

■ 論 文 ■

통행료체계에서의 경로기반 통행배정모형 개발

Development of a Path-Based Trip Assignment Model under Toll Imposition

권용석

(서울대학교 도시공학과 연구원)

박창호

(서울대학교 지구환경시스템공학부 교수)

목 차

- I. 서론
- II. 이론적 고찰
- III. Gradient Projection 알고리즘
- IV. 통행요금을 반영한 경로기반 통행배정모형 개발
 - 1. 사용기호의 정의
 - 2. 목적함수의 정의
- 3. 통행요금을 반영한 경로기반 배정모형 알고리즘
- 4. 모형의 평가 및 검증
- V. 결론
- 참고문헌
- 부록

Key Words : 경로기반통행배정, Gradient Projection 알고리즘, K-최단경로 알고리즘, 통행료

요 약

이용자의 경로선택 형태를 모사하는 통행배정모형 결과의 정확도는 교통계획에 상당한 영향을 미친다. 이용자의 경로선택 결정과정에서 가장 중요한 판단기준은 통행시간과 통행요금이다. 그런데 통행요금은 이용자의 경로 거리에 따라 다양한 방식으로 부과되므로, 링크를 분석단위로 하는 기존의 통행배정모형은 현실적인 통행요금 반영이 힘들었고 또한 수요예측 결과를 이용한 다양한 분석에서 제약을 받아 왔다.

본 연구는 이러한 배경에서 경로교통량을 도출할 수 있는 경로기반 통행배정모형을 구축하였고, 또한 경로 거리에 따라 결정되는 현실적인 통행요금을 반영할 수 있는 알고리즘을 개발하였다. 경로기반 배정모형에서는 GP(Gradient Projection) 알고리즘을 이용하였고, 계산상의 효율성 제고를 위해 K-최단경로 알고리즘 중 MPS(Minimal Path Search) 알고리즘을 이용하였다. 개발된 배정모형은 현실적인 통행요금을 반영할 수 있으므로 통행배정 결과의 정밀도를 향상시켰을 뿐만 아니라 기존 배정모형에 비해 최적해로의 수렴속도도 개선되는 것으로 나타났다.

본 논문의 배정모형은 경로교통량이 도출되고 통행요금을 반영할 수 있으므로, 통행요금과 통행거리 관계에 따른 목적함수의 규명과 그에 따른 효과적도를 계량화할 수 있다. 따라서 본 모형은 통행배정에서 실제상황을 보다 현실여건에 맞도록 규명할 수 있고, 기존의 제한적인 효과분석의 문제점을 해결할 수 있으므로 그 활용범위가 넓다.

I. 서론

전통적인 통행배정모형은 구간의 교통량과 지체함수로 구성된 수학적 모형에서 통행배정문제의 해를 구하므로 구간기반 통행배정(Link-Based Assignment: LBA)이라 할 수 있다. LBA모형은 그 해가 구간교통량에 있어 안정적이고 유일함이 증명되었으므로 범용적으로 사용되어 왔다.

최근 연구의 관심이 높아지고 있는 경로기반 통행배정(Path-Based Assignment: PBA)모형은 기종점간 경로교통량을 결정변수로 하여 배정문제의 해를 도출한다. 교통운영 측면에서 통행자의 기종점간 경로배정결과의 필요성이 대두되고 있어 이 분야에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다.^{1,2)}

통행배정모형은 기종점간 통행량이 주어져 있을 경우 구간 또는 경로교통량을 예측하는 것으로, 이는 다른 측면에서 보면 이용자의 경로선택행태 모사를 의미한다. 이용자가 경로를 결정할 때의 중요한 판단 기준은 시간과 요금이다. 따라서 통행배정모형은 이러한 시간과 요금을 모형내에서 정확히 반영하는 방향으로 개발되어야 한다.

그런데 교통시설물을 이용할 때 금전적으로 지불하는 비용 즉, 통행요금은 그 종류와 실제 운영에서 다양한 형태의 구조로 집행되고 있다. 예를 들어 고속도로 통행요금의 경우 폐쇄식, 개방식 요금체계가 혼용되어 있으며 폐쇄식의 경우 최저요금제, 장거리할인제 등 주행경로에 따라 요금이 다양한 방식으로 결정된다. 이렇게 다양한 구조의 통행요금을 통행배정모형에 반영하기 위해서는 이용자의 총 주행경로거리가 도출되어야 하지만, 기존의 배정모형에서는 구간교통량을 도출할 뿐 통행자의 기종점간 경로에 대한 정보를 전혀 제시하지 못하고 있어 통행요금 역시 편법적인 방법으로 반영하여 왔다.

현실적인 통행요금을 통행배정모형에 반영하기 위해서는 경로통행요금이 고려되어야 한다. 따라서 배정모형도 경로교통량을 도출할 수 있는 경로기반 통행배정모형을 활용하여야 한다. 본 연구에서는 이러한 배경을 전제로, 경로통행시간과 경로통행요금이 고려된 경로기반 통행배정 알고리즘을 구축하고, 궁극적으로 현실적인 통행요금을 반영할 수 있는 경로기반 통행배정모형을 개발하는데 목적이 있다.

II. 이론적 고찰

통행배정모형에 대한 일반적인 해 풀이는 Frank와 Wolfe에 의해 제안된 Frank-Wolfe(F-W) 알고리즘 또는 convex combination 알고리즘이라 불리는 기법이 정적교통망 문제를 푸는 방법으로서 널리 이용되어 왔다. F-W 알고리즘은 최적해에 대한 방향탐색 기법으로서, 현재의 해를 기준으로 하여 가능해 방향의 탐색과 가능해 영역내에서 최대의 이동 규모를 결정한다. F-W 알고리즘의 해 도출은 일반적으로 링크를 기반으로 수리계획 기법을 이용하여 목적함수의 최소화를 도모한다. 이러한 해 풀이 과정에 의하면 교통량의 전이가 링크 단위로 이루어지고 최종결과도 링크교통량으로 도출됨을 알 수 있다.

이에 비해 경로기반 통행배정은 기종점간의 경로교통량을 결정변수로 하여 배정문제를 풀고 있다. 과거에도 PBA에 대한 연구가 어느 정도 진행되어 왔지만, 각 반복수행에서 모든 경로를 검색·기억해야 되므로 컴퓨터 기억용량 제약과 수렴속도 때문에 실제 교통분야에서의 적용이 힘들었다.

그러나 최근의 급격한 컴퓨터 기술의 발전 및 최적화기법의 발달로 PBA에 대한 실시간 통행배정이 가능할 정도의 빠른 수렴속도를 구현하는 것이 가능해지면서 이에 대한 연구들이 진행되고 있다. 이렇게 PBA에 대한 관심이 높아진 것은 교통안내, 교통통제 등 실시간 교통운영 및 교통관리를 위해서 경로교통량이 필요 할 뿐만 아니라 PBA의 결과가 교통망과 관련된 O/D표 추정, 환경영향력분석, 모형평가, 물류시스템 구축 등 다양한 분야에서의 활용이 가능하기 때문이다.

PBA에 대한 최근 연구는 규모가 큰 교통망의 배정문제에서도 충분히 실행될 수 있는 정도까지 발전되었다. 지금까지 연구된 대표적인 PBA 모형은 GP (Gradient Projection) 알고리즘을³⁾ 이용하여 개발된 Jayakrishinan등의 연구결과가 있다.^{4,5)}

한편 통행배정 과정에서 중요한 과정인 가능성 있는 경로결정 시, 통상 단일 최단경로 알고리즘이 이용되어 왔다. 그러나 단일 최단경로 알고리즘은 결정론적인 모형으로 단일경로만을 탐색하여 최단경로를 결정하는 효과적도로서 한계가 있다.

한편 경로기반 통행배정에서는 이용 가능한 모든

경로를 비교·열거해야 하므로, 네트워크 규모가 커짐에 따라 가능경로의 수가 기하급수적으로 증가하게 되는 약점이 있다. 그러나 현실적으로는 기중점간을 실제 이용할 때 통행자의 경로선택은 실제 최적 경로를 중심으로 소폭의 변동요소를 갖게된다. 따라서 실제 이용경로 수는 네트워크 규모가 커지더라도 크게 변하지 않는 것이 일반적이다.

이러한 점들을 고려하여 최근의 경로결정이론은 통행 가능한 경로를 집합으로 구할 수 있는 K-최단경로 알고리즘이 많이 이용되고 있다.⁶⁾ K-최단경로 알고리즘은 기중점을 연결하는 다수의 경로들을 대상으로 하여 최단경로를 포함한 사용자의 정의에 따른 K번째 최단경로를 탐색하는 알고리즘으로서, 일반적인 통행배정 모형에서의 경로선택 뿐만 아니라 다원적 기준(multi-criteria)의 최단경로 문제, 파레토 최적경로 문제 등을 포함한 다양한 통행배정 모형에 활용되고 있다.

또한, 최근 연구되고 있는 첨단교통체계(ITS)에서, 첨단여행자정보체계나 첨단교통관리 등을 효과적으로 실행하기 위해서는 단일 최단경로 보다는 운전자의 다양한 속성을 반영하고 네트워크의 동적이고 다양한 특성을 반영할 수 있는 K-최단경로 알고리즘을 범용하고 있다.

본 연구에서 사용하는 MPS(Minimal Path Search) 알고리즘은 감소비용(reduced cost) 개념을 이용해서 Yen's generalization 알고리즘의 효율성을 향상시킨 알고리즘이다. 이 알고리즘의 수행능력은 적절한 데이터 구조가 정의될 때 더욱 뛰어나게 된다. 이런 데이터 구조의 한가지 형태로 'sorted forward star form'이 있다. MPS 알고리즘의 모든 단계는 Yen's generalization 알고리즘과 일치한다. 그러나 새로운 가능성 있는 경로 결정은 더 간단하게 구할 수 있는 장점이 있다.

III. Gradient Projection 알고리즘

GP 알고리즘은 가능해 영역의 방향 탐색을 이용한 최적화 기법의 하나로서 최적경로 배정문제를 풀기 위해 사용된다. 이 알고리즘은 반복계산에서 각각의 O/D에 대한 최단경로 알고리즘과 최소 일차미분비용에 기반하고 있으며, 반복계산마다 각 경로에서의 교통량의 변화는 각 경로의 길이나 또는 비용 함수의

이차미분에 근거하여 계산된다. 물론 그 변화가 너무 커서 흐름이 음수가 나온다면 그 값은 0으로 투영(projection)된다. 이러한 최적경로 배정 계산 알고리즘은 Steepest Descent Method나 Newton's Method와 같은 제약조건이 없는 일반적인 최적화 방법에, 제약조건을 첨가한 기법으로 해를 도출한다 할 수 있다.

일반적인 함수 f 의 최소화 문제를 생각할 때, 함수 f 를 n 차 벡터 $x=(x_1, \dots, x_n)$ 의 이차미분가능 함수라고 하면, 그 gradient와 Hessian행렬은 각각 다음과 같다.

$$\nabla f(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f(x)}{\partial x_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial f(x)}{\partial x_n} \end{bmatrix},$$

$$\nabla^2 f(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f(x)}{(\partial x_1)^2} & \dots & \dots & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \vdots & & & \vdots \\ \vdots & & & \vdots \\ \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_n \partial x_1} & \dots & \dots & \frac{\partial^2 f(x)}{(\partial x_n)^2} \end{bmatrix}$$

여기서 $\nabla^2 f(x)$ 가 모든 x 에 대해 positive semi-definite라고 가정한다.

x^0 의 초기값에서 시작하여 제약조건 없이 최소 f 값을 찾기 위한 방법은 식(1)에 제시되었다.

$$x^{k+1} = x^k - \alpha^k \nabla f(x^k), \quad k=0, 1, \dots \quad (1)$$

α^k 는 어떤 규칙에 의해 정해지는 양의 이동간격(stepsize)이다. 위의 반복계산에서 값의 변화는 gradient가 0이 되어 최적값을 나타낼 때를 제외하면, 함수가 감소하는 방향인 음의 gradient 방향이 된다.

이동간격 α^k 값은 일반적으로 식(2)에서 결정된다.

$$f[x^k - \alpha^k \nabla f(x^k)] = \min_{\alpha > 0} f[x^k - \alpha \nabla f(x^k)] \quad (2)$$

또 다른 방법으로 그 값을 특정한 상수를 쓸 수도 있는데 그 때는 이를 식(3)에 나타낸다.

$$\alpha^k \equiv \bar{\alpha} \text{ for all } k \tag{3}$$

수 있다.

여기서, 다음과 같은 비음 제약조건 $x_i \geq 0$ 하에서 함수 f 의 최소화 문제를 생각하면

$$\begin{aligned} &\text{minimize } f(x) \\ &\text{subject to } x \geq 0 \end{aligned}$$

GP 알고리즘은 이러한 제약조건 하에서의 최적화 기법으로서 위의 Steepest Descent Method를 수정한 것이다. 즉, 식(4)와 같이 투영을 포함하는 반복계산 과정을 거치게 된다.

$$x^{k+1} = [x^k - \alpha^k \nabla f(x^k)]^+, \quad k=0, 1, \dots \tag{4}$$

투영과정을 임의의 벡터 z 에 대해 표현하면, z 의 투영 $[z]^+$ 를 식(5)에 나타낸다.

$$[z]^+ = \begin{bmatrix} \max\{0, z_1\} \\ \max\{0, z_2\} \\ \vdots \\ \max\{0, z_n\} \end{bmatrix} \tag{5}$$

GP 알고리즘의 수렴속도는 적당한 positive definite scaling 행렬 B^k 를 곱해줌으로써 향상시킬 수 있다. 그러면 식(6)과 같은 형태의 식을 생각할 수 있다.

$$[x^{k+1} = x^k - \alpha^k B^k \nabla f(x^k)]^+, \quad k=0, 1, \dots \tag{6}$$

$\nabla^2 f(x)$ 의 역함수가 존재한다면, 수렴속도의 면에서 가장 좋은 방법은 B^k 를 식(7)과 같이 쓰는 것이다.

$$B^k = [\nabla^2 f(x^k)]^{-1} \tag{7}$$

이는 이동간격 α^k 가 상수일 때 최저점 근처에서 매우 높은 수렴 속도를 보인다. 하지만 이런 방법은 $\nabla^2 f(x)$ 의 역함수가 존재해야 하고 그 역함수를 찾아야 한다는 어려움이 있다. 그래서 큰 부담 없이 최적의 B^k 에 근사한 결과를 얻기 위해 Hessian의 역함수의 대각항만을 고려한 다음과 같은 형태를 사용할

$$B^k = \begin{bmatrix} \left[\frac{\partial^2 f(x^k)}{(\partial x_1)^2} \right]^{-1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \left[\frac{\partial^2 f(x^k)}{(\partial x_2)^2} \right]^{-1} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \left[\frac{\partial^2 f(x^k)}{(\partial x_n)^2} \right]^{-1} \end{bmatrix}$$

여기서 B^k 는 대각 행렬이고, positive definite scaling matrix이다.

B^k 가 이와 같이 Hessian 역행렬의 근사라면 반복계산 과정은 식(8)과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} x_i^{k+1} &= [x_i^k - \alpha^k \left[\frac{\partial^2 f(x^k)}{(\partial x_i)^2} \right]^{-1} \frac{\partial f(x^k)}{\partial x_i}]^+, \\ & \quad i=1, \dots, n \end{aligned} \tag{8}$$

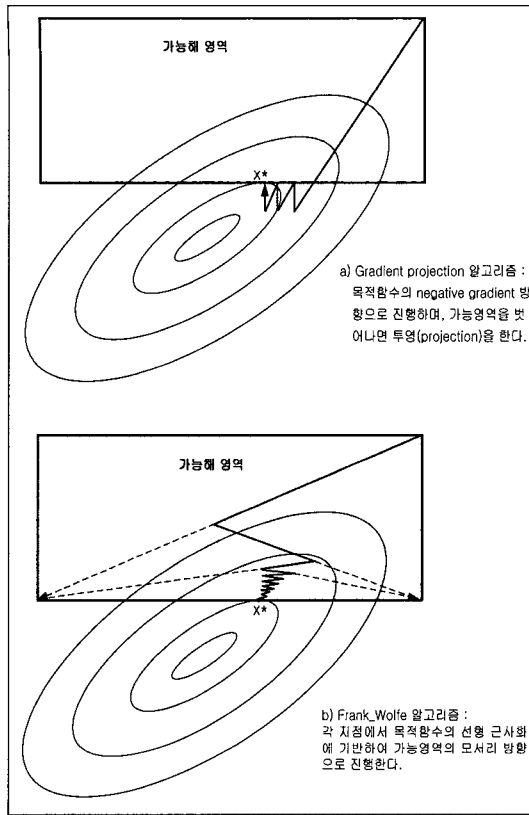
이는 식(9)와 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} x_i^{k+1} &= \max \left\{ 0, x_i^k - \alpha^k \left[\frac{\partial^2 f(x^k)}{(\partial x_i)^2} \right]^{-1} \frac{\partial f(x^k)}{\partial x_i} \right\}, \\ & \quad i=1, \dots, n \end{aligned} \tag{9}$$

반복계산에서의 이동간격 α^k 를 결정하는 방법은 다양하다. 그 중 하나는 이를 정해진 상수로 놓는 것이다. 이 경우 그 상수를 구하는 문제가 중요하게 되는데, 일반적으로 많은 비선형문제에 대한 문헌들에 의하면 그 값으로 1을 쓰는 것이 실제로 상당히 잘 들어맞는다는 것으로 알려져 있다.

GP 알고리즘은 일단 최적치에 근접하면 수렴속도가 다소 느려지게 되지만, 일반적으로 초기 단계에서는 최적치 근처로는 빨리 접근한다. 실제의 경로배정 문제들에서는 적은 반복계산 안에서 빠르게 최적치 근처 즉, 오차범위 내로 수렴하는 것이 정확한 최적값을 구하는 것보다 우선이기 때문에 이러한 방법은 충분히 만족스럽다고 할 수 있다.

이러한 방법은 통상 사용하는 F-W 방법보다 훨씬 우수하다. <그림 1>에서 GP 알고리즘과 F-W 방법과의 차이를 알 수 있다. 그림에서 보면 F-W 알고리즘은 지그재그로 진행하지만 GP 알고리즘은 효율적으로 최적해로 수렴해 가는 것을 볼 수 있다.



〈그림 1〉 GP 알고리즘과 F-W 알고리즘의 수렴과정 비교

IV. 통행요금을 반영한 경로기반 통행배정 모형 개발

1. 사용 기호의 정의

본 모형을 정식화하는데 필요한 기호들의 정의는 다음과 같다.

- i : 기점
- j : 종점
- a : 링크
- (i, j) : 처리대상 O/D쌍 = w
- p : 처리대상 경로
- V_a : 링크 a 의 교통량 = $\sum_i \sum_j \sum_r P_{ijr} \cdot \delta_{ijr}^a$
- P_{ijr} : 기점 i 에서 종점 j 에 이르는 경로 r 의 교통량
- δ_{ijr}^a : 1, 링크 a 가 i 와 j 를 연결하는 경로 r 의 일부일 경우

0, 그 외의 경우

- P_{ij} : 기점 i 와 종점 j 간의 통행량
- P_w : 처리대상 O/D쌍 w 간의 통행량
- S_a : 링크 a 의 지체함수
- $S_a(V_a)$: 링크 a 에서의 교통량 V_a 에 대한 지체비용
- T_{ijr} : i, j 간 경로 r 에 대한 통행요금의 시간환산치
- T_p : 경로 p 에 대한 통행요금의 시간환산치
- X_w : O/D 쌍 w 의 처리대상 경로집합
- \bar{p}_w : O/D 쌍 w 에서의 최단경로
- L_p : 어떤 경로 p 와 최단경로 \bar{p}_w 중에 하나에만 속하는 링크의 집합
- d_p : 경로 p 의 일차 미분비용
- $d_{\bar{p}_w}$: 최단경로 \bar{p}_w 의 일차 미분비용
- H_p : 경로 p 의 이차 미분비용
- p_{min} : 총비용 TC_p를 감안한 최단 경로
- p_k : LC_p 만을 감안한 k 번째 최단 경로
- LC_p : 경로 p 에서 링크들의 거리와 혼잡도만을 감안한 경로 비용
- T_p : 경로 p 의 통행요금의 시간환산치
- TC_p : 경로 p 의 총 통행 비용
- $LC_p + T_p$
- p_{st}^* : 출발지 s 에서 목적지 t 까지의 최단 경로
- c_{mn} : 링크 (m, n)의 통행비용
- \bar{c}_{mn} : reduced cost = $\pi_n - \pi_m + c_{mn}$
- π_m : m 에서 목적지까지의 최단경로 비용
- $A(v)$: 어떤 노드 v 에서 목적지 t 에 이르는 경로들에 속한 링크 집합
- T_t^* : 모든 O/D간의 최단 경로의 집합

2. 목적함수의 정의

본 연구에서는 사용자평형과 통행요금에 입각한 배정모형 개발에 그 목적이 있으며, 이를 위해 먼저 사용자평형의 목적함수를 살펴보면 식(10)과 같다

$$Min. \sum_a \int_0^{V_a} S_a(x) dx \quad (10)$$

기존의 통행배정모형에서 통행요금의 반영은 상기

목적함수의 링크 비용함수에 그 링크를 통행하는 이용자가 부담하는 통행요금을 합하여 계산하는 방법을 사용하였다. 이 때 비용함수의 두 항인 통행시간 항과 통행요금 항은 반드시 같은 단위로 쓰여져야 한다. 즉, 목적함수를 시간 단위로 계산하기 위하여, 통행요금 항은 링크 통행요금을 시간가치를 이용하여 그에 해당하는 시간의 양으로 환산된 T_a 가 입력되어야 한다. T_a 는 링크 a 의 통행요금에 대한 시간환산치로, 일반적으로 링크 a 의 통행량 V_a 와는 독립적이다.

또한 통행요금을 일률적으로 비용함수에 포함시키기 위해서는 시간가치를 모든 이용자에 있어 동일하다고 가정하는데, 이런 가정은 dual criteria assign 문제를 극복할 수 있다. 본 연구에도 모든 이용자의 시간가치는 동일하다고 가정하였다.

상기 내용을 종합해보면, 통행요금을 반영한 일반적인 사용자평형의 목적함수는 식(11)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{Min. } & \sum_a \int_0^{V_a} (S_a(x) + T_a) dx \\ & = \sum_a \int_0^{V_a} S_a(x) dx + \sum_a \int_0^{V_a} T_a dx \\ & = \sum_a \int_0^{V_a} S_a(x) dx + \sum_a T_a V_a \end{aligned} \quad (11)$$

식(11)에서 뒷부분 통행요금 항은 링크가 아닌 경로의 항으로 바꾸어 쓸 수 있다. 이는 통행배정 모형에서 경로를 기준으로 한 다양한 요금 체계를 반영할 수 있도록 하고, 경로기반 통행배정모형에서 추가적인 과정 없이 통행요금 항을 계산할 수 있도록 하기 위한 것이다.

따라서 목적함수에서 통행요금 항은 경로교통량과 경로 통행요금의 시간환산치로 대체되어 보다 현실적인 통행요금을 배정모형에서 반영할 수 있다. 마찬가지로 통행요금의 시간환산치 T_{ijr} 은 경로교통량 P_{ijr} 에 관한 함수가 아니고, 시간가치는 일정하다고 가정하면 식(11)은 식(12)로 나타낼 수 있다.

$$\text{Min. } \sum_a \int_0^{V_a} S_a(x) dx + \sum_i \sum_j \sum_r T_{ijr} P_{ijr} \quad (12)$$

식(12)의 목적함수에 대한 제약조건은 일반적인 사용자평형 모형에서와 마찬가지로 교통량 보존법칙과 비용조건이 된다. 지금까지의 내용을 토대로 본

연구에서 사용되는 배정모형의 목적함수와 제약조건을 정리하면 다음과 같다.

$$\text{목적함수 } \text{Min. } \sum_{i,j,r} \int_0^{V_a} S_a(x) dx + \sum_i \sum_j \sum_r T_{ijr} \cdot P_{ijr}$$

$$\text{제약조건 } \sum_r P_{ijr} = P_{ij} \quad \forall i, j$$

$$P_{ijr} \geq 0 \quad \forall i, j, r$$

$$V_a = \sum_i \sum_j \sum_r P_{ijr} \cdot \delta_{ijr}^a$$

일반적인 사용자평형의 평형조건과 본 연구 목적함수의 일계조건이 일치한다는 것을 정리할 수 있으므로 위 목적함수는 평형조건을 만족한다.

한편 경로기반 배정모형의 해는 링크교통량 측면에서는 유일하지만, 경로교통량 측면에서는 비록 그 해가 최적일지라도 유일하지 않다고 알려져 있다. 본 모형의 목적함수도 링크교통량에 대해 convex하므로 링크 교통량 측면에서는 유일성 조건을 만족한다.

3. 통행요금을 반영한 경로기반 배정모형 알고리즘

GP 알고리즘을 사용하기 위해서는 목적함수식의 이차미분이 가능해야 하는데, 여기서는 목적함수가 비용함수의 적분으로 구성되어 있기 때문에 비용함수는 일차미분만 가능하면 된다.

GP알고리즘의 계산단계는 식(13)의 과정을 따른다.

$$\begin{aligned} x_p^{k+1} &= \max \{0, x_p^k - \alpha^k H_p^{-1}(d_p - d_{p_w}^-)\}, \\ & \text{for all } w \in W, p \in P_w, p \neq \bar{p}_w \end{aligned} \quad (13)$$

여기서 d_p 와 $d_{p_w}^-$ 는 각각 경로 p 와 최단경로 \bar{p}_w 의 일차미분비용, 즉 목적함수의 일차미분으로, 이를 수식으로 표현하면 식(14)와 같다.

$$\begin{aligned} d_p &= \sum_{\substack{\text{all links} \\ a \text{ on path } p}} D_a = \left\{ \sum_{\substack{\text{all links} \\ a \text{ on path } p}} S_a(V_a) \right\} + T_p \\ d_{p_w}^- &= \sum_{\substack{\text{all links} \\ a \text{ on path } \bar{p}_w}} D_a = \left\{ \sum_{\substack{\text{all links} \\ a \text{ on path } \bar{p}_w}} S_a(V_a) \right\} + T_{p_w} \end{aligned} \quad (14)$$

또한 H_p 는 이차미분비용이므로 식(15)와 같이 나

타낼 수 있다.

$$H_p = \sum_{a \in L_s} D'_a(V^k_a) = \sum_{a \in L_s} S'_a(V_a) \quad (15)$$

식(15)의 반복계산은 목적함수 값의 변화가 일정 오차 범위(ϵ)내에 들어오게 되면 멈추게 된다. 본 연구에서는 오차범위 ϵ 을 목적함수 변화율의 0.1% 이내로 하였다.

GP 알고리즘에서 중요하게 다루어지는 항목의 하나가 이동간격 α^k 의 결정이다. 본 논문에서는 앞 장에서 언급한 바와 같이, 이동간격 α^k 를 상수로 가정하여 사용한다. 이는 수렴속도를 감소시키지 않고, 동시에 계산상의 편의를 도모하기 위한 방법으로 기존의 많은 연구에서 사용되었으며, α 값은 다양한 상수 대입에 의한 결과비교를 통하여 1로 결정하였다.

또한, 반복계산 과정에서는 최단경로로 교통량을 전이시키기 위해 그 경로를 지나는 교통량들이 실제로 존재하는 경로들만을 다룬다. 즉, 처음부터 교통량을 가지고 있지 않았거나, 반복계산 중에 교통량이 없어지는 경로($x_b^{k+1}=0$ 인 경로)를 경로집합 X_w 에서 제외함으로써 다음번 계산과정에서 고려하지 않는다. 이는 계산과정에서 대상이 되는 경로의 수를 줄여줌으로써 계산량을 줄일 수 있게 된다.

한편 부프로그램인 최단경로탐색은 본 연구 배경모형의 특성상, 경로에 기반한 최단경로 알고리즘을 사용한다. 기존의 일반적인 최단경로 알고리즘들은 보통 거리와 혼잡도의 함수로 나타내는 링크들의 비용을 구하여, 출발점에서부터 차례로 다음 노드까지의 최단경로를 구해가면서 목적지까지의 최소비용 경로를 탐색하였다. 그러나 전술한 바와 같이 통행요금은 단위 링크들의 단순 거리 합이 아닌, 이용자의 전체 통행경로에 대해 부과되는 것이기 때문에 기존의 최단경로 알고리즘으로서는 경로 통행비용을 반영할 수 없다.

또한 경로기반 통행배정문제에 일반적인 방법으로 최단경로를 구하면, 출발지에서 목적지까지의 모든 가능한 경로를 구해서, 그 경로들 각각에 해당하는 고속도로 통행요금을 합한 후의 총 비용이 가장 작은 경로를 구해야 할 것이다. 그러나 이러한 과정은 대상 네트워크가 조금만 확장되어도 가능경로의 수가 기하급수적으로 증가하게 되어 실질적으로 사용하기

에는 어려움이 있다.

따라서 본 연구에서는 상기 문제를 해결한 새로운 최단경로 알고리즘을 제시하였다. 이는 K-최단경로 알고리즘 중 MPS(Minimal Path Search) 알고리즘을 사용하여, 비교해야 할 경로의 수를 최소화시키고 통행요금까지 반영한 효율적인 최단경로탐색 알고리즘이라고 할 수 있다.

지금까지 언급한 내용을 토대로 본 연구에서 제시하는 최단경로 알고리즘을 설명하면 다음과 같다. 우선, 각 반복수행에서 일반적인 최단경로 알고리즘을 이용하여 링크의 거리와 혼잡도만을 감안한 경로비용으로 초기최단경로를 구한 뒤에, 그 경로에 해당하는 통행요금을 합하여 초기최단경로의 총비용을 구한다. 그리고 MPS 알고리즘을 이용하여 다음 차순의 경로들에 대하여 링크거리와 혼잡도만을 감안한 경로비용을 구하면서 앞서 산정한 초기최단경로의 총비용 이상이 되면 정지한다. 이렇게 결정된 경로들에 각각 통행요금을 더한 후 그 중 총비용이 가장 적은 경로를 그 반복수행에서의 최단경로로 결정하는 방법이다. 이는 초기최단경로보다 링크비용만으로 산정한 경로비용이 크면, 그 경로에 통행요금을 더할 경우에는 결코 최단경로가 될 수 없기 때문에, 이러한 경로들을 제거하면서 각 반복수행에서 효율적으로 통행요금을 반영한 최단경로를 구할 수 있는 것이다.

이와 같이 본 연구에서 제시하고 있는 최단경로알고리즘은 일반적인 경로기반배정모형에서 발생하는 많은 경로를 검색해야하는 문제를 K-최단경로 알고리즘을 이용하여 상당부분 해소할 수 있을 뿐만 아니라, K-최단경로 알고리즘에서 요구되는 K 값을 사용자가 임의로 지정할 필요가 없는 개선된 최단경로 알고리즘이라 할 수 있다.

통행요금을 반영한 경로기반 통행배정모형의 알고리즘을 정리하면 다음과 같다.

1. 각각의 O/D쌍 w 에 대해 통행 요금을 반영한 최단경로(\overline{p}_w^{-1})를 구한다.
 →(subroutine min path)
 경로 집합 X_1, X_2, \dots, X_w 에 그 경로를 포함시킨다.
2. 초기량을 각각 그 O/D의 최단경로에 전부 배정한다.
3. 비용 함수를 이용해 각각의 경로의 비용을 계산

- 한다.
4. 목적함수 1을 계산한다.
 5. 각 O/D쌍 w 에 대해 통행 요금을 반영한 최단 경로(p_w^{k+1})를 구한다.
→ (subroutine min path)
 6. X_w 에 있는 각각의 경로 p 에 대해 아래의 식에 따라 x_p^{k+1} 를 찾는다.

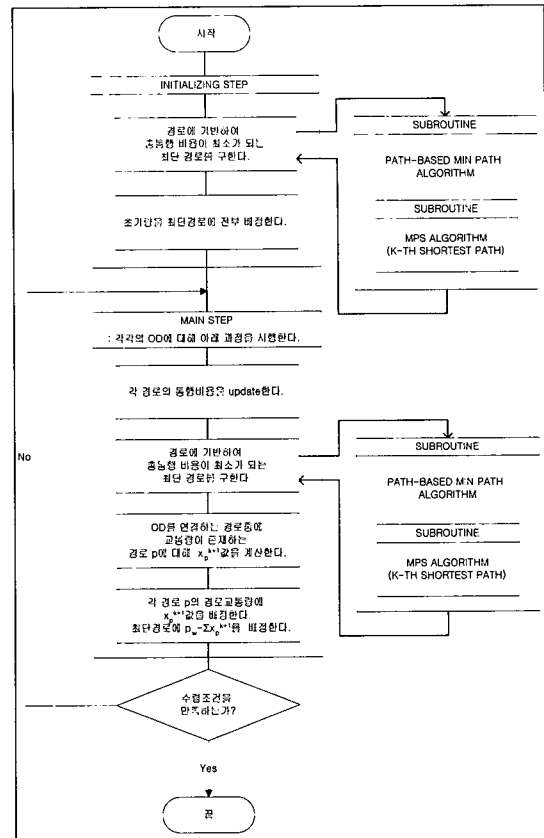
$$x_p^{k+1} = \max\{0, x_p^k - \alpha H_p^{-1}(d_p - d_{\bar{p}_w})\}$$

for all $w \in W, p \in P_w, p \neq \bar{p}_w$

7. 각각의 경로 p 의 경로교통량에 x_p^{k+1} 만큼을 배정한다.
각 O/D쌍 w 의 최단경로에 $P_w - \sum x_p^{k+1}$ 를 배정한다.
 8. 최단경로를 경로집합 X_w 에 포함시킨다.
 9. 경로집합 X_w 에 있는 경로 중 교통량이 없어지는 경로($x_p^{k+1} = 0$ 인 경로)를 경로집합 X_w 에서 제외한다.
- 5~9 까지의 과정을 각 O/D에 대해 반복한다.
10. 비용함수를 이용해 각각의 경로 비용을 계산한다.
 11. 목적함수 $k+1$ 을 계산한다.
 12. $(\text{목적함수 } k - \text{목적함수 } k+1) / (\text{목적함수 } k+1) \leq \epsilon$ 을 검증한다.
위의 조건을 만족하면 끝내고, 그렇지 않으면, 과정5로 간다.

■ subroutine min path(고속도로 통행요금을 반영한 최단경로알고리즘)

1. Min path 알고리즘을 이용해 LC만을 감안한 최단 경로 p_1 을 찾고 LC_1 을 계산한다.
2. $p_{\min} \leftarrow p_1$.
3. 만약 $T_1 \neq 0$ 이면, TC_1 를 구하고, $TC_{\min} = TC_1$ 이 된다.
 $T_1 = 0$ 이면, $p_{\min} = p_1$ 이 되고, 과정10으로 간다.
4. $i \leftarrow 1$
5. MPS 알고리즘을 이용해 p_{i+1} 을 구하고 LC_{i+1} 을 계산한다.
→(subroutine MPS)
6. 만약 $LC_{i+1} \geq TC_1$ 이면 과정10으로 간다.
7. 그렇지 않은 경우 TC_{i+1} 을 구한다.



〈그림 2〉 통행요금을 반영한 경로기반 배정모형 순서도

8. 만약 $TC_{i+1} < TC_{\min}$ 이면, $p_{\min} \leftarrow p_{i+1}$ 이 되고, $TC_{\min} \leftarrow TC_{i+1}$ 이 된다.
9. 그렇지 않은 경우 $i \leftarrow i+1$ 이 되고, 5로 간다.
10. p_{\min} 를 출력하고 알고리즘을 끝낸다.

■ subroutine MPS(K번째 최단경로를 구하는 알고리즘)

1. O/D간 최소경로 T_k^* 를 구한다.
2. 모든 링크 $(m, n) \in A$ 들에 대해 $\overline{c_{mn}}$ 를 구한다.
3. 모든 링크들을 $\overline{c_{mn}}$ 의 순서에 따라 배열한다.
4. $p_1 \leftarrow$ 출발지 s에서 목적지 t로의 최단경로
 $k \leftarrow 1, X \leftarrow \{p_k\}, T_k \leftarrow \{p_k\}$
5. $k \geq K$ 이거나 $X = \emptyset$ 이면 과정9로 간다.
6. $X \leftarrow X - \{p_k\}$
 $v_k \leftarrow p_k$ 에서 t를 제외한 노드
7. 각각의 노드 $v \in p_{v,t}^k$ 에 대해
만약 $A(v) - A_{T_k}(v) \neq \emptyset$ 이면,

- $(v, x) \leftarrow$ 집합 $A(v) - A_{T_k}(v)$ 에서 제일 처음의 링크(c_{mn} 가 제일 작은 링크)
 $q \leftarrow p_{sv}^k \circ \{v, (v, x), x\} \circ p_{xt}^*$
 $X \leftarrow X \cup \{q\}$
 $q_{vt} \leftarrow \{v, (v, x), x\} \circ p_{xt}^*$
 $T_k \leftarrow T_k \cup \{q_{vt}\}$
8. $k \leftarrow k+1$
 $p_k \leftarrow X$ 에서 최소 비용 경로
 k 번째 최단경로 p_k 를 출력하고, 과정 5로 간다.
 9. 알고리즘을 끝낸다.

4. 모형의 평가 및 검증

본 연구에서 개발한 통행요금을 반영한 경로기반 통행배정모형의 수행능력 및 효율성을 검증하기 위해서, 현재 범용적으로 사용되고 있는 EMME/2 프로그램의 결과와 비교하였다.

분석은 PENTIUM-133MHz(32MB RAM) 컴퓨터에서 수행하였고, 평가척도로는 목적함수값과 계산 반복회수, 수렴속도를 비교대상으로 하였다. 목적함수값의 비교는 최적해로의 접근 정도를 파악할 수 있으며, 반복회수와 수렴속도는 모형의 효율성을 판단할 수 있다.

두 모형을 비교 평가는 일반적인 교통망의 특성을 효율적으로 나타내고 있어 배정모형의 평가를 위한 가상교통망으로 많이 사용되고 있는 Sioux Falls Network에서 이루어졌다. 예제로 사용된 분석대상 기준

〈표 1〉 모형의 평가척도 비교표

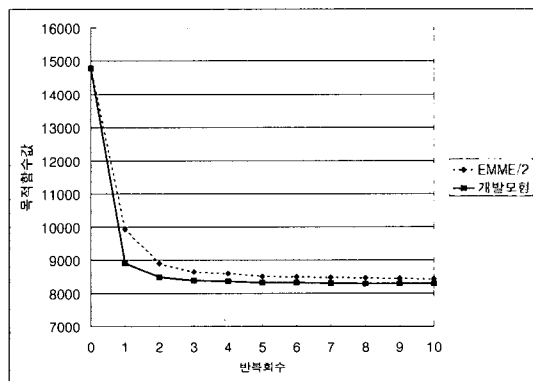
구 분	요금 미부과		요금 부과	
	EMME/2	개발모형	EMME/2	개발모형
반복회수	32	14	15	8
CPU계산속도(초)	0.9	0.7	0.5	0.3
목적함수값	8,342.8	8,340.3	11,223.4	11,221.5

점 통행량은 6개의 O-D쌍으로 설정하였으며, 교통망의 링크속성은 통행요금의 반영을 위해 고속도로와 국도의 현실적인 속성자료를 반영하였다.

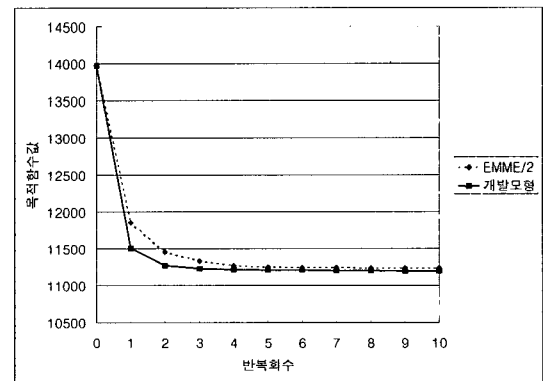
예제 교통망에서 EMME/2 모형과 본 연구 배정 모형의 비교는 통행요금 미부과시와 부과시 구분하여 검토하였는데, 개발모형과 EMME/2모형과의 구간별 배정교통량의 오차는 5%로 이내로 도출되었고 배정결과는 부록에 수록하였다.

두 모형의 평가척도 비교결과는 〈표 1〉과 같은데, 먼저 목적함수 측면에서 보면, 요금미부과시나 부과시 모두에 있어서 두 모형의 수렴값이 거의 일치하는 것을 보여준다. 이는 본 연구의 배정모형이 최적해로 수렴하였음을 나타낸다.

모형의 효율성을 검증할 수 있는 계산반복회수에 있어서는 본 연구의 배정모형이 EMME/2 모형에 비해 약 1/2 수준으로 단축되었음을 알 수 있다. 이는 GP 알고리즘이 F-W 알고리즘에 비해 최적해로의 진행과정이 효율적이기 때문에, F-W 알고리즘을 사용하는 EMME/2 모형에 비해 GP 알고리즘을 이용한 본 연구의 배정모형 결과가 우수하게 나타난 것으로 사료된다.



(요금 미부과)



(요금 부과)

〈그림 3〉 모형의 반복회수에 따른 목적함수값 비교

한편 최적해로의 수렴속도 측면에서도 본 연구의 배정모형 결과가 EMME/2 결과에 비해 개선되었음을 알 수 있다.

또 다른 평가기준으로 <그림 3>과 같이 배정모형의 반복회수에 따른 목적함수 값의 변화그래프를 비교해 보면, 본 연구의 배정모형이 EMME/2 모형에 비해 초기단계에 최적해로 빨리 접근하는 것으로 나타났다. 이는 최적해로의 수렴능력에 있어서 보다 효율적이라 할 수 있다. 특히 반복회수의 제약조건이 있는 상황에서 본 배정모형은 보다 우수한 결과를 얻을 수 있었다.

V. 결론

본 연구에서는 최적경로 배정문제를 풀기 위해 제안된 Gradient Projection(GP) 알고리즘을 발전시켜, 통행요금을 반영한 경로기반 통행배정모형을 개발하였다. 배정모형은 2단계로 구성되는데, 첫 단계는 GP기법을 이용해서 경로에 교통량을 배정하는 과정으로 기존 배정모형에서 주로 사용하는 Frank-Wolfe 알고리즘보다 빠른 수렴속도를 보인다. 두 번째 단계는 통행배정을 위한 하부구조로서 통행요금을 포함시켜 최단경로를 탐색하는 과정인데, 본 연구에서는 일반적인 경로기반 배정모형의 단점인 모든 경로의 검색문제를 해소하기 위하여, K-최단경로 알고리즘의 하나인 MPS(Minimal Path Search)알고리즘을 도입하여 계산의 효율성을 제고시켰다.

본 연구의 배정모형은 통행요금을 반영한 기중점간 경로교통량이 결과물로 도출되므로, 다양한 요금형태별 통행행태의 제반 특성과 효과를 분석할 수 있을 뿐만 아니라 교통운영 및 관리를 위한 정책분석 등 그 활용범위가 넓으므로 상당한 의의가 있다.

개발된 통행요금을 반영한 경로기반 통행배정모형의 검증 및 평가는 대표적인 가상교통망인 Sioux Falls Network에서 수행하였는데, EMME/2 모형의 배정결과와 거의 일치함을 보여 본 연구 배정모형의 정확도를 검증할 수 있다. 또한 수렴속도나 반복계산회수 등의 측면에서는 EMME/2 모형보다 개선된 결과를 보여 보다 효율적이라 할 수 있다.

한편 연구수행 과정에서 파악된 한계점 및 향후 연구과제는 다음과 같다.

첫째, 대규모 교통망에서의 적용 방안이 구축되어

야 한다. 전국단위 교통망에서의 실행결과 등이 비교되어야 배정모형의 활용을 일반화시킬 수 있을 것으로 기대되며 보다 다양한 분석결과를 도출할 수 있다.

둘째, 경로기반 배정모형에서 발생하는 해의 다양성 문제에 대한 보다 정밀한 분석이 필요하다. 배정모형의 초기화조건 변화에 따른 경로교통량의 변화 정도를 검토하여 복수의 해 중에서 보다 현실적인 해의 도출과 아울러 복수의 해를 줄일 수 있는 기법 개발 등 배정결과에 대한 합리성과 효율성을 제고시켜야 한다.

셋째, 경로거리에 따라 통행요금이 결정되는 또 다른 대상인 대중교통 수단에 대한 배정모형의 적용방안을 마련하여, 통행요금을 반영한 경로기반 배정모형의 범용적 활용을 도모하여야 한다.

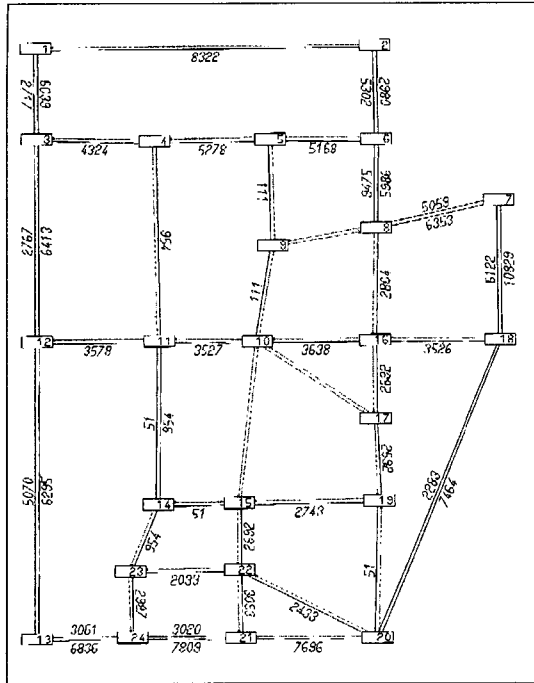
넷째, 배정모형의 활용도를 넓히고, ITS 등에서 요구하는 교통관리 및 운영기능의 다양한 효과분석을 위해서는 본 모형과 동적통행배정모형의 결합을 통한 통합모형의 개발이 요구된다.

참고문헌

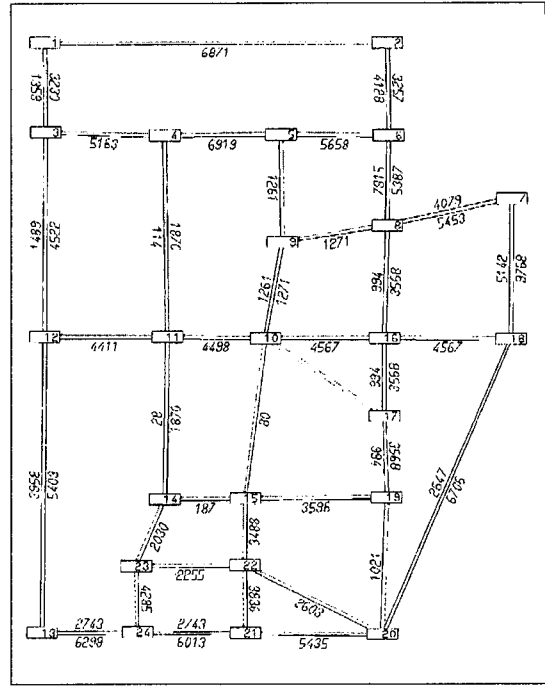
1. Kaysi, I., and M. Ben-Akiva. An Integrated Approach to Vehicle Routing and Congestion Prediction for Real-Time Driver Guidance. Transportation Research Record 1408, 1993, pp.66~74.
2. Mahmassani, H. S., and S. Peeta. Network Performance under System Optimal and User Equilibrium Dynamic Assignment. Transportation Research Record 1408, 1993, pp.83~93.
3. Bertsekas, D. P., and R. G. Gallager. Data Networks. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1987.
4. Jayakrishnan, R., Wei K. Tsai, Joseph N. Prashker, and Subodh Rajadhyaksha. Faster path-based algorithm for traffic assignment. Transportation Research Record 1443, 1994, pp.75~83.
5. Sun, Carlos, R. Jayakrishnan, and Wei K. Tsai. Computational study of a path-based

- algorithm and its variants for static traffic assignment. Transportation Research Record 1537, 1996, pp.106~115.
6. Cherkassky, B. V., A. V. Goldberg, and T. Radzik. Shortest paths algorithm: Theory and experimental evaluation. Mathematical Programming 73, 1996, pp.129~196.
- ✎ 주 작성자 : 권용석
- ✎ 논문투고일 : 2000. 7. 12
- 논문심사일 : 2000. 8. 22 (1차)
2000. 10. 13 (2차)
2000. 10. 26 (3차)
- 심사판정일 : 2000. 10. 26

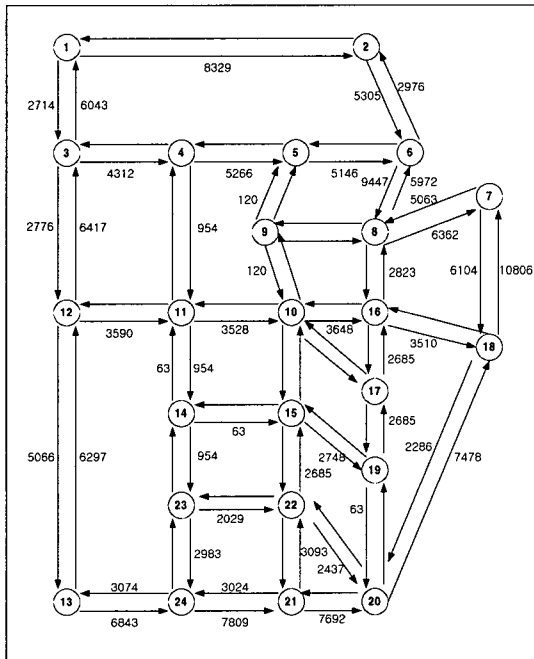
[부록]



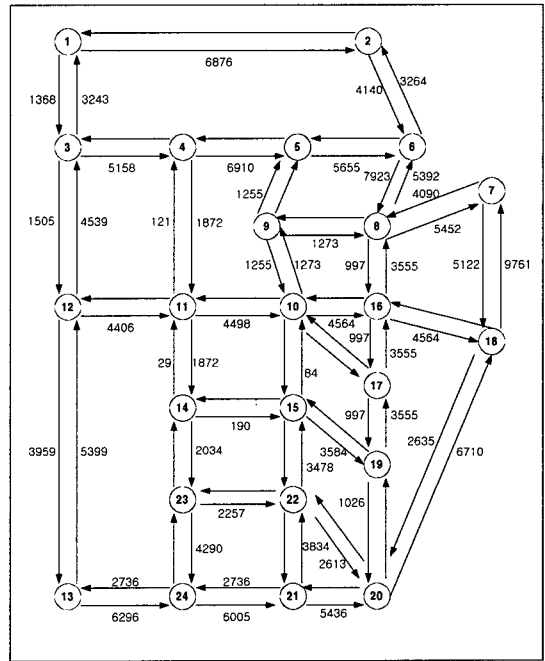
<요금 미부과 EMME/2 수행결과>



<요금 부과 EMME/2 수행결과>



<요금 미부과 경로배정모형 분석결과>



<요금 부과 경로배정모형 분석결과>