

<논 문>

최소 분산 캡스트럼을 이용한 노이즈 속에 묻힌 임펄스 검출 방법-베어링 결함 검출에의 적용

Detection of Impulse Signal in Noise Using a Minimum Variance Cepstrum - Application on Faults Detection in a Bearing System

최영철* · 김양한**

Young-Chul Choi and Yang-Hann Kim

(2000년 7월 18일 접수 : 2000년 11월 20일 심사완료)

Key Words: Minimum Variance Cepstrum(최소분산 캡스트럼), Ball Bearing System(볼 베어링 시스템), Faults(결함), Sinusoidal Function(조화함수)

ABSTRACT

The signals that can be obtained from rotating machines often convey the information of machine. For example, if the machine under investigation has faults, then these signals often have pulse signals, embedded in noise. Therefore the ability to detect the fault signal in noise is major concern of fault diagnosis of rotating machine. In this paper, minimum variance cepstrum (MV cepstrum), which can easily detect impulse in noise, has been applied to detect the type of faults of ball bearing system. To test the performance of this technique, various experiments have been performed for ball bearing elements that have man made faults. Results show that minimum variance cepstrum can easily detect the periodicity due to faults and also shows the pattern of excitation by the faults

1. 서 론

기어나 베어링 등의 회전요소는 기계시스템에서 동력전달, 회전축 지지 등 여러 분야에서 광범위하게 쓰이고 있다. 이러한 시스템에서 생성되는 소음 및 진동신호는 기계의 결함 유무 및 결함 위치를 판단할 수 있는 중요한 정보들을 포함하고 있다.

결함에 관련된 신호가 초기 결함 신호처럼 매우 작을 경우에는 노이즈 속에 묻혀 관찰하기 어렵게 된다. 따라서 측정된 음압이나 가속도 신호로부터는 작동소음 때문에 결함여부 판단을 어렵게 한다. 회전 기계에서 피해가 커지기 전에

결함을 초기에 진단하는 것은 매우 중요한 문제이므로 결함 검출과 관련된 신호처리가 오래 전부터 연구되어 왔다. McFadden과 Smith⁽¹⁾, 그리고 Kim et al.⁽²⁾은 공명주파수(resonance frequency)를 중심 주파수로 한 대역통과필터(bandpass filter)에 측정된 신호를 통과시킨 후 포괄(envelop)을 구하여 결함검출을 시도하였고, Ho와 Randall⁽³⁾은 이렇게 구한 포괄을 가지고 다시 포괄스펙트럼(envelop spectrum)을 구하여 기어의 결함 검출을 시도하였으나, 두 신호처리 방법 모두 노이즈가 상대적으로 많을 때 공명 주파수를 찾는 것이 어렵다는 단점이 있다. Lee와 White⁽⁴⁾는 ANC(adaptive noise cancellation)의 향상된 방법을 통해 노이즈를 제거함으로써 결함신호를 검출하였으며, Kim, Lim와 Cheung⁽⁵⁾은 베어링의 초기 결함 검출을 위해 무빙 윈도우(moving window)를 적용하였다. 다른 신호처리에 비해 노이즈가 상대적으로 많은 경우에서도 결함을 검출할 수 있는 장

* 한국과학기술원 기계공학과

** 정회원, 한국과학기술원 기계공학과

점이 있는 반면, 신호처리 하기 전 초기 무빙 윈도우의 크기 및 이동 크기(step size)를 설정하는 것이 어렵고, 다른 신호 처리에 비해 비교적 많은 데이터를 필요로 한다는 단점이 있다.

본 논문에서는 베어링 시스템의 초기 결함 검출을 위하여 최소 분산 캡스트럼(minimum variance cepstrum)⁽⁶⁾을 적용하였다. 이 방법은 노이즈 속에서 아주 유용한 임펄스 검출 능력을 가지고 있기 때문에 임펄스 열(impulse train)로 나타나는 베어링 결함 신호가 작동 노이즈 속에 묻혀 있더라도 결함 검출을 가능하게 한다. 따라서 베어링 결함을 수학적으로 모델링하여 최소 분산 캡스트럼식에 적용함으로써 결함 검출에의 적용이 가능한지를 이론적으로 살펴 본 후, 여러 종류의 결함을 가진 베어링을 가지고 실제 실험을 수행하여 검증하여 본다.

2. 최소 분산 캡스트럼

우선 스펙트럼 영역에서 사용되는 용어와 캡스트럼 영역에서 사용되는 용어를 구별할 필요가 있다. Boger⁽⁷⁾는 스펙트럼 영역에서 주파수(frequency)에 해당하는 용어를 캡스트럼 영역에서 파주수(quefrequency)라 정의 하였고, 필터(filter)를 리프터(lifter)라 정의하였다. 따라서 본 연구에서는 캡스트럼 영역을 다루고 있기 때문에 파주수와 리프터란 용어를 사용하기로 한다.

최소 분산 캡스트럼은 신호를 푸리에 변환을 한 다음 리프터를 씌워 캡스트럼을 구하며 일반식은 다음과 같다.⁽⁶⁾

$$F_{MVC} = \frac{1}{\mathbf{e}^H (\mathbf{w}^H \mathbf{R}_x \mathbf{w})^{-1} \mathbf{e}} \quad (1)$$

여기서 $\mathbf{e} = [1, e^{j\tau}, \dots, e^{j\tau^p}]^T$

여기서 \mathbf{R}_x 는 $x(t)$ 에 대한 자기 상관 함수를 나타내고, 위첨자 H 는 공액 전치 연산(conjugate traspose)을 의미한다. 또한 p 는 리프터의 차수를, k 는 데이터 개수를 나타낸다.

\mathbf{w} 는 $k \times p$ 행렬을 나타내는데, 어떤 임의의 주파수 ω_0 에 대해서는 다음과 같이 $\mathbf{w}_0 = [1, e^{j\omega_0}, e^{j2\omega_0}, \dots, e^{j(k-1)\omega_0}]^T$ 로 표현할 수 있다.

베어링 시스템에서 회전요소 표면의 결함이 다른 면을 때릴 때, 베어링과 기계의 공진(resonance)을 가진하는 임펄스를 생성하게 되므로 베어링 시스템의 임펄스 응답함수(impulse response function)는 다음과 같이 표현할 수 있고

$$h(t) = e^{-\zeta t} \cos \omega_r t \quad (2)$$

여기서 ζ : 감쇠 비 (damping ratio)

ω_r : 공진 주파수 (resonance frequency)

따라서 베어링 결함신호는 다음식과 같이 모델링할 수 있다.

$$x(t) = e^{-\zeta t} \cos \omega_r t * \sum_{m=1}^N \delta(t - mT) + n(t) \quad (3)$$

여기서 $n(t)$ 는 작동 노이즈를 나타내는데, 가우시안 분포(Gaussian distribution)를 가지는 백색 노이즈(white noise)라고 가정한다. 그리고 $\delta(t)$ 는 델타 함수를 의미하며, T 는 펄스 열(pulse train)의 주기를 나타내고, $*$ 은 컨볼루션(convolution)을 뜻한다. 식 (3)을 t 에 대해 푸리에 변환(Fourier transform)을 하면 다음과 같이 나타낸다.

$$X(\omega) = \left(\frac{\zeta}{\zeta^2 + (\omega_r + \omega)^2} + \frac{\zeta}{\zeta^2 + (\omega_r - \omega)^2} \right) \times \sum_{m=1}^N e^{j\omega m T} + N(\omega) \quad (4)$$

여기서 $X(\omega)$ 와 $N(\omega)$ 는 각각 $x(t)$, $n(t)$ 를 푸리에 변환한 것이다. 많은 경우 주파수 응답함수의 변화율은 $e^{j\omega m T}$ 에 비해 매우 작기 때문에 H 로 일정하다고 가정한다. 즉 H 는 전 주파수 영역에서 주파수 응답함수의 평균을 의미한다.

$$H = \lim_{a \rightarrow \infty} \frac{1}{2a} \int_{-a}^a \left(\frac{\zeta}{\zeta^2 + (\omega_r + \omega)^2} + \frac{\zeta}{\zeta^2 + (\omega_r - \omega)^2} \right) d\omega \quad (5)$$

그러면 자기상관 함수(autocorrelation function)는 다음과 같이 나타낼 수 있고,

$$r_x(\psi) = H^2 \sum_{m=1}^N e^{j\psi m T} + \zeta^2 \delta(\psi) \quad (6)$$

자기상관 행렬(autocorrelation matrix)은 다음식과 같이 표현할 수 있다.

$$\mathbf{R}_x = H^2 \sum_{m=1}^N \mathbf{e}_m \mathbf{e}_m^H + \zeta^2 \mathbf{I} \quad (7)$$

여기서 ζ^2 은 노이즈를 푸리에 변환을 한 $N(\omega)$ 의 분산(variance)를 나타내고, \mathbf{I} 는 단위행렬을 나타낸다. 식 (7)의 자기 상관 역 행렬을 구해 보면

$$\mathbf{R}_x^{-1} = \frac{1}{\zeta^2} \left\{ \mathbf{I} - \frac{H^2}{\zeta^2 + H^2(p+1)} \sum_{m=1}^N \mathbf{e}_m \mathbf{e}_m^H \right\} \quad (8)$$

와 같이 나타낼 수 있다. 신호 $x(t)$ 의 자기상관 행렬 \mathbf{R}_x 와 $X(\omega)$ 의 자기상관 행렬 \mathbf{R}_x 는 $\mathbf{R}_x = \mathbf{w}^H \mathbf{R}_x \mathbf{w}$ 의 관계를 가지기 때문에 식 (8)을 식 (1)에 대입하면 베어링 결함신호에 대한 최소분산 캡스트럼식을 얻을 수 있다.

$$F_{MVC} = \frac{\frac{\xi^2}{1+p} + H^2}{1 + \frac{H^2}{\xi^2(1+p)} \left\{ (1+p)^2 - \sum_{m=1}^N |e^H e_m|^2 \right\}} \quad (9-1)$$

또는

$$F_{MVC} = \frac{\xi^2}{(1+p) - \frac{H^2}{\xi^2 + H^2(p+1)} \sum_{m=1}^N |e^H e_m|^2} \quad (9-2)$$

여기서 $e^H e_m$ 은 다음 식과 같이

$$e^H e_m = \sum_{k=0}^p e^{jk(\tau - mT)} \quad (10)$$

사각 윈도우(rectangular window)를 이산 푸리에 변환한 형태로 볼 수 있다. 그러므로 τ 가 mT 와 같은 지점, 즉 펄스 위치에서는 $|e^H e_m|^2$ 이 $(p+1)^2$ 으로 되기 때문에 최소 분산 캡스트럼 값은 식 (9-1)에 의해 $\frac{\xi^2}{1+p} + H^2$ 으로 나타나고, 그 외 구간에서는 $|e^H e_m|^2$ 값이 매우 작아서 식 (9-2)는 $\frac{\xi^2}{1+p}$ 로 간략히 나타내어 진다. 따라서 리프터의 차수 p 가 증가함에 따라 펄스 위치에서만 값이 H^2 으로 수렴하고 그 외 구간에서는 점차 감소하게 되어 베어링의 결함을 검출할 수 있게 된다.

베어링 결함을 가장 대표적으로 나타내내는 수학적 신호 모델을 이용하여 최소 분산 캡스트럼이 아주 유용한 임펄스 검출능력이 있음을 확인하였다. 다음 장에서는 이러한 모델을 이용한 검출과 확인이 실제의 경우, 즉 실제 볼 베어링 결함의 경우에도 적용가능한지를 실험을 통하여 알아 보기로 한다.

3. 실험 장치 구성 및 결과

일반적으로 베어링은 두 개의 링(ring or race)과 회전 요소들로 구성되어 있다.(Fig. 1) 그리고 회전 요소들을 링 내에서 안내하고, 일정하게 간격을 유지하여 서로 분딴하지 않게 하는 케이지(cage)가 포함되어 있다.

베어링의 결함은 대개 피로(fatigue), 마모(wear), 또는 소성변형(plastic deformation)등에 의해 발생하는 것으로 알려져 있다.⁽⁸⁾ 이러한 결함에 의한 소음 및 진동신호는 많은 경우 펄스 신호가 주기적으로 나타나는 형상이므로 본 실험에서는 이러한 신호를 생성할 수 있도록 베어링의 결함을 인위적으로 제작하였다. 큰 결함일 경우에는 Fig. 2과 같이 전기 드릴 펜으로 흠집을 내고, 결함이 작은 경우는 Fig. 3처럼 줄

의 예리한 부위를 사용하여 금을 그어 만들었다. 이때 베어

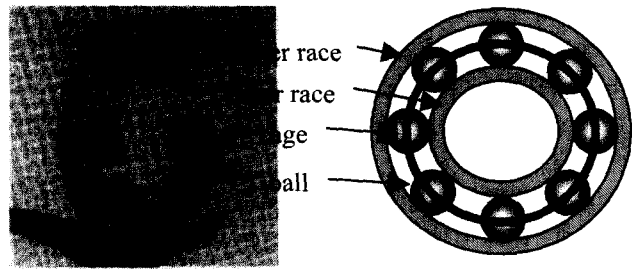


Fig. 1 Ball bearing system

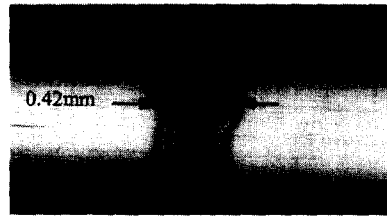


Fig. 2 Single inner race fault of ball bearing:(fault length=6 mm, fault width=0.42 mm, fault depth=0.0152 mm)

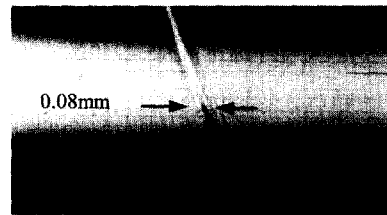


Fig. 3 Single inner race fault of ball bearing:(fault length=6 mm, fault width=0.08 mm, fault depth=0.0034 mm)

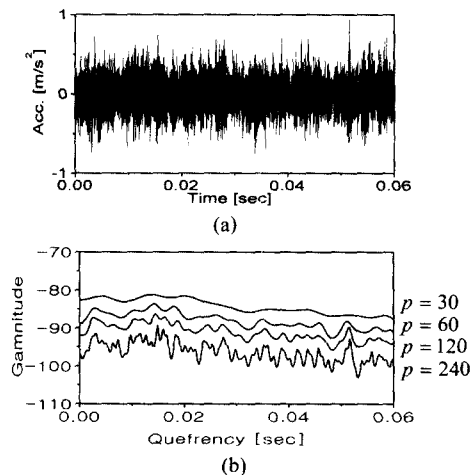


Fig. 4 Signal of normal ball bearing. (a) Acceleration signal (Number of data $N=4096$, $\Delta t=0.0015$ ms). (b) Application of minimum variance

cepstrum on the signal of normal ball bearing. 링의 각 부위의 결함특성을 파악하기 위해 각 베어링에는 한 개의 결함이 존재하도록 하였다.

베어링의 결함신호를 얻기 위해 베어링의 회전 구동부로 안드로 메타(Anderson meter)를, 센서부로 가속도계를, 그리고 데이터 저장부로 HP35670A와 DAT recorder를 사용하여 실험 장치를 구성하였다.

이때 측정된 가속도 신호는 10.4ms로 샘플링하고, 한 샘플 당 데이터 개수는 4096개이다.

3.1 정상적인 베어링 신호

Fig. 4(a)는 정상상태의 베어링 가속도 신호로서 베어링의 작동소음을 나타내고 있다. 이 데이터를 신호 처리하여 최소 분산 캡스트럼을 구하면 Fig. 4(b)와 같이 나타나는데, 리프터(lifter)의 차수가 두 배로 증가함에 따라 모든 파주수(quefrequency)에서 일정한 값으로 감소함을 알 수 있다. 즉 이 데이터에서는 작동소음만 있을 뿐 충격신호가 없음을 예측할 수 있다.

정상상태의 데이터는 최소 분산 캡스트럼의 리프터 차수를 결정할 수 있는 지표가 될 수 있다. 수식에서 살펴보면 리프터의 차수가 클수록 노이즈의 파워가 계속해서 줄어들게 되므로 변동(fluctuation)이 크지 않는 범위에서 리프터의 차수를 최대한 크게 잡는 것이 좋은 결과를 얻을 수 있다. 본 실험에서는 리프터의 차수를 30, 60, 120, 그리고 240으로 하여 신호처리를 하였다.

3.2 외륜 결함 신호

실험에 사용된 베어링은 외륜결함이 한 군데 존재하기 때문에 $T_0=10.4$ ms간격으로 결함에 의한 충격신호가 나타나고 있다.(Fig. 5(a)) 이 신호에 최소 분산 캡스트럼을 적용해 본 결과 식 (9-1)과 식 (9-2)처럼 리프터의 차수가 증가함에 따라 펄스에 해당하는 파주수에서의 값은 줄어들지 않으나 그 외 구간에서는 점차 감소함을 볼 수 있다. 따라서 Fig. 5(b)의 시간축 신호에서 관찰할 수 있듯이 결함에 의한 충격신호를 찾을 수 있다.

3.3 내륜 결함 신호

내륜 결함신호에 제안된 방법을 적용해 결과 Fig. 6(b)처럼 리프터의 차수가 증가함에 따라 결함에 의한 충격신호가 있는 부위에서는 값이 수렴하지만 그 외 구간에서는 노이즈의 파워가 감소하게 되어 베어링의 내륜 결함을 검출할 수 있다.

그리고 피크의 포괄(envelop)을 보면 33.3 ms의 주기($f=30$ Hz)를 가지고 진동하는 모습을 볼 수 있다. 이러한 현상이 나타나는 이유는 베어링에 수직 하중이 존재할 경우 회전

할 때마다 내륜 결함 부위의 하중 분포가 달라지기 때문이다.

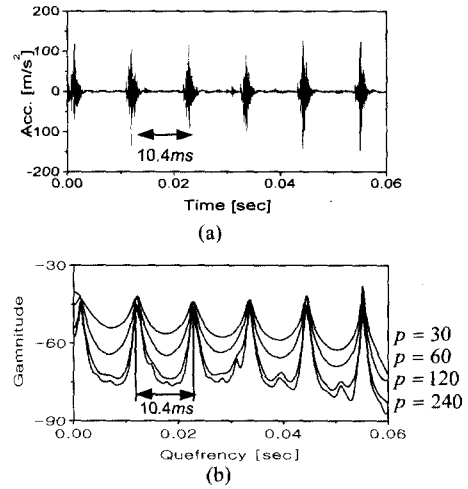


Fig. 5 Application of minimum variance cepstrum on the fault signal : fault length=6 mm, fault width=0.34 mm, fault depth=0.0248 mm. (a) Fault signal in the outer race(Number of data $N=4096$, $\Delta t=0.0015$ ms, pulse period, $T_0=10.42$ ms). (b) Minimum variance cepstrum

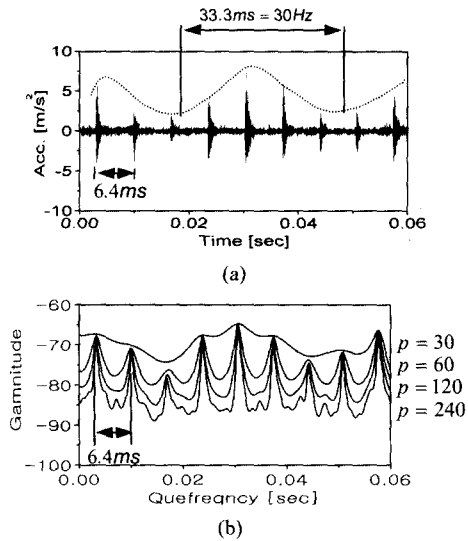


Fig. 6. Application of minimum variance cepstrum on the fault signal : Fault length=6 mm, fault width=0.08 mm, fault depth=0.0034 mm. (a) Fault signal in the inner race(Number of data $N=4096$, $\Delta t=0.0015$ ms, pulse period, $T_0=10.42$ ms). (b) Minimum variance cepstrum

3.4 볼 결함 신호

실험에 사용된 베어링은 볼 결함이 한 군데 존재하기 때문에 Fig. 7(a)에서 볼 수 있듯이 $T_b=8.1$ ms간격으로 결함에 의한 충격신호가 나타남을 확인할 수 있다. 또한 충격신

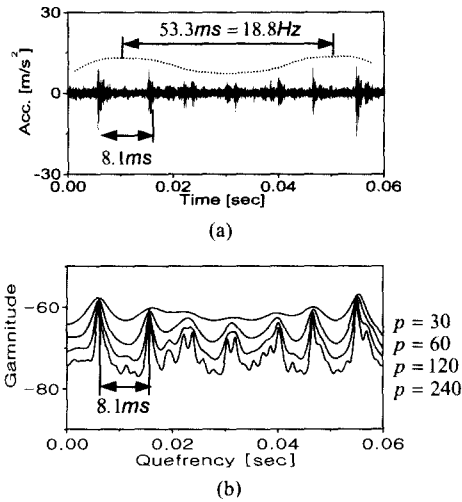


Fig. 7. Application of minimum variance cepstrum on the fault signal (a) Fault signal in the ball element: (number of data $N=4096$, $\Delta t=0.0015$ ms, pulse period, $T_b=8.1$ ms). (b) Minimum variance cepstrum

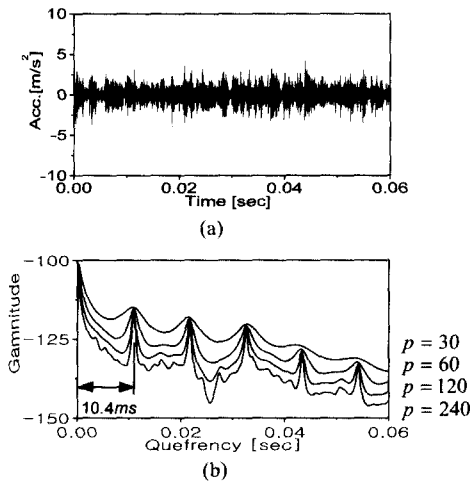


Fig. 8 Application of minimum variance cepstrum on the fault signal : Fault length=6 mm, fault width=0.08 mm, fault depth=0.0034 mm, (a) Fault signal (Number of data $N=4096$, $\Delta t=0.0015$ ms, pulse period, $T_o=10.42$ ms). (b) Averaged minimum variance cepstrum of 60 fault signals

모습을 볼 수 있다. 이것은 결함이 있는 볼이 내륜을 따라 한 바퀴 회전하면서 결함이 있는 부위의 하중상태가 달라지기 때문이다.

볼 결함 신호를 제안된 최소 분산 캡스트럼을 적용해 본 결과 Fig. 7 (b)와 같이 보다 깨끗이 펄스 신호를 검출할 수 있었다.

지금까지의 결과는 최소 분산 캡스트럼이 시간축상에서 관찰할 수 있는 베어링 결함신호와 거의 동등한 결함 인식 혹은 검출능력이 있음을 보여 준다. 결국 다른 표현을 한다면 최소 분산 캡스트럼 방법의 특별한 성능이 관찰되지 않는다. Fig. 8은 이러한 면에서 매우 중요한 결과이다. Fig. 8(a)의 가속도 신호는 베어링의 초기 결함 신호와 비슷한 상황을 구현한 것으로 결함 신호가 매우 작아서 작동노이즈 속에 묻혀 시간영역에서는 결함신호를 관찰할 수가 없다. 스펙트럼 평균을 통해 최소분산 캡스트럼을 적용하여 보면 Fig. 8(b)와 같이 관찰할 수 없었던 결함 신호를 검출할 수 있었고, 결함 주기가 10.4 ms인 것으로 보아 앞의 결과들에 의해 외륜 결함이 존재함을 짐작할 수 있다.

4. 다른 신호처리와의 비교

회전 기계결함과 관련된 신호처리가 많이 연구되어 왔다. 따라서 제안된 방법과 기존의 신호처리 방법에 대한 객관적인 비교가 수행되어야 할 것이다.

파워 캡스트럼은 파워 스펙트럼의 로그값의 역 푸리에 변환(inverse Fourier transeform)을 의미하는데, Fig. 9에서 관

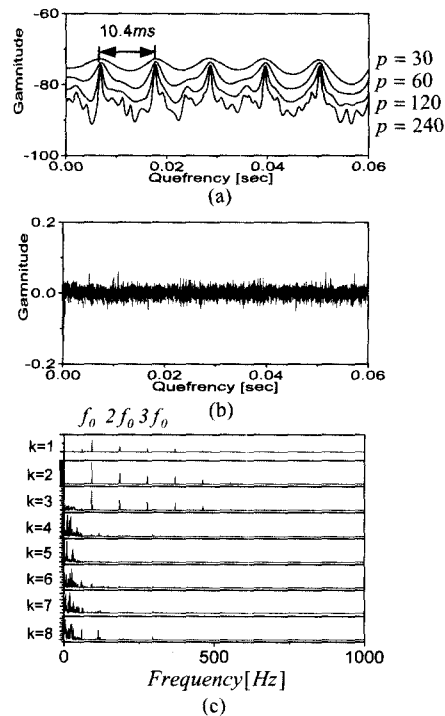


Fig. 9 Comparison with other methods for single outer race fault; fault period $T_o=10.4$ ms, fault frequency $f_o=96$ Hz (a) MV cepstrum (b) Power cepstrum (c) Moving window

찰할 수 있듯이 같은 신호대 잡음비에 대해서는 제안된 최소 분산 캡스트럼이 노이즈에 더 강하다는 것을 알 수 있다.

무빙 윈도우는 윈도우를 이동시키면서 스펙트럼을 구해 보면 결합에 의한 펄스 신호가 있는 부위와 없는 부위의 스펙트럼이 다르다는 점에서 착안한 신호처리 방법이다. Fig. 9(c)의 외륜 결합신호에 무빙 윈도우(moving window)를 적용한 결과에서 보여 주듯이, 이 신호처리 방법은 노이즈가 상대적으로 많은 경우에서도 주기적인 결합을 검출할 수 있었다. 하지만 신호처리하기 전 초기 무빙 윈도우의 크기 및 이동크기(step size)를 설정하는 것이 어렵고, 해상도를 좋게 하기 위해서는 비교적 많은 데이터가 필요하다는 단점이 있다.

5. 결론

본 연구에서는 신호에 비해 노이즈가 상대적으로 많은 베어링의 초기결합 검출을 위해 최소분산 캡스트럼 방법의 적용을 시도하였다.

먼저 베어링의 결합신호를 모델링한 다음 최소분산 캡스트럼식에 대입하여 결합 검출의 가능성을 이론적으로 살펴보고, 이러한 이론적인 내용을 검증하기 위해 여러 가지 형태의 결합을 가진 베어링을 가지고 실험을 수행하였다.

결합이 작아 작동 노이즈 속에 완전히 묻혀 관찰할 수 없었던 신호도 최소 분산 캡스트럼을 적용해본 결과 결합을 검출할 수 있었으므로 베어링의 초기결합 검출이 가능함을 확인할 수 있었다. 회전기계에서 결합은 기계시스템에 큰 피해를 줄 수 있기 때문에 결합이 커지기 전, 초기에 결합을 검출하는 것은 매우 큰 의미가 있다고 할 수 있다.

후 기

본 실험에 많은 도움을 주신 창원 FAG 한화 베어링 연구센터의 이대용 책임연구원, 김무홍 주임연구원께 감사의 말씀을 드립니다.

그리고 본 연구는 한국과학기술평가원(KISTEP)의 국가 지정연구실 사업과 교육부의 두뇌한국21(BK21) 프로그램의 지원에 의해서 연구되었음을 밝힙니다.

참 고 문 헌

- (1) Fadden, P. D. Mc and Smith, J. D., 1984, "Model for the Vibration Produced by a Single Point Defect in a Rolling Element Bearing," *Journal of Sound and Vibration* 96, pp. 69~82.
- (2) Kim, Y. -H., Cheung W.-S. and Kwak, Y.-K., 1988, "Complex Envelope of Vibration Signature of Ball Bearing System and Its Application to Fault Detection," *IV International Congress on Experimental Mechanics*, Portland, Oregon, U. S. A., pp. 1067~1071.
- (3) Ho, D. and Randall, R. B., 1999, "Manifestations of Bearing Fault Vibrations in Gearboxes," *Sixth International Congress on Sound and Vibration*, 2943~2950.
- (4) Lee, S. K. and White, P. R., 1998, "The Enhancement of Impulsive Noise and Vibration Signals for Fault Detection in Rotating and Reciprocating Machinery," *Journal of Sound and Vibration* 217 (3), pp. 485~505.
- (5) Kim, Y.-H., Lim, B.-D. and Cheoung, W.-S., 1991, "Fault Detection in a Ball Bearing System Using a Moving Window," *Mechanical Systems and Signal Processing* 5, pp. 461~473.
- (6) 최영철, 김양한, 2000, "최소 분산 캡스트럼을 이용한 노이즈 속에 묻힌 임펄스 검출방법- 이론," *한국소음진동공학회지*, 제 10 권 제 4 호, pp. 642~647.
- (7) Bogert, B. P., Healy, M. J. R., 1963, "The Quefrency Alalysis of Time Series for Echoes: Cepstrum, Pseudo-Autocovariance, Cross-cepstrum and Saphe Cracking," *Proceedings of the Symposium on Time Series Analysis*, N.Y. pp. 209~243.
- (8) Eschmann, 1985, Hasbargen and Weigand, *Ball and Roller Bearings Theory, Design, and Application*, WILEY & Sons, pp. 92~94, 342~355.
- (9) Charles, W. Therrien, 1992, *Discrete Random Signals and Statistical Signal Processing*, Prantice-Hall, Inc. pp. 609~612.
- (10) Randall, R. B. and Thch, B., B. A., 1987, *Frequency Analysis*, B & K, pp. 271~304.
- (11) 최영철, 2000, "최소분산 캡스트럼을 이용한 노이즈 속에 묻힌 임펄스 신호 검출 방법", *한국과학기술원 기계공학 석사학위논문*.