

<논 문>

불규칙 가진력을 받는 동흡진기의 내부공진효과

Influence of Internal Resonance on Responses of an Autoparametric Vibration Absorber under Random Excitation

조 덕 상* · 이 원 경**

Duk Sang Cho and Won Kyoung Lee

(2000년 8월 23일 접수 ; 2000년 11월 9일 심사완료)

Key Words : Internal Resonance(내부공진), Autoparametric Vibration Absorber(동흡진기), Random Excitation(불규칙 가진력), Gaussian Closure 방법, Jump Phenomenon(점프현상), Monte Carlo 시뮬레이션, On-off Intermittency 현상

ABSTRACT

The main objectives of this study are to examine the random response of a vibration absorber system with autoparametric coupling in the neighborhood of internal resonance by Gaussian closure and to compare the results with those obtained by Monte Carlo simulation. The numerical simulation is found to support the main features of the nonlinear modal interaction in the neighborhood of internal resonance conditions. While the Gaussian closure exhibits regions of multiple solutions in the neighborhood of internal resonance, the numerical simulation gives only one solution depending on the assigned initial conditions. The on-off intermittency phenomena of the cantilever mode is observed in the Monte Carlo simulation over a small range of parameter.

1. 서 론

기존의 선형해석으로는 어떤 구조물의 동적거동을 충분히 설명할 수 없을 만큼 복잡한 특성을 경험할 수 있다. 이러한 복잡한 응답특성은 그 계가 가지고 있는 고유의 비선형성에서 기인된다. 조화가진력을 받는 비선형 다자유도계의 경우, 정상상태주기해의 점프현상과 포화현상(saturation phenomenon: 가진력이 특정 임계값에 도달하면 직접 가진되는 모드의 운동이 더 이상 증가하지 않는 현상)을 비롯하여 Hopf 분기와 주기배가분기를 거쳐 혼돈운동을 가질 수 있음은 잘 알려져 있다^(1~6). 불규칙가진력을 받는 비선형계의 경우, 동역학계의 응답 및 안정성 연구에는 확률과정(random process)과 확률미분방정식

(stochastic differential equation)에 관한 수학적 이론을 필요로 할 뿐만 아니라, 이 이론을 직접 공학문제에 적용하는 데는 많은 어려움이 따르고 있다. 그 이유는 어떤 계를 해석하기 위해 적용하는 방법이 다르면 해석결과도 판이하게 달라질 수 있기 때문이다. 이러한 어려움에도 불구하고 불규칙가진력을 받는 비선형 다자유도계의 응답특성에 미치는 내부공진효과에 대한 많은 연구가 진행되어 왔다^(7~15). Ibrahim⁽⁹⁾과 이원경·조덕상⁽¹⁰⁾은 확정적 비선형계에 존재하였던 포화현상은 비확정적 비선형계에서는 발견할 수 없었음을 밝히고 있다. Ibrahim과 Roberts⁽¹¹⁾는 동흡진기 모델의 연구에서 감쇠비가 증가함에 따라 안정영역이 축소될 수도 있음(destabilizing effect)을 발견하였으며, Ibrahim과 Li⁽¹³⁾는 3자유도를 갖는 구조물에 대한 해석해에서 점프현상을 발견하였다. 나중에 Lee와 Cho⁽¹⁴⁾는 감쇠비가 증가함에 따라 안정영역이 축소될 수도 있다는 Ibrahim과 Roberts⁽¹¹⁾의 연구가 정규화조건에 기인한 착오임을 밝혔다.

* 정희원, 영남대학교 공업기술연구소

** 정희원, 영남대학교 기계공학부

본 연구의 목적은 광대역 불규칙가진력을 받는 동흡진기의 내부공진효과로 인한 비선형현상을 조사하는 것이며, 해석해의 타당성을 조사하기 위하여 Monte Carlo 시뮬레이션으로 얻은 해와 비교하는 것이다. 동흡진기의 운동방정식으로부터 유도된 Fokker-Planck 방정식으로부터 모멘트방정식을 얻은 후 Gaussian closure 방법을 이용하여 14개의 자율상미분방정식을 구하고 이 방정식을 수치적분함으로써 응답의 통계적 특성을 조사하였다.

2. 운동방정식

광대역 불규칙 가진력 $F(t)$ 를 받는 동흡진기가 Fig. 1에 나타나 있다. 주질량(M)과 외팔보질량(m)에 대한 운동방정식은 다음과 같다⁽²⁾.

$$(M + m)\ddot{x} + c_1\dot{x} + k_1x - (6/5l)m(\ddot{y}^2 + y\ddot{y}) = F(t), \tag{1}$$

$$m\ddot{y} + c_2\dot{y} + \{k_2 - (6/5l)m\dot{x}\}y + (36/25l^2)m y(\dot{y}^2 + y\ddot{y}) = 0, \tag{2}$$

여기서 x 와 y 는 선형화 계에 상응하는 정규좌표를 나타내며 다음과 같은 표현을 이용하여

$$\begin{aligned} X &= \frac{x}{x_s}, \quad Y = \frac{y}{l}, \quad \zeta_1 = \frac{c_1}{2(M+m)\omega_1}, \\ \zeta_2 &= \frac{c_2}{2m\omega_2}, \quad \tau = \omega_1 t, \quad r = \frac{\omega_2}{\omega_1}, \quad \epsilon = \frac{l}{x_s}, \\ R &= \frac{m}{M+m}, \quad \omega_1^2 = \frac{k_1}{M+m}, \quad \omega_2^2 = \frac{k_2}{m}, \\ W(\tau) &= \frac{F(\tau/\omega_1)}{(M+m)x_s\omega_1^2}, \quad \rho = \frac{6}{5}, \end{aligned} \tag{3}$$

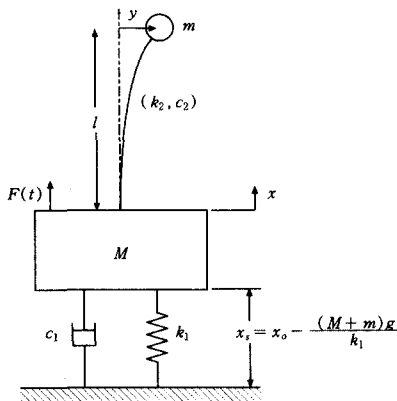


Fig. 1 Schematic diagram of an autoparametric absorber system

식 (1)과 (2)를 무차원화하면 다음을 얻는다.

$$X'' + 2\zeta_1 X' + X - \rho\epsilon R(Y^2 + YY') = W(\tau), \tag{4}$$

$$\begin{aligned} Y'' + 2\zeta_2 r Y' + (r^2 - \frac{\rho}{\epsilon} X'') Y \\ + \rho^2 Y(Y^2 + YY') = 0 \end{aligned} \tag{5}$$

위의 식들에서 $\dot{}$ 과 $\dot{}$ 은 각각 t 와 τ 에 대한 미분을 나타낸다. 근사해석을 위하여 이 계가 약비선형계라고 가정하기로 한다. 즉 식 (4)와 (5)에서 4차이상의 비선형항을 무시하면 다음을 얻는다.

$$\begin{aligned} X'' + 2\zeta_1 X' + X + \rho\epsilon R(r^2 Y^2 + 2r\zeta_2 YY' \\ - Y'^2) + \rho^2 R(-W(\tau)Y^2 + XY^2 \\ + 2\zeta_1 X'Y^2) = W(\tau), \end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned} Y'' + 2\zeta_2 r Y' + r^2 Y + \frac{\rho}{\epsilon}(-Y W(\tau) + XY \\ + 2\zeta_1 YX') + \rho^2(1-R)(-r^2 Y^3 - 2\zeta_2 r Y^2 Y' \\ + YY'^2) = 0. \end{aligned} \tag{7}$$

불규칙과정 $W(\tau)$ 를 자기상관함수(autocorrelation function)가 다음과 같이 표시되는 평균이 0인 백색잡음(white noise)으로 가정한다

$$R_{ww}(\Delta\tau) = E[W(\tau)W(\tau + \Delta\tau)] = 2D\delta(\Delta\tau) \tag{8}$$

여기서 $2D$ 는 진동수를 $f(= \omega/2\pi)$ 로 표현할 때의 스펙트럼밀도이고 $\delta(\Delta\tau)$ 는 Dirac delta 함수이다.

3. Gaussian Closure 방법

계의 응답과정은 다음과 같은 좌표변환을 이용하여

$$\{x, y, x', y'\}^T = \{X_1, X_2, X_3, X_4\}^T = \mathbf{X}$$

Markov 벡터로 전환할 수 있으며, 또한 불규칙과정 $W(\tau)$ 를 브라운과정(Brownian process) $B(\tau)$ 의 도함수(formal derivative) 즉, $W(\tau) = dB/d\tau$ 로 나타내면 식 (6)과 (7)은 다음과 같은 Ito방정식으로 표시된다.

$$\begin{aligned} dX_1 &= X_3 dt, \quad dX_2 = X_4 dt, \\ dX_3 &= \{-2\zeta_1 X_3 - X_1 + \rho\epsilon R(X_4^2 - 2r\zeta_2 X_2 X_4 \\ &\quad - r^2 X_2^2) + \rho^2 R(-2\zeta_1 X_2^2 X_3 - X_1 X_2^2)\} dt \\ &\quad + (1 + \rho^2 R X_2^2) dB(\tau), \\ dX_4 &= \{-2\zeta_2 r X_4 - r^2 X_2 + \frac{\rho}{\epsilon} \\ &\quad (-X_1 X_2 - 2\zeta_1 X_2 X_3) + \rho^2(1-R)(r^2 X_2^3 \\ &\quad + 2\zeta_2 r X_2^2 X_4 - X_2 X_4^2)\} dt + \frac{\rho}{\epsilon} X_2 dB(\tau). \end{aligned} \tag{9}$$

이 Markov 벡터에 대한 응답의 확률밀도함수는 다음과 같이 Fokker-Planck 방정식으로 표시된다.

$$\frac{\partial}{\partial \tau} p(\mathbf{x}, \tau) = - \sum_{i=1}^4 \frac{\partial}{\partial x_i} [a_i(\mathbf{x}, \tau) p(\mathbf{x}, \tau)] + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} [b_{ij}(\mathbf{x}, \tau) p(\mathbf{x}, \tau)] \quad (10)$$

여기서 $p(\mathbf{x}, \tau)$ 는 결합확률밀도함수(joint probability density function)이고 $a_i(\mathbf{x}, \tau)$ 와 $b_{ij}(\mathbf{x}, \tau)$ 는 각각 Markov 과정 $\mathbf{X}(\tau)$ 의 1차 및 2차 증가모멘트(incremental moment)이다.

Fokker-Planck 방정식 (10)으로부터 완전해 $p(\mathbf{x}, \tau)$ 를 구하는 것은 불가능하다.^(16,17) 그렇지만 임의의 차수 $n (= \alpha + \beta + \gamma + \eta)$ 에 대한 $p(\mathbf{x}, \tau)$ 의 모멘트 방정식은 식 (10)에 $x_1^\alpha x_2^\beta x_3^\gamma x_4^\eta$ 를 곱하고 전 상태공간 $(-\infty < x_i < \infty)$ 에 대하여 적분함으로써 n 차에 대한 모멘트방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{m}_{\alpha, \beta, \gamma, \eta} = & \alpha m_{\alpha-1, \beta, \gamma+1, \eta} + \beta m_{\alpha, \beta-1, \gamma, \eta+1} - \gamma m_{\alpha+1, \beta, \gamma-1, \eta} \\ & - \epsilon \rho R r^2 \gamma m_{\alpha, \beta+2, \gamma-1, \eta} - \rho^2 R \gamma m_{\alpha+1, \beta+2, \gamma-1, \eta} \\ & + \epsilon \rho R \gamma m_{\alpha, \beta, \gamma-1, \eta+2} + (\gamma-1) \gamma D m_{\alpha, \beta, \gamma-2, \eta} \\ & + 2 \rho^2 R (\gamma-1) \gamma D m_{\alpha, \beta+2, \gamma-2, \eta} - 2 \zeta_1 \gamma m_{\alpha, \beta, \gamma, \eta} \\ & - 2 \rho^2 R \zeta_1 \gamma m_{\alpha, \beta+2, \gamma, \eta} - 2 \epsilon \rho R r \zeta_2 \gamma m_{\alpha, \beta+1, \gamma-1, \eta+1} \\ & - r^2 \eta m_{\alpha, \beta+1, \gamma, \eta-1} - \frac{\rho}{\epsilon} \eta m_{\alpha+1, \beta+1, \gamma, \eta-1} \\ & + \rho^2 (1-R) r^2 \eta m_{\alpha, \beta+3, \gamma, \eta-1} - \rho^2 (1-R) \eta m_{\alpha, \beta+1, \gamma, \eta+1} \\ & + \frac{\rho^2}{\epsilon^2} \eta (\eta-1) D m_{\alpha, \beta+2, \gamma, \eta-2} - 2 \frac{\rho}{\epsilon} \zeta_1 \eta m_{\alpha, \beta+1, \gamma+1, \eta-1} \\ & - 2 r \zeta_2 \eta m_{\alpha, \beta, \gamma, \eta} + 2 \rho^2 (1-R) r \eta m_{\alpha, \beta+2, \gamma, \eta} \\ & + 2 \frac{\rho}{\epsilon} r \eta D m_{\alpha, \beta+1, \gamma-1, \eta-1} \end{aligned} \quad (11)$$

여기서

$$\begin{aligned} m_{\alpha, \beta, \gamma, \eta}(\tau) &= E[X_1^\alpha X_2^\beta X_3^\gamma X_4^\eta] \\ &= \int \int \int \int_{-\infty}^{\infty} x_1^\alpha x_2^\beta x_3^\gamma x_4^\eta p(\mathbf{x}, \tau) dx_1 dx_2 dx_3 dx_4 \end{aligned}$$

방정식 (11)은 연성된 모멘트방정식이 무한 조(infinite set)로 구성되어 있다. 따라서 확률적 응답특성을 구하기 위하여 이 계를 약비선형계라고 가정할 경우 계의 응답의 확률밀도함수는 가우스분포로 근사할 수 있다. 따라서 3차 및 4차 cumulant를 0으로 놓음으로써 3차 및 4차 모멘트를 1차 또는 2차 모멘트로 전환할 수 있고, 이 경우 식 (11)은 $n = 1, 2$ 에 대해서 미분방정식을 전개할 수 있다. 따라서 14개의 모멘트(4개의 1차 모멘트와 10개의 2차

모멘트) 미분방정식을 얻을 수 있다.

4. 평형해의 안정성

Gaussian closure 방법으로 얻어진 14개의 자율 상미분 방정식(autonomous ordinary differential equations)으로 구성된 계를 다음과 같이 나타낸다.

$$\dot{\mathbf{m}}' = \mathbf{f}(\mathbf{m}) \quad (12)$$

여기서 $\mathbf{m} = \{m_{1,0,0,0}, m_{0,1,0,0}, \dots\}^T$ 는 14개의 요소를 가진 모멘트 벡터이며 $\mathbf{f}(\mathbf{m}) = \{f_1(\mathbf{m}), f_2(\mathbf{m}), \dots\}^T$ 은 이 계의 벡터장(vector field)이다.

우선 계 (12)의 평형해 \mathbf{m}_0 는 다음의 식

$$\mathbf{f}(\mathbf{m}_0) = \mathbf{0} \quad (13)$$

으로부터 구해지며 이 평형해의 안정성을 판별하기 위하여

$$\dot{\mathbf{m}} = \mathbf{m}_0 + \delta \mathbf{m}$$

으로 두고 평형해의 작은 교란 $\delta \mathbf{m}$ 에 대한 미분방정식으로 바꿔쓴 후 $\delta \mathbf{m}$ 의 비선형항을 무시하면 다음과 같은 선형 상미분방정식을 얻는다.

$$\delta \dot{\mathbf{m}}' = \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{m}} \right|_{\mathbf{m}=\mathbf{m}_0} \delta \mathbf{m} \quad (14)$$

이 Jacobian 행렬의 모든 고유치의 실수부가 음이면 그 평형해 \mathbf{m}_0 는 점근적으로 안정하다고 판단된다. 식 (11)과 (13)을 면밀히 관찰하면 이 계는 다음과 같은 평형해를 갖게 됨을 알 수 있다.

$$\begin{aligned} m_{2,0,0,0} &\equiv E[X_1^2] = D/2\zeta_1, \\ m_{0,0,2,0} &\equiv E[X_3^2] = D/2\zeta_1, \\ \text{나머지 모멘트들은 } &0 \end{aligned} \quad (15)$$

이다. 이 평형해들은 동흡진기가 외팔보의 운동(y)은 없이 주질량의 운동(x)만 하고 있음을 말해주고 있다.

5. Monte Carlo 시뮬레이션

Gaussian closure 방법으로 구한 응답의 유효성을 조사하기 위하여 Monte Carlo 시뮬레이션^(18,19)을 통해 식 (4)와 (5)를 직접 수치적분하였다. 정상 가우스과정 $W(\tau)$ 을

구성하기 위하여 응답의 수렴성을 조사하여 500개의 표본 record를 사용하였으며, 각 record는 다음 식으로부터 $\tau = 4000$ 의 시간동안 $N = 16000$ 개의 불규칙수(random number)를 순차적으로 표본함으로써 만들어진다.

$$W(\tau) = \sum_{j=1}^N \sqrt{2(4D_j)(f_{j+1} - f_j)} \sin(2\pi\sqrt{f_j f_{j+1}}\tau + \phi_j) \quad (16)$$

여기에서 $4D$ 는 단편스펙트럼밀도(one-sided spectrum), f 는 오름차순으로 균일하게 분포되어 있는 불규칙주파수이고, ϕ_j 는 $0 \sim 2\pi$ 사이에 균일하게 분포되어 있는 불규칙수이다. 표본의 시간증분 ($\Delta\tau$)은 $1/(2f_{\max})$ 보다 작게 선택하였다. 응답의 제곱평균값은 다음과 같이 계산하였다.

$$E[X^2] = \frac{1}{T} \int_{\tau_1}^{\tau_2} u_i^2(\tau) d\tau = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M X^2(\tau_1 + j\Delta\tau)$$

여기서 $T = \tau_2 - \tau_1$ 는 통계적 응답의 평균을 구하기 위한 구간이며, M 은 구간 T 에서 표본의 수이다. τ_1 과 τ_2 는 각각 3500과 4000을 택하였다.

6. 수치결과

수치예를 위하여 우선 대수방정식 (13)을 수치적으로 풀어서 식 (15)로 표시된 평형해가 유일한 평형해인가를 조사한 후, 이 평형해의 안정성을 판별하였으며, 이 평형해가 안정성을 잃는 경우에는 상미분방정식 (12)를 수치적으로 적분함으로써 모멘트들의 거동을 조사하였다. 수치적분은 4차 Runge-Kutta 방법을 이용하였다.

Fig. 2는 $\zeta_1 = \zeta_2 = 0.01$, $2D = 0.0005$, $\epsilon = 2$ 이고 $R = m/(M+m)$ 이 0.08일 때 Gaussian closure 방법과 Monte Carlo 시뮬레이션으로 얻어진 결과로서, 진동수비 $r = \omega_2/\omega_1$ 에 따라 정상상태(steady state)에서의 운동의 제곱평균값이 어떻게 변화하는지를 보여 주고 있다. 이 그림에서 내부공진영역($r \approx 0.5$)을 벗어나 있는 두 수평선은 각각 주질량의 운동과 외팔보의 운동의 제곱평균값이 r 뿐만 아니라 시간 τ 에 무관하므로 운동이 정상과정(stationary process)임을 말해 주고 있다. 이 결과는 불규칙가진력에 의해 직접 가진되는 주질량(M)의 운동만 존재하고 외팔보의 운동은 일어나지 않으므로 선형계의 응답특성과 일치한다. Gaussian closure 방법에 의한 평형해의 안정성해석결과 r_a 와 r_{b1} 에서 Hopf 분기에 의해 이 해가 안정성을 잃는 것으로 확인되었다. 또한 수치적분을

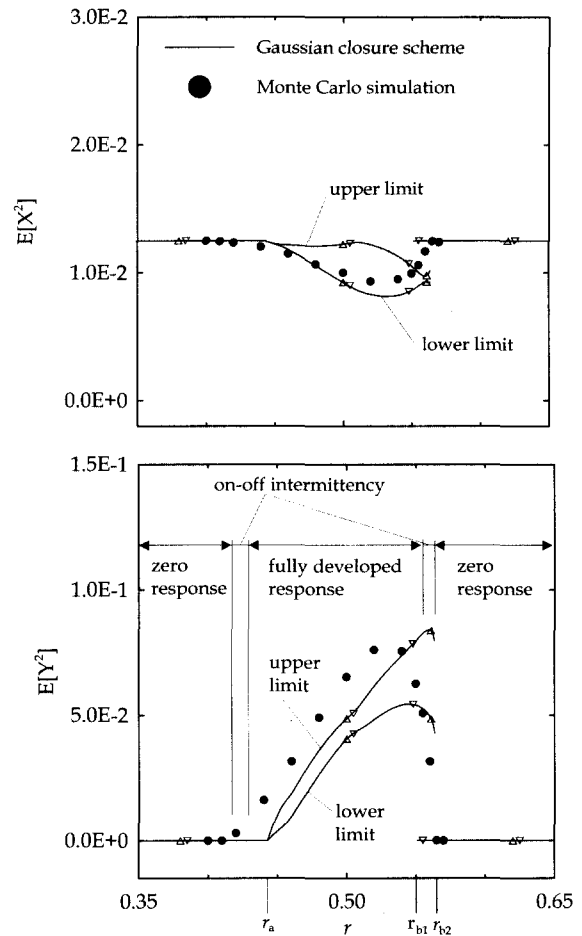


Fig. 2 Limits of mean square responses as functions of the frequency ratio r ($\zeta_1 = 0.01$, $\zeta_2 = 0.01$, $\epsilon = 2$, $R = 0.08$, $2D = 0.0005$): Δ , r increasing; ∇ , r decreasing.

수행한 결과 r_{b2} 에서도 해가 안정성을 잃는 것으로 확인되었다. 이 그림에서는 두 제곱평균값들이 변동하는 상한(upper limit)과 하한(lower limit)을 나타내었다. 이 그림에서 보여진 것처럼 r_{b1} 에서 r_{b2} 사이는 다중해(multiple solution)가 존재하는 영역이 된다. 또한 r_{b1} , r_{b2} 에서는 점프가 존재하는데 r_{b1} 에서는 상향점프(upward jump)가 r_{b2} 에서는 하향점프(downward jump)가 존재한다. 진동수비 r 값을 증가시키면 r_{b2} 에서 하향점프가 발생하고, 반대로 r 값을 감소시키면 r_{b1} 에서 상향점프가 발생한다. 이러한 점프현상은 초기조건에 매우 민감함을 해석을 통하여 파악할 수 있다. 내부공진영역($r \approx 0.5$)에서 주질량의 에너지가 외팔보 운동으로 에너지가 전달됨을 Gaussian closure 방법과 Monte Carlo 시뮬레이션 방법에 의하여 서로 잘 예측하고 있지만, 어떠한

초기조건에도 불구하고 Monte Carlo 시뮬레이션에 의해서 r_{b1} 과 r_{b2} 구간사이에서 점프가 발생함을 발견할 수가 없었다.

Fig. 3(a)와 3(b)는 Gaussian closure 방법에 의한 다중해 영역에 있는 두 시간이력을 나타내고 있다. Fig. 3(a)는 진동수비 r 값을 증가시키면서 $r = 0.56$ 에서 응답의 제곱평균값을 나타내며 Fig. 3(b)는 진동수비 r 값을 감소시키면서 $r = 0.56$ 에서 응답의 제곱평균값을 나타내고 있다. 이 그림에서 같은 시스템 파라미터라 할지라도 초기값에 따라서 계의 응답이 다름을 보여주고 있다. Fig. 3(c)는 Monte Carlo 시뮬레이션에 의한 $r = 0.56$ 에서 응답의 제곱평균값을 나타내고 있다.

내부공진 이탈변수(detuning parameter)를 조정하여 어떤 임계값에 도달하면 주질량 모드와 외팔보 모드는 매우 미약한 모드상호작용을 하게 된다. Fig. 4는 Monte Carlo 시뮬레이션으로 예측한 분기가 발생하는 경계 점 근처에서 직접 가진 되지 않는 외팔보 모드의 시간이력을 나타내고 있다. 진동수비 $r \leq 0.5635$ 에서는 외팔보운동 모드가 분기를 하지만 진동수비의 값에 따라서 다른 양상을 가진

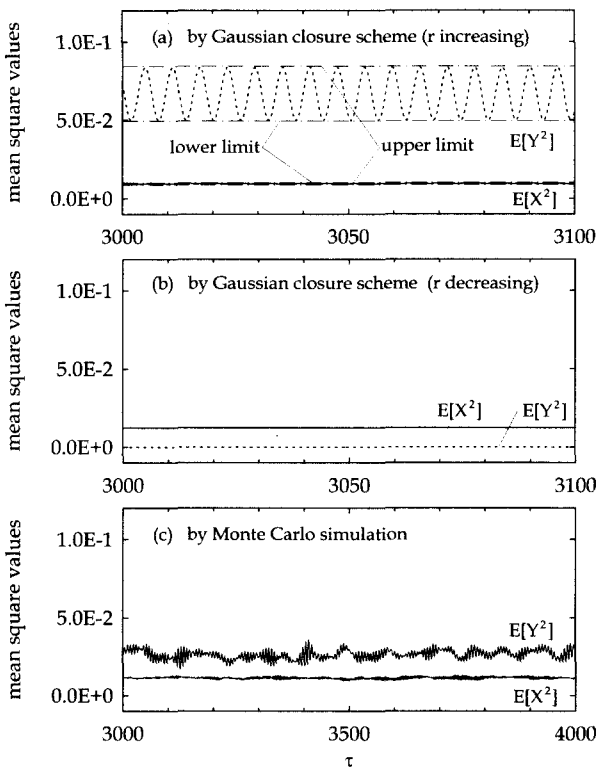


Fig. 3 Time histories of mean square responses according to Gaussian closure and Monte Carlo simulation ($\zeta_1=0.01$, $\zeta_2=0.01$, $\epsilon = 2$, $R = 0.08$, $2D = 0.0005$, $r = 0.56$)

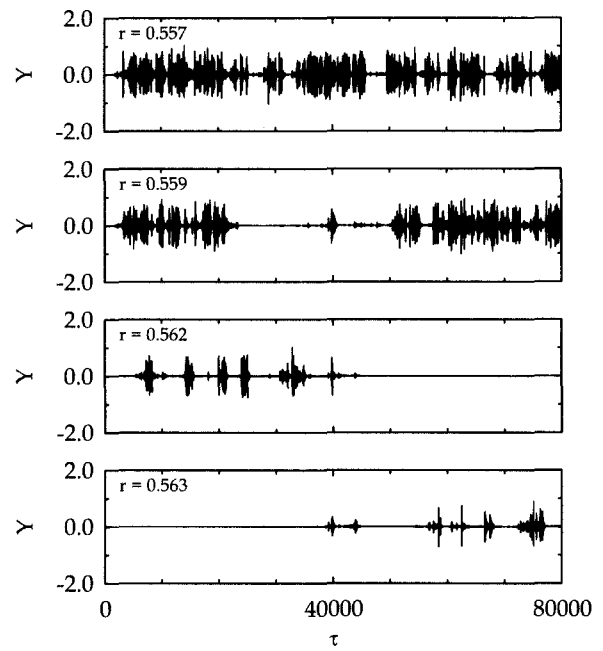


Fig. 4 Time history records showing on-off intermittency of the cantilever motion according to Monte Carlo simulation ($\zeta_1 = 0.01$, $\zeta_2 = 0.01$, $\epsilon = 2$, $R = 0.08$, $2D = 0.0005$)

다. 다시 말하면 $0.555 \leq r \leq 0.5635$ 에서 외팔보 모드가 on-off intermittency 현상을 보이며 이 현상은 식 (5)에 보여진 것처럼 주질량 모드가 외팔보 모드에 대하여 매개변수가진(parametric excitation)으로 작용한 결과이다. 이와 같은 부분 전개된(partially developed) 운동 양상인 on-off intermittency는 유체역학⁽²⁰⁾에서 정상층류흐름이 오랜시간동안 유지되다가 와도 shedding(shedding vorticity)에 의하여 난류흐름으로 되었다가 다시 정상층류흐름으로 교번하면서 흐르는 현상과 공통적인 특징을 가지고 있다. 여기서 "off" 상태는 오랜시간동안 거의 일정한 상태로 유지되는 것이고 "on" 상태는 "off" 상태를 갑자기 벗어났다 다시 "off" 상태로 빨리 되돌아가는 돌발적인 상태이다^(21~23). Fig. 4를 보면 $0.555 \leq r \leq 0.5635$ 에서 진동수비의 값이 감소하면 외팔보 운동이 발생하지 않는 시간, 즉 intermittency 시간은 감소한다. 그리고 $r < 0.555$ 에서 외팔보 모드는 intermittency가 없는 완전 전개된(fully developed) 불규칙 운동을 하게 된다. Fig. 2에 보여진 것처럼 $0.417 \leq r \leq 0.429$ 도 on-off intermittency가 존재하는 영역이다.

Fig. 5는 제곱평균값의 한계를 가진력의 제곱평균값 σ_w^2 에 비례하는 스펙트럼밀도 $2D$ 의 함수로 나타낸 것이다. 이 그림에서 Gaussian closure 방법으로 예측한 제곱

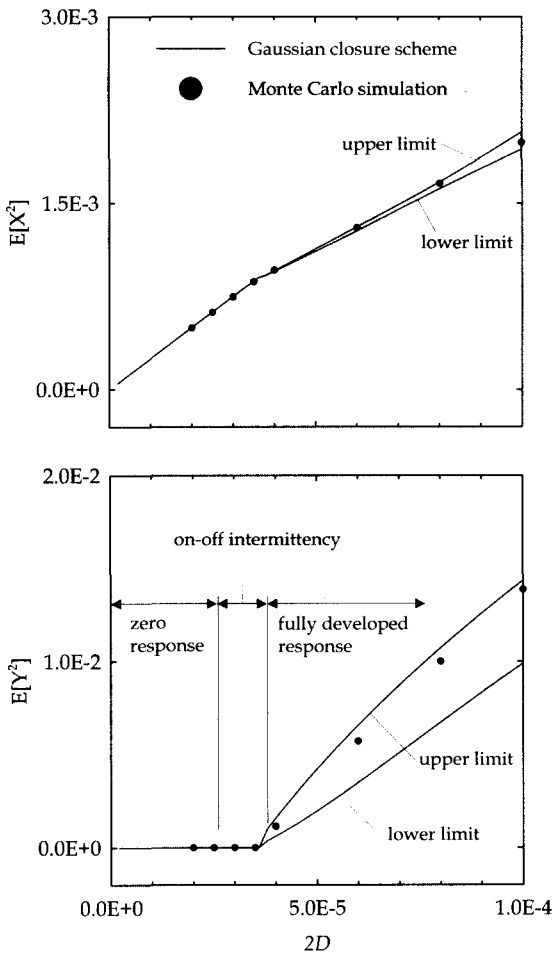


Fig. 5 Limits of mean square responses plotted against spectral density $2D$ ($\zeta_1 = 0.01$, $\zeta_2 = 0.01$, $\epsilon = 2$, $R = 0.08$, $r = 0.51$)

평균응답의 분기점이 Monte Carlo 시뮬레이션의 결과와 잘 일치함을 보여 준다. 또한 외팔보 모드의 3가지 운동 양상 영역을 나타내고 있다.

7. 결 론

본 연구에서는 주질량의 수직방향으로 광대역 불규칙가진력을 받는 동흡진기에 대하여 내부공진효과로 인하여 발생하는 비선형응답특성을 조사하였다. 이 계의 통계적 응답특성을 파악하기 위하여 Fokker-Planck 방정식으로 부터 유도된 Gaussian closure 방법이 사용되었으며 해석해의 타당성을 조사하기 위하여 Monte Carlo 시뮬레이션을 수행하였다. 내부공진 영역에서 계의 비선형 연성으로 인하여 직접 가진되는 주질량의 운동으로부터 직접 가진되지 않는 외팔보의 운동으로 에너지가 전달됨을 확인하였다. 또한 해석적 방법을 통하여 진동수비 r 의 유한한

구간에서 다중해와 점프현상이 발견되었다. 그러나 Monte Carlo 시뮬레이션을 수행한 결과 어떠한 초기조건에도 불구하고 점프현상은 발견할 수 없었다.

내부공진 이탈변수(detuning parameter)를 조정하여 어떤 임계값에 도달하면 외팔보 모드가 분기를 시작으로 내부공진영역에 들어간다. 이 내부공진영역에서 외팔보 모드는 두 가지의 운동 양상을 보인다. 하나는 운동이 부분 전개된 on-off intermittency 현상을 보이며, 다른 하나는 완전 전개된 불규칙 운동 형태를 보인다. 이 on-off intermittency 현상은 단지 수치적 방법인 Monte Carlo 시뮬레이션에 의해서만 예측되었다.

참 고 문 헌

- (1) Nayfeh, A. H. and Mook, D. T., 1979, Nonlinear Oscillations, John Wiley & Sons Inc.
- (2) Haxton, R. S. and Barr, A. D. S., 1972, The Autoparametric Vibration Absorber, ASME Journal of Engineering for Industry, Vol. 94, pp. 119~125.
- (3) Bux, S. L. and Roberts, J. W., 1986, Non-linear Vibratory Interactions in Systems of Coupled Beam, Journal of Sound and Vibration, Vol. 104, pp. 497~520.
- (4) Nayfeh, A. H., Mook, D. T. and, Marshall, L. R., 1973, Nonlinear Coupling of Pitch and Roll Modes in Ship Motions, Journal of Hydronautics, Vol. 7(4), pp. 145~152.
- (5) Lee, W. K. and Hsu, C. S., 1994, A Global Analysis of an Harmonically Excited Spring-pendulum System with Internal Resonance, Journal of Sound and Vibration, Vol. 171(3), pp. 335~359.
- (6) Lee, W. K. and Park, H. D., 1997, Chaotic Dynamics of an Harmonically Excited Spring-pendulum System with Internal Resonance, Nonlinear Dynamics, Vol. 14, pp. 221~229.
- (7) Ibrahim, R. A., 1995, Recent Results in Random Vibrations of Nonlinear Mechanical Systems, ASME Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design, Vol. 117, pp. 222~233.
- (8) Ibrahim, R. A. and Heo, H., 1986, Auto-parametric Vibration of Coupled Beams under Random Support Motion, ASME Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design, Vol.108, pp. 421~426.
- (9) Ibrahim, R. A., 1991, Nonlinear Random Vibration : Experimental Results, Applied Mechanics Review, Vol. 44, pp. 423~446.

- (10) 이원경, 조덕상, 1998, 광대역 불규칙가진력을 받는 탄성진자계의 내부공진효과, 한국소음진동공학회지, Vol. 8(3), pp. 399~407.
- (11) Ibrahim, R. A. and Roberts, J. W., 1977, Stochastic Stability of the Stationary Response of a System with Autoparametric Coupling, *Zeitschrift für Angewandte Mathematik and Mechanik* 57, pp. 643~649.
- (12) Roberts, J. W., 1980, Random Excitation of a Vibratory System with Autoparametric Interaction, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 69(1), pp. 101~116.
- (13) Ibrahim, R. A. and Li, W., 1988, Structural Modal Interaction with Combination Internal Resonance under Wide-Band Random Excitation, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 123(3), pp. 473~495.
- (14) Lee, W. K. and Cho, D. S., 2000, Damping Effect of a Randomly Excited Autoparametric System, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 236(1), pp. 23~29.
- (15) Cho, D. S. and Lee, W. K., 2000, Modal Interactions of a Randomly Excited Hinged-Clamped Beam, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 237(3), pp. 377~393.
- (16) Ibrahim, R. A., 1985, *Parametric Random Vibration*, John Wiley, New York.
- (17) Soong, T. T. and Grigoriu, M., 1993, *Random Vibration of Mechanical and Structural Systems*, Prentice-Hall International, Inc.
- (18) Yang, C. Y., 1986, *Random Vibration of Structure*, John Wiley & Son, Inc.
- (19) Shinozuka, M. and Deodatis, G., 1991, Simulation of Stochastic Processes by Spectral Representation, *Applied Mechanics Review*, Vol. 44, pp. 191~204.
- (20) Townsend, A. A., 1976, *The Structure of Turbulent Shear Flow*, 2nd Edition, Cambridge University Press.
- (21) Platt, N., Spiegel, E. A., and Tresser, C., 1993, On-Off Intermittency: A Mechanism for Bursting, *Physical Review Letters*, Vol. 70(3), pp. 279~282.
- (22) Platt, N., Hammel, S. M., and Heagy, J. F., 1994, Effect of Additive Noise on On-Off Intermittency, *Physical Review Letters*, Vol. 72(22), pp. 3498~3501.
- (23) Heagy, J. F., Platt, N., and Hammel, S. M., 1994, Characterization of On-Off Intermittency, *Physical Review E*, Vol. 49(2), pp. 1140~1150.