

## 사각형 공간 내의 난류 자연대류 수치해석 모델에 관한 연구

### Study on the numerical modeling of turbulent natural convection in rectangular enclosure

정 효 민\*, 이 철 재\*\*, 정 한 식\*  
H. M. Jeong, C. J. Lee, H. S. Chung

**Key words:** Numerical modeling(수치모델), Turbulent natural convection(난류자연대류), Turbulent kinitic energy(난류에너지), Rectangular enclosure(사각공간)

#### ABSTRACT

There are many under going researchs for the natural convection and fluid flow in rectangular enclosure. In this paper, the optimal model that is the most frequently used for the analysis of a turbulent natural convection in rectangular enclosure is suggested by comparing with the result of Cheesewright's experiment. As We can see the distribution of the velocity, temperature, and turbulent kinitic energy, ST model tends to exaggerate the result of the experiment. The LS model generates better experimental result than the ST and DA's. Therefore, it is resonable to adopt the LS model that contains explicit physical meanings of each term in equation of turbulent kinitic energy.

#### 기 호 설 명

Re<sub>t</sub> : 국소 난류 레이놀즈 수  
 T : 공간내 온도  
 T<sub>c</sub> : 냉각벽면 온도  
 T<sub>H</sub> : 가열벽면 온도  
 U<sub>i</sub> : 2차원 속도 (i=1, 2 : u, v)  
 X<sub>i</sub> : 2차원 좌표계 (i=1, 2 : X, Y)  
 β : 열팽창 계수  
 δ<sub>ij</sub> : Kronecker 델타  
 ε : 난류 운동에너지 소산율

μ : 점성계수  
 ν : 동점성 계수  
 x : 난류 운동에너지  
 ρ : 밀도

#### 1. 서 론

사각형 공간 내의 자연대류 열 및 유체 유동에 관한 연구는 공학적인 여러 측면에서 많은 연구들이 수행되어 오고 있다.<sup>(1-4)</sup> 근래에 와서는 공간 내의 온도차의 증대와 다양한 장애물의 설치 등으로 난류 자연대류로의 연구의 필요성이 제기되고 있으며 실제 난류 자연대류로 해석한 많은 연구들을 찾을 수 있다.<sup>(5-9)</sup> 그러나 난류 자연대류 해석 모델은 다양한 것들이 제안되고 있으며 각 모델에 따른 해석 결과가 조금씩 다르게 나타

\* 정희원, 경상대학교, 정밀기계공학과, 해양산업연구소  
 \*\* 정희원, 동명대학

나는 것도 사실이다. 실제 산업 현장에서는 각종 전자 장비의 열유체 설계, 청정실, 선박 내의 캐빈 그리고 태양열 집열판 등에서 난류 자연대류 해석의 필요성이 제기되고 있으며, 정확한 설계 자료가 요구되고 있다

본 연구는 밀폐사각 공간에 대한 난류자연대류 수치해석시 가장 많이 사용하고 있는 모델들을 실험값과 비교 검토하여 적합한 모델을 제시하고자 한다.

2. 해석 모델

사각 공간 내의 열유체 유동의 정확한 해석을 위하여 이미 알려진 실험논문과 동일한 기하학적 형상에 대하여 해석을 수행한다. 장방형의 밀폐공간에 대한 난류 자연대류의 실험 결과로서 각 연구자들의 검토대상인 Cheesewright<sup>2)</sup>의 실험 모델 및 결과를 바탕으로 한다. 기하학적인 형상은 Fig. 1과 같이 X 방향의 폭이 0.5m이고, Y 방향의 높이는 2.5 m 장방형이며 왼쪽 면,  $T_H=68^\circ\text{C}$ 로 가열되고 오른쪽 면,  $T_C=22.2^\circ\text{C}$ 로 냉각벽면을 갖고 있으며 상하면은 단열벽면이다. 계산격자는 다음의 식(1)에 의하여  $X \times Y=52 \times 52$ 의 부등간격의 격자로 하였으며 Gr수는  $4.5416 \times 10^{-10}$ 이다.

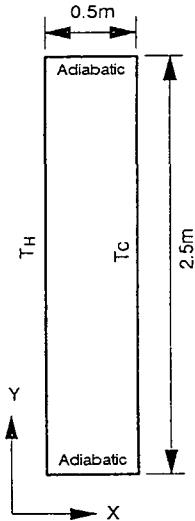


Fig. 1 Schematic diagram for the numerical modeling.

$$X_i = X_{\max} \left[ -0.5 \cdot \tanh \left\{ a \left( 2 \cdot \frac{i}{n-1} \right) / \tanh(-a) + 0.5 \right\} \right] \quad (1)$$

여기서  $n$ 은 X축 방향의 격자수,  $i$ 는 격자의 좌표,  $a$ 는 격자간격을 조정하는 계수이다. 사각 밀폐공간 내 유동은 온도차에 의한 부력의 영향을 고려하고 정상상태, 비압축성, 난류유동으로 가정하면 기본방정식은 다음과 같다.

연속방정식

$$\frac{\partial U_i}{\partial X_i} = 0 \quad (2)$$

운동량방정식

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho U_i U_j)}{\partial X_j} = & - \frac{\partial P}{\partial X_i} \\ & + \frac{\partial}{\partial X_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) \right] \\ & - \frac{\partial}{\partial X_j} [\rho \overline{u_i u_j}] + \delta_{ij} \rho g \beta \Delta T \end{aligned} \quad (3)$$

3. 난류모델의 선정

난류계산을 할 경우에는 식(3)의 운동량 방정식 중 레이놀즈 응력항(Reynolds stress)에 대한 처리가 불가피하다. 따라서 난류계산을 할 경우 벽 근처의 점성저층까지 포함하여 벽면까지의 상세한 계산을 위하여 제안된 저 레이놀즈 수 모델<sup>(1)</sup>과 벽면의 효과를 충분히 고려하기 위하여 벽 법칙을 이용하여 벽에서 가장 가까운 격자점에 대하여 벽 함수를 적용시켜 계산하는 방법이 있다. 전자의 경우에는 10가지 이상의 모델이 제안되어 있고, 후자의 경우에는 고 레이놀즈 수 모델이라 불리는 표준  $k-\epsilon$  모델이 대표적이다. 이들은 각각 장단점이 있기 때문에 본 연구에서는 다음의 3가지 난류모델을 검토하여 최적의 모델을 도입하고자 한다.

- (1) 표준  $k-\epsilon$  모델(이하 ST Model, 혹은 ST)<sup>(1,3)</sup>
- (2) Davidson이 제안한 저 레이놀즈 수 모델(이하 DA Model, 혹은 DA)<sup>(3)</sup>

(3) Launder and Sharma가 제안한 저 레이놀즈 수 모델(이하 LS Model, 혹은 LS)<sup>(1)</sup>

· ST Model

이 모델은 비교적 계산이 간단하며, 격자수의 절약 등의 여러 가지 측면에서 공학적으로 그 가치가 인정되어 폭넓게 사용되고 있는 모델로서 다음과 같은 관련방정식을 구성한다.

난류에너지 방정식

$$\frac{\partial(\rho U_j k)}{\partial X_j} = \frac{\partial}{\partial X_j} \left[ \left( \frac{\mu_t}{\sigma_k} + \mu \right) \frac{\partial k}{\partial X_j} \right] + G - \rho \epsilon - g \beta \frac{\mu_t}{\sigma_t} \frac{\partial T}{\partial X_2} \quad (4)$$

난류에너지 소산 방정식

$$\frac{\partial(\rho U_j \epsilon)}{\partial X_j} = \frac{\partial}{\partial X_j} \left[ \left( \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} + \mu \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial X_j} \right] + C_1 \frac{\epsilon}{k} G - C_2 \rho \frac{\epsilon^2}{k} - g \beta \frac{\mu_t}{\sigma_t} \frac{\partial T}{\partial X_2} \quad (5)$$

여기서 난류생성항  $G$ 는 다음과 같다.

$$G = \mu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial X_j} \quad (6)$$

에너지 방정식

$$\frac{\partial(\rho U_j T)}{\partial X_j} = \frac{\partial}{\partial X_j} \left[ \left( \frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{\sigma_t} \right) \frac{\partial T}{\partial X_j} \right] \quad (7)$$

또한, 위의 방정식에서 사용된 모델정수는 다음과 같은 값을 사용하였다.

$$C_1 = 1.44, \quad C_2 = 1.92, \quad \sigma_\epsilon = 1.3, \quad \sigma_k = 1.0, \quad C_\mu = 0.09, \quad \sigma_t = 0.7 \quad (8)$$

· DA Model

이 모델은 최근에 개발되어 많은 연구자에 의

하여 적용되고 있는 저 레이놀즈 수의 대표적 모델중의 하나이다. 기본방정식 중에서 ST Model과 다르게 적용되는 방정식은 다음과 같다.

난류에너지 소산 방정식

$$\frac{\partial(\rho U_j \epsilon)}{\partial X_j} = \frac{\partial}{\partial X_j} \left[ \left( \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} + \mu \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial X_j} \right] + C_{1\epsilon} f_1 \frac{\epsilon}{k} G + C_{1\epsilon} B \frac{\epsilon}{k} - C_{2\epsilon} f_2 \frac{\rho \epsilon^2}{k} \quad (9)$$

위의 방정식에서 사용된 함수는 다음과 같다.

$$f_\mu = \exp \left\{ \frac{-3.4}{(1 + R_{et}/50)^2} \right\} \quad (10)$$

$$f_1 = 1 + \left( \frac{0.14}{f_\mu} \right)^3 \quad (11)$$

$$f_2 = \{ 1 - 0.27 \exp(-R_{et}^2) \} \{ 1 - \exp(-R_{en}) \} \quad (12)$$

$$R_{et} = \frac{\rho k^2}{\mu \epsilon} \quad (13)$$

$$R_{en} = \frac{n \rho \sqrt{k}}{\mu} \quad (14)$$

$$\mu_t = \frac{f_\mu C_\mu \rho k^2}{\epsilon} \quad (15)$$

여기서  $n$ 는 벽면에서 가장 가까운 수직거리이다.

· LS Model

이 모델은 1985년에 발표된 이후에 많은 연구자들로부터 검정되어 왔으며 특히 최근에는 밀폐 공간에 대한 난류 자연 대류에도 실험치를 잘 재현한다는 보고가 있다. 위에서 주어진 난류에너지 생성항, 부력항, 에너지 방정식, 모델정수 등을 제외한 기본 방정식은 다음과 같다.

난류에너지 방정식

$$\frac{\partial(\rho U_j k)}{\partial X_j} = \frac{\partial}{\partial X_j} \left[ \left( \frac{\mu_t}{\sigma_k} + \mu \right) \frac{\partial k}{\partial X_j} \right] + G - \rho \epsilon + B - 2\mu \left( \frac{\partial \sqrt{k}}{\partial X_j} \right)^2 \quad (16)$$

난류에너지 소산 방정식

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho U_j \epsilon)}{\partial X_j} &= \frac{\partial}{\partial X_j} \left[ \left( \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} + \mu \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial X_j} \right] \\ &+ C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} (G + B) - C_{2\epsilon} f_2 \frac{\rho \epsilon^2}{k} \quad (17) \\ &+ 2 \frac{\mu \mu_t}{\rho} \left( \frac{\partial^2 U_i}{\partial X_i \partial X_k} \right)^2 \end{aligned}$$

위의 방정식에서

$$f_2 = 1 - 0.3 \exp(-R_{\epsilon t}^2) \quad (18)$$

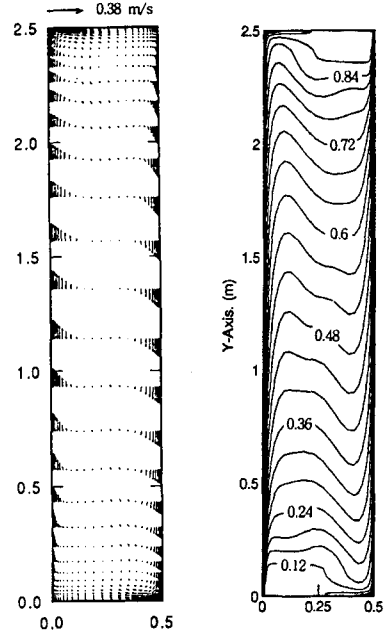
위의 수식 중에서 난류에너지 방정식의 마지막 항은 벽면 근처의 점성응력에 의한 생성항을 나타내고, 난류에너지 소산방정식의 마지막 항은 벽면 근처에서 난류 운동에너지를 실험치에 근접시키기 위한 부가항을 각각 의미하고 있다.

이상의 경계조건과 주어진 방정식으로부터 각각의 변수를 구하기 위하여 유한체적법(Finite Volume Method)을 채택하였으며, 압력항의 계산은 SIMPLE 알고리즘을 채택하였다. 또한 수치계산은 위에서 언급한 3가지의 난류 모델을 사용하여 계산을 각각 수행하였다.

#### 4. 결과 및 고찰

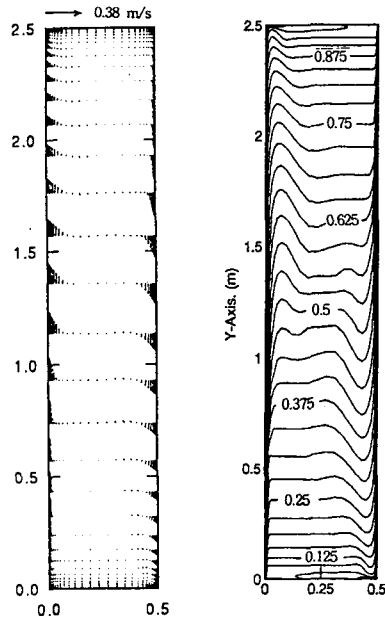
Fig. 2, Fig. 3 및 Fig. 4는 각각 ST, LS, DA 모델에 의한 속도벡터 및 등온선 분포를 나타내고 있다. 속도벡터의 경우 ST모델이 단면 전체에 걸쳐서 상대적으로 큰 값을 나타내고 있고, 온도의 경우 벽면 중앙부와 상 하부 벽면의 기울기 변화가 거의 없으므로 점성효과가 전 벽면에서 거의 일정한 값을 나타내고 있음을 알 수 있다. 이에 반하여 LS 및 DA모델에서는 단면 중앙부 부근에서만 속도가 증가하고 상부면과 하부 바닥면 근처에서는 속도가 상당히 억제되고 있음을 알 수 있다. 온도는 중앙부 벽면 부위에서만 큰 기울기를 가지며 상부 및 하부로 갈수록 기울기가 완만해지며, 특히 공간의 중심부에 한해서는 비교적 균일한 온도 분포를 나타내고 있다.

Fig. 5와 Fig. 6은 각각  $Y=0.57\text{ m}$ ,  $Y=1.25\text{ m}$ 에서의 수치계산한 속도 분포로써 그림에서 검은



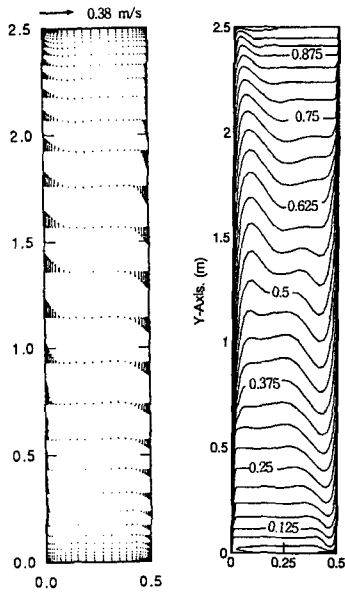
(a) Velocity vectors (b) Isotherms

Fig. 2 Velocity vectors and isotherms by ST model.



(a) Velocity vectors (b) Isotherms

Fig. 3 Velocity vectors and isotherms by LS model.



(a) Velocity vectors (b) Isotherms

Fig. 4 Velocity vectors and isotherms by DA model.

점은 Cheesewright의 실험치이며 ST, LS, DA는 각각 Standard  $k-\epsilon$  Model, Launder and Sharma Model, Davidson Model에 의한 계산 결과를 나타낸다. 일반적으로 가열벽 쪽에서는 상승 기류가 냉각벽 쪽에서는 하강기류가 발생되며 공간 중앙부는 거의 0의 속도 분포가 나타난다. 즉 정성적으로는 각 모델이 유사한 경향을 나타내고 있다. 그러나 ST의 경우에는 대체로 벽면 부근에

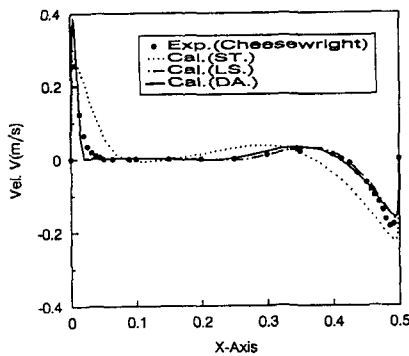


Fig. 5 Velocity distribution for various turbulent models at  $Y=0.57$  m section.

서 실험치에 대하여 과도한 속도 분포를 나타내고 있어서 벽면 경계 조건의 선택 및 벽면 근처에 대한 계산에는 상당한 주의가 필요함을 알 수 있다. 그러나 LS와 DA는 벽면 근처뿐만 아니라 단면 전체에서 실험치를 아주 잘 재현하고 있다.

Fig. 7과 Fig. 8은  $Y=0.57$  m,  $Y=1.25$  m 단면에 대한 온도분포를 각각 나타내었다. 정성적으로 각 모델은 유사한 경향을 나타낸다. 그러나 하부 단면(Fig. 7)에서는 ST의 경우는 과도한 온도분포를 나타내었다. 저 레이놀즈 모델인 LS와 DA는 실험치에 상당히 근접함을 알 수 있다. 그러나 단면의 상부(Fig. 8) 쪽에서는 대체로 유사한 분포를 보였다.

Fig. 9는  $X=0.25$  m인 공간의 중심선상에 대한 연직방향의 무차원 온도분포를 나타내었다. 일반적으로 공간 상부로 이동할수록 온도가 증가하는 현상은 다같이 나타난다. 특히 중심부 단면 ( $Y/H=0.5$ ,  $Y=2.5$  m)까지는 저 레이놀즈 수 모델이 실험치를 잘 재현하며, 이 이상의 상부 쪽에서는 ST모델이 약간 우수한 것으로 나타나지만 벽면근처에서는 오히려 저 레이놀즈 수 모델이 실험치에 근접함을 알 수 있다.

Fig. 10은  $Y=1.25$  m 단면에 대한 난류 에너지의 분포를 나타내었다. 양측 벽면상에서는 속도가 0이기 때문에 난류에너지도 0인 값을 나타내지만, 벽면에서 약간 떨어진 위치에서는 난류 에너지가 급격히 증가함을 알 수 있다. 이 부분은 속도 벡터의 그림에서도 알 수 있듯이 속도 기울기가 급격한 부분에 해당함을 알 수 있고, 전체

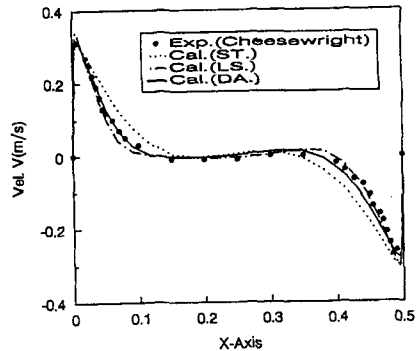


Fig. 6 Velocity distribution for various turbulent models at  $Y=1.25$  m section.

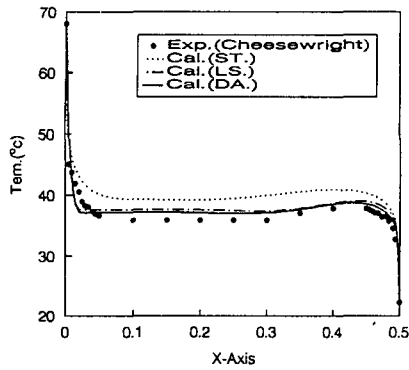


Fig. 7 Temperature distribution for various turbulent models at  $Y=0.57$  m section.

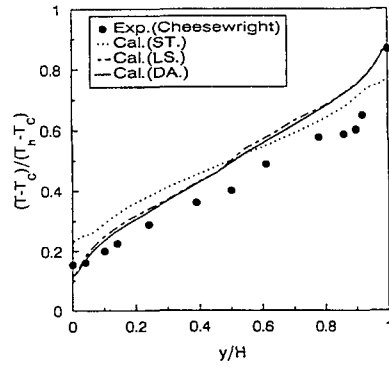


Fig. 9 Temperature distribution along the height at middle section at  $X=0.25$ .

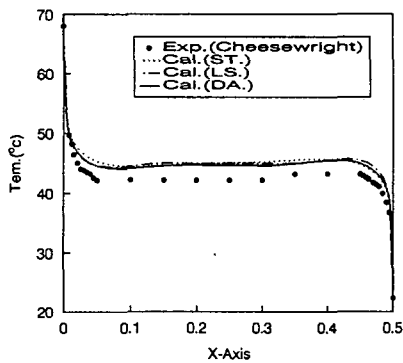


Fig. 8 Temperature distribution for various turbulent models at  $Y=1.25$  m section.

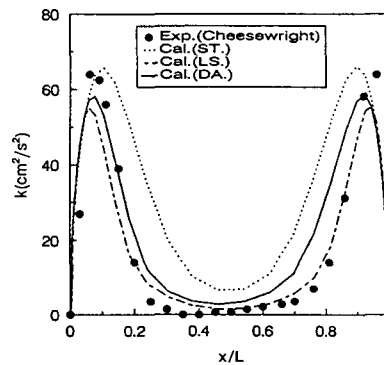


Fig. 10 The turbulent kinetic energy distributions along the X direction at the middle height at  $Y=1.25$ .

적인 분포는 ST, DA, LS모델의 순서로 높은 난류 에너지가 나타나고 있다.

### 5. 결론

이상과 같이 밀폐사각공간에 대한 수치해석 시 가장 많이 사용하고 있는 모델들을 실험값과 비교 검토한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 일반적으로 가열벽 쪽에서는 상승기류가, 냉각벽 쪽에서는 하강기류가 형성된다.
- (2) 공간 수직 중심선상의 온도분포는 상부로 이동할수록 온도가 증가하며, 중심부 단면에서는 저 레이놀즈 수 모델이 실험치를 잘 재현한다.
- (3) 난류 에너지는 ST, DA, LS모델 순으로 높은 분포를 보여준다.
- (4) 속도, 온도, 난류 에너지 등의 분포에서는

ST모델은 과대평가하는 경향이 있으며, LS 및 DA모델은 실험치와 잘 일치하나 LS모델의 난류 에너지 분포가 실험치와 보다 더 잘 일치한다.

### 후 기

본 연구는 1998년도 해양수산부 한국해양수산개발원 수산특정연구개발사업(과제명 : 해상에서 열치가공을 위한 태양열 온수기 개발) 연구비 지원에 의한 연구의 일부로서 관계자 여러분께 감사드립니다.

### 참고문헌

1. Virendra, C. P., Wolfgang, R. and Scheuerer,

- G., 1984, Turbulence models for near-wall and low reynolds number flow: a review, AIAA Journal, Vol. 23, pp. 1308-1319.
2. Cheesewright, R. and Zlal, S., 1986, Distributions of temperature and local heat-transfer rate in turbulent natural convection in a local rectangular cavity, Proceedings, The 8th of IHTC, pp. 1465-1470.
  3. Davidson, L., 1990, Calculation of the turbulent buoyancy-driven flow in a rectangular cavity using an efficient solver and two different low reynolds number  $\kappa - \epsilon$  turbulence models, Numerical Heat Transfer, Vol. 18, pp. 129-147.
  4. Hanjalic, K., Kenjeres, S. and Durst, F., 1994, Numerical study of natural convection in partitioned 2-dimensional enclosures at transitional rayleigh numbers, Proceeding of The 10th IHTC, Vol. 5, pp. 477-482.
  5. Jin, Y. Y. and Chen, C. F., 1996, Instability of Convection and Heat Transfer of High Prantl Numer Fluids in a Vertical Slot, Journal of Heat transfer, Vol. 118, pp. 359-365.
  6. Wakitani, S., 1997, Development of multi-cellular solutions in natural convection in an air-filled vertical cavity, Journal of Heat transfer, Vol. 119, pp. 97-101.
  7. 오건제, 하수석, 1997, 변압기를 모델링한 두개의 동심 원형 실린더내에서 난류 자연대류의 수치해석, 공기조화 냉동공학회 하계학술 발표회 논문집, pp. 542-547.
  8. Sasaguchi, K., Kuwabara, K., Kusano, K. and Kitagawa, H., 1998, Transient cooling of water around a cylinder in a rectangular cavity-a numerical aalysis of the effect of the position of the cylinder, International Journal of Heat and Mass Transfer, pp. 3149-3156.
  9. Sasaguchi, K., Kusano, K., Kitagawa, H. and Kuwabara, K., 1997, effect of density inversion on cooling of water around a cylinder in a rectangular cavity, Numerical Heat Transfer, Part A, pp. 131-148.