

통계교육의 개선방향 탐색¹⁾

우 정 호 (서울대학교)

[1] 현대 정보사회에서는 일상생활과 정치, 경제, 사업등 각 분야에서 일어나는 각종 불확실한 현상에 대한 합리적인 판단 도구로서 통계적 방법이 놀라울 정도로 광범하게 사용되고 있어 통계적 소양이 현대 사회생활을 영위하는데 필수적으로 요구되고 있다. 그리고 사회과학, 자연과학, 의학, 농학, 공학 등의 학문 연구와 기술개발에서도 통계적 방법은 매우 널리 이용되고 있다. 오늘날 통계교육에 대한 관심의 증대는 이러한 사회적 요구와 과학기술 분야의 필요성에 기인하는 것이다. 이는 통계적 사고의 실용적 가치 이외에 심미적 가치나 도야적 가치가 통계교육에서 고려되고 있지 않다는 뜻은 아니다.

통계학은 자료로부터 정보를 이끌어내려는 국가적 사회적 요구와 우연사건에 대한 수학적 연구라는 두 분야로부터 발달한 실제적인 과학이다. 오늘날 통계학은 크게 자료분석, 자료산출, 자료로부터의 추론이라는 세 분야로 구분되고 있다. 자료로부터 정보를 추출하는 자료분석은 형식적인 추론의 준비단계로서 뿐만 아니라 그 자체로서 통계의 연구와 실제 모두에서 매우 주요한 영역이 되었다. 컴퓨터 공학의 발달은 뛰어난 계산 및 그래픽 도구를 제공하여 통계의 실제에 심대한 영향을 미치고 있는 바 탐색적 자료분석(Exploratory Data Analysis, EDA)의 발달은 이에 기인하는 바 크다. 자료로부터 보다 신뢰성 있는 결론을 얻으려면 적절한 자료의 주의 깊은 추출을 요하며, 무작위 표본추출과 무작위 비교실험은 수집된 자료에 확률론에 근거한 통계적 추론방법을 적용할 수 있는 기본 바탕을 제공한다.

지금까지 우리 나라 초등학교와 중학교 수학에서는 전통적인 기술통계의 입장에서 자료 정리 기법이 다루어져 왔으며, 고등학교 수학에서는 통계적 추론을 보증하는 적절한 자료를 산출하기 위한 표본추출의 문제는 간단히 언급하는 정도로 그치고 확률분포 이론과 그에 바탕을 둔 형식적인 통계적 추론의 지도가 중심으로 이루어져 왔다. 학교수학에서 통계는 문제해결 도구로서 혹은 주변 세계를 이해하는 유용한 도구로서보다도 초등 통계학에 나오

1) 본 연구는 1999년도 서울대학교 교육종합연구원 과학교육연구소 연구비 지원에 의해 수행되었음.

2 통계교육의 개선방향 탐색

는 특정한 내용으로 구성된 교재로 간주되고 있다. 교과서의 적용 문제는 흔히 꾸며낸 문제이고 학생들은 통계의 실제적인 적절한 응용 상황을 경험하지 못하므로 통계와 실제의 관련성을 '보지' 못하고 있다. 통계교재는 수학의 한 분야로 제시되어 거의 전통적인 설명 방식에만 의존하고 있어 통계적 탐구의 실제적 특성이 드러나지 않는 것이다. 통계교육은 통계의 잠재력과 유용성 및 탐구를 통한 발견의 기쁨을 전달하는데 실패하고 있다. 이는 일차적으로 많은 교사에게 통계에 대한 배경적 지식과 통계적 기법의 적용 경험이 미약한데 기인한다. 지난 반세기 동안 수학교육 개선을 위한 많은 노력이 있었으며, 특히 '새 수학' 운동 이후 수학 교육과정은 많은 변화를 거듭해 왔다. 그런데, 그 동안 통계학 역시 많은 발전을 이룩하였으며 현대통계학과 통계 실제에 비추어 전통적인 통계교육의 부적절성이 거듭 지적되어 왔음에도 불구하고, 학교수학 가운데 통계분야의 개선 문제가 지금까지 심각하게 논의되지 못한 것은 이해하기 어려운 현상 가운데 하나이다.

일찍이 Freudenthal(1973)은 전통적인 통계교육은 미래의 통계학자를 교육하기 위한 것과 같으며 너무 많은 통계 기법을 피상적으로 가르치고 기계적으로 적용하게 하고 있다고 하면서, 통계교육은 통계치의 계산보다 실제적인 자료를 수집하여 이를 표현하고 처리하는 경험을 통해 통계의 기본적인 원리를 이해하도록 함으로써 자료에 대한 비판적인 추론 능력을 개발해야 한다고 주장하였다. Kempthorne(1980)은 수학은 통계학의 시종이어야 하며 진정한 문제가 없는 상황에서 다루어지는 자료분석은 교육적 낭비라는 점을 통계교육에서 간과해서는 안된다는 점을 지적하였다. Cobb(1992)는 실제적인 통계적 사고를 경험할 수 있도록 초중고 통계 교육과정을 개편할 것을 요구하였으며, Moore(1992)는 통계의 실제와 통계학 연구에서 강조되고 있는 자료분석으로 통계교육을 시작할 것을 주장하였다.

무엇보다도 통계교육은 컴퓨터로 말미암아 근본적인 변화가 불가피하다. 컴퓨터는 여러 가지 자료의 수집과 정리, 통계치의 신속한 계산, 그래프 표현, 모의실험 등으로 자료분석을 매우 효과적이고 신속하게 해줌으로써 통계와 그 교육을 크게 변형시키고 있다. 특히 탐색적 자료분석의 출현은 전통적인 통계 교육과정과 지도방법에 적지 않은 변화를 요구하고 있으며 전통적인 기술통계의 내용을 탐색적 자료분석 방법으로 대체하여 실제적인 자료분석을 다룰 것을 요구한다. 탐색적 자료분석의 중요한 특징은 그래프를 단순한 정보의 시각적 표현 이상으로 자료의 특성과 구조를 발견하기 위한 가장 중요한 탐색 도구로 간주한다는 점이다.

현재의 통계교육은 그 내용과 지도방법에서 근본적인 재고를 요한다. 본고에서는 문헌 고찰을 통해 현대적인 통계적 사고의 특성을 살펴보고 현행 통계교육의 문제점을 분석해보기로 한다. 그리고 영국과 미국의 통계 교육과정이 현대적인 통계적 사고의 본질을 어떻게

반영하고 있는가를 살펴보고, 통계지도 관점의 변화, 자료분석의 지도, 통계적 추론의 지도로 나누어 통계교육의 개선을 위한 제 학자의 견해를 정리해 보면서 자료분석을 중심으로 한 통계교육의 개선방향을 탐색해 보기로 한다.

[2] 먼저 통계학의 역사적 발생 과정을 간단히 살펴보기로 한다(정한영, 1995). 통계학의 역사적 기원은 고대 국가에서의 토지조사, 인구조사, 국세조사 등에서 찾아볼 수 있으나, 집단 현상을 수리적으로 연구하는 방법학으로서의 현대적인 의미의 통계학은 근대 국가의 성립과 함께 국가의 제반 사항에 대한 조사의 필요성 때문에 17세기에 독일과 영국에서 거의 동시에 발생되었다. 독일에서는 경제, 사회, 재정, 군사 등 국가의 주요한 사항에 대한 자료를 수집하고 체계적으로 정리하여 정치적인 판단에 이용하는 '국가학'에 대한 관심이 고조되면서 국가 기술학으로서의 통계학이 대학을 중심으로 연구되면서 형식적이고 개념적인 요소를 중시하는 통계학의 조류가 형성되었으며, Statistik이란 용어가 출현하였다. 거의 같은 시기에 영국에서는 여러 가지 사회, 경제 현상에 대하여 '대량관찰 방법'을 통해 '수량적 자료'를 수집하여 집단 현상에 대한 질서와 인과관계 법칙을 발견하려는 실제적인 통계적 방법이 탄생하게 되었다. 이는 산업혁명에 의한 산업의 발달과 Bacon의 경험주의 철학의 뒷받침을 받은 근대 자연과학적 연구 풍토에 기인하는 바 크다. Graunt(1620-1674)가 작성한 런던 시민의 출생과 사망에 관한 자료를 정리한 생존표는 통계학사상 중요한 의미를 갖는 것이다. 대량 관찰을 통해 변이성과 우연성이 지배하는 각종 사회현상에 대한 질서를 연구하는 통계적 방법은 그 후 확률론의 뒷받침을 받아 수학적 기초가 확립되면서 19세기에 이르러 과학적인 연구 방법으로 발전하여 갔다. 그리하여 표와 그래프, 대표값과 산포도, 상관관계 등에 의해 관찰 자료를 정리·요약하는 기술 통계학이 발전하고, 통계적 추정과 검정이론, 실험계획법 등 추측 통계학이 확립되게 되었다. 여기서 통계학은 추측 통계학이 확률론의 뒷받침을 받아 발전하였지만 수학과 다른 역사 발생적인 기원을 갖는 경험 과학적인 요소가 강한 분야임을 알 수 있다.

통계학은 불확실한 현상을 대상으로 하여 그와 관련된 자료를 수집하여 정리·분석하고 추론하고 예측하는 방법을 다루는 학문이며, 관찰과 실험결과를 토대로 한 귀납적 사고를 근간으로 한다. 추측통계학이 확률분포이론이란 수학적 모델에 근거하고 있지만, 위에서 언급한 바와 같이 통계학은 국가적 사회적 필요성으로부터 발생한 관찰과학, 실험과학의 성격을 갖고 있는 실제적인 도구적 학문으로 수학과 다른 사고양식을 갖고 있다. 다음에는 Biehler(1988, 1989), Velleman & Hoaglin(1992), Shafer(1992), Moore(1992), Cobb & Moore(1997) 등의 분석을 중심으로 통계학과 통계적 사고의 특징을 살펴보기로 한다.

통계학은 자료로부터 정보를 얻는 자료과학이며, 다른 연구분야에 자료를 다루는 도구를 제공하기 위한 방법론적인 학문이다. 통계학의 필요성은 불확실성과 변이성을 갖는 현상의 편재에서 비롯되며, 통계학은 변이성을 고려하면서 자료를 다루는 방법을 제공한다. 자료는 단순한 수가 아니라 변이성을 갖는 문맥이 내포된 수이므로 자료를 다루는 통계학에는 수학 이론이 이용되면서도 수학과 다른 실험과학적인 사고가 요구된다. Cobb(1992)는 통계학에서의 자료의 산출과 분석 단계를 다음과 같이 표현하고 있다.

설계 → 자료 → 패턴
모델 → 방법 → 결과 → 해석

여기서 자료산출을 위한 설계와 자료의 추출, 추출된 자료의 특성과 패턴의 탐색, 그리고 수학적 모델의 적용 결과에 대한 해석은 통계적 사고의 핵심 요소이며, 이들 요소는 모두 문맥에 상당히 의존하며 입문 수준에서는 수학적 거의 포함되지 않는다. 전통적인 수리통계학 과정의 핵심은 확률분포 모델에서 통계적 추론방법을 이끌어내고 그것을 적용하는 것이다. 거기서 모델은 추상적으로 제시되기 때문에 문맥과는 거의 관련이 없으며, 통계적 추론 방법을 적용한 결과의 산출 과정은 알고리즘에 따른 기계적인 과정이다.

통계학은 이와 같이 자료산출, 자료분석, 자료로부터의 추론의 세 분야로 이루어진 자료처리 과학이다. 자료분석이란 특정한 모집단을 대상으로 수집된 자료에 적절한 통계적 분석 방법을 적용하여 모집단에 대한 의사 결정에 사용되는 정보를 생산하는 과정이다. 자료분석은 컴퓨터의 발달로 가능해진 그래프 표현을 특히 강조하는 보다 정교해진 여러 가지 도구와 Tukey의 탐색적 자료분석 철학에 의해 보강된 현대적인 형태의 기술통계학이다. 탐색적 자료분석에서는 자료를 정리하고 요약하여 표현하는 기술통계학에서 한 걸음 더 나아가 자료의 드러나지 않은 구조적 특성을 좀 더 명확히 파악하고자 한다. “EDA의 바탕에 있는 가장 기본적인 아이디어는 자료의 표현을 바꾸고 다양한 표현을 사용하는 것은 새로운 지식을 개발하고 통찰을 얻는 수단이라는 것이다. 이는 표로부터 그래프로, 수의 목록으로부터 줄기-잎 그림으로 바꾸는 것으로, 統計地圖에서 수를 여러 가지의 이산적인 기호로 단순화하여 전체적인 구조의 탐색을 쉽게 하는 것으로, 그리고 상자 그림과 같이 집단의 요약 표현을 구성하여 여러 집단의 효과적인 비교를 가능하게 만드는 것으로 예시될 수 있다 (Biehler, 1989, p.186).”

기술통계학에서는 대표값(평균, 중앙값, 최빈값, 백분위수), 산포도(범위, 분산, 표준편차, 변동계수)등과 같은 통계치와 도수분포표 및 막대그래프, 원그래프, 히스토그램, 도수분포다각형 등과 같은 통계 그래프를 이용하여 자료를 요약 정리한다. 탐색적 자료분석에서는 여

기에서 더 나아가 새로운 분석도구를 이용하여 자료의 드러나지 않는 특성을 분석하여 그 구조를 있는 그대로 더욱 명확히 하고자 하는 바, 일부 자료의 특이한 변동에 따른 영향을 적게 받는 저항성이 있는 대표값인 중앙값을 선호하고, 지배적인 패턴과 異常的인 형태를 분석하고 자료와 지배적인 패턴의 차인 잔차를 면밀히 검토하여 자료의 숨겨져 있는 특성을 보다 명확히 밝히려 하고, 자료를 로그나 제곱근으로 변환하여 자료의 분석과 해석을 용이하게 하고, 줄기-잎 그림이나 다섯 숫자 요약을 나타낸 상자-수염 그림과 같은 그래프 기법을 중시하면서, 자료에 대한 탐색작업을 통해 자료의 구조적 특성을 보다 명확히 드러내하고자 한다.

탐색적 자료분석의 목표는 자료의 구조와 특징을 있는 그대로 제한 없이 탐색하는 것이며, 결론은 자료에서 관찰된 것에 기초한 비형식적인 것이다. 이에 비해 통계적 추론의 목적은 자료산출 이전에 제기된 특정한 의문에 답하기 위한 것이며 그 결론은 신뢰도로 뒷받침되는 형식적인 것으로 모집단에 적용하려는 것이다. 현대 통계학에서는 확률론에 바탕을 둔 수학적 모델만을 적용하여 모집단에 대한 통계적 성질을 결정하지는 않으며, 불가피한 오류와 부정확성에도 불구하고 자료 가운데에서 패턴과 관계를 가려내고 기술하며 확인하는데 일차적인 관심을 갖는 바, 그것을 가능하게 한 것이 컴퓨터의 발달이다. 컴퓨터의 발달로 인한 계산력과 그래픽 기능의 증대는 자료분석 방법의 발달을 촉진하여 자료를 기술하고 분석하고 추측을 검사하는 새로운 방법이 등장하게 되었으며, 또한 인터넷의 발달로 다량의 자료에 쉽게 접근할 수 있게 되었다.

모집단의 특성을 잘 대표하는 자료를 수집하여야만 자료분석에서 의사결정에 적절한 정보를 얻을 수 있으므로 자료수집이 매우 중요하게 된다. 모집단을 대표하는 표본의 추출 문제는 의견조사나 정부의 경제통계 등은 물론 많은 사회과학 연구의 이면에 있는 공통된 과제이다. 자료산출을 위한 설계는 자료의 질을 결정하는 가장 중요한 요건이다. 자료산출 설계에 대한 통계학의 중요한 기여는 인간의 주관적인 판단을 비개성적인 확률로 바꾸어 놓은 것이다. 인간의 선택은 선택자이건 자발적인 반응자이건 흔히 모집단을 잘 대표하는 표본을 산출하지 못하는 경향이 있다. 이에 대한 통계학자의 처방은 개인의 감정이 섞이지 않은 우연현상으로 표본을 선택하게 하는 것 곧, 비개성적인 확률이 표본을 선택하게 하는 것이다. 무작위 표본은 자발적인 반응에 의해서 도입된 편향을 제거하며, 확률 모델이 자료산출 과정을 지배하므로 확률이론을 표본에 대한 추론에 적용하는 것을 보증한다.

실험은 인과적 관계에 대한 자료를 산출하는데 선호되는 방식이다. 그런데 실험 대상은 관련 모집단의 무작위 표본이 아닐 수도 있고 ‘처치-관찰’이란 설계는 특히 실험 대상이 인간인 경우에는 외적인 영향을 배제할 수 없으며 흔히 타당하지 않은 자료를 산출한다.

Fisher는 실험대상에 처치를 무작위로 할당하면 실험자가 인식하지 못한 것까지 포함하여 모든 측면에서 대등한 집단이 될 것이라고 생각하여, 집단에 처치를 무작위로 할당하고 처치를 과한 후 반응을 비교하는 무작위 비교실험 설계를 하였다. Fisher의 이러한 무작위 실험설계에서의 무작위 할당과 비교는 표본추출에서의 무작위 선택과 같이 처치 그룹의 형성에서 편향성을 제거하고 처치 전의 우연변동만을 통해 결과가 달라지는 집단을 형성하므로, 결과로 얻어진 자료에 대해 확률이 뒷받침된 분석을 허용할 것이다. 그러한 분석은 관찰된 결과의 차이를 반복된 무작위 할당에서 일어날 차의 분포와 비교한다.

자료를 무작위적으로 산출하기 위한 통계적 설계는 이와 같이 자료로부터 모집단에 대한 결론을 이끌어내는 확률이 기초한 추론과정을 정당화하기 위한 것이다. 우연 메커니즘이 자료산출에서 분명하게 작용될 때 같은 모집단에서의 반복 추출된 표본이나 같은 상황에서의 반복 실험에서 기대되는 통계치의 우연변동은 표본분포로 기술된다. 기초통계학에서 다루어지는 통계적 추론은 그러한 통계치의 확률분포 이론에 바탕을 둔 모수의 구간추정과 가설의 유의성 검정이다. 같은 모집단에서 반복 무작위 추출된 표본의 통계치는 모수를 중심으로 하고 표본의 크기에 좌우되는 산포도를 갖는 확률분포를 한다. 이러한 분포에 근거하여 우리는 미지인 모수가 신뢰구간 끝, 표본에서 얻은 통계치의 주어진 오차의 범위 내에 놓여 있다는 신념을 확률 끝, 신뢰수준으로 언급할 수 있다. 신뢰구간은 보통 '추정값±오차의 한계' 형식이고, 신뢰수준은 그 방법이 실제로 그러한 모수의 참값을 포함하는 구간을 산출해 낼 확률이다. 신뢰수준은 "이 방법을 여러 번 사용하면 얼마나 자주 바른 답을 얻게 될 것인가"라는 질문에 답하는 확률이며, 그러한 확률이 자료로부터 이끌어낸 특정한 결론보다는 추론 방식에 관계된다는 것은 고전적 추정이론의 핵심이다. 그것은 모평균의 구간추정에서 매우 분명하다. '95%의 신뢰구간 $\bar{x} \pm 1.96 \sigma/\sqrt{n}$ '라는 것은 이 구간이 모평균 값을 포함할 확률이 95%라는 것, 곧 '반복된 회수 중에서 95%가 정확한 그러한 방식으로 이 결과를 얻는다'는 것을 의미한다. 통계적 검정의 기본적인 목적은 어떤 처치 결과 관찰되는 변화가 우연변인에 기인하기에는 너무 크다는 의미에서 실제적인가를 확률적으로 알아보려는 것이다. 결과에서 우연히 일어날 수 있는 것보다 큰 차이는 '통계적으로 유의하다'고 하고 처치가 효과를 가져왔다고 본다. 실험집단을 보다 크게 하면 처치효과 사이의 실제적인 차의 감도가 증대되어 그 사이의 우연변인이 상대적으로 더 작아진다. 유의성을 검정하는 기본적인 방법은 영가설을 설정하고 실제로 관찰된 결과와 예상되는 우연변인을 보여 주는 관련된 통계치에 대한 표본분포를 비교하는 것이다. 관찰된 결과가 관련된 과정에 대한 영가설이 제시하는 방향에서 볼 때 극단적인 것이면 실제적인 효과가 있다는 훌륭한 증거가

되며, 결과가 통상 우연히 일어나는 범위 내에 있다면 효과가 있다는 증거가 결여되는 것이다.

이러한 고전적인 통계적 추론은 확률에 대한 세 가지 해석 곧, 빈도해석, 증거해석, 신념 해석 가운데 빈도해석에 기초를 둔다. 무작위성은 자료에 대해 빈도적 관점에서의 확률적 기술을 할 수 있게 하는 일종의 질서이며 통계학자는 추론의 기초인 자료에 그러한 질서를 도입하기 위해서 자료산출을 위한 설계에서 우연과정을 사용한다. 확률을 실제로 관찰되는 무작위 현상에 대한 기술로 보는 점과 그렇게 함으로써 경험과학과 자연스럽게 연결된다는 것이 빈도주의자의 해석의 장점이다. 이러한 관점에 수반되는 단점은 확률에 의해 기술될 수 있는 현상의 범위가 원칙상 무한히 반복될 수 있는 현상에 국한된다는 것이다. 자료가 무작위 설계에 의해 산출될 때 자료에 대한 빈도적 확률 모델과 그 모델로부터 유도된 고전적인 통계적 추론 절차가 정당화된다. 그러나, 신뢰도나 검정 등과 같은 용어에서 드러나듯이 통계적 추론에서는 확률 개념의 이러한 복합적인 측면을 모두 엿볼 수 있음에 유의해야 할 것이다.

빈도적 확률에 기초를 둔 이상과 같은 고전적인 추론방법에 대한 주요한 대안의 하나가 Bayes 추론이다. 형식적으로 Bayes 추론에서는 미지의 모수를 그 분포가 사전에 알려진 확률변수의 값으로 간주한다. 확률에 대한 신념 해석의 지지자는 사전확률을 개인적 신념으로 간주하지만, 증거해석의 지지자는 사전확률분포를 선택하기 위한 객관적 근거를 찾는다. Bayes 방법론자의 입장을 받아들이기 위해서는 확률개념을 개인적 신념의 정도를 표현하는 주관적 확률개념을 포함하는 것으로 확장할 필요가 있다. Bayes 모델에서 요구되는 확률분포는 부분적인 사전지식과 박식한 판단을 나타내는 주관적 분포로서 특정한 결론에 관한 확률적 진술을 가능하게 하며, 고전적인 추론보다 널리 쓰이지만 대부분의 통계학자들은 이 방법에서 요구되는 부가적인 정보가 항상 이용가능하고 적절한지에 대해 확신을 갖고 있지 못하다. 실제로, 유익한 판단을 제시해 주는 판정자로부터 특정한 사전분포를 효과적으로 추출하는 것은 쉬운 일이 아니다. 개인마다 전연 다른 의견을 가질 수 있고, 모든 개별적 의견들은 반복된 시행에서 실제로 관찰되는 빈도와 크게 다를 수 있다.

통계학자들이 합의된 단일한 접근법을 갖고 있지 않다는 점이나 대부분의 통계학자들이 특정한 상황에서 효과적인 방법을 선택할 때 절충적인 입장을 취하는 것은 놀라운 사실이 아니다. 대부분의 경우에 관찰수가 증대할수록 Bayes 추론에서의 사전 분포의 효과가 사라지며, Bayes 추론과 고전적 추론이 극한에서는 유사한 결론에 수렴한다. 충분한 자료가 여러 가지 추론 양식을 공통된 결론을 향해 몰고 간다는 것은 만족할만하지만, 근본적으로 통계에서 수학적 모델은 불완전한 것이다.

[3] 그러면 현재와 같은 통계교육의 주요 문제점은 무엇인가? 통계지도의 방향은 통계학에 대한 인식에 대응한다. Kempthorne(1980)는 통계교육은 흔히 (통계학)=(확률 계산법), (통계학)=(불확실한 상황에 대한 결정이론), (통계학)=(신념 계산법), (통계학)=(자료 분석법) 등과 같은 잘못된 등식에 기초하며 이러한 상황은 통계교육 문제의 성격을 잘 보여준다고 지적한다. 통계학에는 각기 부분적인 가치를 가지는 여러 가지 관점이 있으며, 그것이 어떤 관점이건 어느 하나가 통계의 본질적인 성격을 모두 포괄하는 것으로 간주하는 것은 확실히 오류이며 통계를 배우는 학생들에게 바람직하지 못한 결과를 초래하게 될 것이다.

오늘날 우리 나라 통계교육의 주요 문제점은 초등학교와 중학교 수학에서는 전통적인 기술통계, 고등학교 수학에서는 확률분포 이론과 그에 맞추는 통계적 추론 중심의 확률 계산법 지도가 이루어지고 있어, 현대적인 통계적 사고의 기본 정신을 충실히 반영하지 못하고 있다는 점이다. 말하자면 실세계의 이해와 예측을 위한 자료분석 도구로서의 통계의 실재를 가르치기보다는 지적 도전이 없는 인위적인 예를 통한 자료정리 기법과 통계치의 계산 및 확률분포 이론이라는 수학을 가르치는데 주력하고 있는 것이다.

다른 모든 과학에서와 마찬가지로 통계학에서 수학적 분석은 중요한 가치를 가진다. 그러나, 입문 과정에서 통계를 마치 수학인양 제시하는 것은 이 분야에 대한 부적절한 像을 주게 된다. 현재와 같이 고등학교 수학에서 확률 계산으로 이루어진 수리통계학의 입문을 가르침으로써 통계교육의 목적이 적절히 성취될 수 있는지에 대한 철저한 검토가 있어야 할 것이다. 지금까지의 통계교육의 실패는 대체로 통계의 실재를 가르치기보다 그것이 비교적 가르치기 용이하기 때문에 통계수학을 가르치는 쉬운 길을 택하는 데에서 비롯되었다고 볼 수 있다. 확실히 통계의 수학적 형식은 유용할 뿐 아니라 아름다운 형식이다. 그러한 통계의 확률론적 형식이 내용을 압도하고 통계의 본질적인 아이디어의 지도는 소홀히 되는 결과가 초래되었다. 그러나, 수학은 통계학의 수단이어야 하며 내용이 형식을 지배해야 한다. 먼저 해결하고자 하는 문제가 있어야 하며 그 해결을 위해 이용 가능한 자료를 찾게 된다. 그 다음에 자료가 신뢰할만한가를 묻지 않을 수 없고 자료가 어떻게 얻어졌는가를 논의하게 되면서 신뢰할만한 자료를 얻는 방법으로 표본추출이란 아이디어에 이르게 된다. 자료에 대한 의문을 먼저 제기하지 않고 자료분석 방법을 다루어서는 안된다. 그 다음에는 어떤 종류의 자료분석을 해야 하며 그 이유는 무엇인가를 논의해야 한다. 다음 단계는 확률 모델을 찾는 것이다. 수학적 통계학의 내용이 다루어지는 것은 이 시점에서이다. 다음 단계는 확률 모델의 타당성에 대한 검토이다. 교과서가 통계를 지향하는가 어떤가는 확률 모델의 적합성의 문제가 논의되는가, 그리고 일찍부터 논의되는가를 알아보면 된다. 현재 통계지도에서는 그러한 문제를 언급하지조차 않는다. 그리고, 자료분석과 확률모델에 의해서 성취될

수 있는 것에 대한 논의가 있어야 하며, 상관관계와 인과관계의 차이를 구분하는 것이 매우 중요하다. 무엇보다도 먼저 이러한 자료처리 방법론으로서의 통계학의 특성이 교사를 위한 통계교육에 반영되어야 할 것이다. 통계는 문제와 의문으로부터 시작되는 이론과 적용의 혼합물이며 그 상호작용이다. 수학 교사교육 프로그램은 통계의 이론과 실세계와의 관계를 상당히 고려한 통합적 접근을 해야 할 것이다. 그리고, 통계 교육과정에서는 문제해결을 위한 실제적인 자료분석과 확률분포 이론 및 통계적 추론이 상호 관련된 분리할 수 없는 요소로 간주되어야 하며 통계적 사고에 대한 직관적인 개념적 이해가 중시되어야 한다.

통계적 추론의 원리에 대한 이해는 확률론에 대한 개념적 이해를 바탕으로 하며, 이는 현재와 같은 고등학교의 통계교육에서 어려움의 근원이 되고 있다. 불확실성과 변이성을 갖는 자료를 다루는 통계와 확률은 밀접하게 관련되어 있으며 추측통계는 확률 개념과 도구 없이는 다루어질 수 없다. 그런데 Moore(1992)의 지적과 같이, 확률은 아마도 초등수학에서 가장 이해하기 힘든 내용 가운데 하나라는데 문제가 있다. 대체적으로 학생들은 확률을 구하는 형식적인 연습문제는 풀 줄 알면서도 확률에 대한 개념적 이해가 매우 부족하다. 확률 개념은 수 백년 동안 논쟁의 대상이 되어 왔는데, 학교수학에서 확률을 개념적으로 이해하도록 지도하는 것은 매우 어려운 일로 보인다. 역사적으로 확률은 우연 게임에서의 공정한 승산에 관한 이론으로 시작되었으며, 합리적인 신념을 의미하는 확률 관념과 장기적인 시행에 대한 빈도 관념이 점진적으로 그에 통합되었다. 빈도, 신념도, 합리적인 증거도는 확률에 대한 서로 다른 해석이 아니라, 서로 얽혀 있는 복합적인 확률개념의 제측면이라고 보는 것이 타당할 것이다. 학생들이 그러한 확률개념을 명확히 이해하지 못하고 그에 기반을 둔 추정과 검정 이론을 이해하는데 어려움을 겪고 있다는 것은 확실하다. 무작위 현상의 이해는 자료처리와 확률에 대한 지도의 중요한 목표이나 개인적인 신념의 정도로서 이해된 확률은 이 목표를 성취하는 데 부적절하며, 자료분석으로부터 자료산출을 위한 무작위 설계를 거쳐 추론에 이르는 계통은 고전적인 통계적 추론이 목표일 때 보다 더 분명하므로, 통계적 추론의 입문과정에서는 Bayes 방법은 다루지 말아야 할 것이다.

통계학의 역사적 뿌리는 자료를 다루어야 할 국가적 사회적 요구와 여러 학문분야의 필요성에서 찾을 수 있으며 그 발전은 확률론에 힘입은 바 크다. Moore(1992)는 통계적 사고의 핵심을 다음과 같이 요약하고 있다. 변이성의 편재 - 개체도, 같은 개체에 대한 거듭된 측정도 가변적이다. 자료의 필요성- 통계학은 사변적이기보다 경험적이며, 자료를 살펴보는 것이 가장 우선적이다. 변이성을 염두에 둔 자료산출 설계 - 통제 불가능한 변이성을 인식하고 실험 연구에서 임의로 선택한 표본을 피하고 비교를 하며, 무작위화를 이용하여 자료산출에 변이성을 도입한다. 변이성의 양화 - 무작위 변이성은 확률을 이용하여 수학적으로

기술된다. 변이성의 설명 - 통계적 분석은 개체와 측정의 변이 가능성 이면에 있는 체계적인 효과를 찾는다. 이러한 통계적 사고의 특성에 비추어 보면 통계교육의 궁극적 목적은 변이성과 자료를 현명하게 다루는 능력을 기르는 것이며, 누구를 대상으로 하든 어떤 이론이나 방법에 초점을 두던 이 목표를 잃어서는 안 된다. 그러나, 통계 교육의 어려움의 하나는 통계적 사고의 불확정성, 부정확성, 무작위성이란 인식론적인 상태가 결정론적인 수학관에 습관이 든 수학교사들에게 낯설고 다루기 어려우며, 학생들 역시 수학학습에서 연역에 근거한 유일한 해답을 갖는 결정론적인 세계관으로 가르침을 받아 왔기 때문에 통계적 사고의 본질인 변이성을 이해하기 어렵다는 점이다. 현대 통계학의 주요한 기능의 하나는 무작위로 자료를 수집하기 위한 설계이며, 이는 통계 입문 과정의 중요한 요소가 되어야 한다. 표본추출에 대한 기본적인 이론, 비교 실험의 설계와 분석은 통계이론의 본질적인 부분이며 그 중심적인 요소는 무작위화이다. 그러나, 이들 요소는 현재 통계교육에서 중심적인 요소로 간주되고 있지 못하다.

학생들은 일반적으로 형식적인 통계적 처리에 익숙하고 통계적 사고의 특성에 대한 의식이 결여되어 있다. 그 결과 일상 생활에서 광범하게 사용되고 있는 통계치가 부정확하고 오용되는 경우가 있음에도 불구하고 학생들은 통계치에 대한 비판적 안목이 미약하다. Cobb(1992)는 다음과 같이 주장한다. 학생들은 자료의 질과 분석의 신뢰성에 의문을 가져야 하며, 편향, 표본오차, 측정오차 등과 같은 변이성을 이해해야 한다. '(실제적인 관찰)=(적합)+(잔차)'이며 통계에서는 패턴(적합)을 발견하고 그 패턴으로부터의 변동(잔차)을 기술하려고 한다는 것을 이해해야 한다. 또한 기본적인 탐색적 자료분석을 포함한 자료의 수집과 요약, 그래프, 질 좋은 자료를 얻기 위한 표본추출과 전수조사, 확률과 중심극한정리, 표본으로부터의 추정과 검정에는 유일한 해답이 없다는 것, 통계적 유의미성과 실제적 유의미성, 모의실험 등을 다루어야 한다. 그러나, 흔히 통계지도에서는 통계적 사고보다 공식에 너무 의존하는 형식적 처리를 하고 있는 바, 통계적 사고에 대한 학생들의 이해 및 의식성을 높이기 위해 노력해야 한다.

결과적으로 현재의 통계교육의 근본 문제는 학생들에게 통계적 사고의 본질이 적절히 교육되지 못하고 있다는 점이다. 자료를 지적 도전이 전혀 없는 처방에 따라 기계적으로 처리하도록 하는 경향이 있고, 수학 이론에 모든 통계적 사고가 포함되는 것으로 간주되어 실제적인 통계적 사고 경험이 적절히 제공되지 못하고 있다. 실제적인 통계는 자료와 모델과의 대화를 포함하며, 학생들은 그러한 사고 방법을 경험하고 사용하여야 한다. 통계는 통계적 사고에 적합하게 가르쳐야 한다. 문제는 논리적이고 결정적 특성을 갖는 수학적 사고에 대한 학습경험으로 형성된 지적인 관성이 수학교사와 학생들이 통계적 사고를 체득하고 그

가치를 인식하는데 장애가 되고 있다는 점이다. 통계교육은 현재와 같이 기존의 자료정리 기법이나 통계학의 수학적 이론을 제시하는 것만으로는 불충분하며, 실제적인 문제를 해결하는 자료처리 능력을 개발해야 한다. 특히 통계지도에서 임의로 만들어낸 예는 통계적 사고와 실제 문맥 사이의 진정한 상호작용을 제공하지 못하기 때문에 통계적 태도를 체득시키는데 해가 된다는 점을 간과해서는 안될 것이다.

[4] 과거 십 년 동안 미국, 영국, 호주 등 여러 나라의 수학교육과정에 자료취급이 주요한 영역으로 설정되었다. 영국의 Cockcroft 보고서 <Mathematics Counts>에 따르면, “통계는 본질적으로 실제적인 주제이며 그 연구는 가능하면 어느 곳에서도 학생들 자신에 의한 자료의 수집에 근거해야 한다. 수집하기에 적절한 자료, 자료를 수집하는 이유, 그렇게 하는 문제, 자료가 합법적으로 조작되는 방법, 이끌어내질 수 있는 추론을 고려해야 한다 (Cockcroft, 1982, p.234).” 영국에서는 1988년 모든 교과에 대한 국가교육과정이 법령으로 제정되었는데 수학에서의 주목할 부분은 자료취급이 수학의 사용과 적용, 수, 대수, 도형·공간·측도와 함께 초중고 전학년에 걸쳐 주요 영역의 하나로 설정된 것이다. 1단계(1-2학년)에서부터 학생들이 자신의 관심 분야에서 자료를 수집하고 기록하고 해석하며 도해, 표, 그래프를 점차 폭넓게 사용하도록 지도할 것을 요구하고 있으며, 2단계(3-6학년)에서는 학생 자신들이 선택하는 문제에 대하여 통계적 방법을 사용하여 탐구를 수행하도록 요구한다. 그리고, 흥미 있는 자료의 원천으로써 그리고 자료를 나타내는 도구로서 컴퓨터를 사용하도록 하고 있다. 일상생활에서 사용되는 도수분포표를 해석하고 작성하며, 막대 그래프, 그림 그래프, 원 그래프, 선 그래프를 포함하여 그래프와 도해를 사용하여 자료를 표현하고 그래프와 도해를 해석하도록 하며, 최빈값, 중앙값, 평균 등의 대표값과 산포도인 범위를 이해하고 사용하도록 하고 있다. 그리고 통계치와 그래프로부터 이끌어내어진 결론이 불확실하고 오류가 있을 수 있음을 인식하도록 지도할 것을 요구한다. 3-4단계((7-11학년)에서는 통계적 방법을 사용하여 탐구할 수 있는 문제를 제기하여 자료를 수집하기 위한 조사와 실험을 하고 자료분석에 근거한 목적 있는 탐구를 수행하도록 하고 있다. 그리고 큰 표본의 원천으로써, 그래프 표현을 탐색하기 위한 도구로써, 사건을 모의실험하는 수단으로써 컴퓨터를 사용하도록 한다. 컴퓨터 데이터 베이스로부터 필요한 정보를 수집하고 도수분포표를 작성하고, 막대그래프, 선그래프, 원그래프, 도수분포다각형, 산점도, 누적도수 도해를 포함하여 이산적인 자료와 연속인 자료를 나타내는 적절한 도해와 그래프를 작성하도록 한다. 처음에는 불연속인 자료에 대하여 적절한 중심경향도 곧, 최빈값, 중앙값, 평균을 계산하고 추정하고 사용하며 점차 연속인 자료로 나아간다. 불연속인 자료, 분류된 자료, 연속인 자료에 적

용된 범위나 사분위범위를 포함하여 적절한 산포도를 선택하고 계산하고 추정하도록 한다. 그리고, 그래프의 모양이나 간단한 통계치, 자료의 분포의 비교 및 상관계수나 최량적합선을 포함한 자료 사이의 관계에 근거하여 추론을 하도록 한다. 4단계(10-11학년)에서는 심화 학습으로 표본추출 방법을 사용하고 히스토그램을 작성하고 표준편차를 구하고 해석하도록 한다.

미국 NCTM의 <Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics>에서는 자료에 대한 시각적 표현을 보다 강조하고 문제를 해결하기 위한 실제적인 자료취급 태도를 개발할 것을 요구한다. 특히, 학교수학에서의 열린 문제상황의 중요성에 대한 NCTM의 다음과 같은 입장은 주목할만하다. “대부분의 수학적 사고의 특징인 옳거나 틀리다는 특성과 통계적 분석 결과의 제한된 특성 사이의 차이를 학생들이 이해하게 되는 것이 매우 중요하다. 그러나, 학생들이 이러한 사실을 넘어서 반례를 허용하기 때문에 통계적 사고를 거부하지 않도록 하는 것이 마찬가지로 중요하다. 그 대신에 학생들은 통계가 다른 수학적 연구의 정확성과 주로 개인의 견해에 의존하는 세계의 애매한 특성 사이의 중요한 중간 역할을 한다는 것을 인식해야 한다(NCTM, 1989, p.167).”

K-4학년에서부터 학생들이 자료를 수집하고 조직하고 기술할 수 있고, 자료를 표현하고 표현된 자료를 읽고 해석할 수 있으며, 자료의 수집과 분석이 요구되는 문제를 제기하고 해결할 수 있도록 요구하고 있다. 통계는 그래프를 읽고 해석하는 것 이상으로 우리 주변의 세계를 기술하고 해석하며 문제를 해결하는 도구임을 강조하고 있다. 따라서, 조사하고 탐구하는 정신이 통계지도에 스며들어야 하며, 모든 학생들에게 통계의 개념과 과정에 대한 의식성을 개발시키는 것이 중요하다고 보고 있다. 그리고, 5-8학년에서는 학생들 스스로 실제적인 자료를 체계적으로 수집하고 정리하여, 표·차트·그래프나 통계치를 사용하여 나타내고 그러한 자료를 읽고 해석할 수 있도록 하며, 자료분석에 근거하여 추론하고 설득력 있는 주장을 하며 그러한 주장을 평가하도록 하여, 의사결정을 위한 강력한 수단으로써의 통계적 방법에 대한 진정한 가치를 인식할 수 있도록 지도할 것을 요구한다. 특히 무작위 표본추출과 표본추출 절차에서의 편향성 등이 중요하게 고려되어야 하며, 자료의 집중과 분산의 개념을 탐구하도록 요구한다. 9-12학년에서는 실세계 상황에서 얻어진 자료를 요약한 차트·표·그래프로부터 추론을 하고, 곡선적합을 이용하여 자료로부터 예상을 하고, 중앙집중도, 분산도, 상관도를 이해하고 응용하며, 표본추출과 통계에서의 그 역할을 인식하고 문제를 해결하기 위하여 통계적 실험을 설계하고 실험을 행하고 결과를 해석하고 교환할 수 있으며, 자료의 변환에 따른 중앙집중도와 분산도에의 효과를 분석할 수 있도록 요구한다. 그리고, 대학에 진학하는 학생들은 자료 해석과 예측이 가능하도록 자료를 변환할 수

있고 적절한 통계치를 사용하여 가설을 검증할 수 있도록 지도할 것을 요구한다. 이 수준에서 요구하는 것은 시뮬레이션, 표본추출, 곡선적합, 가설검정, 추론 등의 기법을 적용하여 문제를 해결하고 일상생활에서 부딪히는 통계적 주장을 평가하는 것을 배우도록 하는 것이다. 통계적 도구를 다른 교과에 적용하도록 격려하고, 평균, 분산, 상관관계와 같은 측도기 문제에 대해서 무엇을 말해줄 수 있으며 주어진 문제에 어떤 측도가 적절한가를 이해하도록 요구한다. 적합곡선, 상관계수, 회귀곡선 등은 수학의 다른 내용이나 타과목과 통합되도록 하고, 무작위성, 대표성, 표본추출에서의 편향성에 대한 직관적인 관념을 획득하여 통계적 주장을 평가하는 능력을 증진시기를 요구한다. 시뮬레이션을 통해 표본분포를 구성하고 분석하는 경험을 통해 표본추출, 중심극한정리, 신뢰구간의 개념을 직관적으로 이해하도록 하고, 덧셈이나 실수배에 의하여 자료를 수정할 때의 평균, 중앙값, 최빈값, 분산에 미치는 영향에 관한 법칙을 발견하도록 요구한다. 그리고 대학지망 학생들은 가설 검증을 위한 실험설계와 정규분포, t분포, 포아송 분포, 카이제곱 분포와 같은 분포에 익숙해져야 하며 통계 분석에서 이러한 분포의 사용이 적절한 경우를 결정할 수 있기를 요구한다. 모든 고등학교 졸업생이 적절한 수준에서 통계적 사고 능력을 획득하는 것은 매우 중요하다고 보고 통계가 고등학교 교육과정에서 보다 더 두드러진 위치가 주어지도록 할 것을 요구하고 있다.

그리고, NCTM의 <Standards 2000>에서는 유치원 이전 단계로부터 12학년까지 다음과 같은 동일한 자료분석 Standards를 제시하고 있다(NCTM, 2000). 모든 학생들이 자료를 다루어 답할 수 있는 문제를 제기하여 자료를 수집하고 조직하고 표나 그래프로 나타내어 해결할 수 있게 해야 한다. 모든 학생들이 적절한 통계적 방법을 선택하여 자료를 분석할 수 있게 해야 한다. 모든 학생들이 자료에 근거한 추론과 예측을 하고 그것을 평가할 수 있도록 해야 한다.

여기서 우리는 영국과 미국의 경우 모두 초중등학교의 수학교육과정에서 일관되게 실제적인 자료취급이 매우 강조되고 있으며, 학생들 스스로 문제를 제기하고 자료를 수집하고 정리하여 표나 여러 가지 그래프로 나타내고 적절한 통계적 방법을 이용하여 자료를 분석하고 자료에 기초한 추론을 하여 실제적인 문제를 탐구하도록 함으로서, 모든 학생들이 조사하고 탐구하는 정신과 자료분석 능력을 갖춘 생산적인 시민이 되도록 교육하기를 요구하고 있음에 주목해야 한다. 특히 영국의 경우에는 자료의 원천으로서, 자료를 분석하는 도구로서, 시뮬레이션을 하는 수단으로서 컴퓨터를 사용하도록 요구하고 있으며, 통계의 실재를 다룸으로써 문제해결 도구로서의 통계적 사고의 본질을 이해하고 자료의 힘과 한계를 이해하도록 지도하기를 바라고 있다.

[5] 그러면 통계교육은 어떤 방향으로 개선되어야 할 것이며 어떤 통계지도 관점의 변화가 요구되는가? 무엇보다도 먼저 통계를 지도하는 교사의 통계에 대한 인식의 전환이 요구된다. 교사의 교수 활동은 가르치는 지식의 인식론적 특성에 대한 교사 자신의 이해를 반영한다. 앞에서 논의한 바와 같이 통계학은 수리과학이지만 수학과 다른 특성을 갖고 있고 통계의 실체는 수학적이지 않다. 형식적인 통계적 기법과 절차 이면에 있는 수학에 대한 이해가 요구되지만, 통계는 불확실성과 변이성을 갖는 자료를 다루는 실험적이고 발견적인 문제해결 도구로 보아야 한다. 그럼에도 불구하고 학교수학에서 통계는 수학적 지식의 일부로 지도되고 있다. 통계적 추론의 바탕이 되는 확률분포 이론을 강조하고 있는 것은 통계를 지나치게 수학적으로 다루고 있다는 표시이다. 통계를 지도하는 교사는 자료분석의 귀납적 본성과 실제적인 통계적 작업에 포함된 수학과 다른 특성을 간과해서는 안된다. 통계적인 개념과 방법을 수학적 지식으로 가르치려고 하면 통계의 본질이 사라지고 무미건조한 규칙과 처방의 모임을 변질되게 된다. 변이성이나 불확정성, 비결정성을 갖는 통계의 개념적 특성을 정확히 계산된 통계치나 결정론적인 수학적 개념과 명제만을 사용하여 전달할 수는 없을 것이다.

Cobb와 Moore(1997)가 적절히 지적하였듯이, 통계학은 수학적 지식처럼 가르쳐서도 안되지만 ‘마법적인’ 처방으로 가르쳐서도 안될 것이다. 수학교사들이 이론 중심의 통계지도를 선호하는 데에는 그만한 이유가 있다. 통계를 이해가 결여된 처방으로 제시하는 것을 피하기 위해서이다. 오류가 발생하지 않도록 절차를 정확히 따라야 하고, 탐색은 초보자에게 허용되지 않으며 인증된 처방만을 그대로 따를 것을 요구한다. 통계를 마법적인 처방처럼 여기는 위험을 피하기 위하여 학생들이 이해할 수 없는 수학적 이론을 제시하는 것은 적절한 지도방안이 아니다. 수학적인 이해가 이해의 유일한 종류는 아니며, 더욱이 형식적인 수학을 제시하는 것이 현상의 파악과 핵심 개념의 이해가 우선하는 이 분야에 도움이 되는 것도 아니다. 통계학자들이 사용하는 도구의 의미를 이해하고 문제 풀이에 그들을 유연하게 적용하는 지적인 틀을 학생들에게 제시해야 한다. 불확실한 경험적 자료로부터의 추론은 강력하고 널리 쓰이는 지적인 방법인 바, 어떻게 학생들이 그러한 방법을 이해하고, 평가하고, 동화하도록 이끌 수 있을 것인가가 통계교육의 주된 문제이다. 기본적인 통계적 아이디어와 방법을 다루는 통계 입문에서는 무엇보다도 학생들 자신이 실제적인 자료를 수집·분석하여 자신들에게 흥미 있는 문제를 해결하게 하고, 그래프 표현과 자료탐색을 강조해야 할 것이다. 그 의도는 통계적 작업은 자료에 대한 탐색 작업과 같다는 것 곧, 자료에서 단서를 찾고, 자료의 표본이 나타내는 실제적인 상황에 대하여 숙고하고, 자료를 다른 방식으로 나타내면 다른 정보를 얻는다는 것을 학습하도록 하기 위한 것이다.

그러나, 중등학교 수준에서 학교수학의 일부로서 통계를 가르치는 수학교사 가운데 탐색적 자료분석의 관점에서 통계를 경험하고 통계에 대한 그러한 관점과 태도를 갖고 있는 교사는 적을 것이다. ‘단편’ 수학교과에 입각하여 통계의 확률과의 관계를 강조하고 표본분포에 의한 모집단에 대한 추론을 통계학의 본질적인 특성으로 간주하고 통계적 추론의 이상화된 과정만을 강조하는 대신에, 교사는 실제적인 통계적 작업을 지향하여 자료를 통계학의 중심에 놓고 자료분석을 위한 도구로 컴퓨터를 적극적으로 이용해야 할 것이다. 그렇게 되려면 수학교사는 통계 실제에 대한 경험은 물론이고 통계에 대한 역사적, 문화적, 철학적, 인식론적인 관점 및 다른 과학과의 관련성을 인식해야 하는 바, 확률과 통계에 대한 메타 지식은 수학 교사교육과 학습-지도 자료 개발에서 주요한 관념이 되어야 한다.

자료처리 과학으로서의 통계학의 정신과 통계적 사고방법을 체득시키기 위해서는 통계는 통계적인 개념과 방법에 대한 적절한 사용과 해석을 수반하는 의미 있는 문제상황을 통해서 지도되어야 한다. 구체적인 실제적 적용 상황과 그래프 표현은 통계적 사고의 특성이 드러나 전달될 수 있는 의미 있는 조건이 된다. 원그래프, 막대그래프, 줄기-잎 그림, 히스토그램, 상관도 등과 같은 그래프 표현과 도해는 통계적 변량 사이의 관계를 나타내는 개념적 모델이며, 학생들이 통계적 사고를 이해하고 통계적 결정과 판단을 하는데 사용할 수 있는 기본적인 수단을 제공한다. 통계지도에서 실제적인 문제 상황과 자료의 도해는 동기유발이나 단순화된 예시가 아니라 통계적 사고의 본질을 전달하는데 기본이 되는 것이다. 그러나, 수학교사는 명확한 결과를 갖는 논리적이고 계층적인 구조를 따라 학교수학을 지도하려고 한다. 실제적인 문제 중심이나 실험 중심의 통계지도는 변화를 허용하는 열린 상황으로 예상할 수 없는 불확실한 결과를 제공한다. 따라서, 통계지도에 실제적인 적용 상황이 요구된다고 하더라도 수학교사는 흔히 수학 외적인 내용을 수학지도에 도입하는 데 매우 회의적이고 불편해 하며, 수학 내적인 개념과 구조의 확고한 바탕으로 간주되는 것으로 지도 내용을 한정하고자 한다. 통계지도에서는 통계적 지식의 실제적인 의미를 이해하고 적용하는 방식의 지도가 요구되며 이는 실험 작업이나 문제해결 학습과 같은 ‘열린’ 지도 방법에 의해서 실현될 수 있다.

우리 나라 수학 교육과정에서 통계 분야는 학생들의 생활 주변 소재에 대한 주어진 자료를 이용하거나, 생활 주변에서 발생하는 실제적인 자료를 수집하고 분류 정리하여 표로 나타내고, 이를 막대그래프, 꺾은선 그래프, 줄기와 잎그림, 띠그래프와 원그래프, 히스토그램, 도수분포다각형, 상관도 등의 그래프로 나타내어 그 특성을 알아보며, 주어진 자료에 대한 평균과 표준편차 등의 통계치와 확률분포 이론에 의한 모평균과 모비율의 추정 방법을 가르치고 그것을 문제해결에 적용하는 것을 강조하고 있다. 그러나 앞에서 지적한 바와 같이,

실제적으로 지금까지 통계지도는 대체로 주어진 자료를 소재로 통계적 지식과 통계기법 전달 중심의 지도가 되었으며 구체적인 문제상황을 통한 지도가 이루어지지 못함으로써 통계적 사고의 힘과 본질을 충실히 보여주지 못하였다. 학생들은 자료처리 능력과 함께 통계가 현대 사회에서 하는 역할을 인식하고 그 진가를 인정하게 되어야 하며 통계적 사고의 힘과 한계를 이해하도록 지도되어야 한다. 통계는 본질적으로 실제적인 교과이므로 그렇게 되기 위해서는 가능한 한 학생들의 실제적인 문제해결을 위해 학생들 자신이 수집한 자료를 처리하는 문제해결 도구로서 지도되어야 한다. 문제를 제기하고 그러한 문제와 관련된 자료를 수집하고 자료를 분석하고 해석하는 것을 포함하는 실제적인 자료취급에 대한 지도 관점은, 세계적으로 20세기 후반의 수학교육에 커다란 영향을 미친 NCTM의 <Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics>에 나타난 일반적인 관점 곧, 수학적으로 문제를 해결하고, 의사소통 하고, 추론하는 학습, 실제적인 진정한 활동을 통한 학습, 흥미 있고 적절한 교재 구성을 통한 동기유발, 일상적인 지식 및 다른 교과와 수학의 통합 등과 같은 관점을 보다 명확하게 드러내주는 것이다.

Cobb(1992)의 주장과 같이 통계지도에서는 설명을 적게 하고 소집단 문제해결 활동과 토론을 강조하면서 활동적 학습을 유도해야 하며 물리나 화학처럼 실험실법으로 가르쳐져야 할 것이다. 실제적인 자료 이외에 컴퓨터와 여러 가지 무작위 표본을 산출하는 스피너, 카드, 구슬상자 등과 같은 장치가 갖추어져야 하며, 수업 시간에 개별적인 경험을 하기 어려우므로 전체 학급에서 산출된 자료를 근거로 시범하도록 해야 할 것이다. 그리고, 소집단 탐구 프로젝트를 구상하여 자료를 수집하고 분석하며 통계적 추론을 하도록 하여 실제로 통계적 사고를 행함으로써 배우도록 해야 할 것이다. 자료분석을 수학 교육과정 전반에 걸쳐 강조하면서 다른 수학 내용이나 다른 교과와 관련짓고 학생들에게 관심이 있는 실제적인 자료를 수집하여 탐색하도록 하고 실제적인 사건에 대한 모의실험으로 유용한 정보를 추출하는 방법을 보여줄 필요가 있다. 통계 이론이 실제로 어떻게 적용되는가를 배우는 것이 절대로 필요하다. 자료를 탐색하고 그래프를 그리고 모델을 맞추면서 통계적 방법이 실제적인 자료에 적용되는 실재를 경험하도록 해야 할 것이다. 소집단 문제해결 프로젝트를 통해 통계의 실재를 배우게 된다. 공식을 배우는 공부로부터 실제적인 문제해결 도구로서의 통계적 개념과 통계적 사고방법을 배우며 사회에서의 통계의 역할을 이해하도록 해야 할 것이다.

학습은 구성적 활동이며, 학생들은 지식을 수동적으로 수용함으로써가 아니라 능동적으로 구성함으로써 학습한다는 구성주의는 오늘날 수학교육의 시대정신이다. 수학 학습 지도에서 학생들 스스로 생각을 하게 하고 그것을 발표하거나 글로 표현하게 하고 소집단으로

협력하여 문제를 해결하고 상충되는 생각에 대하여 반성하고 논의하게 하며 그러한 과정을 거쳐 구성된 지식을 새로운 상황에 적용하는 경험을 하도록 요구하고 있다. 통계 지도는 통계적인 지식과 기능의 학습을 강조하는 설명 중심의 지도에서 실제적인 문제를 해결하기 위한 자료분석과 의사교환, 개념 이해, 관련성 파악, 적용을 강조하는 활동 중심의 지도로 바뀌어야 할 것이다.

[6] 다음에는 자료분석의 지도 문제를 좀 더 구체적으로 살펴보자. Shaughnessy 등(1996)은 학교수학에서 자료처리 지도에 대한 경향을 다음과 같이 기술하고 있다. 최근 세계 여러 나라의 수학 교육과정에서 자료처리에 관한 내용이 보다 강조되기 시작하였으며, '자료분석', '탐색적 자료분석', '자료의 시각화', '자료처리' 등과 같은 용어가 수학 교육과정에 도입되었다. 학교수학에서 자료처리의 출현은 수학교육 개선을 위한 미국, 영국 등 여러 나라의 국가적 교육과정 제정에 기인한 바 크다. 자료분석의 뿌리는 전통적인 기술통계로 거슬러 올라갈 수 있지만 자료분석에 대한 현대적 의미는 도해나 그래프와 같은 시각적 표현에 강하게 의존하면서 자료의 구조적 특성을 드러내기 위한 탐색을 강조하는 것이다. 자료처리는 자료를 다루는 방법과 자료를 탐색할 수 있는 환경이며, 특정한 통계학의 내용이 아니다.

자료를 임의로 사용하여 주장을 뒷받침하지 않도록 하는 것이 통계교육의 주요 목표의 하나라고 간주되어 주장의 불확실성의 수준을 언급하는 것이 본질적으로 중요하다고 보아 전통적으로 고등학교 수학에서 추측통계가 강조되어 왔다. 통계교육을 이러한 관점에서 보면 탐색적 자료분석의 철학은 그와 상충되는 면이 있는 듯하다. 탐색적 자료분석은 자료에 대한 단순한 기술을 넘어서는 것으로 추측통계를 규정짓는 최종적인 결과를 얻으려고 하지 않으며 자료의 구조와 특성을 나타내는 다양한 징후를 탐색한다. 수학 교육과정에서 탐색적 자료분석의 그러한 열린 특성을 강조하는 것은 과학적 사고 태도의 개발을 위해 교육적으로 중요하다. 통계에서는 자료를 다루는 논리적인 규칙만을 엄격히 따르는 것으로서는 객관적인 사실을 얻을 수 없으며 의사교환과 논의를 통한 탐색적 자료분석이 중요하다. 통계교육의 성공 여부는 자료분석이 추측통계와 공존하도록 하는 교사의 태도에 좌우될 것이다.

기본적인 자료분석 방법은 개념적으로 난해하지 않고 학생들은 대체로 탐색적 분석을 좋아하므로 동기부여 문제도 쉽게 해결된다. 탐색적 자료분석은 막대그래프나 띠그래프, 원그래프, 히스토그램 등의 그래프나 평균, 표준편차 등의 통계치를 알아보는 등 전통적인 기술통계의 방법을 그대로 적용하는 데 그치는 것이 아니라, 줄기-잎 그림, 상자-수염 그림 등을 사용하고 중앙값, 사분위수 등의 통계치를 분석하는 등 다양한 열린 탐색을 시도하는 것이다. 탐색적 자료분석의 중요한 측면은 자료와 그 문맥, 그래프 표현, 자료분석 활동이

다. 자료와 그 문맥에 관한 핵심어는 열린 문맥, 발전적 해석, 구조와 패턴 및 변칙 등이다. 자료 가운데에서 패턴과 구조, 변칙적인 것을 찾는 것으로 특징 지워지는 자료분석 활동은 자료를 다루는 발견적 작업이며 실험적 활동으로 개방성과 유연성을 가지며 과학하는 태도의 교육 효과를 가질 것이다. 그러면 학교수학에서 어떤 자료분석 방법이 다루어져야 하는가? Biehler와 Steinbring는 중등학교 수준의 자료분석에서는 표, 줄기-잎 그림, 점 그림, 히스토그램, 막대 그래프, 수치요약, 상자그림, 산점도 등의 도구를 이용하고 자료의 변동, 대칭성, 비대칭도, 군집으로의 분할, 특이점, 중앙값/사분위수/극단값, 자료의 요약과 전개, 자료집합의 비교, 자료변환, 눈금의 변화, (자료)=(모델)+(잔차), 눈대중선, 분할곡선과 중간곡선, 삼집단선 등의 개념을 사용할 것을 제안하고 있다(Biehler, 1988). 중학교 수학에서는 적어도 다음과 같은 자료분석 방법을 다룰 필요가 있을 것이다. 먼저 자료의 총수, 변량의 특성, 자료의 측정방법과 측정단위 등에 주목하여 자료를 기술하고, 점 도해, 줄기-잎 그림, 히스토그램 등을 이용하여 자료를 도해한 다음, 전체적으로 분명한 형태가 있는가, 뾰족한가, 대칭인가, 정점이 몇 개인가, 여러 개인가 등의 전체적인 형태와 다섯 수치 요약(최소치, 제 1사분위수, 중앙값, 제 3사분위수, 최대치), 평균과 표준편차 등에 주목하여 중심과 퍼짐을 알아봄으로써 전체적인 패턴을 기술하고, 특이점, 틈 또는 군집 등에 주목하여 전체적인 패턴으로부터의 현저한 이탈을 알아본다. 그리고, 발견된 특성을 문제 문맥으로 해석하여 개연적인 설명을 하도록 한다. 이러한 자료분석 방법은 관련된 도구에 대한 지식과 그것을 선택하여 해석하는 판단력을 요구하며, 그러한 판단은 자료를 다루는 경험에 의해 형성된다.

통계에서 그래프는 자료 가운데의 관계를 표현하고 그에 접근하기 쉽게 하기 위한 관계적 도해로 사용되며, 나아가 자료와 그 문맥에 대한 특성을 발견하기 위한 주요한 탐색도구로 사용된다. 그러나, 그래프는 어떤 관계에 더 민감하거나 전체 자료의 부분만을 보여줄 수도 있어, 자료에 대한 관점을 제한하고 자료를 있는 그대로 보여주지 않을 수도 있다. 좌표변환을 통하여 그래프를 변화시키고 여러 가지 그래프를 사용하는 것은 중요한 탐색적 자료분석 방법이다. 현대 통계에서의 다양한 그래프의 사용은 정보를 요약 정리하는 것을 주요 목표로 간주한 기술통계학의 전통적인 원리와 다르다. 그래프를 여러 가지 관점에 초점을 맞추어 조작하고 변화시키고 수정하고 다양한 그래프를 상보적으로 사용하는 것은 현대적인 컴퓨터 기술공학에 의해서 실제로 실행가능하게 된 중요한 발전이다. 역동적으로 연결된 다양한 표현 가능성은 컴퓨터가 자료분석에 미친 가장 중요한 영향 가운데 하나이다. 탐색적 자료분석에서 그래프는 중요한 분석도구로, 의사소통을 위한 바꿀 수 없는 특수한 기능을 갖는 것으로 간주되고 있다. 교사는 그래프가 일차적으로 학생들에게 내용을 이해하

기 쉽게 만들어주는 교육적 도구라는 일반적인 견해에 대하여 비판적인 태도를 가져야 할 것이다. 통계교육에서는 그래프를 단순한 교육적 보조수단으로 간주하기보다 자료를 분석하는 주요 도구로 사용하는 태도를 강조하는 것이 중요하다. 히스토그램, 원그래프, 막대그래프, 표와 같은 고전적인 도해는 관계를 발견하기 위한 탐구 도구로 재경험될 수 있다. 히스토그램 끈, 이산적인 막대그래프를 사용하여 연속으로 변하는 자료를 나타내는 아이디어의 발명은 통계학의 역사에서 이룩한 대단한 성취이다. 점그림과 비교하여 히스토그램은 자료의 구조를 드러내는 탐구 도구로 재경험될 수 있으며, 도수분포표를 준그래프적인 탐구 도구로 재발견할 수도 있다.

자료분석에는 자료의 분석 및 비교, 자료로부터의 추론이라는 세 가지 측면이 있다. Curcio는 이러한 관점에서 그래프에 대한 이해 수준을, 어떤 해석도 없이 자료를 읽고 그래프에 명확하게 표현된 사실에만 주목하는 수준, 비교·수학적 개념·기능을 요하는 자료 내부를 읽는 수준, 확장·예상·추론을 요하는 자료 너머를 읽는 수준으로 구분하고 있는 데, 나아가 자료는 특정한 문맥 내에서 일어나므로 자료 이면을 살펴보는 보다 넓은 자료처리 관점이 요구된다(Shaughnessy, et al, 1996). 자료는 흔히 특별한 계획을 갖고 있는 사람에 의해 수집되고 제시된다. 자료처리에서 자료 이면에 있는 자료 수집자의 신념과 태도는 자료를 조직하고 분석하는 방법과 마찬가지로 중요하다. 편향, 특정한 자료를 감추려는 기도, 자료로 오도하려는 기도, 한 관점으로부터만 자료를 제시하려는 기도, 통계치의 모든 그러한 오용과 남용은 학생들을 위한 자료처리 경험의 중요한 부분이 되어야 한다. 자료분석은 자료에 대한 전반적인 접근이고, 어떤 문맥 내에서의 발견적 작업이므로 문맥이 자료로부터 분리되어서는 안된다. 자료의 적절성과 분석 결과의 적용 가능성에 대한 논의와 자료에 대한 다중 표현 및 해석은 자료처리 환경에서 고무되어야 한다. 불확실성 아래에서의 탐색과 논의와 의사 결정은 자료취급 방법의 주요 목적이다.

Cobb와 Moore(1997)의 지적과 같이, 자료분석은 자료산출 설계와 통계적 추론을 이해하는 준비가 된다. 자료분포에 대한 경험은 학생들에게 변이성의 편재와 편향의 잠재성이라는, 자료산출을 위한 조심스런 설계가 필요한 두 가지 주요한 이유에 주목하게 한다. 자료 분석 전에 자료산출 설계를 가르치면 왜 그것이 문제가 되는지 학생들은 이해하기 어렵게 될 것이다. 자료분포에 대한 경험은 표본분포라는 어려운 아이디어를 다루기 위한 준비를 시키는 데에도 최선의 방법이 될 것이다. 따라서 통계지도는 제기된 실제적인 문제를 해결하기 위한 자료산출로부터 시작하는 것이 순서일 듯하지만 자료산출을 위한 설계의 문제는 탐색적 자료분석과 통계적 추론 사이에 도입하는 것이 자연스럽다. 이 순서는 표본분포 모델의 정당성이 자료산출 과정에서의 무작위성으로부터 나온다는 것을 분명히 하는데 도움

이 되며, 따라서 확률 모델의 사려없는 사용을 막아준다. 자료산출에 대한 학습은 학생들에게 개념적으로 난해한 표본분포를 대하기 이전에 모집단이나 표본, 모수, 통계량과 같은 필수적인 개념들을 소개할 기회를 제공한다. 여기서 학생들이 이해해야 할 가장 중요한 점은 왜 무작위화된 비교 실험이 원인의 입증에 가장 좋은 기준이 되는가 하는 것이다. 물론 실험과 표본조사 설계에는 무작위화 이상의 여러 가지 통계적 측면이 고려되어야 하지만, 예를 들어서 조사 문제를 개발하고 검증하는 과정이나 면담자의 훈련과 감독 절차 등과 같은 중요한 소재도 보통 통계 과정에서는 다루지 않는다. 학생들은 이러한 실제적인 기술도 문제가 된다는 것과 건전한 통계적 설계로 시작할 때조차도 자료산출이 잘못될 수 있다는 것을 알아야 한다. 그러나, 단순한 설계인 두 가지 처치를 비교하는 무작위화된 실험과 하나의 모집단에서 추출된 간단한 무작위 표본으로도 중요한 아이디어를 예시할 수 있으므로 자료산출 설계에 너무 깊이 들어갈 필요는 없을 것이다.

[7] 확률분포 이론을 강조하는 현재와 같은 통계적 추정과 검정의 지도방법에 문제가 있다면 통계적 추론의 지도는 어떻게 개선되어야 할 것인가? 학생들이 통계적 추론을 이해하는 데에는 두 가지 큰 장벽이 있다(Cobb & Moore, 1997). 첫 번째 장벽은 표본분포 개념의 이해 문제이다. 표본분포의 개념은 통계적 추론의 핵심적인 아이디어이나, 확률분포 개념으로부터 시작하는 통계적 추론의 원리는 학생들에게 매우 이해하기 힘들다. 두 번째 장벽은 유의성 검정의 논리에 대한 이해 문제이다. 영가설과 검정의 기본적인 아이디어는 난해하지는 않지만, “우리가 찾는 효과가 나타나지 않았다고 가정하자”로 출발하는 검정의 논리는 학생들에게 간단한 것이 아니다. 그러나, Moore(1992)의 지적과 같이, 아무리 우리가 확률분포 이론의 난해성에서 비롯된 교육적 장애에 직면한다 하더라도 적어도 모수의 신뢰 구간 추정과 가설의 유의미성 검증에 관한 기본적인 원리는 통계 교재의 핵심적인 부분으로 다루어져야 할 것이다. 그리고 많은 응용과학 분야의 연구를 혁신시킨 무작위 비교실험은 금세기의 가장 중요한 통계적 아이디어인 바, 이를 언급하지 않고 관찰연구와 실험연구의 차이를 강조하지 않으면서 통계입문 과정을 가르치는 것은 잘못이다.

그러나, 형식적인 확률분포 이론이 학생들이 통계적 추론의 원리를 이해하는데 필수불가결한 것인지, 통계적 추론의 바탕이 되는 모집단분포 및 표본분포 개념을 이해하는데 학생들에게 도움을 주는지는 의문이다. 중요한 것은 추측통계의 기본 바탕인 형식적인 표본분포 이론이 학생들에게 이해하기 어렵다는 점을 간과해서는 안된다는 점이다. 통계적 추론에 들어가기 전의 지도 과정에서 자료분석에 관한 실제적인 경험을 강조하는 영국과 미국의 교육과정은 통계 실제에 대한 보다 적절한 경험이 됨은 물론 추측통계를 가르치는 교수방법

면으로도 적절한 것으로 생각된다. 도수분포표로부터, 그리고 실제적인 우연 현상과 컴퓨터 시뮬레이션에 대한 경험을 통하여, 학생들에게 확률분포 개념을 직관적으로 이해시킬 수 있을 것이며, 자료를 살펴보는 경험을 통해 우연 현상이 반복되어 얻어지는 결과의 무작위성과 표본분포 개념 역시 직관적으로 이해하도록 이끌 수 있을 것이다. 그리고, 그러한 표본분포에 대한 직관에 의존하여 통계적 추론의 아이디어를 직관적으로 이해시키는 것이 가능하리라고 생각된다. 동전을 던지거나 상자로부터 구슬을 추출하는 등의 구체적인 시행, 컴퓨터 시뮬레이션, 사고 실험 등은 관련된 통계치가 서로 다른 값을 갖는 여러 가지 표본에 대한 이해를 돕는다. '이것을 여러 번 하면 무슨 일이 일어날까'와 같은 질문은 통계적 추론의 논리를 이해하는 열쇠가 된다. 어떤 분포를 대하는 우리는 형태, 중심, 퍼짐에 대해 관심을 갖으며, 추정치의 정밀도는 표본분포의 퍼짐에 의해 설명되며 그것은 대체로 현상의 정규성 덕분에 그 표준편차로 추정된다. 자료분석은 모집단에서 얻어진 많은 관찰 결과의 분포는 적어도 대략적으로는 정규곡선에 의해서 기술된다는 것을 드러내 보인다. 무작위로 선택된 관찰 결과에 대한 확률분포는 모든 관찰 결과인 모집단을 기술하는 정규분포와 유사하다. 전체적인 자료분포의 기술로서의 정규확률분포로의 이행은 자료를 무작위로 선택하는 사고실험을 거쳐 이루어질 수 있을 것이다. 여기서 조금 자세히 들어가면 신뢰구간 추정과 가설의 검정의 논리를 직관적으로 이해하게 될 것이다. Moore(1992)의 지적과 같이 이러한 자료 중심적 접근을 통해 형식적인 확률 이론에 의존하지 않고서도 통계적 추론의 원리를 가르칠 수 있을 것으로 생각되며, 그 구체적인 교재구성에 대한 연구가 요망된다.

고등학교 '수학 I'의 통계 부분에서 다루어지는 형식적인 확률분포 이론의 상당한 부분은 통계적 추론에 필수적인 정도로 축소시켜야 하며, 가능하면 형식적인 확률분포 이론이 포함되지 않도록 하는 것이 좋을 것이다. 추론의 개념적 파악을 위해서는 비형식적인 확률분포 관념으로 족할 것이다. 통계적 추론의 핵심인 표본분포 개념은 같은 모집단에서 뽑은 많은 무작위 표본으로부터 나온 결과의 변동 패턴으로 직관적으로 파악될 수 있을 것이다. 이들 분포의 수학적 논리는 선택과정인 '확률과 통계'의 학습 과제로 넘기는 것이 좋을 것이다. Cobb(1992)는 학생들이 자료분석을 다루어 추측통계에 의미 있는 문맥을 제공하는 과정을 이수하지 않았다면 추측통계 과정은 주로 계산기능을 연습하는 기회가 될 뿐이므로, 통계적 추론은 자료분석 과정을 먼저 배우지 않은 학생들에게는 절대로 가르쳐서는 안 된다고 주장한다. 실제적인 자료와 관련짓지 않으면 학생들이 추측통계가 무엇인지 이해하기는 어려우므로, 자료분석이 확률분포 이론과 통합되도록 구성되어야 한다는 것이다.

학교수학에서 통계지도는 자료분석, 자료산출, 통계적 추론을 차례로 거치는 통합적인 과정이 되어야 하며, 현재보다 형식적인 통계적 추론의 원리 지도에 시간을 덜 소비해야 할

것이다. 통계적 추정과 검정의 아이디어에 대한 직관적인 개념적 파악은 자료분석에서 학습한 내용과 표본분포에 대한 그래프에 근거하도록 해야 할 것이다. 형식적인 수학적 설명은 아무리 많이 하더라도 직관적인 이해를 위해서는 그림을 대신할 수 없다. 확률은 관찰된 자료의 변이성을 설명하는 수학적 모델을 제공하며 연역적 논리의 관점에서는 통계보다 더 기본적인 것이다. 수학의 세계에서는 확률분포에서 출발하여 추측통계에 이르는 우아한 연역적 논리를 사용할 수 있다. 그러나 그러한 논리는 ‘반-교수학적 전도’이다. 자료의 변동은 직접 인지될 수 있는 기초적인 것인 반면 확률 모델은 그것이 내면화되어 조작적으로 이해된 다음에야 비로소 인지된다. 통계 입문 과정에서는 관찰된 자료에서 출발하여 확률분포를 구성하도록 해야 할 것이다.

[8] 통계는 대중교육으로서의 수학교육의 중심적인 내용의 하나가 되어야 하며 통계적 사고는 학교수학에서 보다 더 강조되어야 한다. 현대 사회의 모든 시민은 통계의 사회적 역할과 가치를 인식하고, 그 힘과 한계를 이해해야 하며, 양적인 정보를 이용하여 생산적인 의사결정을 할 수 있도록 통계를 배워야 한다. 그렇게 되기 위해서는 통계치의 계산이나 자료의 정리와 그래프 표현이 중심이 된 전통적인 기술통계나 확률분포 이론을 중심으로 한 형식적인 추측통계가 중심이 된 통계지도로부터, 실제적인 탐색적 자료분석 방법과 통계적 개념의 이해를 바탕으로 한 문제해결 도구로서의 통계적 방법의 지도로의 근본적인 관점의 전환이 요구된다.

미국 통계학회와 미국 수학회에서는 기초 통계학의 교육과정에 대해 논의하는 위원회를 결성하였는데, 그 위원회의 권고 안에서는 통계교육이 실제적인 자료처리와 통계적 아이디어에 초점을 두어야 한다는 견해를 밝히고 있다. “거의 모든 통계학 과정은 이론과 처방을 줄이고 자료와 개념을 보다 강조함으로써 개선될 수 있다. 가능한 한 최대한 계산과 그래픽은 자동화되어야 한다. 모든 입문 과정은 학생들이 통계적 사고의 기초를 학습하도록 돕는 것을 그 주요 목적으로 삼아야 한다. 통계적 사고의 기초에는 자료의 필요성, 자료산출의 중요성, 변이성의 편재, 변이성의 양화와 설명이 포함된다(Cobb & Moore, 1997, pp. 814-815).” 이러한 권고는 지난 한 세대 동안의 통계학 분야의 변화를 반영한다. 통계학은 수학과 달리 실제적인 많은 전문 분야와 연결되어 있으며, 컴퓨터 공학의 발달로 통계의 실체가 크게 바뀌었다. 오늘날 통계학은 수학 및 컴퓨터 과학과 밀접한 상승작용 관계에 있는 자료과학으로 규정된다. 이는 자료를 통계학의 중심에 놓고 그와 밀접히 관련된 학문으로서 수학과 동등한 위치에서 컴퓨터 과학을 생각하는 매우 현대적인 정의이다.

오늘날 통계교육에서 무엇보다 중요한 것은 자료를 다루는 실제적인 통계적 처리에 대한

경험을 시키는 것이다. 이는 통계교육에서 문제제기, 의사결정과 행동을 결정할 적절한 자료의 필요성, 가치 있는 통계분석을 가능하게 하는 실제적인 통계 행위의 가장 중요한 부분인 양질의 자료산출의 중요성, 변이성의 양화 등과 같은 통계적 사고의 기본적인 요소의 학습을 강조하도록 요구한다. 변이성의 편재성은 통계학의 본질적인 요소이며 이는 경험되어야 한다. 어떤 자료는 측정 오차 때문에 변이성을 갖고 어떤 자료는 현상이 완전히 비결정적인 것이라는 사실에 기인한 변이성을 갖는다. 통계적 방법의 본질을 이해하기 위해서는 학생들이 자료를 직접 다루어보지 않으면 안된다. 실제 경험과 유리된 지도를 지양하고 학생 스스로 실생활과 관련된 문제를 제기하고 그것을 해결하기 위하여 자료를 수집하고 정리하고 자료의 표현을 바꾸어 보고 자료의 특별한 측면에 주목하고 자료의 바탕에 있는 구조를 분석해 보아야 한다. 통계교육은 이론과 처방보다 실제적인 자료처리와 관련된 개념을 더 강조함으로써 개선될 수 있을 것이다. 통계의 입문과정은 여러 가지 단순한 통계적 기법의 습득이 아닌 자료를 그래프로 나타내고 해석하기, 무작위성, 실험 설계, 추정 등과 같은 폭넓은 개념과 원리에 초점을 맞추어야 할 것이다. 이러한 통계적 개념은 실제적인 자료를 다루는 문맥에서 가장 잘 학습될 것이다(Cobb, 1992).

제 7차 교육과정에서 “현실적인 과제 즉, 실생활에서 접하는 자료를 효율적으로 조사, 정리, 분석해 봄으로써 유용한 정보를 얻는데 효과적인 도구가 통계적 방법임을 알 수 있게 (제 7차 교육과정, p. 86)” 지도하도록 요구하고 있고, 초등학교 5학년에서 자료를 정리하여 줄기-잎 그림으로 나타내고 자료의 특성을 파악하도록 하고 있지만, 탐색적 자료분석에 대한 명확한 언급은 없다. 초중고에 걸쳐 탐색적 자료분석이 보다 적극적으로 도입되어야 할 것이다. 자료의 특성에 따라 대표값으로 평균 및 최빈값과 함께 저항성이 있는 대표값인 중앙값을 적절히 사용하도록 하고, 상관계수나 회귀직선을 다루기에 앞서 산점도에서 두 변수 사이의 상관관계를 탐색해 보도록 하고, 줄기-잎 그림을 이용하여 군집, 대칭성, 자료의 범위와 산포도, 특이점 등 자료의 특성을 알아보도록 하고, 다섯숫자 요약을 나타낸 상자그림을 그려보아 자료의 특성을 비교해 보도록 하는 등 다양한 탐색적 자료분석 경험을 하도록 함으로써, 실제적인 자료의 특성을 다각도로 탐색하는 태도를 기르도록 해야 할 것이다. 고등학교에서 다루어지는 추측통계 부분에서는 ‘수학 I’에서 모평균의 추정, ‘확률과 통계’에서 모평균과 모비율의 검정에 상당한 공간을 할애하도록 되어 있지만, 실제적 자료의 분석과 다양한 그래프 기법, 간단한 자료조사와 실험설계를 보다 강조하고, ‘수학 I’에서의 모평균 추정의 원리와 그 바탕이 되는 확률분포의 개념의 지도는 도수분포와 시물레이션 등을 통한 직관적이고 실제적인 접근을 보다 강조하고, 형식적인 확률분포 이론에 근거한 추정과 검정의 지도는 선택 과정인 ‘확률과 통계’에서 취급하는 것이 좋을 것이다.

계산기, 컴퓨터, 그래픽 계산기, Web의 이용은 학교수학에서 계속 증가하고 있으나, 아직 세계적으로 계산기와 컴퓨터의 체계적인 도입은 실현되고 있지 못하다(Shaughnessy, et al, 1996). 계산기와 컴퓨터는 통계지도에서 인위적으로 고안된 자료로 한정하지 않고 실제적인 연구를 위해 수집된 자료를 다룰 수 있게 함으로써 교실 경험을 통계 실제와 같이 만들 수 있다. 우수한 계산기와 개인용 컴퓨터의 발달은 단조롭고 고된 계산으로부터의 해방을 가져다주었으며, 나아가 뛰어난 그래픽 기능과 시뮬레이션 기능을 갖춘 강력한 자료분석 도구를 제공한다. Thisted와 Velleman(1992)은 모든 과학은 이론적 측면, 실험적 측면, 관찰 측면을 갖는다고 하면서 컴퓨터 그래픽과 시뮬레이션을 이용하는 자료분석의 교육적 중요성을 강조한다. 그래프 기법은 자료의 패턴, 구조, 규칙성을 확인하는 주요 관찰도구이다. 그리고 통계 그래프는 자료의 패턴과 함께 자료의 예기치 않은 특성을 쉽게 드러내주기 때문에 통계적 모델의 적절성을 진단하고 특별한 영향을 주는 극단적인 자료를 확인하는데 이상적인 도구이다. 통계 그래프는 자료를 직관적으로 제시하여 관계와 패턴을 보여주고 의문을 제기하게 하여 자료분석의 질을 개선하고 동시에 학습을 풍부하게 하고 활성화시킨다는 점에서 교육적으로 매력적인 것이다. 시뮬레이션은 자료분석 과학의 '실험적' 측면이다. 교사는 시뮬레이션을 사용하여 통계적 원리나 절차를 예시하고 입증하는 조정된 경험을 학생들에게 제공할 수 있다. 과학 실험이 실제적인 실험 기술과 비판적 해석을 제공하듯이 통계적 시뮬레이션도 마찬가지이다. 컴퓨터에 의해서 시행된 시뮬레이션은 학생들이 무작위성에 대하여 수년 동안의 실제적인 자료 분석으로부터 얻을 수 있는 것보다 더 강력한 경험을 줄 수 있다. 특히, 학생들에게 접근이 용이하지 않은 중심극한정리와 같은 아이디어를 예시하는 시뮬레이션은 그 이해에 큰 도움을 줄 수 있을 것이다. 컴퓨터의 발달은 다양한 정보에의 접근과 함께 자료처리를 예상하지 못한 정도로 용이하게 만들었으며 통계적 아이디어를 예시하는 이상적인 도구를 제공하였다. 현대 정보화 시대의 삶은 정보를 처리하여 이용하는 도구를 필요불가결하게 만들고 있으며, 자료처리를 위한 계산기와 컴퓨터의 사용을 모든 시민을 위한 교육의 주요한 부분이 되지 않을 수 없게 하였다.

통계 교육의 목적은 자료를 수집하고 분석하여 발견된 지식을 실제적인 문제를 해결하는데 적용할 수 있는 통계적 사고력을 개발하는 것이므로, 통계에 대한 평가에서는 실제적인 자료분석 능력, 통계적 개념의 이해, 통계적 지식을 통합하여 문제를 해결하는 능력, 통계적 언어를 사용하여 효과적으로 의사 소통하는 능력을 평가해야 한다. 평가는 학생이 학습해야 할 가장 중요한 통계 내용을 반영해야 하며, 통계 학습을 향상시키고 훌륭한 지도를 뒷받침해야 한다.

참 고 문 헌

- 백운봉, 허명희(1987). EDA-탐색적 데이터 분석-. 박영사.
- 정한영(1995). 통계학사 개론. 한림대 출판부.
- 교육부(1998). 제 7차 교육과정 : 수학과 교육과정. 대한교과서 주식회사.
- 한국통계학회(1997). 통계학 용어집. 자유아카데미.
- Biehler, R.(1988). *Changing conceptions of statistics: A problem area for teacher education*. Occasional Paper 14, Institut für Didaktik der Mathematik der Universität Bielefeld.
- Biehler, R.(1989). Educational perspectives on exploratory data analysis. In R. Morris(Ed.), *Studies in mathematics education*.(vol.7)(pp.185-201). UNESCO.
- Cobb, G.(1992). Teaching statistics, In L. A. Steen(Ed.), *Heeding the call for the change: Suggestions for curricular action*(pp.3-43). The Mathematical Association of America.
- Cobb, G. W. & Moore, D. S.(1997). Mathematics, statistics and teaching. *The American Mathematical Monthly*, Nov., 801-823.
- Cockcroft, W. H.(1982). *Mathematics counts: Report of the committee of inquiry into the teaching of mathematics in schools*. London: Her Majesty's Stationary Office.
- Department for Education and Science, Welsh Office(1996). *The National curriculum: Mathematics*. London: Her Majesty's Stationery Office.
- Freudenthal, H.(1973). *Mathematics as an educational task*. D. Reidel Publishing Company.
- Jacobsen, Ed.(1989). Why in the world should we teach statistics?. In R. Morris, (Ed.), *Studies in mathematics education*(vol.7)(pp.7-15). UNESCO.
- Kemphorne, O.(1980). The teaching of statistics: Content versus form. *The American Statistician*, 34(1), 17-21.
- Moore, D. S.(1992). What is statistics?. In D. C. Hoaglin & D. S. Moore(Eds.), *Perspectives on contemporary statistics*(pp.1-17). The

Mathematical Association of America.

Moses, L. E.(1992). The reasoning of statistical inference. In D. C. Hoaglin & D. S. Moore(Eds.), *Perspectives on contemporary statistics* (pp.107-122). The Mathematical Association of America.

National Council of Teachers of Mathematics(1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA : Author.

National Council of Teachers of Mathematics(2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA : Author.

Porter, T. M.(1986). *The rise of statistical thinking, 1820-1900*. Princeton University Press.

Shafer, G.(1992). What is probability? In D. C. Hoaglin & D. S. Moore(Eds.), *Perspectives on contemporary statistics*(pp.93-105). The mathematical Association of America.

Shaughnessy, J. M., Garfield, J. & Greer, B.(1996). Data handling. In A. J. Bishop, et al.(Eds), *International handbook of mathematics education* (pp.205-237). Kluwer Academic Publishers.

Steinbring, H.(1989). The interaction between teaching practice and theoretical conceptions. In Morris, R.(Ed.), *Studies in mathematics education*(vol.7)(pp.202-214). UNESCO.

Thisted, R. A. & Velleman, P. F.(1992). Computer and modern statistics. In D. C. Hoaglin & D. S. Moore(Eds.), *Perspectives on contemporary statistics*(pp.41-53). The Mathematical Association of America.

Velleman, P. F., & Hoaglin.(1992). Data analysis. In D. C. Hoaglin & D. S. Moore(Eds.), *Perspectives on contemporary statistics*(pp.19-39). The Mathematical Association of America.

An Exploration of the Reform Direction of Teaching Statistics

Woo Jeong Ho (Seoul National University)

In the past half century little effort has been made for the improvement of teaching and learning statistics compared with other parts of school mathematics. But recently data analysis has begun to play a prominent role in the national reform efforts of mathematics curricula in the United States of America and the United Kingdom. In this paper we overview modern statistical thinking differed from mathematical thinking and examine the problems of current old-style teaching of statistics. And, we discuss the current data handling(or data analysis) emphasis in the national curriculum of mathematics in the countries mentioned above. We explore the reform direction of statistics teaching; changing the philosophy of teaching statistics, teaching real data analysis, emphasis of using computer, and teaching statistical inference not as mathematics but as intuitive data-centered approach.