

## 탄젠트를 이용한 biarc로의 곡선 근사화

방주영\*, 김재정\*\*

### Approximation of Curves with Biarcs using Tangent

Bang, J. Y\* and Kim, J. J.\*\*

#### ABSTRACT

A biarc is a curve connecting two circular arcs with the constraints of tangent continuity so that it can represent the free form curve approximately connecting several biarcs with the tangent continuity. Since a biarc consists of circular arcs, the offset curve of the curve represented by biarcs can be easily obtained. Besides, if the tool path is represented by biarcs, the efficiency of machining is improved and the amount of data is decreased. When approximating a curve with biarcs, the location of the point where two circular arcs meet each other plays an important part in determining the shape of a biarc. In this thesis, the optimum point where two circular arcs meet is calculated using the tangent information of the curve to approximate so that it takes less calculation time to approximate due to the decrease of the number of iterations.

**Key words** : biarc, approximation, tangent, offset curve, tool path

#### 1. 서 론

Biarc는 두 개의 원형 아크를 탄젠트 연속으로 연결한 곡선으로 C형과 S형의 두가지 유형이 있다(Fig. 1). 이러한 biarc들을 탄젠트 연속으로 연결하면 복잡한 모양의 자유 곡선을 근사적으로 표현할 수 있다(Fig. 2).

이와 같이 biarc로 표현된 자유곡선은 몇 가지 장점을 가지고 있다. 첫번째 장점으로, offset 곡선을 쉽게 계산할 수 있다는 것이다. Offset 곡선은 로봇틱스, NC, CAD/CAM, 컴퓨터 그래픽스 등에 많이 사용되어지고 있는데, 일반적으로 offset 곡선을 구하는 것은 계산시간이 많이 걸리고, 곡선과 offset 곡선의 형태가 일치하지 않는 문제가 발생한다. 이에 비해, biarc의 offset 곡선은 biarc의 반지름 값만 offset 거리만큼 바꾸면 쉽게 구할 수 있으며, 생성된 offset 곡선 역시 biarc가 된다. 두번째 장점은 공구경로<sup>1)</sup>나 로봇트의 이동경로 등을 간단하고도 효율적으로 표

현할 수 있다는 점이다. CAD 시스템에는 일반적으로 3차 이상의 곡선들이 사용되고 이 곡선들은  $G^2$ (2차미분연속)이상의 연속을 만족한다. 그러나, 실제 기계의 공구경로는 직선과 원호의 형태로 입력되므로 곡선들이 여러 개의 직선이나 원호로 근사되게 된다. 직선들로만 근사화하는 방법(직선보간)은 간단하고 계산 효율이 좋다는 장점이 있지만 데이터 양이 많아지고 경로가 다각형이므로 부드러운 정도(smoothness)가 떨어지는 단점이 있다. 하지만 공구경로가 biarc로 표현되면 공구경로의 데이터가 원의 중심과 반지름의 형태로 입력되게 되어서 데이터 양이 줄어들게 되고, 직선보간을 사용할 때보다 가공물의 품질도 좋아지게 된다. 그리고, 공구가 직접 원운동을 하는 경우, 탄젠트 연속을 만족하며 움직이므로 가공속도 향상과 가공물의 smoothness 향상에 효과가 있다.

이러한 장점에 비해, 다른 근사화 과정과 마찬가지로 biarc로 곡선을 근사화 하는 것은 반복적인 계산이 필요하게 되므로 많은 계산시간이 소요된다. 본 연구에서는 근사화하려는 곡선의 탄젠트 정보와 biarc의 탄젠트 그래프의 특징을 이용하여 근사화하는 방법을 제안하였다. 이로인해 반복 계산 회수가 줄어

\*신도리코 연구2부

\*\*중신회원, 한양대학교 기계설계학과

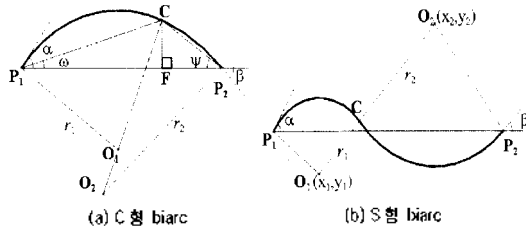


Fig. 1. Biarc.

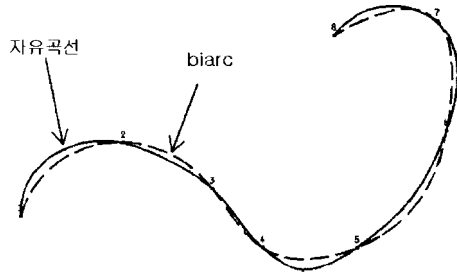


Fig. 2. Approximated curve with several biarcs.

들어 근사화에 소요되는 계산시간이 단축된다.

## 2. 배 경

### 2.1 Biarc

Biarc의 모양을 결정하는 파라미터는 다음과 같다 (Fig. 1참조).

biarc의 양 끝점( $P_1, P_2$ ),

biarc의 양 끝점에서의 탄젠트 ( $\alpha, \beta$ ),

두 원호가 만나는 점 (C),

이 파라미터들로부터 biarc의 기하학적 관계를 이용하여 biarc를 구성하는 각 원호의 중심인  $O_1(x_1, y_1)$  과  $O_2(x_2, y_2)$  그리고 각각의 반지름  $r_1$ 과  $r_2$ 를 계산할 수 있다<sup>[6]</sup>.

먼저, Fig. 1에 나타나는  $\omega$ 와  $\psi$ 는 다음과 같이 나타내어진다.

$$\omega = \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{(2\sin((\alpha-\beta)/2))^2 - (0.5-q)^2} - [2\tan((\alpha-\beta)/2)]^{-1}}{q} \right) \quad (1)$$

$$\psi = \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{(2\sin((\alpha-\beta)/2))^2 - (0.5-q)^2} - [2\tan((\alpha-\beta)/2)]^{-1}}{1-q} \right) \quad (2)$$

그리고, 식 (1)과 식 (2)에 나오는  $q$ 는 기하학적 관계로부터 다음과 같이 정의된다.

$$q = \frac{|F-P_1|}{|P_2-P_1|} \quad (0 < q < 1) \quad (3)$$

Biarc의 양 끝점간의 거리는 다음과 같이  $L$ 로 표현할 수 있으므로,

$$L = |P_2 - P_1| \quad (4)$$

위의 식들을 이용해서 biarc를 구성하는 두 아크의 반지름  $r_1, r_2$ 와 중심  $O_1(x_1, y_1), O_2(x_2, y_2)$ 를 다음의 식으로 나타낼 수 있다.

$$r_1 = \frac{q \cdot L}{2 \cdot \sin(\alpha - \omega) \cdot \cos(\omega)} \quad (5)$$

$$x_1 = \frac{q \cdot L \cdot \sin(\alpha)}{2 \cdot \sin(\alpha - \omega) \cdot \cos(\omega)} \quad (6)$$

$$y_1 = \frac{q \cdot L \cdot \cos(\alpha)}{2 \cdot \sin(\alpha - \omega) \cdot \cos(\omega)} \quad (7)$$

$$r_2 = \frac{(1-q) \cdot L}{2 \cdot \sin(\beta - \psi) \cdot \cos(\psi)} \quad (8)$$

$$x_2 = L \cdot \frac{(1-q) \cdot L \cdot \sin(\beta)}{2 \cdot \sin(\beta - \psi) \cdot \cos(\psi)} \quad (9)$$

$$y_2 = \frac{(1-q) \cdot L \cdot \cos(\beta)}{2 \cdot \sin(\beta - \psi) \cdot \cos(\psi)} \quad (10)$$

Biarc의 모양을 결정하는 파라미터 중에 두 아크가 만나는 점인 C는 식 (3)의  $q$ 의 값으로 나타낼 수 있으며, 그 값은 0과 1사이에 존재한다. 따라서 C는  $q$ 로 나타낼 수 있다.

### 2.2 Biarc관련 연구

Biarc는 interpolation<sup>[1,2,5]</sup>과 approximation<sup>[3,4,6]</sup> 두 가지 방향으로 연구가 수행되고 있다.

Interpolation은 주어진 점을 지나도록 biarc를 생성하는 것으로서, Parkinson<sup>[2]</sup>은 주어진 점을 지나서 biarc들의 곡률 적분값을 최소화시키는 방법으로 biarc의 파라미터들을 결정하였고, Schonherr<sup>[5]</sup>은 여러 개의 이어진 biarc에서 인접하는 아크의 곡률차를 최소화시키는 방법으로 biarc의 파라미터들을 결정하였다. Biarc는 원으로 되어있는 2차 곡선이기때문에 곡률연속이 될 수 없으나 앞의 방법들은 곡률차나 곡률 적분값을 최소화시켜 어느정도 곡률 연속의 효과가 나타나게 함으로써 좀 더 부드러운 곡선이 생성되게 하였다.

Approximation은 주어진 곡선과 유사한 모양의 곡선을 생성하는 것으로서 보통 근사화할 곡선과 biarc간의 최대거리(maximum distance)가 허용공차 안에 있도록 한다. Meek<sup>[4]</sup>은 간단한 2차 곡선에 대하여 수학적인 증명을 통해 정확한 최대거리를 계산해서 biarc로 근사화하였으며, Ong<sup>[6]</sup>은 B-spline 곡선과 biarc

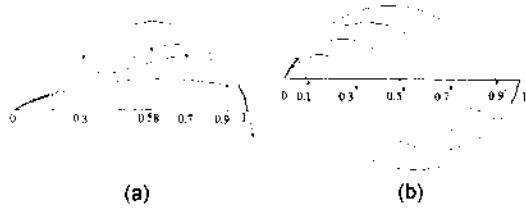


Fig. 3. Biarc's shape via variation of q.

곡선간의 면적이 최소가 되도록하여 근사화하였다.

2.3 기존 근사화 방법과 연구 방향

곡선을 biarc로 근사화 할 때는 Fig. 2와 같이 곡선을 여러 개의 세그먼트로 나누어서 각각을 biarc로 근사화하는데 biarc의 모양을 결정하는 다섯개의 파라미터  $P_1, P_2, \alpha, \beta, q$  중에서  $P_1, P_2, \alpha, \beta$ 는 근사화 할 곡선 세그먼트의 양 끝점으로부터 이미 결정되어 진다. 따라서, 나머지 한 개의 파라미터인  $q$ 의 값에 따라서 다양한 형태의 biarc가 생성되게 된다. 예를 들면 Fig. 3a는  $P_1, P_2, \alpha, \beta$ 가 주어진 C형 biarc의  $q$ 값을 0.3, 0.58, 0.7, 0.9로 변화시킨 것이고, Fig. 3b는 S형 biarc의  $q$ 값을 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9로 변화시킨 것이다.

따라서, 곡선 세그먼트를 biarc로 근사화하기 위해서는  $q$ 값의 변화에 따라 생성되는 다양한 형태의 biarc중에서 곡선 세그먼트와의 최대거리가 가장 작은 biarc의  $q$ 값 ( $q^*$ )을 계산해야한다. 기존 근사화 방법에서는 Bisection이나 Golden section 방법 등을 이용하여  $q$ 의 전체구간([0, 1])에 대하여 근사화할 곡선과 biarc간의 최대거리를 계산하므로 많은 계산시간이 필요하게 된다.

본 연구에서는 biarc의 탄젠트 그래프의 특성과 근사화하려는 곡선의 탄젠트 그래프를 이용하여 1차적으로 탄젠트 그래프를 근사화해서  $q$ 의 초기치( $q_0$ )를 계산하고 그로부터  $q^*$ 를 계산한다. 이렇게 함으로써 곡선 세그먼트와 biarc 간의 최대거리 계산이 수행되는 회수가 줄어들어서 approximation에 필요한 계산시간이 단축되게 된다.

3. 탄젠트를 이용한 근사화

곡선을 biarc로 근사화할 때 곡선을 여러 개의 세그먼트로 나눈 후 각 세그먼트들을 하나의 biarc로 근사화시킨다. 각 세그먼트들의 끝점으로부터  $P_1, P_2, \alpha, \beta$ 의 정보를 얻을 수 있기 때문에 근사화하려는 곡선과 가장 근사한 biarc의  $q$ 값을 구하면 근사화가 끝

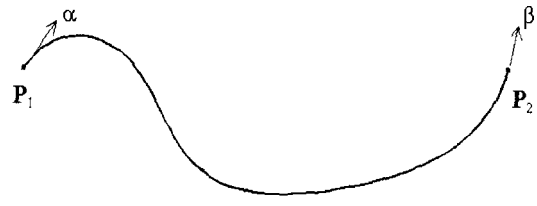


Fig. 4. Curve segment to approximate.

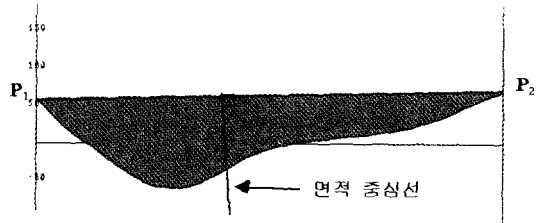


Fig. 5. Central line of area in tangent graph.

나게 된다.

본 연구의 알고리즘은 근사화 할 곡선의 탄젠트 그래프의 면적 중심선 계산, biarc의 탄젠트 그래프의 C의 궤적 계산, biarc의 탄젠트 그래프 근사화, 그리고  $q_0$ 로부터  $q^*$  계산의 순으로 진행된다.

3.1 곡선의 탄젠트 그래프의 면적중심선 계산

Fig. 4와 같은 곡선 세그먼트를 biarc로 근사화할 때 먼저 곡선 세그먼트의 탄젠트 그래프를 구한다. 곡선 세그먼트의 파라미터를 증가시켜가며 접선을 구한 후에 접선의 각도를 계산한 후 Fig. 5와 같은 탄젠트 그래프를 그린다. 그리고, 탄젠트 그래프의 양 끝점( $P_1, P_2$ )을 이은 직선( $P_1P_2$ )과 탄젠트 그래프로 둘러싸인 면적을 구하고,  $P_1P_2$ 에 수직하고 앞에서 구한 면적을 이등분하는 면적 중심선을 구한다. 이 면적 중심선은 후에 biarc 탄젠트 그래프를 근사화할 때 사용된다.

3.2 Biarc의 탄젠트 그래프의 C의 궤적

곡선 세그먼트로부터 구한  $P_1, P_2, \alpha, \beta$ 를 사용하여 biarc로 근사화할 때 파라미터  $q$ 만 구하면 된다. 여기에서는  $q$ 를 0과 1사이에서 변화시킬때, biarc 탄젠트 그래프의 C의 궤적을 구하기로 한다.

원의 탄젠트 그래프는 직선의 모양이 되므로 두 개의 아크로 이루어진 biarc의 탄젠트 그래프는 두 개의 직선으로 되어있어, 두 직선의 양 끝을 연결하면 삼각형 모양을 하고있다. 두 개의 직선으로 되어 있는 biarc의 탄젠트 그래프에서 두 직선의 만나는

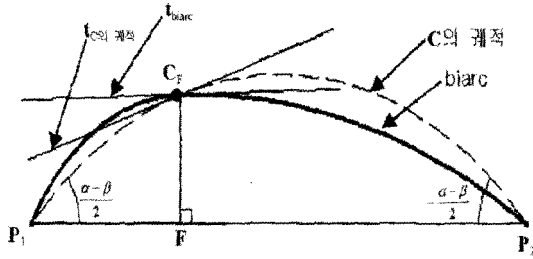


Fig. 6. Trace of C and biarc.

점이 두 원호가 만나는 점 C다. C는 파라미터 q로 표시할 수 있고, 이 q의 값에 따라서 탄젠트 그래프는 Fig. 8과 같이 각기 다른 삼각형 모양을 하고있다.

Fig. 6과 같이 P<sub>1</sub>, P<sub>2</sub>, α, β가 주어진 상태에서 q의 값을 변화시킬 때 biarc에서 C의 궤적은 원호가 되며<sup>15)</sup>, 이 원호의 중심의 좌표는 다음과 같이 정의된다.

$$x=0.5L, y=\frac{L}{2\text{tan}(0.5(\alpha-\beta))} \quad (11)$$

Fig. 6에서 점선으로 된 부분이 C의 궤적이 되는 때, C의 궤적 상에서 임의의 한 점을 잡고 그 점을 C<sub>F</sub>라 정의하면(q=q<sub>F</sub>) C<sub>F</sub>의 좌표는

$$x=q_F L, y=q_F L \text{tan}(\omega) \quad (12)$$

이다. 그리고, 그 점을 지나는 biarc를 Fig. 6에 굵은 실선으로 나타냈다. 그리고, 각 곡선의 C<sub>F</sub>에서의 탄젠트를 구한다.

C의 궤적상의 C<sub>F</sub>에서의 탄젠트는 식 (11)과 식 (12)를 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$t_{C\text{의 궤적}}=2\omega-\frac{\alpha-\beta}{2} \quad (13)$$

Biarc상의 C<sub>F</sub>에서의 탄젠트는 식 (6)과 식 (7)과 식 (12)를 이용하면 다음과 같이 계산된다.

$$t_{\text{biarc}}=2\omega-\alpha \quad (14)$$

그런데, t<sub>C의 궤적</sub>과 t<sub>biarc</sub>의 차는 다음 식과 같이

$$t_{C\text{의 궤적}}-t_{\text{biarc}}=\frac{\alpha-\beta}{2}=\text{constant} \quad (15)$$

항상 일정한데 이것은 C의 궤적상의 모든 점에 대하여 성립한다. 이것을 탄젠트 그래프로 그려보면 Fig. 7과 같은데 여기서 점선은 C의 궤적을 나타내고, 두개의 굵은 실선은 biarc를 나타낸다. 식 (15)는

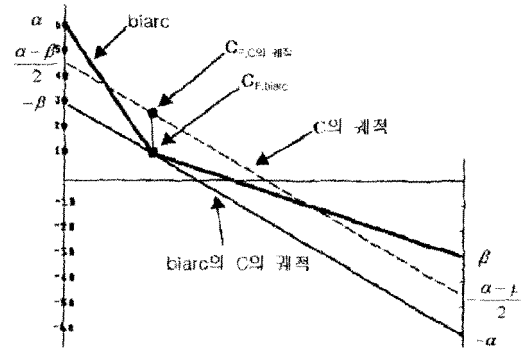


Fig. 7. Trace of C and tangent graph of biarc.

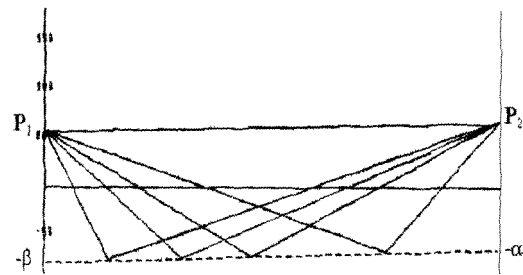


Fig. 8. Trace of C in tangent graph.

C<sub>F</sub>가 C의 궤적위를 움직일 때, 탄젠트 그래프에서 biarc상의 C<sub>F</sub>의 궤적은 C의 궤적보다 만큼 아래에 있음을 나타낸다. 따라서 Fig. 7에서처럼 탄젠트 그래프에서 biarc의 C의 궤적은 직선이 된다.

본 장에서 근사화하려는 곡선(Fig. 4)으로부터 구한 biarc 탄젠트 그래프의 C의 궤적은 Fig. 8에서 보는 바와 같이 P<sub>1</sub>위치에서는 -β, P<sub>2</sub>위치에서는 -α를 잇는 직선이 된다.

### 3.3 Biarc의 탄젠트 그래프 근사화

다음 단계로 앞에서 구한 면적 중심선과 biarc의 탄젠트 그래프의 C의 궤적을 이용해서 biarc의 탄젠트 그래프를 근사화한다. Biarc의 탄젠트 그래프는 Fig. 9에서 보는 것처럼 삼각형 모양이다. 삼각형의 두 꼭지점은 P<sub>1</sub>과 P<sub>2</sub>로 주어져 있으므로 남은 한 개의 꼭지점인 C의 위치만 구하면 된다. C의 위치는 C의 궤적 상에 있으므로 그 궤적 상의 한 점을 선택하면 된다.

앞에서 구한 근사화시킬 곡선 세그먼트의 면적 중심선을 이용하여 곡선 세그먼트의 탄젠트 그래프와 같은 면적중심선을 갖는 삼각형을 계산하고, 그 삼각형을 biarc의 탄젠트 그래프로 하여 근사화시킨다(Fig. 9). 삼각형의 면적중심선(s)으로부터 꼭지점의

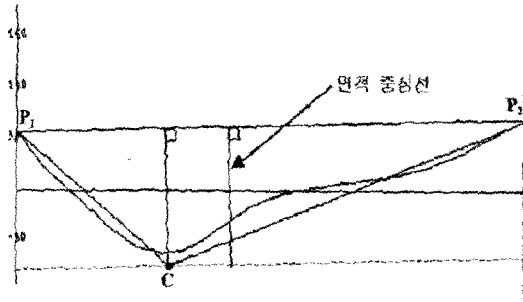


Fig. 9. Approximation of biarc tangent graph.

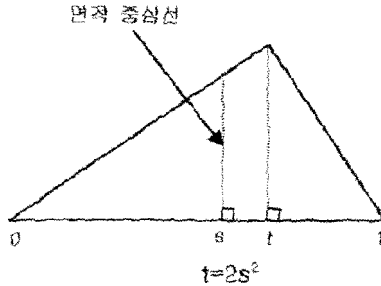


Fig. 10. Relationship between central line of area and vertex.

위치(t)를 구하는 식은 Fig. 10에서처럼

$$\begin{aligned} t &= 2s^2 \quad (s > 0.5) \quad (0 \leq s \leq 1) \\ t &= 1 - 2(1-s)^2 \quad (s \leq 0.5) \end{aligned} \quad (16)$$

로 쉽게 구할 수 있는데, 이 위치에서 직선 P,P<sub>2</sub>에 수직인 직선을 생성한다(Fig. 9). 이 직선과 앞에서 계산한 C의 궤적과의 교점이 C의 위치가 되는데 이로부터 biarc의 q값을 결정하고, 그 값을 q<sub>0</sub>로 한다. q<sub>0</sub>는 최적의 q값인 q\*는 아니지만 탄젠트 그래프를 근사화시켜 구한 값이기 때문에 q\* 부근에 위치하게 된다. 이 q<sub>0</sub>를 q\*로 사용할 수도 있지만 좀 더 정확한 값을 구하기 위해서는 q<sub>0</sub>를 초기값으로 하여 q\*를 구하면 된다. 다음 단계는 이것에 대한 내용이다.

### 3.4 q의 최적값 결정

q<sub>0</sub>를 초기치로 하여 q\*를 구할 때, biarc와 곡선 세그먼트와의 최대거리를 구하는 과정이 필요하게 된다. 3차 이상의 곡선에서는 수학적으로 정확한 최대거리를 구할 수가 없으므로, 곡선 세그먼트의 파라미터 값을 조금씩 증가시켜가며 곡선 상의 점과 biarc와의 거리를 구하였고 그 중에서 최대값을 최대거리로 사용하였다. 이 때, 보다 정확한 거리를 구하기 위해서 곡선상의 점 P와 biarc의 중심(C<sub>1</sub>, C<sub>2</sub>)과의 거리를 구하고 그 값을 반지름(r<sub>1</sub>, r<sub>2</sub>)과 비교하였

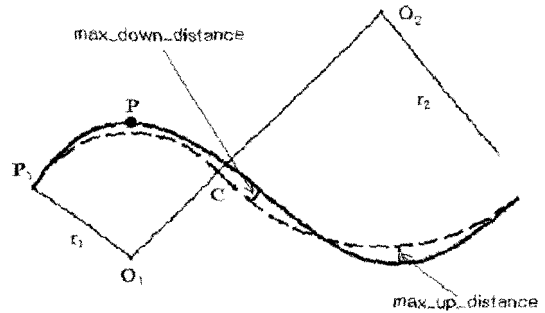


Fig. 11. Comparing of curves.

다(Fig. 11). 이것을 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$d = \|P - O_1\| - r_1 \quad (17)$$

또는

$$d = \|P - O_2\| - r_2 \quad (18)$$

이 때, 각도 ∠P<sub>1</sub>O<sub>1</sub>C와 ∠P<sub>1</sub>O<sub>1</sub>P의 크기를 비교해서, ∠P<sub>1</sub>O<sub>1</sub>C가 더 큰 경우는 식 (17)을 사용하고 반대의 경우는 식 (18)을 사용한다. Fig. 11에 나타난 것과 같이 P가 biarc 위쪽에 있을 때의 거리를 up\_distance라고 하였고 아래쪽에 있을 때의 거리를 down\_distance라고 정의하였는데, 그 중에서 최대값을 각각 max\_up\_distance, max\_down\_distance라고 하였다. 이때, 두 값중에서 최대값이 두 곡선간의 최대거리가 된다.

q<sub>0</sub>로부터 q\*를 구하기 위해 Secant method를 사용하였다. Secant method는 bracket이 필요없는 open method로서 우수한 초기치로부터 시작하면 수렴성이 좋다. q를 구하는 각 단계마다 곡선 세그먼트와 biarc의 최대거리를 구하는데, max\_up\_distance와 max\_down\_distance를 비교해서 최대거리가 줄어드는 방향으로 q값을 이동시키게 된다. 곡선간의 최대거리가 최소가 될 때까지 이러한 과정을 반복해서 q\*를 구하게 된다.

30여개의 B-spline 곡선을 biarc로 근사화한 결과, q<sub>0</sub>와 q\*의 차이는 평균 0.0197이었다.

## 4. 구현과 적용 사례

### 4.1 구현

본 연구의 알고리즘을 검증하기 위하여 시스템을 구현하였다. 구현을 위해 사용된 하드웨어로 IBM RS/6000 580 Workstation을 사용하였으며, 소프트웨

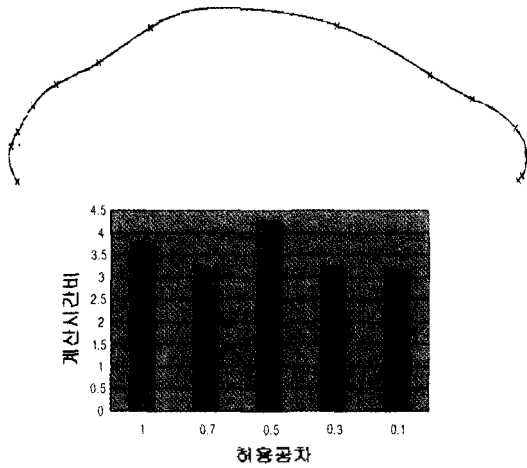


Fig. 12. Car body profile.

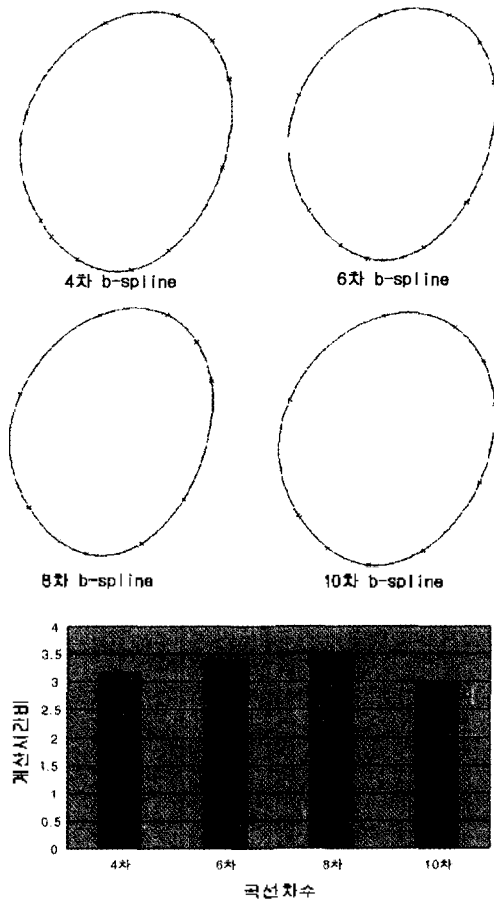


Fig. 13. Cam profile.

어로는 어느 시스템에도 쉽게 확장시킬 수 있도록 객체지향 프로그래밍 언어인 C++ 언어를 사용하였

다. 또한 화면 디스플레이를 위해서 GL library를 사용하였다.

4.2 적용 사례

본 알고리즘을 기존의 방법과 비교하기 위하여, 여러가지 형태의 B-spline<sup>17-19,101</sup>을 허용공차별, 곡선차수별, biarc 개수별로 bisection 방법과 계산시간을 비교하여 보았다. 곡선을 segment로 분리하는 방법은 Ong<sup>61</sup>의 방법을 사용하였다.

Fig. 12는 4차 B-spline 곡선으로 만든 자동차 차체의 옆 모습을 biarc로 근사화한 것이다. 최대 허용공차를 변화시키면서 계산시간을 비교하였다. 허용공차가 작을수록 근사화할 때 사용되는 biarc 개수가 많아짐을 알 수 있다. 계산시간을 살펴보면 본 알고리즘이 3~4배 정도 빠름을 알 수 있다.

Fig. 13은 각각 다른 차수로 만들어진 캠 프로파일들을 biarc로 근사화한 것이다. 곡선의 차수가 높을수록 계산시간이 늘어남을 알 수 있다. 이번 경우에는 계산시간이 bisection 방법보다 3~3.5배 정도 빠르다.

Fig. 14는 4차 B-spline 곡선을 W 모양으로 만들고, biarc 개수를 10개, 15개, 20개, 25개로 변화시켜가며 근사화하였다. 본 알고리즘이 4배정도 빠름

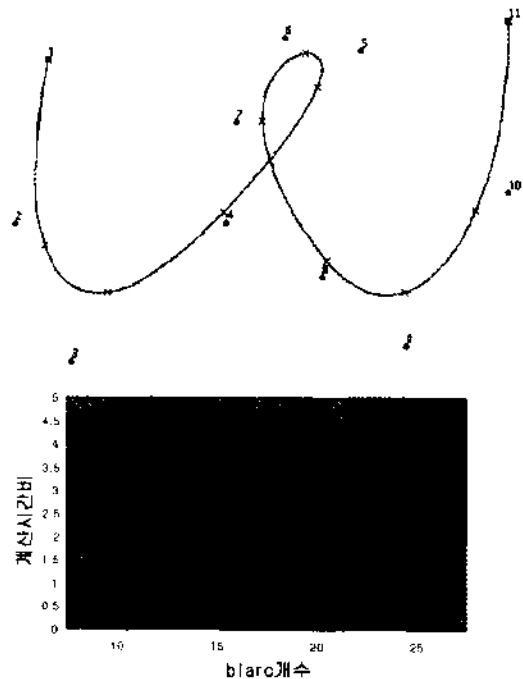


Fig. 14. Quartic free form curve.

을 알 수 있다.

위의 몇 가지 예를 통하여 본 결과 본 논문에서 제안한 알고리즘의 계산속도가 더 빠르고 효율적이라는 것을 알 수 있다.

**5. 결 론**

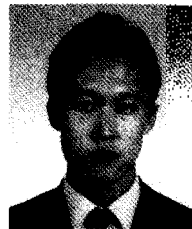
본 논문에서는 탄젠트를 이용해서 곡선을 biarc로 근사화하는 알고리즘을 개발하였다. Biarc로의 근사화 과정에서 파라미터  $q$ 를 계산할 때, 기존의 방법은  $q$ 의 전체구간([0,1])을 고려해서 최적의  $q$ 값( $q^*$ )을 계산하지만, 본 알고리즘에서는 근사화하려는 곡선의 탄젠트 그래프와 biarc의 탄젠트 그래프의 특성을 이용해서 최적값 부근의  $q$ 값( $q_0$ )을 계산하고 그로부터  $q^*$ 를 구하므로 기존방법보다 더 빠르고 효율적이다. 그러나, 허용공차가 충분히 커서 이것을 만족하는  $q$ 의 범위가 넓을 때(예를 들면, 0.3과 0.75사이에서 아무 값을  $q$ 값으로 넣어도 biarc와 곡선간의 최대거리가 허용공차 안에 있을 때는) 기존방법보다 비슷하거나 약간 느려질 수 있다.

본 연구에서는 근사화 과정에서 곡선간의 최대거리만을 고려하였으나, 곡선간의 면적이나 곡률 등을 함께 고려하면 좀 더 부드러운 biarc가 생성될 것이므로 이에 관한 연구가 필요하다. 또한 biarc와 곡선간의 최대거리를 계산할 때, 최적설계나 다른 수치적 방법을 도입해서 개선하면 좀 더 계산시간이 단축될 것이다.

**참고문헌**

1. Bolton, K.M., "Biarc curves", *Computer-Aided Design*, Vol. 7, No. 2, pp. 89-92, 1975.
2. Parkinson, D.B. and Moreton, D.N., "Optimal biarc curve fitting", *Computer-Aided Design*, Vol. 23, No. 6, pp. 411-419, 1991.
3. Meek, D.S. and Walton, D.H., "Approximation of dis-

- crete data by G1 arc spline", *Computer-Aided Design*, Vol. 24, No. 6, pp. 301-306, 1992.
4. Meek, D.S. and Walton, D.H., "Approximating quadratic NURBS curves by arc splines", *Computer-Aided Design*, Vol. 25, No. 6, pp. 371-376, 1993.
5. Schonherr, J., "Smooth biarc curves", *Computer-Aided Design*, Vol. 25, No. 6, pp. 365-370, 1993.
6. Ong, C.J., Wong, Y.S. and Hong, X.G., "An optimization approach for biarc curve-fitting of B-spline curves", *Computer-Aided Design*, Vol. 28, No. 12, pp. 951-959, 1996.
7. Piegl, L. and Tiller, W., "*The NURBS Book*", Springer, 1995.
8. 이춘만, 이승훈, 조승래, "Involute Curve의 Biarc Curve Fitting에 관한 연구", 한국정밀공학회지, 제13권 12호, pp. 78-85, 1996.
9. 이진우, "컴퓨터 그래픽과 CAD", 영지문화사, 1990.
10. 김재정, "CATIA로 배우는 CAD/CAM", 반도출판사, 1998.



**방 주 영**

1997년 한양대학교 기계설계학과 학사  
 1999년 한양대학교 기계공학과 석사  
 1999년~현재 신도리코 연구2부  
 관심분야: CAD/CAM 응용, Computational Geometry



**김 재 정**

1981년 한양대학교 정밀공학과 학사  
 1983년 미국 George Washington 대학 공학석사  
 1983년~1984년 미국 National Food Processors Association 연구원  
 1989년 미국 MIT 공학박사  
 1989년~1991년 미국 IBM T.J. Watson 연구소 연구원  
 1993년~현재 한양대학교 기계공학부 부교수  
 관심분야: Geometric Modeling, CAD/CAM 응용