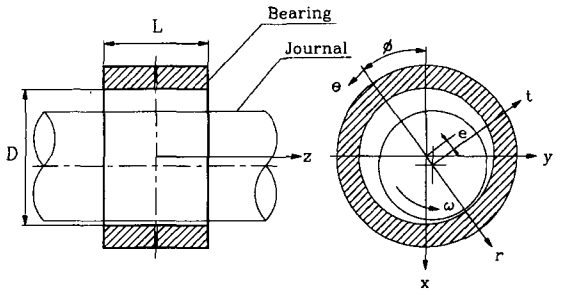

Fig. 2. Bearing coordinates system.

2. 공기베어링의 해석

공기베어링의 윤활막의 압력 분포를 계산하기 위해서 Fig. 2와 같은 베어링 좌표계에서 공기의 유동을 나타내는 Navier-Stokes 방정식과 연속방정식을 연립하여 공기베어링에 대한 레이놀즈 방정식을 유도한다.

이 때 다음과 같은 가정을 하게 된다.

· 베어링의 직경과 길이를 1 단위라고 한다면 베어링의 틈새는 약 10^{-3} 단위이므로 틈새방향의 속도성분은 무시한다.
· 베어링내 공기의 유동은 완전층류상태 유동이다.
· 관성력 항은 압력구배 항에 비해 매우 작아 무시한다.
· 점성력은 베어링 틈새방향에 대한 속도의 이차구배만이 고려된다.
· 윤활유체인 공기는 이상기체로 본다.
· 저널의 베어링 내에서 축 방향으로 기울어진 정도가 베어링 틈새보다 매우 작다.
· 베어링 내부 공기의 온도변화는 없다.

위와 같은 가정 하에 Navier-Stokes 방정식을 간결히 한 후 이에 적당한 속도경계조건을 적용하여 속도분포를 구하고 이를 베어링 틈새방향에 대하여 적분한 형식의 연속방정식에 대입하여 정리하면 다음과 같은 레이놀즈 방정식을 구할 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial\theta}\left(P\,H^3\frac{\partial P}{\partial\theta}\right)+\frac{\partial}{\partial\zeta}\left(P\,H^3\frac{\partial P}{\partial\zeta}\right) = \Lambda\frac{\partial}{\partial\theta}(PH)+2j\Lambda\gamma\frac{\partial}{\partial\tau}(PH) \qquad (1)$$

단, θ는 횡 방향이며 ζ(= z/R)는 축 방향을 나타내며 $j=\sqrt{-1}$ 이다.

강성과 감쇠계수를 구하기 위하여 P, H에 대하여 다음과 같이 미소교란법을 사용한다.

$$P = P_0+\varepsilon_1 e^{\tau}P_1+\varepsilon_0\phi_1 e^{\tau}P_2 \qquad (2)$$

$$H = H_0+\varepsilon_1 e^{\tau}cos\theta+\varepsilon_0\phi_1 e^{\tau}sin\theta \qquad (3)$$

여기서 P_1과 P_2는 복소수로서 실수부의 값은 강성, 허수부는 감쇠계수와 관계된 항이다.

슬롯내의 공기 막에 대한 레이놀즈 방정식을 식 (1)을 유도할 때 이용한 가정들을 이용하여 구하면 다음과 같다.

$$\frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R}\left(RP_s\frac{\partial P_s}{\partial R}A^3\right)+\frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R}\left(\frac{1}{R}P_s\frac{\partial P_s}{\partial R}A^3\right)=j\gamma\Lambda_s A\frac{\partial P_s}{\partial\tau} \qquad (4)$$

이 때 R은 슬롯내의 반경방향을 나타내는 좌표로서 베어링 중심으로부터 임의의 슬롯 내부까지 반경방향 거리를 로터의 반경으로 무차원화 한 형태이다.

식 (1)과 식 (4)에 압력과 유막두께에 대한 미소교란법을 적용한 후 구해진 방정식을 풀기 위하여 다음과 같은 경계 조건을 이용한다.

· 베어링의 양단의 압력은 대기압이며 미소 교란되는 양은 없다.
· 압력분포는 원주 방향으로 360도를 주기로 한다.

가압공기가 슬롯으로 유입되는 부분에서의 유량보존식은 다음과 같다.

$$\Gamma_o A R_s P_{ss} Q = A^3 R_s P_s Q\frac{\partial P_s}{\partial R} \qquad (5)$$

슬롯과 베어링면이 접해있는 부분의 무차원 유량보존식은 다음과 같다.

$$\left(\frac{a}{c_r}\right)^3 P_s\frac{\partial P_s}{\partial R}\bigg|_i+H^3P\frac{\partial P}{\partial\theta}\bigg|_i=2H^3P\frac{\partial P}{\partial\zeta}\bigg|_o+2H^3P\frac{\partial P}{\partial\theta}\bigg|_o \qquad (6)$$

계산하여 구해진 압력을 적분하면 유막력, 강성 및 감쇠 계수를 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix}F_r\\F_t\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\dfrac{f_r}{p_aLD}\\[2ex]\dfrac{f_r}{p_aLD}\end{bmatrix}=\frac{1}{2L/D}\iint(P_0+\varepsilon_1 e^{\tau}P_1+\varepsilon_0\phi_1 e^{\tau}P_2) \times\begin{bmatrix}-cos\theta\\-sin\theta\end{bmatrix}d\theta d\zeta \qquad (7)$$

P_1, P_2는 복소수이므로 여기서 새로운 복소변수 Z

를 도입하면 식(8)은 다음과 같이 된다.

$$F_r = F_{r0} + Z_{rr}\varepsilon_1 e^{\tau} + Z_{rt}\varepsilon_0\phi_1 e^{\tau} \quad (8)$$

$$F_t = F_{t0} + Z_{tr}\varepsilon_1 e^{\tau} + Z_{tt}\varepsilon_0\phi_1 e^{\tau} \quad (9)$$

여기서

$$\begin{bmatrix} F_{r0} \\ F_{t0} \end{bmatrix} = \frac{1}{2L/D} \iint P_0 \begin{bmatrix} -cos\theta \\ -sin\theta \end{bmatrix} d\theta d\zeta \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} Z_{rr} \\ Z_{tr} \end{bmatrix} = \frac{1}{2L/D} \iint P_1 \begin{bmatrix} -cos\theta \\ -sin\theta \end{bmatrix} d\theta d\zeta \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} Z_{rt} \\ Z_{tt} \end{bmatrix} = \frac{1}{2L/D} \iint P_2 \begin{bmatrix} -cos\theta \\ -sin\theta \end{bmatrix} d\theta d\zeta \quad (12)$$

$Z = K + j\gamma B$이며 실수 항 및 허수 항이 각각 강성계수 및 감쇠계수를 나타낸다.

3. 저널의 운동방정식

본 해석에서 다루는 베어링-로터 시스템은 다음과 같다.

· 로터와 베어링 마운팅은 강체이다.

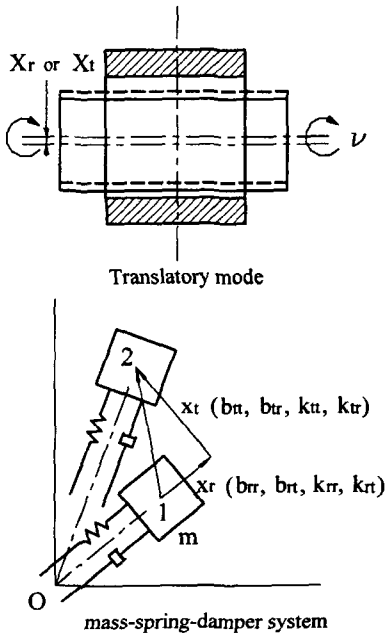

Fig. 3. Vibration mpde of a journal and the equivalent system.

· 로터의 회전 모드는 병진모드이다.

Fig. 3은 본 연구에서 다룬 병진모드, 그리고 베어링-로터 시스템과 등가의 시스템을 나타내는 질량-스프링-댐퍼 시스템을 나타내고 있다. 등가 시스템에서 중심 O는 베어링의 중심을 나타내며 로터가 1점에서 2점으로 움직였을 때의 상황을 나타내고 있다.

이를 기술한 운동방정식은 다음과 같다.

$$-\gamma^2 M\frac{d^2X_r}{d\tau^2} + j\gamma B_{rr}\frac{dX_r}{d\tau} + j\gamma B_{rt}\frac{dX_t}{d\tau} + K_{rr}X_r + K_{rt}X_t = 0$$

$$-\gamma^2 M\frac{d^2X_t}{d\tau^2} + j\gamma B_{tt}\frac{dX_t}{d\tau} + j\gamma B_{tr}\frac{dX_r}{d\tau} + K_{tt}X_t + K_{tr}X_r = 0 \quad (13)$$

단, $X_r = Xe^{\tau}$, $X_t = Xe^{\tau}$ (14)

식 (13)을 $[X\ Y]^T$에 대한 행렬방정식 형태로 나타낸다. 이 방정식의 의미 있는 해(eigen value)를 얻기 위해 행렬의 절대값이 0이 되어야 하므로 실수부와 허수부를 나누어 각각 0으로 두면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$(K_{rr} - \gamma^2 M)(K_{tt} - \gamma^2 M) - \gamma B_{rr}\gamma B_{tt} - K_{rt}K_{tr} + \gamma B_{rt}\gamma B_{tr} = 0 \quad (15)$$

$$M = \frac{K_{rr}\gamma B_{tt} + K_{tt}\gamma B_{rr} - K_{rt}\gamma B_{tr} - K_{tr}\gamma B_{rt}}{\gamma^2(\gamma B_{rr} + \gamma B_{tt})} \quad (16)$$

윗 식에서 불안정회전 시작시의 공전주파수와 자전주파수의 비 γ와 무차원 임계 질량 M을 구하여 안정성을 판별하게 된다. 공기베어링의 동특성계수는 γ에 따라 변한다. 여기서 말하는 동특성계수란 식 (15)와 식 (16)의 강성과 감쇠 계수를 말한다. 이 강성과 감쇠 계수를 구하기 위하여 우선 식 (1)을 풀어야 한다. 식 (1)을 풀기 위하여 불안정회전 시작시의 공전주파수와 자전주파수의 비 γ를 가정하고 식 (15)과 식 (16)까지 풀게 된다. 이 때 처음 가정한 γ값과 식 (15)과 식 (16)에서 구한 γ값이 다르면 γ를 다시 수정하여 식 (1)에서 부터 다시 되풀이 한다. 이와 같은 과정을 거쳐 두 γ값이 서로 일치하도록 계산을 반복하여 최종적으로 γ와 그때의 M을 구한다.

이때 구해진 무차원 임계 질량 M은 불안정회전 시작시의 무차원 질량으로서, 사용하고자 하는 로터의 무차원 질량이 이값 보다 작으면 베어링 시스템은 안정하며 이값 보다 크면 베어링 시스템이 불안정함

을 의미하므로서 고속안정성의 척도로 사용할 수 있다.

4. 슬롯의 형상

슬롯 레스트릭터를 이용할 경우에 윤활제인 공기는 슬롯을 통과하여 베어링면으로 공급되므로 슬롯의 형상이 원주방향에 대하여 일정하지 않다면 베어링 면으로 공급되는 공기의 유동도 원주방향에 대하여 변화하게 된다. 베어링 시스템이 초고속에서 안정하게 회전하기 위한 베어링면내의 이상적인 압력분포가 존재하므로 베어링 틈새에 공급되는 공기의 압력분포가 이와 같은 이상적인 압력분포가 되도록 슬롯의 형상을 변화시킨다면 전체 베어링-로터 시스템이 초고속 회전안정성을 갖도록 할 수 있다

본 연구에서 고려되는 형상에 대하여 거론하면 다음과 같다. 일단 고려하는 슬롯의 모양은 원형슬롯과 비원형슬롯으로 크게 나뉘어 진다.

해석과 실험시 두 모양 모두 슬롯반경(슬롯의 반경방향 길이를 나타냄)은 일정하다. 이 때 원형슬롯은 슬롯간극이 특정한 값으로 일정하며 비원형슬롯은 슬롯간극이 원주방향에 대하여 일정하지 않은 모양을 갖는다. 본 연구에서는 특히 두가지 슬롯간극을 갖는 슬롯의 형상에 대하여 해석 및 실험을 하게 되는데 이와 같은 비원형 슬롯의 간극의 단면을 보면 Fig. 4와 같다.

그림에서 circle 1은 베어링원을 나타내며 circle 2까지가 슬롯의 저항면을 나타낸다. 그림에서 슬롯저항면을 나타내는 두 원 사이의 두 부분에 해칭이 되어 있는데 이 부분은 다른 부분에 비하여 수내지 수십 마이크로미터 단위로 연삭되어 진다. 이와 같이 단을 형성함으로 인하여 수내지 수십 마이크로 두께의 박판을 사이에 끼워 조립한 후 슬롯간극은 원주방향에 대하여 2가지 서로 다른 값을 갖게 되며 이런 모양의 슬롯을 비원형슬롯이라 한다. 이때 두가지 간극중 연삭되어진 깊이 만큼 더 큰 간극을 a_2라 하고 끼워 조립된 박판의 두께와 같은 크기를 갖는 간극을 a_1이라 하기로 한다.

5. 실험장치 및 실험방법

슬롯 레스트릭터 저널 베어링의 실험 장치는 Fig. 5와 같다.

로터의 질량은 2.680 kg, 직경은 50 mm, 길이는 174 mm의 무부하 직립 상태이며 베어링은 상하부에 두 군데를 지지하며 길이대 직경비는 0.5이다.

그림의 중심부에 있는 노즐을 통하여 고압의 공기를 분사하여 로터를 회전시킨다. 회전수를 계속 증가시키며 로터의 궤적을 모니터링하며 불안정 회전이 일어나는 동안의 데이타를 저장하고 FFT 처리하여 불안정시작속도를 알아낸다.

6. 해석 및 실험 결과

Fig. 6은 베어링과 로터사이의 반경방향 간극이 40 μm인 경우에 불안정시작속도의 계산 결과를 나타내는 그림이다.

Δa란 비원형슬롯의 경우 두가지 슬롯간극의 값의

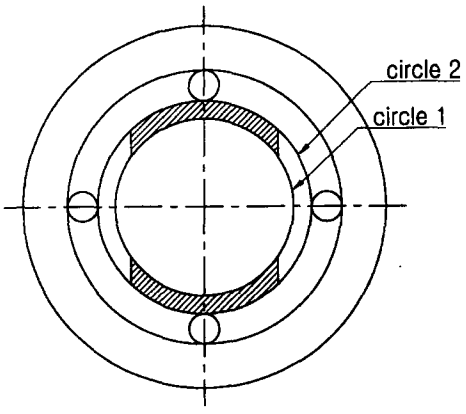

Fig. 4. Noncircular slot.

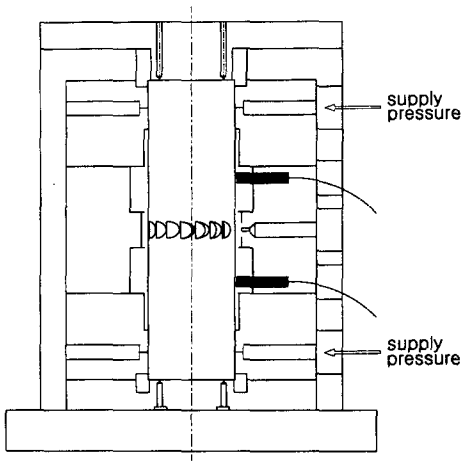

Fig. 5. Experimental setup.

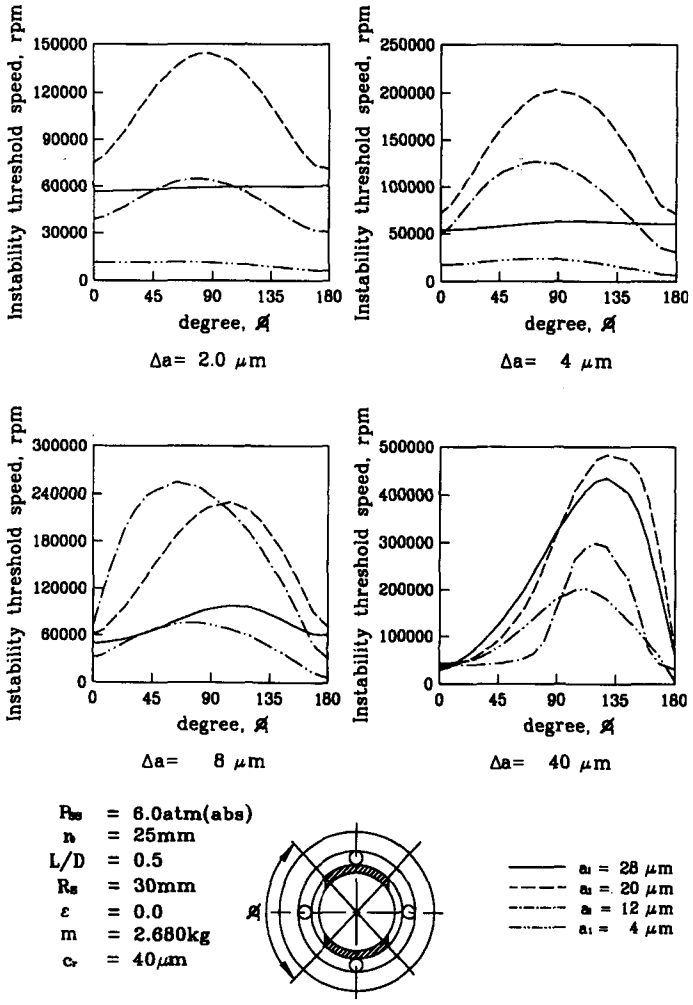

Fig. 6. Instability threshold speed.

차이를 나타낸다. Δa의 값이 4 μm이면 두 간극의 차이가 4 μm란 뜻이며 그림에서 실선은 a_1(두가지 간극중 작은 값)의 값이 28 μm이므로 네 개의 그림에서 실선일 경우 a_2의 값은 각각 30, 32, 36, 68 mm가 된다.

φ_1의 값이 0도일 경우는 슬롯 간극이 a_2로 일정한 원형슬롯인 경우이며, φ_1의 값이 180도인 경우는 슬롯간극이 a_1으로 일정한 원형슬롯인 경우이다. 또한 φ_1의 값이 90도인 경우는 비원형슬롯인 경우인데 이때는 서로 다른 크기의 두가지 슬롯간극(a_1, a_2)이 90도씩 존재함을 의미한다.

그림에서 공통적인 사항은 φ_1의 값이 약 90도 일 경우 불안정시작속도의 최대값을 가진다는 것이며 Δa의 값이 커질수록 불안정시작속도가 증가하는 경향을 갖는다는 것이다.

Fig. 7을 보면 Fig. 6의 경우에 대한 강성의 변화를 나타내고 있다.

그림에서 a_1의 값에 대하여 곡선이 두 개씩 있음을 알 수 있는데 각각 두 방향의 주강성을 나타낸다. 슬롯간극이 원주방향에 대하여 두 가지 값으로 구성되어 있으므로 0도와 180도의 경우를 제외하고는 주강성의 크기가 서로 달라짐을 알 수 있다. 그림을 보면 Δa의 값이 클수록 주강성의 크기 차이가 많아 짐을 볼 수 있다.

Table 1은 실험결과를 나타내고 있다. 실험장치의 로터는 compressor에 의하여 구동된다. 비원형슬롯과

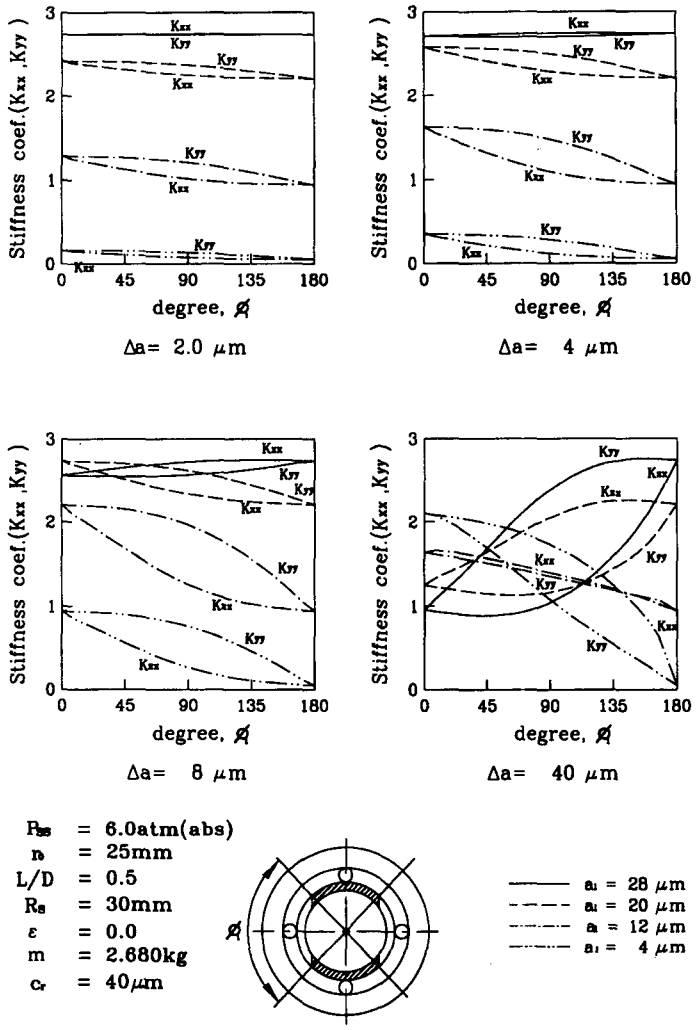

Fig. 7. Stiffness Coefficients.

슬롯간극이 큰 원형슬롯의 실험 시 불안정시작속도가 높아 베어링 공급압력이 6기압인 경우, 사용된 compressor의 성능 상(최고 토출 압력 10기압) 불안정속도에 도달하기 위해 필요한 속도까지 로터를 회전시킬 수 없었기 때문에 베어링 공급압력이 3기압인 경우에 대하여 실험을 수행하였다. 또한 실험과 동일한 경우에 대한 해석도 수행하여 Table 1에 수록하였다.

실험에 사용된 로터와 베어링간의 반경방향 간극은 50 μm이다. Table 1에서 보면 15-5 μm의 조합으로 이루어진 비원형슬롯의 불안정시작속도가 15 또는 5 μm의 원형슬롯 경우 보다 높음을 알 수 있고, 25-15 μm의 조합으로 이루어진 비원형슬롯의 불안정

Table 1. Compare Results of experiments with numerical analysis of Instability threshold speed(rpm)

supply pressure	3 atm (abs.)	
slot clearance	Experiment	Numerical
5 μm	3,500	2,700
15-5 μm	29,600	21,000
15 μm	9,100	13,100
25-15 μm	40,100	35,800
25 μm	21,100	23,800

시작속도가 25 또는 15 μm의 원형슬롯 경우 보다 높음을 알 수 있다.

Fig. 8은 실험 결과 중 임의의 한 경우에 대한 FFT

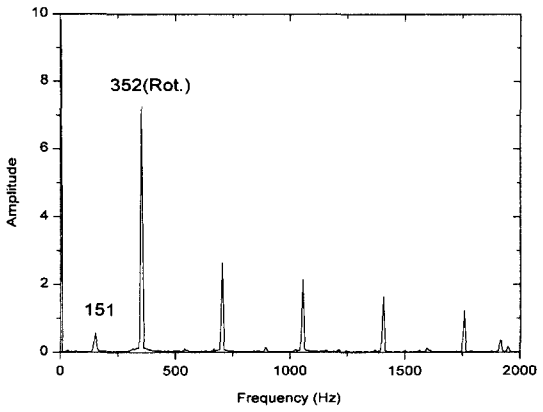

Fig. 8. FFT Plot of Experimental Date.
slot clearance:25 μm
supply pressure:3 atm

plot을 보여 주고 있다. 그림의 "Rot"란 회전 속도를 의미하며 352 Hz이고 이는 약 21,100 rpm에 해당한다. 151 Hz는 축이 공전을 하는 주파수를 나타내는데 이를 whirl frequency라고 하며 whirl frequency가 나타나는 순간을 instability whirl이 일어나는 순간으로 판단하였다. 그림에서 보면 회전속도의 정수배를 나타내는 주파수가 나타나는데 이는 차후 고려가 필요한 사항이다.

7. 결 론

슬롯간극을 원주방향에 대하여 변화시켜 고속안정성이 우수해짐을 해석을 통하여 제시하였으며 실험을 통하여 입증하였다.

해석에서는 여러 가지 경우에 대하여 불안정 시작 속도를 계산하여 계산 결과를 도시하였다.

실험에서는 베어링 실험 장치를 직접 설계·제작하여 불안정 시작 속도를 직접 측정하여 계산 결과와 비교하였다.

실험 시 축 중심의 궤적 데이터를 실시간으로 FFT하여 축 중심의 half frequency whirl 속도 성분이 나타나는 순간을 whirl instability의 시작으로 판단하여 그 순간의 축의 회전속도를 불안정 시작 속도로 정하였다.

후 기

본 연구는 1994년도 한국과학재단 지원 목적기초연구(과제번호: 94-0200-05-03-3)에 의한 연구결과의 일부입니다. 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

참 고 문 헌

1. Shires, G.L. & Dee, C.W., "Pressurized Fluid Bearings with Inlet Slots," Proc. Gas Bearing Symp., Univ. Southampton, paper No. 7, 1967
2. Rowe, W.B. & Stout, K.J., "Design of Externally Pressurized Gas-Fed Journal Bearings Employing Slot Restrictors," Tribology 1973
3. Shires, G.L. & Collins, R., "The Interaction of Radial and Axial Loads on a Slot Fed Journal Bearing with Bleed Thrust Face," Proc. Gas Bearing Symp., Univ. Southampton, paper No. A5, 1974
4. Rowe, W.B. & Stout, K.J. & Porritt, T.E., "The Performance of Externally Pressurized Slot Restricted Journal Bearings," Proc. Gas Bearing Symp., Univ. Southampton, paper No. A6, 1974
5. Rowe, W.B. & Stout, K.J. & Tawfik, M., "Characteristics of Slot Entry Hybrid Gas Bearings," Proc. Gas Bearing Symp., Univ. Southampton, paper No. 11, 1981
6. Yoshimoto, S., Nakano, Y., Kakubari, T., "Dynamic Properties of Externally- Pressurized Gas Journal Bearings with Circular Slot Restrictors," JSME Bull., Vol. 27, No. 229, 1984, pp.1537-1543
7. 박정구, 김경웅, "슬롯 레스트릭터 공기 저널 베어링의 고속안정성 향상," 대한기계학회논문집, 제19권, 제10호, 1995, pp. 2413-2420

기 호 설 명

a : 슬롯 틈새
A : 무차원 슬롯 틈새, a/c_r
B : 감쇠계수, $bc_r\omega/(p_aLD)$
c_r : 반경방향 평균 베어링 간극
D : 베어링 직경
F : 무차원 힘, $fl/(p_aLD)$
H : 무차원 베어링 틈새
K : 강성 계수, $kc_r/(p_aLD)$
L : 베어링 길이
M : 무차원 임계 질량, $mc_r\omega^2/(p_aLD)$
P : 무차원 압력, p/p_a
P_{ss} : 무차원 공급 압력, p_s/p_a
r_o : 로터 반경
R_s : 무차원 슬롯 반경, (r_s/r_o)
ν : 저널 중심의 공전 각속도

τ : νt
W : 무차원 부하, $w/(p_a LD)$
γ : 공전주파수와 자전주파수의 비, ν/ω
Γ_o : 급기계수, $12\mu C_D r_o\sqrt{RT}/(p_a c_r^2)$
Λ : 베어링수, $6\mu\omega r_b^2/(p_a c_r^2)$
Λ_s : 2Λ