

변화가 변화를 일으키지 못할 때: 한국과 미국 초등수학 수업 관찰로부터의 소고¹⁾

방정숙²⁾ (University of Pennsylvania)

I. 연구 배경

제 3차 수학·과학 성취도 국제비교연구(The Third International Mathematics and Science Study [TIMSS])는 한국과 미국 4학년과 8학년 학생들 사이에 수학 성취도가 매우 다름을 보여주었다. 한국 학생들은 수학 성취도 검사에서 세계 2위를 차지한 반면에, 미국 학생들은 참여한 국가들의 평균 정도를 유지하는 것으로 나타났다(Mullis, Marthin, Beaton, Gonzalez, Kelly, & Smith, 1997; National Center for Education Statistics [NCES], 1996). 수학 성취도에서 이와 같이 눈에 띄는 차이가 있음에도 불구하고, 두 나라에서 수학 교육과 관련하여 문제점으로 인식되고 있는 것들은 매우 유사하다. 수학 개념에 대한 깊이 있는 이해 없이 학습하는 것이라든가(Hiebert, Carpenter, Fennema, Fuson, Human, Murry, et al., 1997; Noh, 1998), 학년이 올라갈수록 부정적인 수학적 성향을 갖게 되는 것(김진규, 김찬중, 류희찬, & 임형, 1996; Renga & Dalla, 1993), 그리고 수학적 사고 능력의 부족으로 비정형 문제를 해결하는 데 어려움을 겪는 것(Lappan & Schram, 1989; Pang & Jeon, 1995)은 그 대표적인 예들이라 할 수 있겠다.

한국과 미국사이에는 교육 문화, 교육 과정, 수업의 구조와 조직 등에서 많은 차이가 있으며(Grow-Maienza, Hahn, & Joo, 1999; Sorensen, 1994), 그러한 차이들은 왜 수학 성취도에서 유의미한 차이가 나는지를 설명해 주는 요인이 될 수 있다(NCES, 1996,

1997). 그러나, 앞에서 언급된, 공통적인 수학 교육의 문제점들은 한국과 미국에서 수업의 모형으로 인식되는 교사 중심의 수업 방식에서 비롯된 것이라 할 수 있다(김진규 외, 1996; Mullis, et al., 1997; TIMSS, 1996). 물론, 미국의 전형적인 수학 수업은 한국 수학 수업과 비교해 볼 때, 더 많은 개별 학습 시간을 가지며, 상대적으로 한국의 전형적인 수학 수업은 전체 학생들을 대상으로 하여 설명이나 시범을 보이는 것에 더 많은 시간을 투자한다(Mullis, et al., 1997). 또한, 미국 교사들은 한국 교사들과 비교해 볼 때, 계산기나 구체물, 그리고 소집단 활동을 더 많이 사용하는 것으로 나타났다(Zambo & Hong, 1996). 하지만, 이러한 차이점에도 불구하고, 한국과 미국의 전형적인 수학 수업은 교사중심이라 할 수 있는데, 여기서 교사 중심(*teacher-centered*)이라는 말은 교사의 설명과 아이디어가 수학 수업의 초점을 이루는 것을 뜻한다.

한국과 미국의 교육자들은 이러한 교사 중심의 수학 수업을 학생 중심의 수업으로 개혁하려고 부단히 노력해 오고 있다(교육부, 1992, 1997; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 1989, 1991, 1995, 2000). 여기서 학생 중심(*student-centered*)이라는 말은 학생들의 수업 참여와 토론들이 수업의 초점을 이루는 것을 말한다. 새 교육 과정을 적용하는 교사들은 학생들의 일상 생활과 관련된 수학적 과제를 선택하거나 개발하고, 수학적 논리와 증거에 근거하여 학생들이 주어진 문제를 풀고 그 해결 방법에 대해서 토론할 수 있는 학습 공동체를 만들어 나가도록 권장받고 있다.

이러한 현재의 수학교육 개혁 방향에 대해서 많은 교사들이 익숙히 알고 있다고 보고하고 있다. 예를 들어서, 제 3차 수학·과학 성취도 국제비교연구에 참여한 8학년 미국 교사들의 95%가 수학 교수법과 관련하여 현재의 개혁 운동이 무엇을 지지하는지 안다고 보

1) 이 글의 일부 내용은 전미 수학교사협회(National Council of Teachers of Mathematics)의 2000년 연례 학회와 전미 교육연구 연합회(American Educational Research Association)의 2000년 연례 학회에서 발표되었다.

2) 저자는 University of Pennsylvania에서 post-doctoral researcher로 일하고 있다.

고했다(NCES, 1996). 또한 그 교사들의 70%가 비디오로 녹화된 자신들의 실제 수업을 평가하면서 그 수업은 현재의 개혁 방향과 상당히 일치한다고 주장하였다(Stigler & Hiebert, 1998). 교사들 자신의 이와 같은 인식과 평가에도 불구하고, 그들의 실제 수학 수업은 그 개혁에 대해서 깊이 있게 이해하지 못하고 있음을 반영해 주는 것으로 나타났다(Hiebert, Carpenter, Fennema, Fuson, Human, Murray, et al., 1996; Research Advisory Committee, 1997). 예를 들면, 교사들은 종종 권장되고 있는 수학 수업의 피상적인 일부분만을 교실에 적용하는 경향이 있다(Cohen, 1990; Peterson, 1994). 그들은 새로운 교수법적 기술들을 쉽게 배우지만, 어떻게 가르치는 전략의 변화가 실제로 학생들의 개념적 이해나 수학적 성향을 개발할 수 있는지에 대해서는 잘 이해하지 못하는 형편이다(Burrill, 1997; Stigler & Hiebert, 1998).

수학 교육에 관한 최근의 국제 비교 연구들은 양적(quantitative) 비교를 바탕으로 하면서, 점차 질적(qualitative) 비교를 병행하고 있다(e.g., Easley & Taylor, 1990; Illinois Council of Teachers of Mathematics, 1989; Schmidt, Jorde, Cogan, Barrier, Bonzalo, Moser, et al., 1996; Stevenson & Stigler, 1992; Stigler, Fernandez, & Yoshida, 1996; Stigler, Lee, & Stevenson, 1990; TIMSS, 1996; Yang & Cobb, 1995). 기존 연구들의 공통적인 목적은 연구대상 나라의 전형적인 수학 수업을 찾아서 그 속의 일반적인 수학적 규범들을 비교하는 것이라고 볼 수 있다. 그러한 비교들은 각 나라의 특색적인 교수법적 흐름(Characteristic Pedagogical Flow)³⁾을 좀 더 명확하게 이해하는데 많은 공헌을 해 왔다. 다시 말해, 전형적인 수학수업 비교에 초점을 둔 기존의 연구는 각 나라에서 적용되는 교수 방법을 일반적으로 이해하는데 도움을 주었다. 하지만 그러한 연구로부터 어떻게 수학교육 개혁에서 강조되고 있는 교수 방법을 실제 교실 현장에 적용할 수 있는지에 대해서는 직접적인 시사점을 찾기가 어렵다. 실사 그러한 공헌이 부분적으로 가능할지라도, 비교되는 나라들에게 공평하게 공헌

되지 않을 수도 있다.

본 연구가 기존의 국제 비교연구와 다른 점중의 하나는 해당 국가의 학생중심 수학 수업에 초점을 두었다는 점이다. 앞에서 언급하였듯이, 한국과 미국의 수학교육 개혁 관련 문헌들에서 공통적으로 표명되는 목표들 때문에, 각 나라는 다른 나라의 성공과 실패로부터 많은 시사점을 배울 수 있을 것이다. 더욱이, LeTendre(1999)가 지적했듯이, 한국과 미국 같이 문화적으로 상이한 국가들은 교육과 관련하여 무엇이 문화적으로 관련된 것인지 연구하는데 합당한 연구 대상이 된다.

본 연구의 이론적인 배경은 Cobb과 그의 동료들이 구성주의적 관점과 사회문화적 관점을 절충하여 실용적인 연구 목적에 맞춰 선택한 이론에 바탕을 두었는데, 이것은 특히 현재의 수학교육 개혁 동향과 조화를 이룬다(Cobb & Bauersfeld, 1995). 이 관점에서 보면, 수학적 의미는 사회적인 상호 작용을 통한 지속적인 협상 과정 속에서 나타나는(emergent) 것으로 이해된다. 이러한 관점은 본 연구에서 수업 관찰을 해석하는데 일반적인 지침으로 사용되어졌다. 학생들의 수학 학습을 분석하면서, Cobb과 그의 동료들은 사회수학적 규범(sociomathematical norms)이라는 개념을 도입했는데, 이것은 “학생들의 수학 활동에 특별한, 전체수업 토론의 규범적인 양상(the normative aspects of whole-class discussions that are specific to students’ mathematical activity)”으로 정의되었다(Cobb & Yackel, 1996, p. 178). 다시 말해, 사회수학적 규범은 일반적인 사회적 규범(general social norms)에 내재되어 있는 반면에, 그 교실 상황에서 특별히 수학적인 지식과 이해에 관련된 규범이라 볼 수 있다(Cobb & Bauersfeld, 1995; Yackel & Cobb, 1996).

하지만, 우리는 수학 교육자로서, 사회수학적 규범을 일반적인 사회적 규범과 대조하여 이해할 필요가 있는데, 전자는 수학의 독특한 양상을 반영하는 반면에, 후자는 어느 교과 과목에서나 적용가능한 양상이라 할 수 있다. 예를 들어, 학생중심 수업에서 형성될 수 있는 일반적인 사회적 규범들중의 하나는 학생들은 자기 자신의 해결 방법을 창안하여 발표하고 정당화하며, 교사는 학생들의 발표를 주의하여 듣고, 전체 학생들을 위해 부연 설명한다라는 것이다. 또한 전체 토론에 참여하는 학생들은 이전에 발표된 해결 방법과는 다른

3) 각 국가내에서 수업이 전형적으로 어떻게 이해되는지를 반영하는 것으로서 가르치는 것과 배우는 활동속에서 재현되는 패턴으로 정의된다(Schmidt, et al., 1996).

아이디어를 제시할 것이라는 기대도 일반적인 수학적 규범에 들어간다. 하지만, 무엇이 하나의 해결 방법을 다른 해결 방법과 비교하여 볼 때, 수학적으로 다른 해결 방법을 만드는 지를 이해하는 것은 사회수학적 규범과 관련된다(Yackel & Cobb, 1996). 유사하게, 무엇이 수학적으로 받아들여질만한, 정당화할 수 있는, 쉬운, 분명한, 효과적인, 또는 세련된 설명인지에 대한 이해는 사회수학적 규범의 예이다(Bowers, Cobb, & McClain, 1999; Cobb, Gravemeijer, Yackel, McClain, & Whitenack, 1997). Cobb과 그의 동료들의 연구에 따르면, 이러한 사회수학적 규범은 교사가 준비하여 수업 시간에 제시해 주는 것도 아니고, 학생들이 수업에 참여함으로써 인해 자동적으로 성취되는 것도 아니다. 대신에 교사와 학생들이 수학 토론에 적극적으로 참여하는 과정속에서 계속적으로 협상하고 재 정의하는 과정을 통해 형성되는 것으로 이해된다.

교사는 한 교실에서 수학 공동체(mathematical community)의 대리인으로서, 사회수학적 규범을 형성하도록 토론을 시작하고 이끄는 데 매우 중요한 역할을 한다(McClain, 1996). 현재의 수학교육 개혁 운동은 교사들이 실제적으로 무엇을 해야 하는지 보다는 무엇을 하지 말아야 하는 지를 좀 더 명확하게 제시해 준다는 점을 고려해볼 때(Smith, 1996), 학생들과 같이 사회수학적 규범을 만들어 나가는데 있어서의 교사들의 능동적인 역할은 자세하게 연구될 필요가 있으며, 이러한 연구는 또한 수학 교수법을 바꾸려고 노력하는 교사들이 어떻게 학생들의 참여와 공헌에 기초하여 자신들의 수업 목표를 추구하는지와 관련되어야 한다.

II. 연구 프로젝트

연구 목적과 방법

앞에서 언급된, 수학교육 개혁과 관련된 난제들을 고려하면서, 이 연구는 교사가 개혁의 목표들을 쉽게 취사 선택하여 피상적으로 수업 현장에 적용하는 경우와 그 목표들을 보다 효과적으로 적용하는 경우에서 일어날지도 모르는, 수학교육 개혁의 와해점을 조사하는데 그 궁극적인 목적을 두었다. 이 목적을 이루기 위해서, 본 연구는 수학교육 개혁에서 강조되고 있는 교수법이 적용되는 수학 교실들을 찾아 그 속에서 형

성되는 사회적 규범들을 비교하고 대조하였다. 한국과 미국 각각에서 선택된 두 학교는 수학교육 개혁을 실제 학교 현장에서 적용하는 면에서 그 성공도가 다르기 때문에 선택되었다. 이것은 개혁을 추진하는 하나의 수학 교실만을 집중적으로 분석하는 기존의 연구 경향을 뛰어넘는 것이었다(e.g., Ball, 1993; Cobb & Bauersfeld, 1995). 또한 기존의 연구는 수학교육 연구자가 직접 현장 교사의 역할을 하면서 개혁과 관련된 아이디어를 적용해 본다거나, 그렇지 않으면, 현장 교사와 긴밀한 관계를 유지하면서 그 교사가 수학 교수법을 변화시켜 나갈 수 있도록 처음 수업을 준비하는 데서부터 자기 평가에 이르기까지 자세한 도움을 주는 경향이 있었다. 외부의 이와 같은 직접적인 영향이 없는 상태에서, 더 성공적인 수학 교실과 덜 성공적인 수학 교실의 비교는 추상적일 수 있는 개혁의 아이디어를 실제 학교 현장에 적용하는 것과 관련하여 매우 미묘하면서도 중요한 이슈들을 반영할 수 있는, 독특한 기회를 제공해 줄 수 있는 것으로 기대되어졌다.

수학교육 개혁에 있어서의 근본적인 관심사는 교수 방법의 변화와 그것을 통해 학생들이 겪게 되는 학습 기회(learning opportunities)에서의 변화를 서로 관련 짓는 것이기 때문에 본 연구는 사회적 규범뿐만 아니라 해당 교실에서의 학생들의 학습 기회 또한 분석하였다. 교실 상황의 복잡성을 줄이려고 노력하는 대신에, 본 연구는 연구대상 수학 교실의 가르치고 배우는 과정에 대해서 “두꺼운 기술(thick description)”을 제공하고, 그에 대한 깊이 있는 분석을 하고자 하였다(Geertz, 1973). 이러한 목적과 방법아래 설정된 연구 문제는 (a) 한국과 미국의 초등학교에서 더 성공적인 학생중심 수학 교수법과 덜 성공적인 학생중심 교수법을 형성하는 과정은 어떠한가, (b) 특별히 사회적 규범 및 사회수학적 규범과 관련하여 더 성공적인 수학 교실과 그렇지 못한 교실사이에 유사점과 차이점은 무엇인가, 그리고 (c) 한국과 미국내에서 초등수학 교수의 문화를 변화시키는 데 있어서 겪게 되는 도전과 그에 따른 시사점은 무엇인가였다.

이 연구는 일정한 비교 분석(constant comparative analysis)에 기초하여 근거있는 이론 방법론(grounded theory methodology)을 이용한(Glaser & Strauss, 1967; Strauss & Corbin, 1998), 탐구적(exploratory), 질적(qualitative), 비교(comparative) 사례 연구(case

study) 였다(Yin, 1994). 이 연구 방법론은 사례 분석을 시작하면서 비롯되는 초보적 추정들을 전체 자료와 견주어 계속적으로 비교하고 대조하는 것을 중심으로 한다. 이렇게 비교하고 대조하는 과정을 통해 예비적인 추측들이 견고하게 되기도 하고, 설명력이 강한 요소로 향상되기도 하는 것이다.

탐구적 사례 연구는 질문에 명백한 대답을 찾기 보다는 새로운 이슈와 문제들을 찾아내는 데 그 주요 목적을 둔다(Yin, 1993, 1994). 상대적으로 적은 수의 교실 선정과 그 각각의 교실에서의 짧은 기간 동안의 관찰들은 그 결과를 일반화하는데 어려움을 준다. 그러나 질적 사례 연구는 광범위한 후속 연구를 촉진할 수 있도록, 이론적인 통찰과 경험적인 이슈들을 만들어 내기에 적절한 방법론으로 잘 인식되고 있다(Yin 1994). 특별히, 조사 과정을 통해 핵심 이슈들을 찾아내고, 논쟁하고, 합의점을 찾아가는 기회를 거치는 탐구적, 질적 사례 연구는 대단위 규모의 후속 국제 비교 연구에 매우 유용한 것으로 알려져 있다(Schmidt, et al., 1996).

자료수집과 분석

본 연구에 이용되는 한국 자료들은 이 글의 저자를 포함한 네 명의 연구자들에 의해서 수집되고 부분적으로 분석되었다(Kirshner, Jeon, Pang, & Park, 1998). 이 연구팀은 1997년 9월에 청주에 소재한 부속학교, 지정된 연구학교, 또는 장학사들이 추천하는 수학 수업들을 예비적으로 관찰하였는데, 그런 수업들이 학생 중심의 교수법을 적용하는 것처럼 보일 때 마다, 해당 교사의 교수 방법과 신념에 초점을 두고 간단한 면담을 실시하였고 연구 대상으로서의 가능성을 확인하기 위해서 세 번까지 그 교사들의 수학 수업을 더 관찰하였다. 두 개의 2학년 수학 교실이 연구자들의 동의하에 결정되었는데, 그 교실들은 학생 중심의 교수 방법을 적용하는 데 있어서의 차이 때문에 선택되었다.

연구대상 교실 각각에서 한 번의 예비 녹화 후에 두 개의 수학 수업들이 비디오로 녹화되었고, 각각의 수업은 다시 가르치는 과정과 배우는 과정을 각기 다른 관점에서 포착하기 위하여 세 개의 비디오 카메라를 통해서(교사에 초점을 둔 비디오, 학생들에 초점을 둔 비디오, 그리고 교실 전체에 초점을 둔 비디오) 녹화되

었다. 다양한 소집단 활동에서 일어나는 학생들의 대화 역시 녹음기를 통해서 기록되었다. 이 외에 일반적인 교실 활동에 대한 필드 노트(field notes)가 저자에 의해서 기록되었고, 개개 학생들의 학습지도 수집되었다. 수업 분석을 위해서 전체 12개의 비디오 테이프와 12개의 오디오 테이프가 사용되었는데, 녹음된 테이프들로부터 각각 한국어와 영어로 트랜스크립트(transcripts)가 만들어졌다. 또한 해당 교사들이 어떻게 교수 방법을 개발해 왔는지를 조사하기 위해서 자세한 면담을 실행하였다.

본 연구에 사용되는 미국 자료들은 저자의 논문 프로젝트로써 수집되고 분석되었다. 한국 자료 수집때의 연구 디자인을 바탕으로 한 수정안이 적용되었다. 미국 루이지애나 주, 베타루지에서 학생중심 교수 방법을 적용하는 것으로 인식되는 17개의 2학년 수학 수업이 1999년 2월과 3월에 걸쳐 예비적으로 관찰되었고, 그 중에서 어떻게 학생들의 아이디어가 추려지고, 전체 토론과 활동에서 사용되어지는 지를 비교 분석하여 최종적으로 두 개의 교실이 선정되었다. 한 교실에서는 학생들의 특정한 아이디어보다는 그들의 참여가 더 중요하게 여겨졌고, 다른 교실에서는 교사가 학생들의 수학적 생각을 토론의 주요 주제로 삼았다. 전체 14개의 수학 수업이 교실 상황에 따라서 두 개 또는 세 개의 카메라를 통해서 같은 해 4월에 비디오와 오디오로 녹화되었고, 트랜스크립트가 만들어졌다. 학생들의 학습지나 저널 역시 수집되었고, 교사와의 면담 역시 같은 해 5월에 네 번에 걸쳐서 이루어졌다.

본 연구의 자료들은 세 단계를 거쳐서 분석되었다: (a) 각 교실에 대한 개별분석, (b) 한국과 미국 내에서의 두 개 교실에 대한 비교 분석, 그리고 (c) 나라간의 비교 분석. 개별 분석은 일반적인 사회적 규범과 사회수학적 규범을 바탕으로 분석하였고, 이 개별 분석 자료는 그 다음에, 각 나라내에서의 비교 및 대조를 위해서 이용되었다. 이 두 번째 단계에서는 면담 자료 분석을 통하여 각 교사의 교수 목표(instructional goals)에 영향을 미치는 기초적인 요인들 역시 비교되어졌다. 특히 각 나라내에서, 교사들의 성공과 어려움을 분석하여, 수학교육 개혁의 아이디어를 교실 현장에 적용하는 것과 관련된 이슈와 걸림돌들을 고려해 보았다. 마지막으로 한국과 미국 내에서의 수학 교육 개혁에 관한 일반적인 배경을 바탕으로 두 번째 단계

에서 밝혀진 이슈와 걸림돌이 시사하는 점을 고려해 보았다. 이 글에서는 한국과 미국 각각의 해당 교실에서의 교수법적인 특색들을 선정하여 기술하고, 그것들의 비교 및 대조를 통해서 학생 중심의 수학 수업을 만들어가는데 있어서의 유의점을 기술하는데 그 초점을 둔다.

III. 연구 결과

앞에서 언급된 탐구적인 사례연구 방법론의 제한점에도 불구하고, 해당 연구대상 교실의 수학 수업에 관한 분명하고 집중적인 양상들이 분석을 통하여 드러나게 되었다. 한국의 두 교실에서 일어난 수학 교수와 학습이 먼저 기술되고, 그 다음에 미국의 두 교실에서 일어난 수학 교수와 학습이 상세히 기술된다. 각각의 교실에서 형성된 일반적인 사회적 규범과 사회수학적 규범이 분석되고, 그러한 교실 문화를 이루는데 이바지하는 교사의 접근 방법과 학생들의 접근 방법 역시 논의되며, 최종적으로 학생들의 학습 기회가 고려된다. 두 명의 한국 교사는 교사 G와 교사 C로, 두 명의 미국 교사는 교사 E와 교사 M으로 표현된다.

교사 G 교실에서의 수학 교수와 학습

여러 가지 면에서 한국 교사 G는 학생들의 아이디어와 판단이 수업에서 초점이 되도록 그들의 참여를 권장했다. 예를 들어 교사 G는 학생들의 대답에 칭찬이나 긍정적인 기대를 제공하였고, 학생들의 참여를 유도하는, 다양한 수학 활동을 조직하기도 했으며, 학생들이 주어진 문제에 대해서 여러 가지 방법으로 접근하고, 그것에 대해서 설명을 하며, 이전에 발표된 해결 방법에 대해서 비평을 하도록 권장하였고, 소집단 내에서 협력하며 아이디어를 서로 교환하는 것이 중요하다는 것을 강조하기도 했으며, 학생들의 설명을 되풀이 하거나 풀어서 전체 학생들에게 빈번히 설명하기도 하였다.

이런 유력한(일반적) 사회적 규범들은 수학교육 개혁과 관련하여 강조되는 학생 중심의 교수 방법과 일반적으로 일치하였지만, 교사 G는 다양한 문제를 푸는데 있어서 일관되게 절차적인 방법을 강조하였고 그 해결 방법의 옳고 그름에 초점을 맞추고 있었다. 예외

적으로 교사 G는 예화 1에서 보는 바와 같이 한 학생이 어떻게 $460-320$ 을 풀었는지 설명하는 데 있어서 사용한 용어에 대해서 비평을 했고, 다른 학생들로 하여금 더 나은 용어를 사용하도록 권장하였다.

<예화 1: 여러가지 해결 방법에 대한 발표와 수정>

슬해: (자신의 학습지를 프로젝트를 통해서 전체 학생들에게 보여주며) 이 식을 세운 것처럼 가로셈으로도 할 수 있고 $[460-320=140]$ 이 식을 세우지 않고 암산으로도 할 수 있어. 그리고 일의 자리부터 세로셈을 해 가지고 백의 자리까지 차례대로 더할 수도 있고 세줄로 답을 구할 수도 있어. 또 문장제로 만들어서 할 수도 있어.

교사 G: 슬해가 여러 가지 방법을 이야기 했는데 슬해가 한 방법에서 조금 이상하다라고 생각하는데 있지. 세줄로 한다고 했죠. 그죠? 이건 좀 이상하다. 이런건 어떻게 말하면 될까, 다른 말로. 더하기 할 때 배웠죠? 요걸 조금 나와서 보충해 볼 사람? 자기꺼 가지고 나와서 효정이가 나와서. 슬해한테 박수쳐 주세요. 효정이가 나와서 발표 해보세요.

효정: 슬해가 세줄로 말한다는 곳, 그곳이 자리수 별로 한다고 말하는 게 더 편할 거 같애.

교사 G: 어떻게 자리수 별로 하는건가 한 번...

효정: 일의 자리는 일의 자리끼리 뺄셈을 하고 십의 자리는 십의 자리끼리 백의 자리는 백의 자리끼리 그런 다음에 답이 나오는 것을 더해서 답을 나오게 하는 것이 좋을 것 같애.

슬해가 자신의 다양한 해결 방법을 발표하는데 있어서 자리값(place value)이라는 용어 대신에 세줄로 답을 구했다고 말하자, 교사 G는 그 학생의 발표에 약간의 문제가 있음을 지적하면서도, 슬해가 자리값 개념을 어떻게 이해하고 그 문제 풀이에 적용했는지에 대해서는 관심을 두지 않았다. 효정이가 자리수별로 라는 더 나은 단어를 제안하자 교사 G는 만족해 하였다. 사실, 두 학생들의 설명을 자세히 살펴보면, 그들은 개념적으로 똑같이 이해하고 있음을 볼 수 있다. 자신의 전체 수업을 통해서, 교사 G는 한 주어진 문제를 해결하는데 있어서 여러 가지 다른 방법을 사용하는 것을 강조했고, 모든 학생들의 해결 방법을 다른 것으로 받아들였다. 무엇이 하나의 풀이 방법을 다른

풀이 방법과 빗대어 볼 때, 수학적으로 다르게 (*mathematically different*) 만드는지, 또는 보다 근본적으로 왜 한 문제를 여러 가지 방법을 사용하여 푸는 것이 중요한지에 관해서는 거의 논의가 없었다. 수업을 마무리하면서, 교사 G는 학생들에 의해서 발표된 다양한 해결 방법들은 별도로 하고, 뽀렘 알고리즘을 “편리한” 방법으로 강조하고 그 절차적 방법만을 요약하였다. 결국, 이 교실에서 수학적으로 유의미하게 (*mathematically significant*) 받아들여지는 것은 주로 정확한 답을 얻는 것과 추천되는 알고리즘을 이용하여 자신의 풀이 방법을 설명하는 것이었다.

교사 G의 수업에서 학생들의 참여는 자신의 수학적 이해를 추구한다기 보다는 교사가 기대하고 있는 것이 무엇인지 추측하고, 그것에 순응하는 데 초점을 두었다. 예를 들어, 다양한 수학 활동에로의 참여를 강조하는 교사 G의 일반적인 수업 전략 덕분에, 학생들은 때로 비판을 가하기도 하고, 질문을 던지기도 했지만, 그런 경우는 항상 다뤄지고 있는 수학적 내용의 절차적인 양상에 관한 것으로 제한되었다(예를 들어, 계산하는데 있어서 자리수에 맞추어서 정확히 숫자를 기재했는지 검사하는 것). 교사 G와 그 학생들의 이와 같은 수업 참여의 결과로, 학생들의 학습 기회는 주로 정확하게 표준적인 알고리즘을 사용하기 위한 연습 또는 그 절차로 국한되었다.

교사 C 교실에서의 수학적 교수와 학습

한국 교사 C는 학생들의 아이디어가 토론의 주요 관심사가 되도록 수업을 운영했다는 점에서 한국 교사 G와 비슷한 사회적 규범들을 만들어 갔다. 교사 C는 특별히 학생들이 자기 자신의 힘으로 주어진 세자리수 뽀렘 문제를 여러 가지 다른 방법으로 풀어야 한다는 것을 강조했다. 교사 C는 학생들의 개별적인 활동이나 소집단 토론을 주의깊게 관찰하였고, 그중에서 수학적으로 통찰력있는(*mathematically insightful*) 아이디어를 선정하여 전체 토론에서 다루었다. 예를 들자면, 네 명의 학생들로 구성된 한 소집단에서 주어진 세자리수를 표현하는데 있어서 임의적인 단위를 쓰자는 아이디어를 만들어 냈을 때, 교사 C는 기대치 못한 학생들의 창의력에 매우 기뻐하였다. 그 소집단에서는 나무 젓가락을 이용하여 세자리수를 나타내고 있었는데, 나무

젓가락 10개 짜리 한 묶음을 10으로 보는 대신에 100으로 보고(같은 맥락아래, 나무 젓가락 1개를 1로 보는 대신에 10으로 보고) 계산하였다. 다음에 기술되는 예화 2는 교사 C의 중요한 교수 방법을 드러내주는 대표적인 예이다. 학생들이 476-152를 계산하는 여러가지 방법을 발표한 후에, 교사 C는 동전을 사용하여 수를 표현한 경우와 종이 타일을 사용한 경우의 차이에 대해서 물어보았다.

<예화 2: 동전과 종이 타일의 비교>

[실물 화상기 위에는 동전으로 각각 476(즉, 4개의 100원짜리 동전, 7개의 10원짜리 동전, 6개의 1원짜리 동전) 과 152, 그리고 답 324가 표현되어 있고, 칠판에는 같은 문제가 종이타일로 표현되어 있다.]

교사 C: 답은 같이 나왔어요(실물 화상기와 칠판을 한번씩 가리키며), 그렇죠? 그러니까 종이타일로 하던, 동전으로 하던 다 같은데. 여기서 조금, 조금... 답은 같지만 다른 모습이 좀 있을 것 같은데, 선생님은 있는 것 같은데 뭐 없을까?

용호: 있어요.

교사 C: 뭐? 있대. 용호가 있다고 하네? 뭐? 뭐가 있어요?

용호: 동전이랑 타일이랑...

교사 C: 동전이랑 타일이랑 뭐가 틀려요?

용호: 모양.

교사 C: 모양이 틀려요? 오, 또? 정영이?

정영: 제가 발표해 보겠습니다. 색깔이 틀립니다.

교사 C: 색깔이 틀려. 음. 또? 혜진이?

혜진: 제가 발표해 보겠습니다. 크기가 달라요.

교사 C: 크기가 달라요. 크기가... 어떤 크기가?

혜진: 타일은 ...

교사 C: 일어나서 한 번 얘기 해 봅시다.

혜진: 타일은 동전보다 더 크고... 100원 짜리가 더 크고...

교사 C: 또, 또 다른 점?

병호: 제가 발표해 보겠습니다. 양의 수가 틀립니다.

교사 C: 어떻게?

병호: [명료하게 들리지 않는다] 타일은 10의 수가 같은데, ... 동전같은 경우는...

교사 C: 나 무슨 말인지 잘 모르겠네. 잠깐만 나와 보

자. 무슨, 어떤, 병호가 이야기를 하는데 선생님이 잘 못알아 들었어요, 무슨 말인지.(병호 앞으로 나온다) 뭐라구? 어떻게 됐대구요?

병호: (교사에게 작은 소리로) 양의 수. 동전 같은 경우의 수가, 같은 크기가, ...

교사 C: 그거를 필로 표시해 볼 수 있어? 양이 어떤 걸 얘기 하는 거야? 양이 다르다 그러네. 뭐가? 양이 어떤 걸 얘기 하는 거야?

병호: 크기.

교사 C: 어떤 크기?

병호: 타일 같은 거는요, 10의 자리 수가요, 100의 자리수에 ... 들어가요.

T: 아! 한 번 표시를 해봐. 아. 선생님은 무슨 뜻인지 알겠어요. 십의 자리를 이렇게 하면(두 손을 한데 모으며) 백의 자리에 들어가는데, 동전은?

학생들: 아아!

병호: 동전은 들어가지 않으니까..

교사 C: 음. 그걸 선생님은 무슨 말인지 잘 못 알아 들었어. 그걸 네가 한 번 해 봐봐.(병호는 칠판에 있는 10의 자리 타일을 때 낸다. 교사 C는 실물 화상기 위의 자료들을 치우며, 병호에게 실물 화상기를 이용하여 발표하라고 말한다. 병호는 100의 타일위에 10의 타일들을 포개어 놓기 시작한다.) 무슨 말인지 잘 못 알아들었는데 이제 무슨 얘기인지 알았어요. 알았으니까 우리 이렇게,(칠판에 붙어 있던 타일들을 때서 병호가 쉽게 이용할 수 있도록 화상기 옆에 둔다.) 아! 요렇게!(병호가 10의 타일을 하나 더 올려놓으려다가 멈춘다) 이게 몇 개야? 한 번 해 봐봐. 여기가... (교사가 올려진 10의 타일들을 가지런히 맞춰 놓자, 병호는 빈 자리에 타일 한 개를 더 올려놓는다.) 이제, 선생님도 알아 들었는데 여러분들도 알겠어요? 무슨 말인지 알겠어요?

학생들: 네.

교사 C: 지금 이야기가, 병호 이야기가 아까 무슨 얘기나 하면 이 타일이나 이런 걸로 하면 10개 짜리를 이렇게 포개 놓으면 100하고 똑같이 지는데 동전은 안 된대요. 요게 좀 다르다고 얘기한 거야. 난 처음엔 무슨 소린가 했네. 아. 지금 동전이 이렇게 있으면 백원짜리 하나죠? 백원짜리가 하나 있고 십원짜리가 두 개면, 아, (실물화상기 위에) 십원짜리가 몇 개 있나 세 볼까? 십원짜리가 몇 개예요?

학생들: 다섯

교사 C: 다섯 개네. 그런데 십원짜리가 다섯이면 백의 얼마가 된 거야?

학생들: 반이요.

교사 C: 반인데. 동전에서는 반이라는게 나타나요, 안 나타나요?

학생들: 안 나타나요.

교사 C: 지금 병호가 얘기 잘 했어. 이거와 이거는 반이 안 되는데, 그런 뜻인 것 같아요. 그래? 그런데 이걸 포개 놓아 보니까 양이 같더라 이거야. 그러니까 우리가 눈으로 보기에는 금방 아, 크기가 같아, 10개 짜리가 10개 모이면 100개가 된다는 것을 이 타일이라든가 이런 걸로 할 때는 더 알아보기가?

학생들: 쉬워요.

교사 C: 음 이것도 알 수 있었네. 아주 좋은 거 발견해 냈네. 그러니까 발견왕이 되는 거지 뭐.

교사 C는 학생들이 크기, 색깔, 모양과 같은 피상적인 차이를 발표했을때는 간단하게 받아들인 반면에, 병호가 “양의 크기”가 다르다는 것을 지적했을때에는 그 학생의 개념적 이해를 자세히 조사하였다. 학습과 관련된 대화에서 학생 자신들의 아이디어가 요구되고 초점이 된다는 사회적 규범을 유지하면서, 교사 C는 병호의 특별한 아이디어를 바탕으로, 토론에 참여하는 학생들이 영상적 표현 양식(iconic representations)과 구체적 표현 양식(concrete representation)간의 수학적 차이⁴⁾를 배울수 있도록 하였다.

교사 G와 마찬가지로, 교사 C 역시 주어진 문제에 대해서 다양한 풀이 방법을 제안하도록 학생들에게 요구하였고, 그들이 생각해 낸 방법들을 발표하도록 적극 권장했다. 하지만, 학생들의 대답에 똑같은 방법으

4) 영상적 표현양식은 동전의 경우처럼 다른 크기를 사용하여 상대적인 양을 기호화하는 반면에(예를 들어, 100원짜리 동전은 실제적으로 10원짜리 동전 10개만큼 크지 않은 반면에, 그 상대적인 크기의 차이로 양이 구별된다), 구체적인 표현양식은 종이 타일의 경우처럼 물리적인 구조안에 수의 양적 관계가 실제적으로 내재해 있는 것이다(예를 들어, 100을 나타내는 종이 타일은 실질적으로 10을 나타내는 막대 10개로 구성되어 있다). 이 두 표현 양식에 대한 올바른 이해는 학생들이 기호적 표현 양식에 대해서 양적인 감각(quantitative sense)을 유지하는데 매우 중요한 연결이 된다.

로 답변하기 보다는, 교사 C는 앞서 예를 들어 설명했듯이 수학적으로 유의미한 공헌들을 주의깊게 선택하였다. 이런 방법으로, 교사 C는 무엇이 수학적으로 차이를 만드는 설명인지에 관한 사회수학적 규범을 토의를 통하여 이끌어내고 발전시켜 나갔다⁵⁾.

교사 C의 학생들은 참여를 강조하는 교사의 요구에 순응할 뿐만 아니라, 자기 자신의 수학적인 아이디어를 창안하려고 노력하였고, 자신들의 소집단 활동에 적극적으로 참여하였다. 교사 C와 학생들의 이러한 접근 방법의 결과로 학생들은 수학적 개념(예를 들면, 영상적 표현 양식과 구체적 표현 양식간의 수학적 차이, 켈셈의 기본적인 의미, 수를 표현하는데 있어서의 단위 임의성)에 대한 이해를 증진할 수 있는 학습 기회를 가졌다. 이외에 교사 C의 학생들은 수학적 의미를 추구하는데 있어서 점차적으로 스스로 동기화되고 있는 과정이 관찰되었는데, 그 예로는 교사로부터 새로운 수학 활동을 시작하라는 지시를 받고서도, 이전에 주어진 문제에 대해서 계속 자신들의 풀이 방법을 만들려고 노력하는 것이었다.

교사 E교실에서의 수학 교수와 학습

앞에서 언급한 두 명의 한국 교사와 마찬가지로, 미국 교사 E도 수학교육 개혁에서 강조되고 있는 학생중심 수업 방법과 일관된 사회적 규범을 만들어 가는데 성공적이었다. 다른 것 보다는도, 교사 E는 학생들에게 흥미로운 형태의 게임이나 활동을 제공하고, 주어진 문제 상황에 대한 시각화를 강조하였으며, 자신의 설명보다는 학생들이 개별적으로 또는 집단내에서 문제를 해결하고 그것을 발표할 기회를 많이 주었고, 학생들의 기발한 아이디어에 대해서는 칭찬을 아끼지 않았으며, 학생 자신들이 직접 문제를 만들어 볼 수 있는 기회를 제공하였는데, 이러한 일련의 접근 방법은 학

생들이 수학 수업과 관련된 여러 가지 활동과 토론에 참여하도록 하기 위한 것이었다.

이렇듯 학생 중심의 수업을 이끌어 나가는데 모범이 될 수 있는 형식에도 불구하고, 교사 E의 교수 방법의 질과 그 내용은 주로 수학의 절차적인 지식에 치중된 것이었다. 물론 관찰된 수업 중에 교사 E가 학생들의 개념적 이해에 관심을 보인 척도 있지만, 그러한 경우는 전체 수업 자료를 두고 볼 때, 다소 예외적인 경우였다. 교사 E는 학생들의 다양한 해결 방법을 들었지만, 대개는 주어진 문제에 대해서 표준화된 알고리즘을 사용하거나 자신이 미리 염두해 두고 있었던, 특정한 방정식을 사용하도록 수학 수업과 관련된 대화의 방향을 일괄적으로 조절하는 경향이 짙었다. 특히나, 이러한 수업의 경향은 여러가지 다른 종류의 수학 활동을 하는 중에 일관되게 되풀이 되어졌다. 예를 들어, 문제해결 활동에서 교사 E는 학생들로 하여금 직접 문제를 풀어보고 발표하도록 권장했지만, 학생들이 수학적으로 조리있는 해결 방법을 찾아낸 후에도, 자신이 염두에 두고 있었던, 특정한 방정식을 사용하도록 강조했다. 교사 E는 또한 종종 자기 자신의 해결 전략이나 아이디어를 권장하기도 했다.

예화 3은 이 교실에서 매일 이용되었던 어림(estimation) 활동에서 교사 E가 강조하는 것은 학생들의 타당한 해결 전략이라기 보다는 받아내림이 있는 켈셈 알고리즘의 연습이라는 것을 드러내는 대표적인 예이다. 어림 활동을 위하여 학생 르헨은 100개의 브라질 호두를 가져왔고, 교사 E는 미리 그 중 얼마를 빼 낸 후에 나머지를 유리병에 넣어서 학생들에게 보여주며, 몇 개나 있을까 추측해 보라고 했다. 그 다음 교사의 요구로, 르헨은 앞에 나가서 학생들이 보는 가운데, 교사가 미리 빼 내었던 브라질 호두가 몇 개나 되는지 하나씩 세어서 12개임을 알아내었고, 교사 E는 칠판에 $100-12=()$ 을 세로 형식으로 적어놓았다.

<예화 3: 알고리즘을 사용할 것이라는 교사의 기대에 어긋난 알렉스의 아이디어>

교사 E: [100-12]를 어떻게 푸는 지 누가 발표해 볼까? 지금까지 발표 안 한 사람이 한 번 해 보자. 알렉스, 내가 맨 먼저 무엇을 해야되지?

알렉스: 100에서 10을 빼면 90이구요. 그리고 2를 더

5) 이 특별한 사회 수학적 개념이 어떻게 교사 C 교실에서 처음 형성되고 점차적으로 개발되는 지에 관한 자세한 분석은 다음 문헌에서 찾아볼 수 있다: Pang, J. S.(1998, August). Significance of sociomathematical norms in mathematics education. *Proceedings of the International Commission on Mathematical Instruction - East Asia Regional Conference on Mathematics Education, Vol. 3*, pp. 503-513. Seoul, Korea: Korea Society of Mathematical Education.

때면 88입니다.

교사 E: 훌륭해. 여기를 보자(칠판에 써 놓은 식을 가리키며). 알렉스는 여기 12를 보고선 12는 10에 가깝다고 생각하고, 100에서 10을 빼서 90이다 라고 말을 했어. 알렉스는 이것을 그냥 알았어(100-10=90을 세로 형식으로 칠판에 쓴다). 그런다음 알렉스는 2를 더 뺐어. 좋은 생각이야! 훌륭해! 머릿속으로 하는 수학말고 지금 이런 방법으로(세로 형식으로 쓰여진 $100-12=()$ 을 가리키며) 어떻게 이 문제를 풀 수 있을까? 알렉스가 설명한 방법이 조금 어렵다면, 어떻게 풀 수 있을까? 어떻게 할 수 있는지 누가 설명해 볼래? 아테리언?

아테리언: 0 마이너스 2는 2 그리고 10 마이너스 1은 9입니다.

교사 E: 좋아, 그렇다면(아테리언에게 가며) 여기서(두 빈 손을 보여주며) 2를 빼 내봐. 얼른 2를 빼 내봐.

“내가 맨 먼저 무엇을 해야되지?” 라는 말이 드러내 주듯이 교사 E는 $100-12$ 을 계산하는 것에 대한 토론을 시작하면서 학생들이 일의 자리 0에서 2를 빼려고 시도할 것을 기대하였다. 교사의 이와 같은 기대를 인식하지 못한 채, 알렉스는 100에서 10을 빼니까 90이 되고, 90에서 2를 더 빼니까 88이 된다고 발표하였다. 교사 E는 알렉스의 새로운 아이디어를 칭찬하면서 전체 학생들을 위해서 알렉스가 제시한 방법을 설명했다. 그러나 교사 E는 곧바로 “머릿속으로 하는 수학 말고 지금 이런 방법으로 어떻게 이 문제를 풀 수 있을까? 알렉스가 설명한 방법이 조금 어렵다면 어떻게 풀 수 있을까?”라고 질문을 던짐으로써 표준 알고리즘을 사용하려 했던 원래의 의도를 드러내었다. 교사의 이 질문 덕분에, 학생들은 알고리즘을 적용하여 계속하여 뺄셈을 하게 되었다. 여기서 주의해서 볼 것은 표준 알고리즘을 적용함으로써 인해서 학생들은 추정 활동에서의 100에서 12를 뺀다는 전체적인(holistic) 의미를 상실한다는 것이다(즉, 처음에 100개의 대상이 있었고, 그 중 12개를 빼 냈다는 것). 이와 같은 방법으로 이 교실에서의 추정 활동은 줄곧 학생들의 직관적인 개념적 이해를 돕기 보다는 표준 알고리즘을 연습하는 기회로 전환되었다.

교사 E의 수업 방식을 반영해 주는 양, 학생들은 정답을 찾아냈을 때, 종종 즐거움을 표현했다. 하지만,

소집단 활동에서 자기 자신의 논리나 해결책을 찾아보고 그것이 수학적으로 그럴 듯 한지 그 의미를 추구하기 보다는 교사의 확인을 받기 위해 종종 기다리는 경향이 있었다. 교사 E와 그 학생들의 이와 같은 접근 방법의 결과로 학생들의 학습 기회는 정형(routine) 문제를 해결할 수 있는 절차적인 기법들을 정확성과 확신을 가지고 배우는 데로 다소 제한되는 경향이 있었다. 학생들은 능동적으로 수학 수업의 다양한 활동에 참여하고 있었지만, 그들의 활동에 근간이 있는 수학적 이해를 개발시킬 기회를 거의 가지지 못했다. 이러한 점에서 볼 때, 이 교실에서 형성된 중요한 사회수학적 규범은 수학적 정확성과 자동성에 관련된 것이었다.

교사 M 교실에서의 수학적 교수와 학습

미국 교사 M역시 자신의 수학 수업을 통해서 학생들의 발표와 아이디어가 초점을 이루는 사회적 규범을 형성했다. 교사 E와 마찬가지로, 교사 M도 수학 활동과 토론에 학생들이 적극적으로 참여하는지에 관심을 기울였다. 하지만, 교사 E와는 다르게, 교사 M은 학생들이 그 참여속에서 어떻게 스스로 의미를 만들어 가는지, 그 과정에 초점을 두었다. 교사 M의 일차적인 관심은 학생들이 자기 자신의 해결 방법이나 아이디어를 창안하고 설명하며 정당화 할 수 있는, 효과적인 수학교실 공동체를 형성하는 것이었다. 교사 M은 자신이 토론에 직접적으로 개입하여 옳고 그름을 판단하기 보다는 상당한 시간동안 학생들이 서로 논쟁을 벌일 수 있는 학습 분위기를 조성해 주곤 했는데, 특히 학생들이 상반되는 수학적 아이디어를 가지고 있을 때 더욱 그렇게 했다. 토론에 학생들이 충분히 자기 의견을 발표한 이후에만, 교사 M은 논의되는 중요한 아이디어를 요약해 주었다.

학생들의 수학적 사고에 초점을 맞추는 반면에, 교사 M은 학생들이 특별히 수학적으로 무엇이 가치있는 생각이며, 수학적으로 어떻게 의사 소통하는 지를 배울 수 있도록 수업을 이끌었다. 정답은 찾아냈지만, 수학적으로 정당화할 수 없는 과정을 사용한 경우는 이 교실 수학 공동체내에서 거절되어졌다. 예를 들어, 수리적인 설명없이 집에서 본 곱셈 구구단에 근거해서 답을 발표했을 때, 교사 M의 교실에서는 가치있는 답

으로 받아들이지 않았다. 이와 비슷한 경우로 예화 4에서 학생들은 42-26을 풀고 있었다. 이 학생들은 그때까지 펠셈 알고리즘을 배우지 않았었고, 받아내림이 있는 펠셈은 더욱이 익숙치 않은 상태였다. 원래 상태에서 얼마 만큼을 빼 낸다는 펠셈의 기본적인 의미에 근거하여, 학생들은 계수 표시(tally marks)와 유니픽스 블록을 이용해서 그 주어진 문제를 풀었다. 교사 M이 또다른 방법으로 이 문제를 풀 수 있는지 물어보았을 때, 학생 체이스는 먼저 40에서 20을 뺀 것을 주장했다. 더 이상 진전시키지 못했다. 상당한 시간 동안 학생들은 체이스의 아이디어를 어떻게 발전시킬 수 있는지 별다른 방법을 제안하지 못했다. 단지 소수의 학생들이 6에서 2를 빼면 된다는 잘못된 방법을 제안했다. 예화 4는 이런 상황에서, 체이스가 어떻게 발표했고, 교사 M은 그것을 어떻게 받아들였는지 보여준다.

<예화 4: 수학적으로 타당치 못한 주장에 대한 교사의 부정적인 반응>

교사 M: 체이스, 어떻게 생각하니?

체이스: 어, 단지 우리가 할 것은 ... 선생님은 분명히 잘못됐다고 얘기하실 거예요. 하지만 그래도 단지 필요한 것은 20으로부터 4만을 빼는 것이예요. 19, 18, 17, 16.

교사 M: 그렇게 생각하니? 다시 한 번 설명해봐.

체이스: 음, 그냥 4를 빼면 돼요.

교사 M: 왜냐하면 너는 이미 답을 아니까. 그래서 4만 빼면 정답이 나온다는 것을 알지. 체이스야, 만약 네가 그 정답을 알지 못했다면 어떻게 풀었겠니?

체이스는 나름대로 적절한 풀이 방법을 제시했다. 즉, 40에서 20을 빼면 20이고, 20에서 4를 더 빼면 19, 18, 17, 16이 되므로 답 16을 얻을 수 있다고 발표했다. 하지만, 체이스는 왜 4를 빼야 하는지를 설명하지 못하였다⁶⁾. 결국 답은 맞았으나 수학적으로 믿을 만한

근거를 제시하지 못했기 때문에 체이스의 아이디어는 이 교실 수학 공동체에서 타당한 것으로 받아들여지지 않았다. 여기서 또 한가지 주의하여 볼 것은 체이스가 자신의 아이디어를 발표하기 전에, 교사가 부정적으로 반응할 것을 예측하고 있다는 점이다. 이것은 체이스 스스로 자신의 설명이 무엇인가(수학적으로) 충분치 않다는 것을 인지하고 있음을 간접적으로 드러내 주는 것이며, 교사 M이 수학 수업에서 정답의 여부에 상관 없이 일관되게 학생들의 사고 과정에 초점을 둔 덕분이라 할 수 있다.

교사 M의 이와 같은 접근 방법과 관련하여, 학생들은 전체 학습이나 소집단 활동에서 주어지는 문제를 풀 때마다, 줄곧 자신들의 방법을 창안해 냈다. 더욱이, 교사의 시작이자 중재 없이도, 학생들은 종종 중요한 수학적인 개념을 다루는 토론에 빠져들곤 했다. 이러한 점에서 볼 때, 교사 M의 학생들은 수학적으로 안다는 것이 무엇인지, 가치를 부여한다는 것이 무엇인지, 그리고 논의를 벌인다는 것이 무엇인지에 대해서 배울 수 있는 학습 환경에 끊임없이 접할 수 있었으며, 그러한 교실 공동체에 참여하면서 자신들이 배우고 있는 수학에 대해 개념적인 근간을 만들어 나갈 학습 기회를 가지고 있었다.

IV. 토의

사회수학적 규범의 중요성

이 글에서 언급된 네 개의 초등수학 교실은 매우 유사한 사회적 규범을 형성하였는데, 그 예로는 개방적이면서 허용적인 학습 환경을 만든 것, 소집단내에서의 협동을 강조한 것, 손으로 다룰 수 있는 구체물을 통한 표현 양식과 수리적인 계산 과정을 연결한 것, 학생들에게 흥미를 이끌 수 있는 활동 양식을 적용한 것, 개별 학습이나 소집단 활동후에 전체 토론을 이끌

서 20을 뺀 것으로 여겨진다. 더욱이, 평상시에 체이스가 자신의 해결 전략을 잘 설명하던 것과는 달리 이 상황에서 특별한 수학적 근거 없이 4만을 빼면 된다고 주장한 것을 고려해 볼 때, 체이스는 수를 이용하여 이 문제를 풀려 하다가 40에서 20을 뺀 후에 어떻게 해야 할지를 몰랐고, 대신 답이 16임을 알고 있었기 때문에 그 과정을 타당화하려고 4만을 빼면 된다고 주장한 것으로 해석되어진다.

6) 보상 전략(compensation strategy)을 사용하여 42-26대신에 40-24를 생각하고 있는 것으로 추측할 수도 있지만, 그러한 해석은 신빙성이 적다. 예를 들어, 체이스의 이전 설명을 자세히 살펴보면, 42를 40으로 바꿔서 생각한 기미는 보이지 않고, 대신에 42의 십의 자리로서의 40을 생각하고, 마찬가지로 26의 십의 자리로서의 20을 생각하여 40에

은 것, 주어진 한 문제에 대해서 여러 가지 다양한 접근 방법을 강조한 것, 학생들의 능동적인 참여를 기대한 것, 그리고 학생들의 발표를 교사가 부연 설명한 것들이다. 이러한 사회적 규범들은 현재 수학교육 개혁과 관련된 문헌들에서 강조되고 있는 교수 방법과 일관된다고 볼 수 있다(교육부, 1992, 1997; NCTM, 1989, 1991, 1995, 2000).

이렇듯 유사한 사회적 참여 구조에도 불구하고, 한국과 미국 내에서의 두 교실들은 매우 상이한 수학 문화를 형성했다. 한 교실에서는(한국 교사 G의 교실, 미국 교사 E의 교실) 교사가 일관되게 강조하는 다소 고정된 수리적 절차에 바탕을 두고 학생들이 수학을 경험하고 있었다. 사고하고 가치를 부여하는 데 있어서 학생들이 배우는 수학적 방법들은 이미 결정되어진 규칙들을 찾아내는 것으로 국한되어졌다. 이와 유사하게, 논의를 펼치고 정당화하는 데 있어서 학생들이 배우는 수학적 방법은 자신에게 이해되는 방법보다는 그 규칙들을 충실히 따르는 것과 관련되어졌다. 이러한 점에서 볼 때, 이들 교실공동체에서는 수학적으로 정확하거나 자동적인 해결 방법이 통찰력이 있거나 창의적인 해결 방법보다 더 중요하게 공헌되는 것으로 평가되어졌다.

이와 대조적으로, 다른 교실에서는(한국 교사 C의 교실, 미국 교사 M의 교실) 학생들이 자신의 이해 과정에 기초해서 수학을 배우고 있었다. 주어진 한 수학 문제에 대해서, 학생들이 발표한 다양한 접근 방법들이 수학적으로 타당하면 충분히 받아들여졌고, 학생들의 아이디어와 관련없는, 어떤 특정한 해결 방법이 강조되지는 않았다. 더욱이, 사고하고, 의사 소통하고, 논의하고, 증명하고, 가치를 부여하는 데 있어서, 특별히 수학적 방법으로 여겨지는 양상을 배울 수 있는 과정에 학생들은 끊임없이 참여하게 되었다.

한국과 미국 내에서의 두가지 수업 양상의 유사점과 차이점은 학생들의 학습 기회는 교실 공동체에서 형성된 일반적인 사회적 규범에서 비롯되는 것이 아니라는 것을 분명하게 드러내 주고 있다. 그 대신에 학생들의 학습 기회는 각 교실에서 형성되는 사회수학적 규범에 밀접하게 관련되어 있는 것으로 드러났다. 따라서, 본 연구는 수학교육 개혁운동이 각각의 교실 문화에서 형성되게 되는 사회 수학적 규범의 중요성을 강조해야 한다는 것을 제안해 준다. 더 나아가 사회 수학적 규범은 학생들의 수학적 참여의 질을 반영하고,

그들의 개념적 학습 기회를 제시해주는 중요한 요소인 것으로 여겨진다.

수학교육 개혁에 관한 시사점

본 연구는 수학교육 개혁 공동체에서 점차적으로 인지되고 있는 양상을 지지해 주는데, 그 양상은 바로 수학 교수방법을 개혁한다는 것이 단지 수업의 사회적 인 구조를 바꾸는 것도 아니요, 기존의 목록에 몇 가지 새로운 수업 기술을 첨가하는 것도 아니라는 점이다. 개혁은 학생들이 수학 교실 공동체에 사회적으로 참여하는 것만으로 끝나는 것이 아니라 어떻게 그러한 참여가 그들로 하여금 수학적으로 점차 세련된 방법으로 알아가는 것과 가치를 부여하는 것을 배울 수 있게 되는지에 대해서 재 개념화(re-conceptualization)하는 것을 포함해야 한다. 이러한 재 개념화는 자신의 교수 방법을 개혁의 방향과 일관되게 바꿔보려고 부단히 노력하는 교사들에게 조차 쉽게 형성되지는 않는다.

한국 교사 G와 미국 교사 E의 경우를 보면, 단지 교실의 일반적인 사회적 규범들만을 바꾸는 것은 학생들이 개념적으로 수학을 배울 기회를 향상시키지 않을 수도 있으며, 다양한 수학 활동에 참여하면서도, 특별히 수학적 방법으로 사고하는 것과 의사소통하는 것을 발전시키지 않을 수도 있다는 점을 경고해 준다. 본 연구에서의 교사 G와 교사 E의 학생들은 분명히 자신들의 수학 수업을 통해 긍정적이고 즐길 수 있는 수학 학습 경험을 가졌지만, 그러한 경험을 통해 특별히 자신들의 수학적인 계발을 이룰 수 있는 학습 기회는 충분히 가지지 못했다.

한국 교사 C와 미국 교사 M의 경우를 보면, 학생들이 특별히 수학적 활동과 대화에 관련되는 설명, 정당화, 논의를 포함하는 사회적 과정에 능동적으로 참여하는 동안에 자신들이 배우고 있는 수학에 대해서 그 개념적 기초 또한 획득할 수도 있다는 것을 시사해 준다. 그리고 이것이 바로 수학 교육을 개혁하려는 노력이 보다 성공적으로 효과를 거두는 경우라고 할 수 있다. 이러한 관점에서, 수학 교육 개혁이 학교교실 수준에서 실현될 때, 그 개혁의 노력을 개시하고 평가하는 데 있어서는 일반적인 사회적 규범이 아니라 사회 수학적 규범이라는 구성 요소가 강조되어야 한다.

본 연구를 통한 한국과 미국내의 두 교실의 비교 및 대조는 두 나라간에 유사한 양상이 있음을 보여주

고 있다. 이러한 관찰은 미국보다는 한국의 수학 교육 개혁에 더 많은 주의를 시사한다고 생각한다. 한국의 일반적인 수학 교수 방법의 특색들 중의 하나는 교사 중심의 전체 수업을 체계적으로, 일관성있게, 그리고 점진적인 방법으로 진행한다는 점이다(Grow-Maienza, et al., 1999). 일반적으로 잘 준비되고 숙련된 교사에 의한 동 아시아의 전체 수업 교수 방법은 서구의 개별화된 교수 방법과 관련하여 긍정적인 평가를 받고 있다(Stevenson & Lee, 1995). 한국에서 널리 행해지고 있는 교사 중심의 교수 방법은 적어도 국제 학력평가에서 탁월한 수학 성취도를 드러내는 데 기여하였고 그 결과로 한국의 수학 교수 방법에 대한 국제적인 관심을 불러 일으키는 계기도 되었다. 하지만, 이 글을 시작하면서 간단하게 언급된 수학 교육의 문제점들을 고려해 볼 때, 한국 수학교육자들이 교사 중심의 교수법에서 학생 중심의 교수법으로 개혁이 이루어져야 한다고 주장하는 것은 매우 타당한 것으로 받아들여진다. 그러나 그러한 변화를 향한 서투른 적용은 지금 현재의(상대적으로) 잘 구조화된 한국의 교수법을 잃어버리는 결과를 나올 수도 있고, 더 못한 경우에는 그 변화가 기대했던 것처럼 학생들의 수학에 대한 개념적 이해나 수학적 성향을 증진시키지 않을 수도 있음에 주의를 기울여야 할 것이다. 이런 점에서, 한국에서 교수법을 변화시키는 것은 상당한 주의와 고려를 요구하는 것 같다.

개혁이라는 것은 근본적으로 중요한 변화를 일으킨다는 말이며, 교사는 그 변화의 핵심으로 늘 남아있다. 유의미한 변화가 일어나느냐 그렇지 않느냐는 상당한 정도로 어떻게 교사들이 수학교육 개혁을 이해하고, 그것에 대해서 반응하느냐에 달려있다. 진정한 교수법의 변화는 다만 학교 교실 수준에서 일어난다고 해도 과언은 아닐 것이며, 그러한 변화는 현장 교사들이 개혁에서 강조되고 있는 이상적인 교수법과 관련하여 자신들이 가지고 있는 가치와 우선 순위를 파악할 때 일어나게 된다고 생각한다. 결론적으로, 본 연구는 현장 교사들과 수학 교육자들이 현재 수학교육 개혁 방향에 부합되는, 다양한 수학 교수법에 개방적이 되는 것을 지지하되, 그러한 노력이 정말 의도한 결과를 불러 일으키는지에 대해서도 세심한 주의를 기울여야 함을 한국과 미국 초등수학 수업 분석을 통하여 경험적으로 제안한 것이다.

참 고 문 헌

- 교육부 (1992). 제 6차 초등학교 수학과 교육과정. 서울: 대한교과서 주식회사.
- 교육부 (1997). 제 7차 수학과 교육과정. 서울: 대한교과서 주식회사.
- 김진규·김찬중·류희찬·임 형 (1996). 학력평가 국제 비교연구: TIMSS 본점사 질문지 분석 연구보고서. 서울: 국립교육평가원.
- Ball, D. L. (1993). With an eye on the mathematical horizon: Dilemmas of teaching elementary school mathematics. *The Elementary School Journal* 93(4), 373-398.
- Bowers, J.; Cobb, P. & McClain, K. (1999). The evolution of mathematical practices: A case study. *Cognition and Instruction* 17(1), 25-64.
- Burrill, G. (1997). The NCTM Standards: Eight years later. *School Science and Mathematics* 97(6), 335-339.
- Cobb, P. & Bauersfeld, H. (Eds.). (1995). *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Cobb, P.; Gravemeijer, K.; Yackel, E.; McClain, K. & Whitenack, J. (1997). Mathematizing and symbolizing: The emergence of chains of signification in one first-grade classroom. In D. Kirshner & J. Whitson (Eds.), *Situated cognition: Social, semiotic, and psychological perspectives* (pp. 151-233). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Cobb, P. & Yackel, E. (1996). Constructivist, emergent, and sociocultural perspectives in the context of developmental research. *Educational Psychologist* 31(3/4), 175-190.
- Cohen, D. K. (1990). A revolution in one classroom: The case of Mrs. Oublier. *Educational Evaluation and Policy Analysis* 12(3), 311-329.
- Easley, J. & Taylor, H. (1990). Conceptual splatter in peer dialogues in selected Japanese and U.S.

- first grade mathematics classes. In L. P. Steffe & T. Wood (Eds.), *Transforming children's mathematics education: International perspectives* (pp. 216-226). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Geertz, C. (1973). Thick description: Toward an interpretive theory of culture. In C. Geertz (Ed.), *The interpretation of culture* (pp. 3-30). New York: Basic Books.
- Glaser, B. G. & Strauss, A. L. (1967). *The discovery of grounded theory: Strategies for qualitative research*. Chicago, IL: Aldine.
- Grow-Maienza, J.; Hahn, D-D. & Joo, C-A. (1999, April). *Mathematics instruction in Korean primary schools: A linguistic analysis of questioning*. Paper presented at the Annual meeting of the American Educational Research Association, Montreal, Canada.
- Hiebert, J.; Carpenter, T. P.; Fennema, E.; Fuson, K.; Human, P.; Murray, H.; Oliver, A. & Wearne, D. (1996). Problem solving as a basis for reform in curriculum and instruction: The case of mathematics. *Educational Researcher* 25(4), 12-21.
- Hiebert, J.; Carpenter, T. P.; Fennema, E.; Fuson, K.; Human, P.; Murray, H.; Olivier, A. & Wearne, D. (1997). *Making sense: Teaching and learning mathematics with understanding*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Illinois Council of Teachers of Mathematics (1989). *Mathematics teaching in Japanese elementary and secondary: A report of the ICTM Japan Mathematics Delegation* (1988). Carbondale: Southern Illinois University.
- Kirshner, D.; Jeon, P. K.; Pang, J. S. & Park, S. S. (1998). *Sociomathematical norms of elementary school classrooms: Crossnational perspectives on challenges of reform in mathematics teaching*. Final report to the research foundation of the Korean National University of Education.
- Lappan, G. & Schram, P. W. (1989). Communication and reasoning: Critical dimensions of sense making in mathematics. In P. R. Trafton, & A. P. Shulte (Eds.), *New directions for elementary school mathematics* (pp. 14-30). Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics.
- LeTendre, G. K. (1999). The problem of Japan: Qualitative studies and international educational comparisons. *Educational Researcher* 28(2), 38-45.
- McClain, K. J. (1995). *The teacher's proactive role in supporting students' mathematical growth*. Unpublished doctoral dissertation, Vanderbilt University, Nashville, TN.
- Mullis, I. V. S.; Martin, M. O.; Beaton, A. E.; Gonzalez, E. J.; Kelly, D. L. & Smith, T. A. (1997). *Mathematics achievement in the primary school years: IEA's third international mathematics and science study (TIMSS)*. Chestnut Hill, MA: Center for the Study of Testing, Evaluation, and Educational Policy, Boston College.
- National Center for Education Statistics (1996). *Pursuing excellence: A study of U.S. eighth-grade mathematics and science teaching, learning, curriculum, and achievement in international context*. Washington, DC: U.S. Government Printing Office. (<http://www.ed.gov/NCES/timss>)
- National Center for Education Statistics (1997). *Pursuing excellence: A study of U.S. fourth-grade mathematics and science achievement in international context*. Washington, DC: U.S. Government Printing Office. (<http://www.ed.gov/NCES/timss>)
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: The Author.
- National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Professional standards*. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- National Council of Teachers of Mathematics (1995). *Assessment standards for school mathematics*. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*.

- Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Noh, S. (1998). *Prospective mathematics teachers' preconceptions about learning and teaching mathematics*. Unpublished master thesis. Louisiana State University.
- Pang, J. S. & Jeon, P. K. (1995, May). A study for the improvement of reasoning ability in elementary school mathematics (In Korean). *The Proceeding of the Korea Society of Mathematical Education*. 107-123.
- Peterson, P. L. (1994). Revising their thinking: Keisha Coleman and her third grade mathematics class. In H. H. Marshall (Ed.), *Redefining student learning: Roots of educational change* (pp. 151-176). Norwood, NJ: Ablex Publishing.
- Renga, S. & Dalla, L. (1993). Affect: A critical component of mathematical learning in early childhood. In R. J. Jensen (Ed.), *Research ideas for the classroom: Early childhood mathematics* (pp. 22-39). NY: Macmillan.
- Research Advisory Committee (1997). Clarifying the contributions of research with NCTM. *Journal for Research in Mathematics Education* 28(4), 396-397.
- Schmidt, W.; Jorde, D.; Cogan, L. S.; Barrier, E.; Bonzalo, I; Moser, U; et al. (1996). *Characterizing pedagogical flow: An investigation of mathematics and science teaching in six countries*. Dordrecht, Holland: Kluwer Academic Publishers.
- Smith III, J. P. (1996). Efficacy and teaching mathematics by telling: A challenge for reform. *Journal for Research in Mathematics Education* 27(4), 387-402.
- Sorensen, C. W. (1994). Success and education in South Korea. *Comparative Education Review* 80(1), 10-35.
- Stevenson, H. W. & Lee, S. (1995). The east Asian version of whole-class teaching. *Educational Policy* 9(2), 152-168.
- Stevenson, H. W. & Stigler, J. W. (1992). *The learning gap: Why our schools are failing and what we can learn from Japanese and Chinese education*. New York: Summit.
- Stigler, J. W.; Fernandez, C. & Yoshida, M. (1996). Traditions of school mathematics in Japanese and American elementary classrooms. In L. P. Steffe & P. Nesher (Eds.), *Theories of mathematical learning* (pp. 149-175). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Stigler, J. W. & Hiebert, J. (1998). The TIMSS videotape study. *American Federation of Teachers* 7, 43-45.
- Stigler, J. W.; Lee, S. & Stevenson, H. W. (1990). *Mathematical knowledge of Japanese, Chinese, and American elementary school children*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Strauss, A. & Corbin, J. (1998). Grounded theory methodology: An overview. In N. K. Denzin & Y. S. Lincoln (Eds.), *Strategies of qualitative inquiry* (pp 158-183). Thousand Oaks, CA: Sage.
- Third International Mathematics and Science Study (1996). *Videotape classroom study*. U.S. department of education-National Center for Education Statistics.
- Yackel, E. & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education* 27(4), 458-477.
- Yang, M. T. & Cobb, P. (1995). A cross-cultural investigation into the development of place-value concepts of children in Taiwan and the United States. *Educational Studies in Mathematics* 28, 1-33.
- Yin, R. K. (1993). *Applications of case study research*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Yin, R. K. (1994). *Case study research: Design and methods*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Zambo, R. & Hong, E. (1996). Korean and American elementary school teachers' beliefs about mathematics problem solving. *School Science and Mathematics* 96(4), 208-214.

When Changes Don't Make Changes: Insights from Korean and the U.S. Elementary Mathematics Classrooms

Pang, JeongSuk

Graduate School of Education, University of Pennsylvania, 3440 Market Street #590-5, Philadelphia, PA 19104, U.S.A.
e-mail: jeongsuk@hotmail.com

This paper presents cross-national perspectives on challenges in implementing current mathematics education reform ideals. This paper includes detailed qualitative descriptions of mathematics instruction from unevenly successful second-grade classrooms both in Korea and in the U.S. with regard to reform recommendations.

Despite dramatic differences in mathematics achievement between Korean and the U.S. students, problems in both countries with regard to mathematics education are perceived to be very similar. The shared problems have a common origin in teacher-centered instruction. Educational leaders in both countries have persistently attempted to change the teacher-centered pedagogy to a student-centered approach. Many teachers report familiarity with and adherence to reform ideas, but their actual classroom teaching practices do not reflect the full implications of the reform ideals. Given the challenges in implementing reform, this study explored the breakdown that may occur between teachers' adoption of reform objectives and their successful incorporation of reform ideals by comparing and contrasting two reform-oriented classrooms in both countries. This comparison and contrast provided a unique opportunity to reflect on possibly subtle but crucial issues with regard to reform implementations. Thus, this study departed from past international comparisons in which the common objective has been to compare general social norms of typical mathematics classes across countries.

This study was an exploratory, qualitative, comparative case study using grounded theory methodology based on constant comparative analysis for which the primary data sources were classroom video recordings and transcripts. The Korean portion of this study was conducted by the team of four researchers, including the author. The U.S. portion of this study and a brief joint analysis were conducted by the author. This study compared and contrasted the classroom general social norms and sociomathematical norms of two Korean and two U.S. second-grade teachers who aspired to implement reform. The two classrooms in each country were chosen because of their unequal success in activating the reform recommendations. Four mathematics lessons were videotaped from Korean classes, whereas fourteen lessons were videotaped from the U.S. classes. Intensive interviews were conducted with each teacher.

The two classes within each country established similar social participation patterns but very different sociomathematical norms. In both classes open-ended questioning, collaborative group work, and students' own problem solving constituted the primary modes of classroom participation. However, in one class mathematical significance was constituted as using standard algorithm with accuracy, whereas the other class established a focus on providing reasonable and convincing arguments. Given these different mathematical foci, the students in the latter class had more opportunities to develop conceptual understanding than their counterparts.

The similarities and differences between the two teaching practices within each country clearly show that students' learning opportunities do not arise from general social norms of a classroom community. Instead, they are closely related to its sociomathematical norms. Thus this study suggests that reform efforts highlight the importance of sociomathematical norms that become established in the classroom microculture. This study also provides a more caution for the Korean reform movement than for its U.S. counterpart.